د فورمولونو

او جدولونو ټولګه

Ketabton.com

(رياضيات، فزيک، کيميا، جيولوجي او بيولوژي)

د کانکور ازموينې د ګډون کوونکو او د پوهنتون د محصلينو غوره همکار

+۲۰۵۰ فورمولونه

+۴۵ جدولونه

+۹۰ ګرافونه

ترتيب کوونکی: انجنير محمد اجمل بهرام زوی

(c) ketabton.com: The Digital Library

د فورمولونو او جدولونو ټولگه

ترتیب کوونکی: انجنیر محمد اجمل بهرام زوی

کمپوز او ډیزاین : انجنیر محمد افضل ذاکر

چاپ لړ: اول

چاپ شمېر: ۱۰۰۰ ټوکه

چاپ کال: ۲۰۱۶ز (۱۳۹۵ل) کابل

خپرندوی: علمي خپرندویه ټولنه/ گردیز

چاپځای: حسین احمد چاپخانه

د دې کتاب د چاپ حق له لیکوال سره خوندي دی .

د ترلاسه کېدو ځایونه:

علمي کتاب پلورنځی

پته: د گردیز ښار، غزني لین، د عبدالحمید گردیزي مارکیټ، پکتیا ، افغانستان

اړیکشمېرې: ۰۷۷۲۹۳۶۳۴۱(۰)۹۳+/۰۷۷۲۲۸۸۱۹۰(۰)۹۳+

برېښنالیک: ilmiketabtoon@gmail.com

کابل:

۱- **مستقبل کتاب پلورنځی**

۲- **خیبر کتاب پلورنځی**

جلال اباد:

۱- **مومند کتاب پلورنځی**

۲- **ختیځ کتاب پلورنځی**

۳- **یار کتاب پلورنځی**

خوست: **رحیمي کتاب پلورنځی**

کندهار: **کروړ کتاب پلورنځی**

(c) ketabton.com: The Digital Library

بسم الله الرحمن الرحیم

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه

د لوی خدای«جل جلاله» ډیر شکر ادا کوم چې ماته یې د دې کوچني کتاب د ترتیب کولو ورتیا را په برخه کړه.

څرنګه چې تیرو څو لسیزو جګړو او ناخوالو زموږ د ګران هېواد بیلابیلې بنسټیزې برخې له منځه وړې او یا یې ډیر زیان ور اړولی دی، چې له دې څخه یوه ارزښتناکه برخه د علم او پوهې ده. نو اړینه ده چې هر افغان د هیواد پالنې د حس له مخې د خپل توان تر کچې پورې د بېلابېلو علومو په برخه کې که هغه دیني وي یا ساینسي؛ په بډاینه کې ونډه واخلي. نو دې اړتیا ته په کتو سره مې د (فورمولونو او جدولونو ټولګه) تر سرلیک لاندې دا کوچنی کتاب ترتیب کړ، چې له نېکه مرغه دا دی اوس ستاسو په لاس کې دی.

ددې کتاب د تصحیح په برخه کې د خوست د شیخ زاید پوهنتون ښاغلو استادانو هر یو، پوهندوی امرالله آصفي د کیمیا په برخه کې، پوهنمل علي جان عادل د فزیک په برخه کې او پوهیالي اسد الله سروري او د کابل پوهنتون د ساینس پوهنځي استاد پوهیالی ثمرالدین جبران د ریاضیاتو په برخه کې ډیره مرسته کړې ده.

دا کتاب د ټاټوبي په ملي ژبه (پښتو) کې د خپل ډول لومړنی دی. د دې کتاب څخه د ښوونځیو زده کوونکي په ځانګړې توګه د کانکور د ازموینې ګډونوال او همدارنګه د پوهنتونونو د بېلابېلو پوهنځیو محصلان ګټه پورته کولای شي.

دا کتاب پنځه برخې لري، لومړۍ برخه یې د ریاضیاتو ده چې د حساب، الجبر، مثلثاتو، هندسې، احصایې او احتمالاتو مهم فورمولونه او جدولونه لري، دوهمه برخه یې فزیک، دریمه برخه یې کیمیا، څلورمه برخه یې جیولوجي او پنځمه برخه یې د بیولوژي ده چې هره برخه یې خپل خپل مهم فورمولونه او جدولونه لري.

په پای کې د خپل ګران تره او د بهرام زوی توتاخیل ساختماني شرکت رئیس الحاج محمد داود توتاخیل څخه د زړه له کومې مننه کوم چې د دې کتاب د چاپ مالي لګښت یې پر غاړه واخیست.

څرنګه چې دا لیکنه زما لومړنۍ هڅه ده نو طبعاً به ځینې نیمګړتیاوې ولري، نو د ګرانو لوستونکو څخه هیله لرم چې د نیمګړتیاوو سره د مخامخ کیدو په صورت کې دې د لاسمون لپاره راسره ګټورې مشورې شریکې کړي.

په درنښت

انجنیر محمد اجمل بهرام زوی (توتاخیل)
mohammadajmalhairan@gmail.com

لیکلړ

سرلیک .... مخ
د ځینو واحداتو د یو پر بل د اړولو فکتورونه..............1
حساب..3
الجبر..9
لوګاریتم...13
ترادف یا تصاعد..14
متریکس..16
ډیترمینانت...20
وکتورونه..23
رابطه..26
تابع..27
لیمیټ..32
مشتق..35
انتیګرال...39
د مثلثاتو برخه..51
مثلثاتي نسبتونه...54
مثلثاتي معادلې...63
د هندسې برخه..67
څلور ضلعي ګانې...68
فضايي هندسه...72
تحلیلي هندسه...77
احصائیه..87
احتمالات...95
د ترکیبونو ځانګړتیاوې..96
فزیک...99
سنیماتیک (علم الحرکت)......................................107
ډینامیک (علم القوه)...109
اتومي فزیک...113
هستوي فزیک..114
د نور فزیک..115
د برېښنا (برق) فزیک...119
یوناني الفبا...125
کیمیا..129
د بېلابېلو مرکباتو مالیکولي فرمولونه.........................130

(c) ketabton.com: The Digital Library

C9M804 د اسرائیل فرمول

بېلابېل ایونونه.......................................131
د کیمیا ځینې فرمولونه................................132
عضوي کیمیا..134
د ځینو الکانونو کیمیاوي فرمولونه....................135
د عضوي مرکباتو عمومي فرمولونه....................135
د بیلابیلو عضوي مرکباتو کیمیاوي فرمولونه..........136
جیولوجي...139
د ځینې منرالونو کیمیاوي فرمولونه....................140
بیولوژي..141
مأخذونه..149

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځينو واحداتو د يو پر بل د اړولو فکتورونه

❖ اوږدوالی $(Length)$

$1m = 10dm = 10^2 cm = 3.28 ft = 1.094\ yard = 39.37 in$

$1mm = 10^{-3} m \ ; \ 1\mu(micron) = 10^{-6} m \ ; \ 1nm = 10^{-9} m$

$1 A(Angstrom) = 10^{-10} m \ ; \ 1pm = 10^{-12} m$

$1 Km = 10 Hm = 10^2 Dm = 10^3 m$

$1\ yard = 0.914 m = 3 ft$

$1 ft = 12 inch \ ; \ 1 inch = 2.54 cm$

$1\ mi(mile) = 1760\ yard = 1.609\ Km \ ; \ 1\ ligth - year = 9.461 \cdot 10^{15} m$

❖ مساحت $(Area)$:

$1m^2 = 10^4 cm^2 = 10^6 mm^2 = 10.8 ft^2$

$1Hm^2 = 1 Hectare = 10^4 m^2$

$1mi^2 = 640 acres = 2.59 Km^2$

؛ $1 acre = 43560 ft^2 = 4046.9 m^2$

$1 ft^2 = 144 in^2 = 929 cm^2$

20 بسواسي = 1 بسوه ; بسوې 20 = 1 جريب

1 جريب $= 2000 m^2$

❖ حجم $(Volume)$

$1 l(liter) = 10^3 cm^3 ,\ cc ,\ ml = 1.057 gt(quart)$

$1 m^3 = 10^3 l = 35.32 ft^3 = 264\ u.s.gal(gallon)$

$1 ft^3 = 7.481\ u.s.gal = 28.32 l$

$1 u.s.gal = 231 in^3 = 3.795 l$

$1\ British\ gal = 1.201\ u.s.gal$

$1 u.s.Barel = 42 u.s.gal = 158.98 l$

❖ وخت $(Time)$

$1 hr = 60 \min = 3600 s$

$1 d(day) = 86400 s = 24 hr$

$1 y(year) = 365.25 d = 3.156 \cdot 10^7 s$

$1 century = 100 y$

❖ کتله $(Mass)$

$1 kg = 10^3 gr = 2.2 lb = 0.068 slug = 5000 carat$

$1 ton = 10^3 kg \ ; \ 1 oz(ounce) = 0.028 kg = 0.062 lb$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$1\,u.s.ton = 907.2kg = 2000lb$; $1slug = 14.593kg$

$1\,u.s.ton = 1016kg = 2240lb$

$1\,lb = 0.4536kg = 16\,oz$; $1\,carat = 0.2gr$

$1\,u.k.stone = 6.35kg = 14lb$

❖ وزن یا قوه $(weight\ \&\ force)$

$$1\,N = 10^5\,dyne = 0.225lb = 7.233\,poundal$$

$$1\,lb = 4.45N\ ;\ 1\,KN = 10^3\,N\ ;\ 1\,K(klb) = 10^3\,lb$$

$$1\,kgf = 9.81\,N\ ;\ 1grf = 981dyne$$

❖ زوایه $(Angle)$

$$1^\circ = 60' = 3600'' = 0.0174\,rad$$

$$1\,grad = 0.9^\circ = 54' = 0.0157\,rad$$

$$1\,rad = 57.3^\circ = 63.66\,grad$$

$$1\,circle = 360^\circ = 400\,grad = 6400mil\,(mils)$$

❖ سرعت $(Speed)$

$$1\frac{m}{s} = 60\frac{m}{\min} = 3.6\frac{km}{hr} = 2.237\frac{mi}{hr}(mph)$$

$$1\frac{ft}{s} = 0.3048\frac{m}{s} = 0.6818\frac{mi}{hr}$$

$$1\frac{mi}{hr} = 88\frac{ft}{\min} = 1.609\frac{km}{hr}$$

❖ فشار $(Pressure)$

$$1\,pa(pascal) = 1\frac{N}{m^2} = 1.45\cdot 10^{-4}\frac{lb}{in^2}(psi)$$

$$1\,bar = 10^5\,pa = 14.5\,psi\ ;\ 1\,piz = 10^3\,pa = 10^4\,Barry$$

$$1\,atm = 1.0132bar = 101.32kpa = 14.69\,psi$$

$$1\,atm = 76\,cm\,Hg = 1033.23\,cm\,H_2O$$

$$1\,ksi = 10^3\,psi = 68.046\ atm$$

❖ کار او انرژي $(work\ \&\ Energy)$

$$1\,J = 10^7\,erg = 0.2389\,Cal = 0.738\,ft\cdot lb$$

$$1\,Cal = 4.186J = 0.004BTU(British\ lhermal\ unit)$$

$$1\,BTU = 1055\,J\ ;\ 1KW\cdot hr = 3.6\cdot 10^6\,J = 860\,kcal$$

❖ توان $(Power)$

$$1\,w(watt) = 1\frac{J}{s} = 3.41BTU/hr$$

$$1\,HP = 550\frac{ft\cdot lb^f}{scc} = 74.7w$$

❖ کثافت $(Density)$

$$1\frac{kg}{m^3} = 10^{-3}\frac{gr}{cm^3} = 0.06243\frac{lb}{ft^3}\ ;\ 1\frac{gr}{cm^3} = 1.940\frac{slug}{ft^3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حساب

په رياضياتو کې د ځينې علامو د کارولو هدف

هدف	علامه
اول کميت مثبت، دوهم منفي	±
اول کميت منفي، دوهم مثبت	∓
د دوو کميتونو مساوي والی	=
د دوو کميتونو نه مساوي والی	≠
د دوو کميتونو مطابقت لرل	≡
د دوو کميتونو متناسب والی	∝ يا ~
د لومړني کميت لوی والی	>
د لومړني کميت کوچني والی	<
لومړنی کميت ډير لوی دی	≫
لومړنی ډير کوچنی دی	≪
لومړي کميت مساوي يا لوی	≥
لومړي کميت مساوي يا کوچنی	≤
د دوو کميتونو تقريباً مساوي والی	≅ يا ≈
ادامه لرل	⇒
او	∧
يا	∨
نسبت	:
تناسب	::
د هر (x) لپاره	$\forall x$
د (x) د ځينې قيمتونو لپاره	$\exists x$
شامل والی (موجوديت)	∈
نه شامل والی (نه موجوديت)	∉
اتحاد	∪
تقاطع	∩
فرعي	⊂
غيرفرعي	⊄
خالي سيټ	∅
زاويه	∠
د دوو خطونو عمود والی	⊥
د دوو خطونو موازيتوب	∥

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوو خطونو نا موازیتوب	$\nparallel$
د دوو خطونو مساویتوب او موازیتوب	$\#$
د (x) د متحول تغیرات	Δx
د $y = f(x)$ د تابع تغیرات	Δy
د (x_i) د ټولو قیمتونو مجموعه	$\sum x_i$
د (x_i) د ټولو قیمتونو حاصل ضرب	$\prod x_i$
لایتناهي	∞

د عددونو طبقې

مرتبه	عدد	مرتبه	عدد
زر	10^3	سپټلیون	10^{24}
میلیون	10^6	اکټیلیون	10^{27}
بیلیون(میلیارد)	10^9	نونیلیون	10^{30}
تریلیون	10^{12}	کواتوارددیسیلیون	10^{45}
کوادریلیون	10^{15}	سکس دیسیلیون	10^{51}
کونیتلیون	10^{18}	ندوم دیسیلیون	10^{60}
سکستیلیون	10^{21}	ګوګول	10^{100}

د عددونو ډولونه

❖ لومړني عددونه: هغه دي چې پرته له یو او خپل ځان څخه په بل عدد پوره د ویش وړنه وي: $P = \{2,3,5,7,11,\cdots\}$

❖ مرکب عددونه: هغه دي چې پرته له یو او خپل ځان څخه په نورو عددونو هم پوره د ویش وړوي: $C = \{4,6,8,9,10,\cdots\}$

- د یو (1) عدد نه لومړنی او نه مرکب دی.

❖ طبیعي عددونه: $N = \{1,2,3,4,5,6,7,8, \ldots\}$

❖ مکمل عددونه: $N_0 = \{0,1,2,3,4,5,6,7, \ldots\}$

❖ تام عددونه: $Z = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$

❖ ناطق عددونه: $Q = \{x/x = \frac{a}{b} ، a, b \in z \wedge b \neq 0\}$

❖ غیر ناطق عددونه: هغه عددونه دي چې د $\frac{a}{b}$ په شکل نشي وړاندې کیدلای یا هغه عددونه چې نه په اعشاري محدود او نه په متوالي ډول ښودل کیدای شي: $Q' = \{\ldots, \sqrt{2}, e, \pi, \ldots\}$

❖ حقیقي عددونه: $R = \{-\infty, \ldots, +\infty\}$

❖ موهومي عددونه: $I_m = \{xi/x \in R \wedge i = \sqrt{-1}\}$

❖ مختلط عددونه: $C = \{x + iy/x, y \in R \wedge i = \sqrt{-1}\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ دوه مثبت جذرونه: $-\frac{b}{a} > 0$

❖ دوه منفي جذرونه: $-\frac{b}{a} < 0$

❖ هم علامه جذرونه: $\frac{c}{a} > 0$

❖ مختلف العلامه جذرونه: $\frac{c}{a} < 0$

❖ مساوي او مختلف العلامه جذرونه: $b = 0$

❖ يو د بل معکوس جذرونه: $a = c$

غیر مساوات (Inequalities)

د غیر مساواتو ځانګړتیاوې

❖ $a > b \Rightarrow a \pm c > b \pm c$

❖ $a > b \Rightarrow a \cdot c > b \cdot c \vee \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$, $c > 0$

❖ $a > b \Rightarrow a \cdot c < b \cdot c \vee \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$, $c < 0$

❖ $a > b \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$, $a > 0$, $b < 0$

❖ $a > b \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$, $a > 0$, $b > 0$

❖ $a > b \wedge c > d \Rightarrow a + c > b + d$

❖ $a > b \wedge c > d \Rightarrow a - d > b - c$

❖ $a > b > 0 \wedge n > 0 \Rightarrow a^n > b^n$

❖ $a > b > 0 \wedge n < 0 \Rightarrow a^n < b^n$

❖ $x^2 < a \Rightarrow |x| < \sqrt{a}$, $a > 0$

❖ $x^2 > a \Rightarrow |x| > \sqrt{a}$, $a > 0$

❖ $\frac{f(x)}{g(x)} > 0 \Rightarrow f(x) \cdot g(x) > 0$, $g(x) \neq 0$

❖ $\frac{f(x)}{g(x)} < 0 \Rightarrow f(x) \cdot g(x) < 0$, $g(x) \neq 0$

❖ $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$, $a > 0$, $b > 0$

انټروالونه (Intervals)

❖ ترلی انټروال: $[a,b] = \{x \in IR: a \leq x \leq b\}$

❖ خلاص: $(a,b) = \{x \in IR: a < x < b\}$

❖ له چپ لوري نیم خلاص (له ښي لوري نیم ترلی): $(a,b] = \{x \in IR: a < x \leq b\}$

❖ له ښي لوري نیم خلاص (له چپ لوري نیم ترلی): $[a,b) = \{x \in IR: a \leq x < b\}$

❖ د خلاصو انټروالونو اتحاد: $(-\infty,a) \cup (b,\infty) = \{x \in IR: x < a \vee x > b\}$

❖ د نیمه ترلو انټروالونو اتحاد: $(-\infty,a] \cup [b,\infty) = \{x \in IR: x \leq a \vee x \geq b\}$

مطلقه قیمت (Absolute Value)

❖ $|x| = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ x, & x > 0 \end{cases}$

د مطلقه قیمت ځانګړتیاوې

❖ $|-x| = |x| \geq 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د معادلې تشکیلول د جذرونو د مجموعې او حاصل ضرب څخه

$$x^2 + Sx + P = 0$$

❖ هغه معادله چې جذرونه یې د $(ax^2 + bx + c = 0)$ د جذرونو (m) برابره وي $ax^2 + bmx + cm^2 = 0$ ده

❖ هغه معادله چې جذرونه یې د $(ax^2 + bx + c = 0)$ د جذرونو مخالف العلامه وي $ax^2 - bx + c = 0$ ده.

❖ هغه معادله چې جذرونه یې د $(ax^2 + bx + c = 0)$ د جذرونو معکوس وي $cx^2 + bx + a = 0$ ده.

د دیکارت قانون

۱) که $\left(\frac{c}{a} > 0\right)$ وي نو دواړه جذرونه هم علامه دي:

الف – که $\left(-\frac{b}{a} > 0\right)$ وي دواړه جذرونه مثبت دي.

ب - که $\left(-\frac{b}{a} < 0\right)$ وي دواړه جذرونه منفي دي.

۲) که $\left(\frac{c}{a} < 0\right)$ وي نو جذرونه مختلف العلامه دي:

الف - که $\left(-\frac{b}{a} > 0\right)$ وي د مثبت جذر مطلقه قیمت زیات دي

ب - که $\left(-\frac{b}{a} < 0\right)$ وي د منفي جذر مطلقه قیمت زیات دی.

۳) که $\left(\frac{c}{a} = 0\right)$ وي نو یو صفري او بل د صفر خلاف جذر لري:

الف – که $\left(-\frac{b}{a} > 0\right)$ وي د صفر خلاف جذر مثبت دي.

ب - که $\left(-\frac{b}{a} < 0\right)$ وي نو د صفر خلاف جذر منفي دي.

۴) که $\left(-\frac{b}{a} = \frac{c}{a} = 0\right)$ وي دواړه جذرونه صفري دي.

۵) که معادله یو تحول ولري، یو مثبت جذر او که دوه تحوله ولري، دوه مثبت جذرونه او که تحول ونه لري، نو دوه منفي جذرونه به ولري.

-که $\Delta < 0$ شي نو تحول په معادله کې کومه معنا نه لري

پارامتریک معادلې

هغه معادلې چې له اصلي مجهول پرته یو فرعي مجهول هم ولري مثلاً: $mx^2 + 2mx + 12m^2 = 0$

m ته د معادلې پارامتر وايي.

که جذرونه د (m) له جنسه غوښتل شوي وي (Δ) یې تشکیلو و جذرونه یې لاسته راځي، او که په لاندې ډول غوښتل شوي وي نو:

❖ حقیقي جذرونه: $\Delta > 0$

❖ مساوي جذرونه: $\Delta = 0$

❖ موهومي جذرونه: $\Delta < 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د علامو ضرب او وېش (تقسيم) په الجبر کې

❖ $(+)\cdot(+) = + = (+) \div (+)$

❖ $(-)\cdot(-) = + = (-) \div (-)$

❖ $(+)\cdot(-) = - = (+) \div (-)$

❖ $(-)\cdot(+) = - = (-) \div (+)$

معادلې

❖ لومړۍ درجه یو مجهوله: $ax + b = 0 \;;\; a \neq 0$

❖ دوهمه درجه یو مجهوله: $ax^2 + bx + c = 0$

❖ دریمه درجه یو مجهوله: $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$

❖ لومړۍ درجه دوه مجهوله: $ax + by = c$

❖ دوهمه درجه دوه مجهوله: $ax^2 + by^2 = c$

❖ لومړۍ درجه درې مجهوله: $ax + by + cz = d$

دوهمه درجه یو مجهوله معادلې

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad ; \quad a \neq 0$$

❖ محمد بن موسی فرمول: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \;;\; \Delta = b^2 - 4ac$

❖ د محمد بن موسی د نیمایي فرمول: $x_{1,2} = \frac{-\acute{b} \pm \sqrt{\acute{b}^2 - ac}}{a}$

❖ که $\Delta > 0$ شي نو دوه حقیقي مختلف جذرونه لري.

❖ که $\Delta = 0$ شي نو دوه مساوي جذرونه لري.

❖ که $\Delta < 0$ شي نو دوه موهومي جذرونه لري.

د دوهمه درجه یو مجهوله معادلو د جذرونو عملیې:

❖ د جمعې حاصل: $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

❖ د تفریق حاصل: $|x_1 - x_2| = \left|\frac{\sqrt{\Delta}}{a}\right|$

❖ د ضرب حاصل: $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

❖ د مربعاتو مجموعه: ${x_1}^2 + {x_2}^2 = S^2 - 2P = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}$

❖ د مکعباتو مجموعه: ${x_1}^3 + {x_2}^3 = S^3 - 3PS = \frac{3abc - b^3}{a^3}$

❖ معکوسه مجموعه: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{b}{c}$

❖ معکوس تفریق: $\left|\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}\right| = \left|\frac{\sqrt{\Delta}}{c}\right|$

❖ معکوس ضرب: $\frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2} = \frac{a}{c}$

❖ د دوهمې درجې یو مجهوله معادلې تشکیلول چې جذرونه یې معلوم وي: $(x - x_1)(x - x_2) = 0$

یا: $x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

الجبر (Algebra)

پولینوم

❖ که د P(x) پولینوم په (x-a) وویشو د باقیمانده قضیې پر بنسټ پاتې(باقي) له P(a) سره مساوي ده.

❖ که د P(x) پولینوم په (x-a) وویشو او پاتې (باقي) صفر شي نو (x-a) د P(x) د پولینوم یو فکتور دی.

❖ د فکتور د معکوسې قضیې په اساس که (x-c) د M(x) د پولینوم یو فکتور وي، نو M(c)=0 او د (c) عدد د M(x)=0 د پولینومي معادلې یو جذر دی.

❖ هموجنه افاده: چې د ټولو حدونو درجې یې سره مساوي وي:

$$a^2b^3 + bc^4 - z^5 + x^3y^2$$

متجانس

مطابقتونه یا عینیتونه (Identities)

❖ $(a+b)^n = a^n + \frac{n}{1!}a^{n-1}b + \frac{n}{2!}a^{n-2}b^2 + \cdots + b^n$

❖ $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \cdots + b^{n-1})$

n-مثبت تام عددونه دي

❖ $a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \cdots + b^{n-1})$

n-طاق مثبت تام عددونه دي

❖ $a^n + b^n = \left[a^{\frac{n}{2}} + b^{\frac{n}{2}} - \sqrt{2(ab)^{\frac{n}{2}}}\right]\left[a^{\frac{n}{2}} + b^{\frac{n}{2}} + \sqrt{2(ab)^{\frac{n}{2}}}\right]$

n- جفت مثبت تام عددونه دي

$\binom{n}{k} \frac{n!}{(n-k)!k!} a^{n-k} \cdot b^k$

❖ د دوه جمله یي k- ام حد: $\frac{n!}{(k-1)!\cdot(n-(k-1))!}a^{n-(k-1)}b^{k-1}$

❖ په انکشاف ورکړشوي شکل کې د حدونو شمېر : $n+1$

❖ په انکشاف ورکړشوي شکل کې د ضریبونو مجموعه:

که a او b متحولین وي: $(a+b)^n = 2^n$

که x او y متحولین وي: $(ax+by)^n = (a+b)^n$

مثلاً: $(3x+4y)^3 \Rightarrow (3+4)^3 = 7^3 = 343$

د ځینې مطابقتونو انکشاف ورکړ شوی یا د تجزیې شکل:

❖ $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

❖ $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

❖ $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

❖ $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

❖ $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2$

❖ $a^2 + b^2 = (a + b - \sqrt{2ab})(a + b + \sqrt{2ab})$

❖ $a^4 + b^4 = (a^2 + b^2 - \sqrt{2a^2b^2})(a^2 + b^2 + \sqrt{2a^2b^2})$

❖ $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ❖ $\sqrt{a \pm \sqrt{a \pm \sqrt{a \pm \cdots}}} = \frac{\pm 1+\sqrt{4a+1}}{2}$
- ❖ $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x \ldots \sqrt{x}}}} = \sqrt[2^n]{x^{2^n-1}}$, $n \to$ جذرونو تعداد

د کسري عددونو عملیې

- ❖ $a \pm \frac{b}{c} = \frac{ac \pm b}{c}$
- ❖ $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm b}{b}$
- ❖ $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$
- ❖ $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$
- ❖ $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$
- ❖ $\left(a \pm \frac{b}{c}\right)\left(d \pm \frac{f}{e}\right) = \frac{(ac \pm b)(ed \pm f)}{ce}$

د دوو عددونو او د دوی د کوچني مشترک مضرب او لوی مشترک قاسم تر منځ اړیکه

- ❖ $G.C.D \times L.C.M = a \times b$

د تناسب خاصیتونه

- ❖ $\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$, $\frac{a}{b} = \frac{m}{n} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{m}{n}$
- ❖ $\frac{a}{m} = \frac{b}{m}$, $m = m \Rightarrow a = b$
- ❖ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$
- ❖ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ یا $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$
- ❖ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$
- ❖ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d}$
- ❖ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b \pm a} = \frac{c}{d \pm c}$
- ❖ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{h \cdot a}{b} = \frac{h \cdot c}{d}$ یا $\frac{a}{h \cdot b} = \frac{c}{h \cdot d}$
- ❖ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

اوسط

- ❖ حسابي اوسط: $A_A = \frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$
- ❖ هندسي اوسط: $A_G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} x_i}$
- ❖ هارمونیک (مؤلفه) اوسط: $A_H = \frac{2a \cdot b}{a+b}$
- ❖ ګډه اړیکه یې: $A_G{}^2 = A_A \cdot A_H$, $A_A \geq A_G \geq A_H$

ربحه او زکات

- ❖ ساده ربحه: $R = \frac{S \cdot M \cdot N}{100}$ (Nنرخ، Mموده، Sسرمایه)
- ❖ مرکبه ربحه: $R = P - A$, $P = A(1+N)^n$

Aلومړنۍ سرمایه، Pاخري سرمایه، n د کلونو شمېر

- ❖ زکات: زکات $= \frac{\text{سرمایه}}{40}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

طاقت

که چیرې $a, b \in R^+;\ m, n \in Z$ وي

$$a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{m-\text{خلې}} = \prod_{i=1}^{m} a \ \ ; m > 0$$

د طاقت قوانین

- ❖ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- ❖ $a^m \cdot b^m \cdot c^m = (a \cdot b \cdot c)^m$
- ❖ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- ❖ $\frac{a^m}{b^m} = (\frac{a}{b})^m$
- ❖ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
- ❖ $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$
- ❖ $(\frac{a}{b})^{-m} = (\frac{b}{a})^m$
- ❖ $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
- ❖ $a^0 = 1 \quad ; a \neq 0$

جذر

- ❖ $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}};\ (a, b \in R^+ \cup \{0\}; m, n \in N)$

د جذر قوانین

- ❖ $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$
- ❖ $\sqrt[n]{a^m} \cdot \sqrt[n]{a^p} = \sqrt[n]{a^{m+p}}$
- ❖ $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[n \cdot m]{a^m \cdot b^n}$
- ❖ $\sqrt[n]{a^p} \cdot \sqrt[m]{a^q} = \sqrt[n \cdot m]{a^{pm+nq}}$
- ❖ $\frac{\sqrt[n]{a^m}}{\sqrt[n]{a^p}} = \sqrt[n]{a^{m-p}}$
- ❖ $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \qquad , b \neq 0$
- ❖ $\frac{\sqrt[m]{a^x}}{\sqrt[n]{a^y}} = \frac{\sqrt[m \cdot n]{a^{x \cdot n}}}{\sqrt[m \cdot n]{a^{y \cdot m}}} = \sqrt[mn]{a^{xn-ym}}$
- ❖ $\frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a^{n-m}}$
- ❖ $(\sqrt[n]{a^m})^p = \sqrt[n]{a^{mp}}$
- ❖ $(\sqrt[n]{a})^n = a$
- ❖ $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a^p}} = \sqrt[mn]{a^p}$
- ❖ $a \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}$
- ❖ $a \cdot \sqrt[n]{x} + b \cdot \sqrt[n]{x} + c\sqrt[n]{x} = (a + b + c) \cdot \sqrt[n]{x}$
- ❖ $\frac{1}{\sqrt[n]{a}} = \frac{\sqrt[n]{a^{n-1}}}{a} \qquad , a \neq 0$
- ❖ $\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$
- ❖ $\frac{1}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}{a-b} \ \ , a, b \neq 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په هغه صورت کې چې: $A \subset B \wedge B \subset A$

❖ فرعي سټ: A د B فرعي سټ دی هغه وخت چې د A ټول عناصر په B کې شامل وي. $A \subset B$

❖ د فرعي سټونو شمېر: 2^n (n د عناصرو شمېر)

❖ د خاص فرعي سټونو شمېر: $2^n - 1$

❖ د سټونو تقاطع: د A او B دوو سټونو د تقاطع سټ هغه دی چې عناصر یې هم په A او هم په B کې شامل وي.

$$A \cap B = \{x/x \in A \wedge x \in B\}$$

❖ د سټونو اتحاد: د A او B دوو سټونو د اتحاد سټ هغه دی چې عناصر یې لږ تر لږه په A یا B کې شامل وي.

$$A \cup B = \{x/x \in A \vee x \in B\}$$

❖ د سټونو د تقاطع اتحادي خاصیت:

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

❖ د سټونو د اتحاد اتحادي خاصیت:

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

❖ غیر مشترک (مجزا) سټونه: هغه سټونه چې هیڅ مشترک (ګډ) عنصرونه لري لکه A او B سټونه: $A \cap B = \phi$

❖ معین سټ: چې عناصر یې معین او د شمیرلو وړ وي:

$$A = \{a, b, c, d\}$$

❖ غیر معین سټ: چې عناصر یې د شمیرلو وړ نه وي:

$$B = \{1, 2, 3, \cdots\}$$

❖ د سټونو سټ: چې ټول عناصر یې سټونه وي:

$$P = \{\{a, b\}, \{c, d\}, \{a, c\}\}$$

❖ د طاقت سټ: چې عناصر یې د یوه بل سټ فرعي سټونه وي: د A سټ د طاقت سټ:

$$A = \{x, y, z\} \;;\; P(A) = \{\phi, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{x, z\}, \{y, z\}, A\}$$

❖ د دوو سټونو تفاضل: A تفاضل د B یا $A \backslash B$ هغه سټ دی چې عناصر یې په A کې شامل او په B کې شامل نه وي.

$$A \backslash B = \{x/x \in A \wedge x \notin B\}$$

د سټونو متناظر تفریق: د $A - B$ او $B - A$ سټونو اتحاد د A او B سټونو متناظر تفریق دی:

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$$

یا: $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) \Rightarrow A \Delta B = B \Delta A$

❖ مکمله سټ: که چېرې $B \subset A$ وي، نو $A \backslash B$ ته د B مکمله سټ وایي.

$$B' = \{x/x \in A \wedge x \notin B\}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$i^{4n} = 1 \quad ; \quad i^{4n+1} = i$

$i^{4n+2} = -1 \quad ; \quad i^{4n+3} = -i$

په هغه صورت کې چې (i) د موهومي عددونو واحد او $n \in N_0$ وي

❖ د $z = x + yi$ مختلط عدد مزدوج $\bar{z} = x - yi$

❖ د یو مختلط عدد د مزدوج ځانګړتیاوې:

1) $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z_1} + \bar{z_2}$

2) $\overline{z_1 - z_2} = \bar{z_1} - \bar{z_2}$

3) $\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z_1} \cdot \bar{z_2} = \bar{z_2} \cdot \bar{z_1}$

4) $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z_1}}{\bar{z_2}}$

5) $z + \bar{z} = 2x$

6) $z - \bar{z} = 2yi$

7) $\bar{\bar{z}} = z$

8) $z \cdot \bar{z} = x^2 + y^2$

❖ د عددونو د سټونو ترمنځ اړیکه: $N \subset Z \subset Q \subset R \subset C$

دوېش قابلیت

❖ پر ۲: چې یو یز رقم یې صفر یا جفت وي.

❖ پر ۳: چې د رقمونو مجموعه یې پر ۳ د وېش وړ وي.

❖ پر ۴: چې اولي دوه رقمونه یې صفر یا پر ۴ د وېش وړ وي.

❖ پر ۵: چې یو یز رقم یې صفر یا ۵ وي.

❖ پر ۶: چې یو وخت پر ۲ او ۳ د وېش وړ وي.

❖ پر ۷: د لومړي رقم ۲ چنده له باقي عدد څخه منفي کوو حاصل به صفر یا پر ۷ د وېش وړ وي.

❖ پر ۸: چې اولي ۳ رقمونه یې صفر یا پر ۸ د وېش وړ وي.

❖ پر ۹: چې د رقمونو مجموعه یې پر ۹ د وېش وړ وي.

❖ پر ۱۰: چې یو یز رقم یې صفر وي.

❖ پر ۱۱: د یو عدد د جفتو او طاقو رقمونو حاصل تفریق صفر یا پر ۱۱ د وېش وړ وي.

❖ پر ۱۲: چې په یو وخت پر ۳ او ۴ د وېش وړ وي.

سټ

❖ د ځانګړو شیانو جمع آوري (collection) ته سټ وایي.

❖ معادل سټونه: یو ازې د عناصرو تعداد یې سره مساوي وي.

❖ مساوي سټونه: چې ټول عناصر یې سره یو شان وي $A = B$

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ❖ $|-x| \neq -|x|$
- ❖ $|x| \geq x\,;\ |x| > -x$
- ❖ $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$
- ❖ $|x+y| \leq |x| + |y|$
- ❖ $|x-y| > |x| - |y|$
- ❖ $|xy| = |x||y|$
- ❖ $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}\ ,\ y \neq 0$
- ❖ $|x| = \sqrt{x^2}$
- ❖ $|x^n| = |x|^n$
- ❖ $|z| = |a+bi| = \sqrt{a^2+b^2}$

مطلقه قیمت او حل یې $(a > 0)$

- ❖ $|x| = a \Rightarrow x = \pm a$
- ❖ $|x| < a \Rightarrow -a < x < a\,;\ a > 0$
- ❖ $|x| > a \Rightarrow x > a \vee x < -a\,;\ a > 0$
- ❖ $|x| \leq a \Rightarrow -a \leq x \leq a$
- ❖ $|x| \geq a \Rightarrow x \geq a \ \vee\ x \leq -a$

لوګاریتم (Logarithm)

❖ $\log_a y = x \Leftrightarrow y = a^x,\ a \neq 1,\ \ y, a > 0$

د لوګاریتم ځانګړتیاوې

- ❖ $\log_a a = 1$
- ❖ $\log_a 1 = 0$
- ❖ $\log_a x \cdot y = \log_a x + \log_a y$
- ❖ $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- ❖ $\log_{a \cdot r} x = \frac{1}{\log_x a + \log_x r}$
- ❖ $\log_y x = \frac{\log_a x}{\log_a y}$
- ❖ $\log_y x = \frac{lnx}{lny}$
- ❖ $\log_a a^r = r$
- ❖ $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$
- ❖ $\log_{a^r} x = \frac{1}{r} \cdot \log_a x$
- ❖ $\log_{a^s} x^r = \frac{r}{s} \cdot \log_a x$
- ❖ $\log_a \sqrt[s]{x^r} = \frac{r}{s} \cdot \log_a x$
- ❖ $\log_a x \cdot \log_x a = 1$
- ❖ $\log_a x \cdot \log_r a \cdot \log_s r = \log_s x$
- ❖ $\log_a x = \frac{1}{\log_x a}$
- ❖ $a^{\log_a x} = x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ❖ $a^{\log_a x+\log_a y} = x \cdot y$
- ❖ $a^{\log_a x-\log_a y} = \frac{x}{y}$
- ❖ $a^{\log_r x} = x^{\log_r a}$
- ❖ $\log_a[\log_b(\log_c x)] = d \Leftrightarrow x = c^{b^{a^d}}$
- ❖ $\log_a \frac{1}{x} = -\log_a x = co\log_a x$
- ❖ $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{x} = \log_a x$
- ❖ $\log_a x = \log_a y \Rightarrow x = y$

د معمولي او طبيعي لوګاريتم تر منځ اړيکه

- ❖ $\log x = (0,4343)lnx$
- ❖ $lnx = (2,3026)\log x$
- ❖ $\log_a 0 = \begin{cases} -\infty \ , \ a > 1 \\ +\infty \ , \ a < 1 \end{cases}$

يادونه: د معمولي لوګاريتم ټولې ځانګړتياوې د طبيعي لوګاريتم لپاره د پلي کيدو وړ دي

- ❖ $lne^{f(x)} = f(x) \quad , \quad e^{lnf(x)} = f(x)$
- ❖ هره لوګاريتمي تابع معکوسه تابع لري چې $f(x) = a^x$ او $g(x) = \log_a x$ تابعګانې يو د بل معکوسې تابعګانې دي او ګرافونه يې د $y = x$ مستقيم خط ته متناظر دي
- ❖ هره لوګاريتمي تابع يو په يو يا انجکتيف($injective$) ده. يعنې: د هر $x_1 \neq x_2$ لپاره تل $f(x_1) \neq f(x_2)$ دی.
- ❖ انتي لوګاريتم: که $\log_a y = x$ وي، نو y د x د لوګاريتم انتي لوګاريتم بلل کيږي يعنې: $y = antilog x$

ترادف يا تصاعد (Sequence)

حسابي ترادف

- ❖ n-ام حد: $a_n = a_1 + (n-1)d$
- ❖ د ترادف منځنی حد: $a_n = \frac{a_{n-1}+a_{n+1}}{2}$
- ❖ د ترادف ګډ توپير چې n-ام او m-ام حدونه يې معلوم وي:

$$d = \frac{a_n - a_m}{n - m}$$

- ❖ د (n)حدونو مجموعه: $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$
- ❖ يا: $S_n = \frac{n}{2}(a_n + a_1)$
- ❖ د (m) حدونو د شاملولو لپاره ګډ توپير: $d = \frac{a_n - a_1}{m+1}$
- ❖ د (n) طبيعي أعدادو مجموعه: $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$
- ❖ د (n) جفتو اعدادو مجموعه: $S_n = n(n+1)$
- ❖ د (n) طاقو اعدادو مجموعه: $S_n = n^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په حسابي تصاعد کې

1- که د حدونو شمیر طاق وي: $S_n = n \cdot \text{منځنی حد}$

2- که منځنی حد معلوم وي: د منځني حد دوه چنده $= a_1 + a_n$

3- کله چې k-ام حد او ګډ توپیر معلوم وي نو n-ام حد:

$$a_n = a_k + (n-k)d \,, n > k$$

هارمونیکي ترادف چې معکوس یې یو حسابي ترادف وي.

❖ هارمونیکي حسابي اوسط: $a_n = \frac{2(a_{n-1})(a_{n+1})}{a_{n-1}+a_{n+1}}$

هندسي ترادف

❖ n-ام حد: $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

❖ د ترادف منځنی حد: $a_n = \sqrt{(a_{n-1})(a_{n+1})}$

❖ ګډ نسبت: $r = \sqrt[n-m]{\frac{a_n}{a_m}}$

❖ د (m) حدونو د شاملولو لپاره ګډ نسبت: $r = \sqrt[m+1]{\frac{a_n}{a_1}}$

❖ د (n) حدونو مجموعه: $S_n = \frac{a_1 \cdot (r^n - 1)}{r-1} \;, \; r > 1$

❖ د (n) حدونو مجموعه: $S_n = \frac{a_1 \cdot (1 - r^n)}{1-r} \;, \; r < 1$

❖ د لایتناهي حدونو مجموعه: $S_\infty = \infty \;, \; r \ge 1$

❖ د لایتناهي حدونو مجموعه: $S_\infty = \frac{a_1}{1-r} \;, \; |r| < 1$

په هندسي تصاعد کې

1- که اول حد، آخر حد او د حدونو شمیر معلوم وي، نو د تصاعد د حدونو د ضرب حاصل مساوي دی له:

$$P_n = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}$$

2- که د تصاعد د حدونو شمیر طاق وي، نو د حدونو د ضرب حاصل:

$$P_n = \left(\text{منځنی حد}\right)^n$$

3- کله چې k-ام حد او مشترک نسبت معلوم وي نو n-ام حد:

$$a_n = a_k \cdot r^{n-k} \;, \qquad n > k$$

سلسلې یا مجموعې (Series)

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n \sum_{k=1}^{n} a_i$$

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$2 + 4 + 6 + \cdots + 2n = \sum_{k=1}^{n} 2k = n(n+1)$$

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = \sum_{k=1}^{n} (2k-1) = n^2$$

$\frac{n}{2}(n+1)$

$n(n+1)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\sum_{k=1}^{n}k^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$1^2+3^2+\cdots+(2n-1)^2=\sum_{k=1}^{n}(2k-1)^2=\frac{n(4n^2+1)}{3}$$

$$1^3+3^3+\cdots+(2n-1)^3=\sum_{k=1}^{n}(2k-1)^3=n^2(4n^2-1)$$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots+\frac{1}{2^n}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2^k}\approx 1$$

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+..+\frac{1}{n(n+1)}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+1)}=\frac{n}{n+1}$$

$$1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\cdots+\frac{1}{(n-1)!}+\cdots=e=2.718281\ldots$$

$$1+x+x^2+x^3+\cdots=\sum_{k=1}^{\infty}(x^k)=\frac{1}{1-x}$$

د سلسلو یا مجموعو ځانګړتیاوې

$$\sum_{k=0}^{n}(-1)^{2k}=1$$

$$\sum_{k=1}^{n}(-1)^{2k-1}=-1$$

$$\sum_{k=1}^{n}c=c\cdot n$$

$$\sum_{k=1}^{n}ca_k=c\cdot\sum_{k=1}^{n}a_k$$

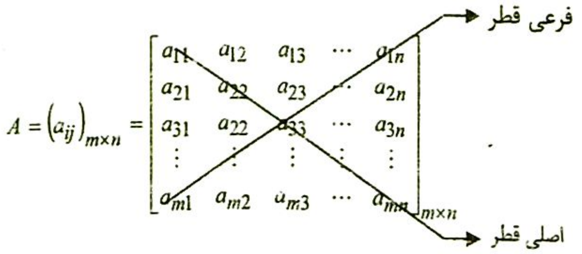
$$\sum_{k=1}^{n}(a_k\pm b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k\pm\sum_{k=1}^{n}b_k$$

د عدد لیکنې علمي طریقه *Scientific notation*

❖ کولای شو هر عدد د 10 د توان په څیر ولیکو، لکه: د N عدد داسې لیکو $N=a\cdot 10^n$ چې په دې حالت کې $1\le a<10$ او n یو تام عدد دی.

متریکس (Matrix)

❖ د (A) یو متریکس:



m د سطرونو شمېر او n د ستونونو شمېر راښیي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

i د سطر(کرښې) نمبر او j د ستون(ستنې) نمبر راښيي، مثلاً:

$$a_{ij} = a_{23} \Rightarrow i = 2 \wedge j = 3$$

د متريکسونو ډولونه

❖ سطري متريکس: چې يوازې يو سطر ولري:

$$A = [a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad \cdots \quad a_n]_{1\times n}$$

❖ ستوني متريکس: چې يوازې يو ستون ولري:

$$A = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix}_{m\times 1}$$

❖ صفري متريکس: چې ټول عناصر يې صفرونه وي:

$$0_{2\times 4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{2\times 4}$$

❖ مربعي متريکس: چې د سطرونو او ستونونو شمېر يې سره مساوي وي:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}_{n\times n}$$

❖ مستطيلي متريکس: چې د سطرونو او ستونونو شمېر يې مساوي نه وي:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}_{2\times 3}$$

❖ قطري متريکس: له اصلي قطر پرته نور ټول عناصر يې صفر وي:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}_{3\times 3}$$

❖ سکالري متريکس: هغه قطري متريکس چې د اصلي قطر عناصر يې سره مساوي وي:

$$A = \begin{bmatrix} N & 0 & 0 \\ 0 & N & 0 \\ 0 & 0 & N \end{bmatrix}_{3\times 3}$$

❖ واحد متريکس: چې په سکالري يا قطري متريکس کې د اصلي قطر عناصر د يو(1) عدد وي:

$$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{3\times 3}$$

❖ ښکتني مثلثي متريکس: چې د يو مربعي متريکس اصلي قطر څخه پورته عناصر صفرونه وي:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}_{3\times 3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ پورتنی مثلثي متریکس: چې د یو مربعي متریکس د اصلي قطر څخه ښکته عناصر صفرونه وي:

$$A=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ 0 & a_{22} & a_{23}\\ 0 & 0 & a_{33}\end{bmatrix}_{3\times3}$$

یادونه: د ښوونځي په ریاضي کې د پورتني او ښکتني مثلثي متریکسونو په اړه یو څه تیروتنه شوې ده، په پورته ډول سم دی، د لازیاتو معلوماتو لپاره د ریاضیاتو مهمو کتابونو ته مراجعه وکړئ(۱۱ ټولګی، ۲ څپرکی، ۲۱۱ مخ)

❖ متقابل(متضاد) متریکس: چې عناصر یې یو په یو د لومړي متریکس متضاد وي:

$$A=(a_{ij})_{m\times n}\Rightarrow -A=(-a_{ij})_{m\times n}$$

$$A=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{bmatrix}_{3\times3}\Rightarrow -A$$

$$=\begin{bmatrix}-a_{11} & -a_{12} & -a_{13}\\ -a_{21} & -a_{22} & -a_{23}\\ -a_{31} & -a_{32} & -a_{33}\end{bmatrix}_{3\times3}$$

❖ ترانسپوز متریکس: که په لومړي متریکس کې د سطرونو او ستونو ځایونه تبدیل شي نو دوهم متریکس ته د لومړي متریکس ترانسپوز متریکس وایي:

$$A=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\\ a_{31} & a_{32}\end{bmatrix}_{3\times2},A^T=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{21} & a_{31}\\ a_{12} & a_{22} & a_{32}\end{bmatrix}_{2\times3}$$

$$A=\begin{bmatrix}2 & 5\\ 3 & 9\\ 6 & 8\end{bmatrix}_{3\times2},A^T=\begin{bmatrix}2 & 3 & 6\\ 5 & 9 & 8\end{bmatrix}_{2\times3}$$

❖ د ترانسپوز متریکس ځانګړتیاوې:

1. $(A^T)^T=A$
2. $(A\pm B\pm C\pm\cdots)^T=A^T\pm B^T\pm C^T\pm\cdots$
3. $(A\cdot B)^T=B^T\cdot A^T$
4. $(\alpha\cdot A)^T=\alpha\cdot A^T\quad,\quad \alpha\in IR$
5. $(-A)^T=-A^T$

❖ متناظر متریکس: یو مربعي متریکس هغه وخت متناظر دی چې $a_{ij}=a_{ji}$ وي، په متناظر متریکس کې $A=A^T$ دی:

$$A=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{bmatrix}_{3\times3}=\begin{bmatrix}8 & -2 & 7\\ -2 & 9 & 3\\ 7 & 3 & 5\end{bmatrix}_{3\times3}$$

❖ متوصله یا مجاور (Adjoint) متریکس: چې د اصلي قطر د عناصرو ځایونه تبدیل او د فرعي قطر د عناصرو علامې

الحاقي متریکس

متناظر: چې ترانسپوز یې بیرته لمړنی متریکس شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

بدلي شي:

$$A=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}_{2\times2}\Rightarrow AdjA=\begin{bmatrix}a_{22} & -a_{12}\\ -a_{21} & a_{11}\end{bmatrix}_{2\times2}$$

د متریکسونو عملیې

❖ جمع او تفریق: دوه متریکسونه هغه وخت جمع او تفریق کولای شو چې هم مرتبه وي:

$$A=(a_{ij})_{3\times3}=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{bmatrix}_{3\times3}$$

$$B=(b_{ij})_{3\times3}=\begin{bmatrix}b_{11} & b_{12} & b_{13}\\ b_{21} & b_{22} & b_{23}\\ b_{31} & b_{32} & b_{33}\end{bmatrix}_{3\times3}$$

$$A+B=C=c_{ij}=\begin{bmatrix}a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13}\\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23}\\ a_{31}+b_{31} & a_{32}+b_{32} & a_{33}+b_{33}\end{bmatrix}_{3\times3}$$

$$A-B=C=c_{ij}=\begin{bmatrix}a_{11}-b_{11} & a_{12}-b_{12} & a_{13}-b_{13}\\ a_{21}-b_{21} & a_{22}-b_{22} & a_{23}-b_{23}\\ a_{31}-b_{31} & a_{32}-b_{32} & a_{33}-b_{33}\end{bmatrix}_{3\times3}$$

د جمعی او تفریق ځانګرتیاوې:

1. $A+B=B+A$
2. $A-B\neq B-A$
3. $(A\pm B)\pm C=A\pm(B\pm C)$
4. دعینیت عنصر د متریکسونو په جمع کې صدق کوي، خو په تفریق کې صدق نه کوي:

$$A+0=0+A=A$$

❖ ضرب: د سکالر ضرب په متریکس کې:

$$A=(a_{ij})_{m\times n},\qquad K\cdot A=(Ka_{ij})_{m\times n}$$

په متریکس کې د سکالر ضرب ځانګړیتاوې:

که چیرې A او B هم مرتبه متریکسونه او $\alpha\wedge B\in IR$ وي نو:

$1-\alpha(A+B)=\alpha A+\alpha B$

$2-(\alpha+\beta)A=\alpha A+\beta A$

$3-\alpha(\beta A)=(\alpha\beta)A=\beta(\alpha A)$

❖ د متریکسونو ضرب: د ضرب لپاره باید د لومړي متریکس د ستونونو شمېر د دوهم متریکس د سطرونو د شمېر سره مساوي وي:

$$A=(a_{ij})_{m\times n},B=(b_{ij})_{n\times q},A\cdot B=C=(c_{ij})_{m\times q}$$

$$(a_{ij})_{m\times n}\cdot(b_{ij})_{n\times q}=\sum_{i,j=1}^{n}a_{ij}\cdot b_{ij}=(c_{ij})_{m\times q}$$

$$A=(a_{ij})_{2\times2}=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}_{2\times2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$B = (b_{ij})_{2\times3} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{bmatrix}_{2\times3}$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} & a_{11}b_{13} + a_{12}b_{23} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} & a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23} \end{bmatrix}_{2\times3}$$

د میټریکس د ضرب ځانګړتیاوې:

1. په عمومي توګه د دوو میټریکسو په ضرب کې:

$$AB \neq BA$$

2. که هم مرتبه میټریکسونه وي، نو: $AB = BA$

3. $(AB)C = A(BC)$

4. $(A+B)C = AC + BC$

5. $K(AB) = (KA)B = A(KB)\ ,\ \ K \in IR$

د میټریکسونو لیکل د مستطیلي جدول په ډول:

❖ مثال: لاندې میټریکسونه د مستطیلي جدول په ډول ولیکئ.

$a).\ (a_{ij})_{2\times2} = (2i+3j)_{2\times2}$

$a_{ij} = 2i + 3j\ ;\ a_{11} = 2\cdot1 + 3\cdot1 = 5$

$a_{12} = 2\cdot1 + 3\cdot2 = 8\ , a_{21} = 2\cdot2 + 3\cdot1 = 7$

$a_{22} = 2\cdot2 + 3\cdot2 = 10 \Rightarrow a_{ij} = \begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 7 & 10 \end{bmatrix}_{2\times2}$

$b).\ (a_{ij})_{2\times3} = (3i\cdot j)_{2\times3}\ ;\ a_{ij} = 3i\cdot j$

$a_{11} = 3\cdot1\cdot1 = 3\ , a_{12} = 3\cdot1\cdot2 = 6$

$a_{13} = 3\cdot1\cdot3 = 9\ , a_{21} = 3\cdot2\cdot1 = 6$

$a_{22} = 3\cdot2\cdot2 = 12\ , a_{23} = 3\cdot2\cdot3 = 18$

$a_{ij} = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 6 & 12 & 18 \end{bmatrix}_{2\times3}$

ډيټرمينانت (Determinant)

❖ $A = (a_{ij})_{m\times m} \Rightarrow detA = |A|$

❖ د (2×2) مرتبې لرونکي میټریکس دیټرمینانت:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$$

❖ د (3×3) مرتبې لرونکي میټریکس دیټرمینانت:

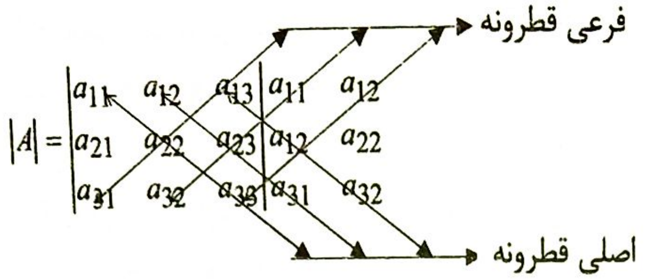
$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

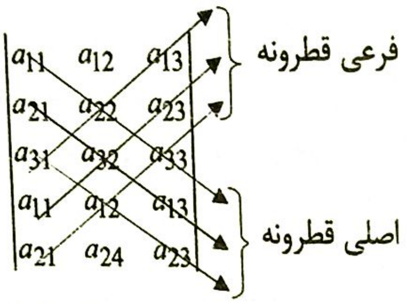
$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31}$$
$$- a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}$$

د ساروس په طريقه د (3×3) مرتبه میټریکس د ډيټرمينانت محاسبه:

په دغه طریقه کې د دیټرمینانت دوه لومړي ستونونه ښي لورې ته یا دوه لومړی سطرونه لاندیني برخه کې په لاندې ډول تکرار لیکو:

(c) ketabton.com: The Digital Library





$$|A| = (a_{11}a_{22}a_{33} + a_{21}a_{32}a_{13} + a_{31}a_{12}a_{23}) - (a_{31}a_{22}a_{13} + a_{11}a_{32}a_{23} + a_{21}a_{12}a_{33})$$

❖ د دیترمینانت ځانګرتیاوې

1- که د $A_{n\times n}$ متریکس د یوه سطر او یا یوه ستون ټول عناصر صفرونه وي، نو:

$$|A| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ a & b & c \\ d & e & f \end{vmatrix} = 0 \quad , \quad |A| = \begin{vmatrix} 0 & a & b \\ 0 & c & d \\ 0 & e & f \end{vmatrix} = 0$$

2- که د $A_{n\times n}$ متریکس دوه سطرونه یا دوه ستونونه سره مساوي وي، نو:

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ a & b & c \\ d & e & f \end{vmatrix} = 0 \quad , \quad |A| = \begin{vmatrix} a & a & d \\ b & b & e \\ c & c & f \end{vmatrix} = 0$$

3- که د $A_{n\times n}$ متریک د یوه سطر او یا یوه ستون عناصر د بل سطر او یا ستون د عناصرو ګڼ فکتور وي، نو:

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ \lambda a & \lambda b & \lambda c \\ d & e & f \end{vmatrix} = \lambda \begin{vmatrix} a & b & c \\ a & b & c \\ d & e & f \end{vmatrix} = \lambda(0) = 0$$

4- که د A متریکس دیترمینانت او A^T متریکس دیترمینانت یو له بل سره مساوي وي: $|A| = |A^T|$

❖ منفرد متریکس: $A_{n\times n} => |A| = 0$

❖ غیر منفرد متریکس: $A_{n\times n} => |A| \neq 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ معکوس متریکس: B متریکس د A د متریکس معکوس دی هغه وخت چې:

$$AB = B \cdot A = I \text{ (واحد متریکس) },\ B = A^{-1}$$

❖ هغه وخت یو متریکس د معکوس متریکس لرونکی دی چې:

1- متریکس مربعي وي.

2- دیترمینانت یې د صفر خلاف وي.

یادونه: د معکوس متریکس موضوع د 2×2 مرتبې متریکس دی چې له لاندې فورمول څخه لاسته راځي:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} Adj\, A \quad , \quad |A| \neq 0$$

❖ له معکوس متریکس څخه په کار اخیستنې د خطي معادلو د سیستم حل:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = C_1 \\ a_2x + b_2y = C_2 \end{cases} \quad , \quad A = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix} \quad , \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad , \quad B = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A^{-1} \cdot B$$

د خطي معادلو د سیستم حل د کرامر په طریقه

❖ د خطي درې مجهوله معادلو سیستم:

$$\begin{aligned} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z &= d_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z &= d_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z &= d_3 \end{aligned} \quad , \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

د x, y او z قیمتونه:

$$x = \frac{|A_x|}{|A|} \quad ; \quad y = \frac{|A_y|}{|A|} \quad ; \quad z = \frac{|A_z|}{|A|} \quad ; \quad |A| \neq 0$$

د سیستم زیات شوی متریکس:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & d_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & d_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & d_3 \end{array}\right]$$

- د $|A_x|$ د محاسبې لپاره د لومړي ستون پرځای څلورم ستون ځای پرځای کوو، د 3×3 دیترمینانت په لاس راوړو.

- د $|A_y|$ د محاسبې لپاره د دویم ستون پرځای څلورم ستون ځای پرځای کوو، 3×3 دیترمینانت په لاس راوړو.

- د $|A_z|$ د محاسبې لپاره د دریم ستون پرځای څلورم ستون ځای پرځای کوو، 3×3 دیترمینانت په لاس راوړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د معادلو د سیستم حل د گوس ($Gouse$) په طریقه

د گوس په طریقه د معادلو د سیستم د حل لپاره د ضریبونو متریکس او ثابت قیمتونه لیکو، وروسته په سطرونو او ستونو باندې لومړني عملیې (جمع، تفریق، ضرب او تقسیم) سرته رسوو یا سطرونه او ستونونه په یو سکالر کې ضربوو چې په پایله کې یو مجهول پاتې کېږي او قیمت یې لاسته راځي، وروسته د نورو مجهولونو قیمت په لاس راوړو، د متریک سطرونه په $R_1, R_2, \cdots$ ښیو.

مثال: لاندې د خطي معادلو سیستم د گوس په طریقه حل کوو:

$$\begin{cases} x+2y=5 \\ x+3y=7 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 7 \end{array}\right] \xrightarrow{R_1-R_2\to R_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2\cdot(-1)\to R_2}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \boxed{y=2} \quad , \quad \begin{matrix} x+2y=5 \\ x+2(2)=5 \end{matrix} \Rightarrow x=5-4 \Rightarrow \boxed{x=1}$$

پاملرنه: $R_1 - R_2 \to R_2$ په دې معنا چې له لومړي سطر څخه (2) سطر تفریق او په (2) سطر کې لیکل شوی دی.

$R_2(-1) \to R_2$ په دې معنا چې دویم سطر په (-1) کې ضرب شوی او په دویم سطر کې لیکل شوی دی.

وکتورونه (Vectors)

- ❖ وکتور: هغه کمیت دی چې هم مقدار لري او هم جهت لري؛ لکه: قوه، تعجیل،....
- ❖ د شعاع وکتور یا د موقعیت وکتور: چې مبدا یې د وضعیه کمیتونو د قایم سیستم په مبدا کې واقع وي.
- ❖ د وضعیه کمیتونو په قایم سیستم کې د یو وکتور ښودل:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$$

a_x د x او a_y د y په محور د $\vec{a}$ فاصله او ترتیب ښیي.

- ❖ د وکتور او x محور تر منځ زاویه:

$$\theta = \arctan\left(\frac{a_y}{a_x}\right)$$

- ❖ په دوه بُعدي فضا کې د وکتور ښودنه:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x_i + y_j$$

i او j واحد وکتورونه دي.

- ❖ واحد وکتور: چې اوږدوالی یې یو واحد وي: $1 = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \vec{u}$
- ❖ مساوي وکتورونه: چې اوږدوالی یې سره مساوي، هم جهته او موازي وي:

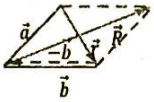
$$|\vec{a}| = |\vec{b}| \quad , \quad \vec{a} \parallel \vec{b}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ صفري وکتور: $\vec{a} = \overrightarrow{AB} = 0$

❖ مخالف یا منفي وکتورونه: چې اوږدوالی يې مساوي او جهت يې مخالف وي: $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{AO}|, \overrightarrow{AO} = -\vec{a}, \overrightarrow{OA} = \vec{a}$

د وکتورونو جمع او تفريق (د متوازي الاضلاع په طريقه)



$$\left.\begin{aligned}\vec{R} &= \vec{a} + \vec{b}\\ \vec{r} &= \vec{a} - \vec{b}\end{aligned}\right\}$$

❖ په دوه بُعدي (مستوي) کې د وکتورونو د جمعې قاعده:

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} \acute{x} \\ \acute{y} \end{pmatrix}, \vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} x + \acute{x} \\ y + \acute{y} \end{pmatrix}$$

❖ په دوه بُعدي (مستوي) کې د وکتورونو د سکالري ضرب قاعده:

$$a \cdot \vec{u} = a \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax \\ ay \end{pmatrix}, \qquad a \in IR$$

❖ په درې بُعدي فضا کې د وکتور ښودنه:

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \overrightarrow{xi} + \overrightarrow{yj} + \overrightarrow{zk}$$

$$|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$$

په درې بُعدي فضا کې د y, x او z د محورونو په امتداد واحد وکتورونه دي:

$$i = (1,0,0), \quad j = (0,1,0), \quad k = (0,0,1)$$

❖ په درې بُعدي فضا کې د وکتورونو د جمعې قاعده:

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} \acute{x} \\ \acute{y} \\ \acute{z} \end{pmatrix}, \vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} x + \acute{x} \\ y + \acute{y} \\ z + \acute{z} \end{pmatrix}$$

❖ په درې بُعدي فضا کې د وکتورونو د سکالري ضرب قاعده:

$$a \cdot \vec{u} = a \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax \\ ay \\ az \end{pmatrix}$$

❖ په درې بُعدي فضا کې د دوو ټکو ترمنځ واټن:

$$p_1 = (x_1, y_1, z_1), \qquad p_2 = (x_2, y_2, z_2)$$

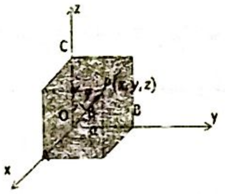
$$|\overrightarrow{p_1 p_2}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

❖ په درې بُعدي فضا کې د يو ټکي واټن له مبدا څخه:

$$|\overrightarrow{p_1 p_2}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

❖ د يوه وکتور د جهت زاويې او کوساينونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$\left.\begin{aligned}\overrightarrow{OP} &= \vec{r}\\ \overrightarrow{OA} &= \overrightarrow{r_x}\\ \overrightarrow{OB} &= \overrightarrow{r_y}\\ \overrightarrow{OC} &= \overrightarrow{r_z}\end{aligned}\right\}$$

❖ د $(\vec{r})$ وکتور د جهت کوساینونه:

$$\cos\alpha = \frac{x}{r} \Rightarrow x = r\cdot\cos\alpha$$
$$\cos\beta = \frac{y}{r} \Rightarrow y = r\cdot\cos\beta$$
$$\cos\gamma = \frac{z}{r} \Rightarrow z = r\cdot\cos\gamma$$

❖ د جهت د زاویو او کوساینونو تر منځ اړیکه:

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$
$$\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma = 2$$

❖ د دوو وکتورونو سکالري ضرب(په مستوي او یا فضا کې):

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}|\cdot\cos\theta;\;\; \vec{u}\wedge\vec{v} \neq \vec{0}$$

❖ عمودي وکتورونو سکالري ضرب: $\vec{u}\cdot\vec{v} = 0 \Rightarrow \vec{u}\perp\vec{v}$

❖ د ضرب تبدیلي خاصیت: $\vec{u}\cdot\vec{v} = \vec{v}\cdot\vec{u}$

❖ د ضرب توزیعي خاصیت په جمع:

$$\vec{u}(\vec{v}+\vec{w}) = \vec{u}\cdot\vec{v} + \vec{u}\cdot\vec{w}$$

❖ د ضرب توزیعي خاصیت: $(c\cdot\vec{u})\vec{v} = c(\vec{u}\cdot\vec{v})$

❖ د دوو وکتورونو وکتوري ضرب:($\vec{n}$ واحد وکتور)

$$\vec{u}\times\vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}|\cdot\sin\theta\cdot\vec{n}$$

❖ په فضا کې د دوو وکتورونو وکتوري ضرب:

$$\vec{a} = a_1\vec{i} + b_1\vec{j} + c_1\vec{k}, \vec{b} = a_2\vec{i} + b_2\vec{j} + c_2\vec{k}$$
$$\vec{a}\times\vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k\\ a_1 & b_1 & c_1\\ a_2 & b_2 & c_2\end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} b_1 & c_1\\ b_2 & c_2\end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} a_1 & c_1\\ a_2 & c_2\end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} a_1 & b_1\\ a_2 & b_2\end{vmatrix}$$

❖ د وکتوري ضرب خاصیتونه:

$\vec{u}\times\vec{u} = 0$

❖ $\vec{u}\times\vec{v} = -\vec{v}\times\vec{u}$

❖ $\vec{u}\times(\vec{v}+\vec{w}) = \vec{u}\times\vec{v} + \vec{u}\times\vec{w}$

❖ $\vec{u}\times(k\vec{v}) = (k\vec{u})\times\vec{v} = k(\vec{u}\times\vec{v}), k\in IR$

د $\vec{u}\times\vec{v}$ وکتور په $\vec{u}$ او $\vec{v}$ وکتورونو عمود دی.

❖ د وکتورونو خطي ترکیب:

$$\vec{\alpha}\,\vec{a} = \alpha_1\overrightarrow{a_1} + \alpha_2\overrightarrow{a_2} + \cdots + \alpha_n\overrightarrow{a_n}$$

وکتور د $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \dots, \overrightarrow{a_n}$ وکتورونو خطي ترکیب په نوم یادیږي.

✱ سکالری حاصل ضرب

$\vec{u}\cdot\vec{v} = a_1a_2 + b_1b_2 + c_1\cdot c_2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پداسې حال کې چې α_1 د $\overrightarrow{a_1}$ وکتور د j, i او k ضـریبونو مجموعه وي او په همدې توګه α_2 تر α_n پورې.

❖ پـه n بُعدي فضـا کې د طبیعي واحد وکتورونو د خطي ترکیب پواسطه د یوه وکتور ښودل:

$$(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1e_1 + x_2e_2 + \dots + x_ne_n$$

پداسې حال کې چې $(e_1, e_2, \dots, e_n)$ طبیعي واحد وکتورونه دي.

❖ د وکتورونو خطي اسـتقلال: د $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \cdots, \overrightarrow{a_n}$ وکتورونه په یوه وکتوري ساحه کې خطي استقلال لري، که چیرې:

$$\begin{cases} \alpha_1\overrightarrow{a_1} + \alpha_1\overrightarrow{a_2} + \dots + \alpha_n\overrightarrow{a_n} = 0 \\ \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_n = 0 \end{cases}$$

❖ د وکتورونو خطي ارتبـاط: د $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \cdots, \overrightarrow{a_n}$ وکتورونـه خطاً مربوط (خطي غیرخپلواک) یـا خطي انحصــارلري، کـه چیرې یوازې او یوازې، $\alpha_1\overrightarrow{a_1} + \alpha_1\overrightarrow{a_2} + \dots + \alpha_n\overrightarrow{a_n} = 0$ وي او کم ترکمـه یوله ضــریبونو د $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$ څخه خلاف د صفر وي.

❖ د مخلوط ضرب حاصل(دری ګونی ضرب):

لاندې څو امکانه وجود لري:

$i)\ \ \vec{a}(\vec{a} \times \vec{b}) = 0$

$ii)\ \ (\vec{a} \cdot \vec{c}) \cdot \vec{b} \neq (\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} \neq (\vec{b} \cdot \vec{c}) \cdot \vec{a}$

$iii)\ \ \vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$

$iv)\ \ \vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \times \vec{c}) = \vec{c}(\vec{a} \times \vec{b})$

رابطه (اړیکه)

❖ کـه $A \wedge B \neq \phi$ وي نود $A \times B$ هر فرعي سـټ له A څخه پـه B کې یوه رابطه ده، کـه $(a,b) \in IR$ وي، ویل کیږي چې a لـه b سره رابطه لري اود (aRb) په شکل لیکل کیږي.

❖ خطي رابطـه: کـه چیرې د یوې رابطې ګراف مســتقیم خط وي، نو د متحولینونو ترمنځ رابطه خطي ده.

❖ د کارتیزینی ضرب حاصل:

$$A \times B = \{(x,y) \mid x \in A \wedge y \in B\}\ ,\ \ A \wedge B \neq \phi$$

❖ کـه $(A \neq B)$ وي نو: $\qquad A \times B \neq B \times A$

❖ کـه د A سـټ د عناصرو شمیر m او B سټ n وي، نو د

(c) ketabton.com: The Digital Library

$A\times B$ د عناصرو شمیر $(m\times n)$ دی.

❖ که R که A څخه په B کې یوه رابطه وي، نو:

$R\subset A\times B$

❖ که R په A کې یوه رابطه وي نو: $R\subset A\times A$

❖ که د $A\times B$ د عناصرو شمیر $m\times n$ وي، نو د A څخه په B کې دټولو رابطو شمیر:

$2^{m\times n}$

❖ د R د تعریف ساحه:

$Dom_R=$ {د مرتبو جوړو لومړني عنصرونه دي}

❖ د R د قیمتونو ناحیه:

$Range_R=$ {د مرتبو جوړو دویمی عنصرونه دي}

❖ د R معکوسه رابطه:

$R^{-1}=\{(y,x)\mid(x,y)\in R\}\ ,\ (x,y)\in R\Leftrightarrow(y,x)\in R^{-1}$

❖ د R دومین د R^{-1} رینج او د R رینج د R^{-1} دومین دی.

❖ معادله رابطه: د R رابطه د A په سټ کې یوه معادله رابطه ده، که لاندې درې خاصیتونه ولري:

1. انعکاسی خاصیت: $\forall x\in A\Rightarrow(x,x)\in R$
2. تناظری خاصیت: $\forall(x,y)\in R\Rightarrow(y,x)\in R$
3. انتقالي خاصیت: $(x,y)\in R\wedge(y,z)\in R\Rightarrow(x,z)\in R$

مثال: د مساوات رابطه د حقیقی عددونو په سټ کې یوه معادله رابطه ده

تابع (Function)

د ځینو تابع گانو د تعریف ناحیې او گرافونه:

❖ ثابته تابع: $f(x)=c\ ;Domf(x)=IR$

$$\begin{cases}f(x)=\frac{3}{2}\\ f(x)=2\end{cases}$$

❖ د عینیت تابع: $y=f(x)=x\ ,\ Domf(x)=IR$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د مطلقه قیمت تابع: $y = f(x) = |x|\ ; Domf(x) = IR$

$$f(x) = \begin{cases} x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

❖ پولینومي تابع:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0\ ;\ n \in N\ ;\ Domf(x) = IR$$

$$y = 3x^3 - 6x^2 + 5x - 2$$

a) خطي تابع: $f(x) = ax + b\ ; a \neq 0$

$Domf(x) = IR$

$$\begin{cases} f(x) = 0.5x \\ f(x) = x - 1 \end{cases}$$

b) دویمه درجه تابع: $f(x) = ax^2 + bx + c; a \neq 0$

$$\begin{cases} y = x^2 - 2x + 3 \\ y = 2x^2 - 4 \end{cases}$$

❖ ناطقه تابع: $f(x) = \frac{p(x)}{g(x)}\ ;\ g(x) \neq 0$

$Domf(x) = IR - \{g(x) = 0\}$

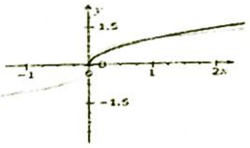
$$y = \frac{x}{x^2 - 9}$$

❖ جذري تابع:

- د جذر درجه طاقه ده: $y = \sqrt[2n-1]{g(x)}\ ;\ Domy = IR$
- د جذر درجه جفته ده: $y = \sqrt[2n]{g(x)}$

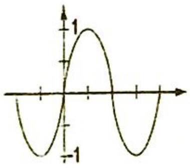
$Domy = \{x / x \in IR, g(x) \geq o\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$\begin{cases} y = \sqrt{x} \\ y = \sqrt[3]{x} \end{cases}$$

❖ **مثلثاتي تابع: مثلاً:** $y = \sin x$



$Domy = IR\ , R_y = [-1,1]$

❖ **معکوسه مثلثاتي تابع: مثلاً:**

$y = \sin^{-1} x = arc\sin x \Rightarrow x = \sin y$

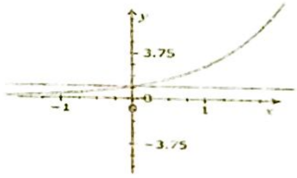
$Domy = [-1,1]\ , R_y = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

❖ **هوموگرافيک تابع:** $y = \frac{ax+b}{cx+d}\ ;\ c \neq 0$

$Domy = IR - \{cx + d = 0\}$

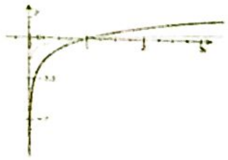
$f(x) = \frac{2x-1}{x-3}$

❖ **اکسپوننشيل تابع:** $f(x) = a^x\ , f(x) = e^x ; D_f = IR$



❖ **لوګاريتمي تابع:** $y = \log_a g(x)$

$Domy = \{x/x \in IR\ , g(x) > 0\}$



$$\begin{cases} y = \log_2 x \\ y = \log_{10} x \end{cases}$$

د اکسپوننشيل تابع ځانګړتياوې

1. د هرې تابع $Dom = IR$ و $Range = IR^+$ دي.
2. هره تابع يې يو په يو $(injective)$ ده.
3. هره تابع يې د $a > 1$ لپاره متزايده، د $a < 1$ لپاره متناقصه او $a = 1$ لپاره ثابت تابع ده.
4. د هرې تابع ګراف يې د $(0,1)$ ټکي څخه تيريږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

5. د $f(x)=a^{x}$ او $g(x)=a^{-x}$ تابع ګانو ګرافونه نظر (y) محور ته متناظر پراته دي.

6. هر تابع یې معکوس لري چې معکوسه تابع یې $\log_a x$ ده.

❖ تابع په یوه انټروال کې متزایده ده که:

$$if \;\; x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2) \;\; ; \;\; x_1, x_2 \in D_f$$

❖ تابع په یوه انټروال کې متناقصه ده که:

$$if \;\; x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2) \;\; ; \;\; x_1, x_2 \in D_f$$

❖ جفته تابع: $f(-x) = f(x)$

❖ طاقه تابع: $f(-x) = -f(x)$

❖ معکوسه تابع: یوه تابع هغه وخت معکوس پذیره ده چې بایجکتیف وي. نو که په یوه تابع کې د (x) او (y) ځایونه تعویض شي او معادله د (y) لپاره حل شي، لاسته راغلې تابع د لومړۍ تابع معکوسه ده.

$$\rightarrow f^{-1}(x) \neq \frac{1}{f(x)}$$

$$\rightarrow f\left(f^{-1}(x)\right) = f^{-1}(f(x)) = x$$

- د f(x) او g(x) تابع ګانې هغه وخت یو د بل معکوسې دي چې:

$$(fog)_{(x)} = (gof)_{(x)} = x$$

❖ د تابع ګانو ترکیب یا مرکبې تابع ګانې:

$$(fog)_{(x)} = f\left(g(x)\right) = f[g(x)]$$

$$Dom(fog)_{(x)} = \{x \in IR / x \in Domg, g(x) \in Domf\}$$

❖ د علامې تابع:

$$sgn = \begin{cases} 1 \; ; \;\; x > 0 \\ 0 \;\; ; \;\; x = 0 \\ -1 \; ; \;\; x < 0 \end{cases}$$

$$Dom_{sgn} = IR \; , \qquad Range_{sgn} = \{-1,0,1\}$$

❖ یو په یو تابع (انجکتیف): که یو له لاندې شرطونو صدق وکړي تابع یو په یو ده.

$$x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2) \;\; ; \;\; x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2$$

❖ ضمني تابع: کله چې د x او y متحولینو ترمنځ اړیکه د $f(x,y)=0$ اړیکې پواسطه تعین شي، نو ویل کیږي چې y د x د متحول ضمني تابع ده. د دایرې، بیضوي، ..... انکشاف لرونکې معادلې ضمني تابع ګانې دي: $x^2+y^2=r^2$

❖ پارامتریک تابع: شوني (ممکنه) ده چې د $y=f(x)$ تابع په غیر مستقیم ډول د یوه دریمې متحول t (t پارامتر) پواسطه په لاندې ډول وښیو، چې د یوې تابع ښودل د پارامتریکې تابع په ډول ښیي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{cases} x = u(t) \\ y = V(t) \end{cases}$$

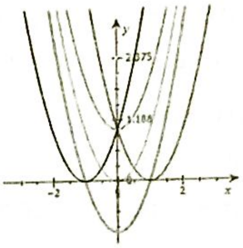
د تابع گانو د گراف انتقال د $(c > 0)$ ثابت عدد په اندازه:

❖ عموداً پورته خواته: $y = f(x) + c$

❖ عموداً ښکته خواته: $y = f(x) - c$

❖ ښي خواته: $y = f(x - c)$

❖ چپې خواته: $y = f(x + c)$



$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = x^2 + 1 \\ y = x^2 - 1 \\ y = (x-1)^2 \\ y = (x+1)^2 \end{cases}$$

د تابع گانو د گراف کش کول او منعکس کول $(C < 1)$

❖ په عمودي ډول د گراف کش کیدل د (C) په اندازه: $y = Cf(x)$

❖ په عمودي ډول د گراف غونجیدل (راټولیدل) د (C) ثابت عدد په اندازه:

$$y = \left(\frac{1}{C}\right) f(x)$$

❖ په افقي ډول د گراف کش کیدل د (C) ثابت عدد په اندازه:

$$y = f\left(\frac{x}{c}\right)$$

❖ په افقي ډول د گراف غونجیدل د (C) ثابت عدد په اندازه:

$y = f(Cx)$

❖ د گراف منعکس کیدل نظر د (x) محور ته: $y = -f(x)$

❖ د گراف منعکس کیدل نظر د (y) محور ته: $y = f(-x)$

د تابع گانو څلورگونې عملیې

❖ $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$

$Dom(f \pm g)(x) = Domf \cap Domg$

❖ $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

$Dom(f \cdot g)(x) = Domf \cap Domg$

❖ $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$Dom\left(\frac{f}{g}\right)(x) = Domf \cap Domg - \{x/g(x) = 0\}$$

هایپربولیک تابع ګاني

- $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$, ❖ $\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$
- $\tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$, ❖ $\coth x = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$
- $\operatorname{sech} x = \frac{2}{e^x + e^{-x}}$, ❖ $\operatorname{csch} x = \frac{2}{e^x - e^{-x}}$

د هایپربولیک تابع ګانو معکوسې تابع ګاني

- $y = \operatorname{arcsin} hx \quad , \ x \in IR$
- $y = \operatorname{arccos} hx \quad , \ x \in [1, \infty)$
- $y = \operatorname{arctan} hx \quad , \ x \in (-1,1)$
- $y = \operatorname{arccot} hx \ , \ x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$
- $y = \operatorname{arcsec} hx \ , \ x \in (0,1]$
- $y = \operatorname{arcsin} hx \ , \ x \in IR \ , \ x \neq 0$

مجانبونه په ناطقو تابع ګانو کې

❖ عمودي: مخرج مساوي په صفر فرض کوو عمودي مجانب لاسته راځي:

$$y = \frac{g(x)}{h(x)}; \ \ h(x) \neq 0$$

❖ افقي: پدې لاندې ډول د تابع لیمیټ نیسو افقي مجانب لاسته راځي:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{g(x)}{h(x)}$$

❖ مایل: څرنګه چې دا مجانب هم یو مستقیم خط($y = ax +$ b) ده، نو د لاسته راوړلو لباره یې د a او b قیمتونه په لاندې ډول لاسته راوړو او په تابع کې یې وضع کوو نو د مایل مجانب معادله لاسته راځي:

$$a = \lim_{x \to \infty} f(x)/x \ ; b = \lim_{x \to \infty} (f(x) - ax)$$

- یوه ناطقه تابع یو یا څو عمودي مجانبونه درلودلای شي خو یو افقي یا مایل مجانب به لري

لیمیټ (Limit)

❖ په لیمیټ کې باید د چپې خوا او د ښې خوا لیمیټ د تابع د اصلي لیمیټ سره مساوي وي:

$$\lim_{x \to a} f(x) = l$$

$$\lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x) = l$$

$$\lim_{x \to a^-} f(x) \neq \lim_{x \to a^+} f(x)$$

❖ شتون نه لري:

د لیمیټ ځانګړتیاوې

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ❖ $\lim\limits_{x\to a} c = c$
- ❖ $\lim\limits_{x\to a} x = a$
- ❖ $\lim\limits_{x\to a}[f(x) \pm g(x)] = \lim\limits_{x\to a} f(x) \pm \lim\limits_{x\to a} g(x)$
- ❖ $\lim\limits_{x\to a} c \cdot f(x) = c \cdot \lim\limits_{x\to a} f(x)$
- ❖ $\lim\limits_{x\to a}[f(x) \cdot g(x)] = \lim\limits_{x\to a} f(x) \cdot \lim\limits_{x\to a} g(x)$
- ❖ $\lim\limits_{x\to a} \left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{\lim\limits_{x\to a} f(x)}{\lim\limits_{x\to a} g(x)} \ , \ \lim\limits_{x\to a} g(x) \neq 0$
- ❖ $\lim\limits_{x\to a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim\limits_{x\to a} f(x)}$
- ❖ $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^n = \left[\lim\limits_{x\to a} f(x)\right]^n$
- ❖ $\lim\limits_{x\to a}[\sin f(x)] = \sin\left[\lim\limits_{x\to a} f(x)\right]$
- ❖ $\lim\limits_{x\to a} \log_d f(x) = \log_d\left[\lim\limits_{x\to a} f(x)\right]$
- ❖ $\lim\limits_{x\to a}[c^{f(x)}] = c^{\lim\limits_{x\to a} f(x)}$
- ❖ $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^{g(x)} = \left[\lim\limits_{x\to a} f(x)\right]^{\lim\limits_{x\to a} g(x)}$
- ❖ $\lim\limits_{x\to a} f(g(x)) = f\left(\lim\limits_{x\to a} g(x)\right)$

f په g(x) کې متمادي وي

❖ د څو معادله يي تابع گانو لپاره د هرې تابع يو طرفه لېمېټ محاسبه کوو که سره مساوي شول لېمېټ لري او که مساوي نه شول لېمېټ نه لري مثلاً:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 5\,; x < -2 \\ 1 - 3x\,; x \geq -2 \end{cases};\ \lim_{x\to -2} f(x)$$

وروسته له محاسبې پوهيږو چې تابع په $(x \to -2)$ کې لېمېټ نه لري

❖ بې اندازه کوچنۍ تابع گانې: $\lim\limits_{x\to a} \varepsilon(x) = 0$

❖ د ساندويچ قضيه: که دا $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ شرط د هر (x) لپاره په يوه غيرتړلي انټروال کې چې د (a) عدد پکې شامل وي او که $(x \neq 0)$ صدق وکړي، په هغه صورت کې چې:

$$\lim_{x\to a} f(x) = b = \lim_{x\to a} h(x) \Rightarrow \lim_{x\to a} g(x) = b$$

❖ قضيه: که چيرې $f(x) < g(x)$ وي د لېمېټ د شتون په صورت کې يې لېمېټ دی: $\lim\limits_{x\to a} f(x) \leq \lim\limits_{x\to a} g(x)$

د مبهم شکل لرونکو تابع گانو لېمېټ

$$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, 0 \cdot \infty, 1^{\infty}, \ldots$$

❖ $\left(\frac{0}{0}\right)$: د لېمېټ لپاره يې لومړی تابع د تجزيې په مرسته ساده کوو، د ابهام عامل (خبيثه فکتور) له منځه وړو او بيا يې

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لیمیټ قیمت لاسته راوړو.

❖ $(\frac{\infty}{\infty})$: د $f(x)=\frac{a_0x^m+a_1x^{m-1}+\cdots+a_m}{b_0x^n+b_1x^{n-1}+\cdots+b_n}$ تابع په پام کې ونیسئ، که چیرې $(x\to\infty)$ کړي وي؛ نو دلته دری حالته ممکن دي:

(1) د $m=n$ لپاره: $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\frac{a_0}{b_0}$

(2) د $m>n$ لپاره: $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\infty$

(3) د $m<n$ لپاره: $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0$

❖ $(\infty-\infty)$ او $(0\cdot\infty)$: ددې د لیمیټ پیداکولو لپاره یې د کسرونو له جمع کولو، ضرب او مزدوج څخه ګټه اخلو او هغه داسې ساده کوو تر څو د $(\frac{0}{0})$ یا $(\frac{\infty}{\infty})$ بڼه غوره کړي، وروسته یې لیمیټ پیدا کوو.

❖ $(1^\infty,\infty^0,0^0)$:

$$\lim_{x\to a}\left(f(x)\right)^{g(x)} \Rightarrow \lim_{x\to a}[g(x)\cdot lnf(x)]$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{\alpha}{x}\right)^{\beta x}=e^{\alpha\cdot\beta}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}=1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1$$

$$\lim_{x\to\infty}(x)^{\frac{1}{x}}=1$$

$$(1)^\infty:\ \lim_{x\to a}[u(x)]^{v(x)}=e^p\ ;p=\lim_{x\to a}[v(u-1)]$$

د مبهم شکل د لیمیټونو ځینې نور فرمولونه

❖ $\lim\limits_{x\to a}\frac{x^n-a^n}{x-a}=n\cdot a^{n-1}$

❖ $\lim\limits_{x\to a}\frac{x-a}{x^n-a^n}=\frac{1}{n\cdot a^{n-1}}$

❖ $\lim\limits_{x\to 0}\frac{a^n-1}{x}=lna$

❖ $\lim\limits_{x\to a}\frac{\sqrt[m]{x}-\sqrt[m]{a}}{\sqrt[n]{x}-\sqrt[n]{a}}=\frac{n}{m\cdot\sqrt[m\cdot n]{a^{m-n}}}$

❖ $\lim\limits_{x\to\infty} e^x=\infty$

❖ $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x=0$

❖ $\lim\limits_{x\to\infty}\ln(x)=\infty$

❖ $\lim\limits_{x\to\pm\infty} x^n=\infty\quad ;n\to$ جفت

❖ $\lim\limits_{x\to\infty} x^n=\infty,\ \lim\limits_{x\to-\infty} x^n=-\infty\quad ;n\to$ طاق

مثلثاتي لیمیټونه

❖ $\lim\limits_{x\to 0}\sin x=\lim\limits_{x\to 0}\tan x=0$

❖ $\lim\limits_{x\to 0}\cos x=\lim\limits_{x\to 0}\sec x=1$

❖ $\lim\limits_{x\to 0}\cot x=\lim\limits_{x\to 0}\csc x=\infty$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ ❖ $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin ax}{bx}=\frac{a}{b}$

❖ $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan x}{x}=1$ ❖ $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan ax}{bx}=\frac{a}{b}$

❖ $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin ax}{\sin bx}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan ax}{\tan bx}=\frac{a}{b}$

❖ $\lim\limits_{x\to 0}\frac{c\cdot\sin ax}{\tan bx}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{c\cdot\tan ax}{\sin bx}=\frac{a\cdot c}{b}$

❖ $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{x}=0$

❖ $\lim\limits_{x\to\infty}\sin x$ او $\lim\limits_{x\to\infty}\cos x \Rightarrow$ موجود نه دي

د تابع ګانو متمادیت

❖ د f(x) یوه تابع د x=a په ټکي(نقطه) کې هغه وخت متمادي بلل کیږي چې:

(1) د f(x) تابع د x=a په ټکي کې تعریف شوی وي.

(2) راکړل شوی تابع د (a) په ټکي کې لیمیټ ولري.

(3) د f(a) قیمت باید د f(x) له لیمیټ سره مساوي وي:

$$\lim_{x\to a}f(x)=f(a)$$

مشتق (Derivative)

$$f'(x)=y'=\frac{df}{dx}=\frac{dy}{dx}=\frac{d}{dx}(f(x))=Df(x)$$

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{dy}{dx}=y'=f'(x)$$

❖ د منحني میل د هغې په هر اختیاري ټکي کې:

$$y=f(x)\Rightarrow f'(x)=m_T=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

د مشتق قوانین

❖ $y=c\Rightarrow y'=0$

❖ $y=ax\Rightarrow y'=a$

❖ $y=c\cdot f(x)\Rightarrow y'=c\cdot f'(x)$

❖ $y=x^n\Rightarrow y'=n\cdot x^{n-1}$

❖ $y=(x^{-n})\Rightarrow y'=-\frac{n}{x^{n+1}}$

❖ $y=u\pm v\pm\ldots\Rightarrow y'=u'\pm v'\pm\ldots$

❖ $y=u\cdot v\Rightarrow y'=u'\cdot v+v'\cdot u$

❖ $y=u\cdot v\cdot w\Rightarrow y'=u'\cdot v\cdot w+u\cdot v'\cdot w+u\cdot v\cdot w'$

❖ $y=\frac{u}{v}\Rightarrow y'=\frac{u'\cdot v-v'\cdot u}{v^2}$

❖ $y=\sqrt{u}\Rightarrow y'=\frac{u'}{2\sqrt{u}}$

❖ $y=\sqrt[n]{u^m}\Rightarrow y'=\frac{m\cdot u'}{n\cdot\sqrt[n]{u^{n-m}}}$ ← کله چې $n>m$ وي

❖ $y=\frac{c}{v}\Rightarrow y'=\frac{-c\cdot v'}{v^2}$

$y=\sqrt[n]{u^m}\quad m>n\Rightarrow y'=\frac{m\cdot u'\sqrt[n]{u^{m-n}}}{n}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ $y = \frac{u}{c} \Rightarrow y' = \frac{u'}{c}$; $c \neq 0$

❖ $y = |u| \Rightarrow y' = \frac{u \cdot u'}{|u|}$

د معکوسو تابع ګانو مشتق

❖ $y = f(x) \Leftrightarrow x = g(y) \Rightarrow y'_x = \frac{1}{x'_y}$

د پارامتریک تابع ګانو مشتق

❖ $\begin{cases} x = u(t) \\ y = v(t) \end{cases} \Rightarrow y'_x = \frac{v'(t)}{u'(t)} = \frac{y'_t}{x'_t}$

د مرکبو تابع ګانو مشتق (ځنځیري قاعده)

❖ $y = f(g(x)) \Rightarrow y' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ or $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$

د مثلثاتي تابع ګانو مشتقات

❖ $y = \sin x \Rightarrow y' = \cos x$

❖ $y = \sin u \Rightarrow y' = u' \cdot \cos u$

❖ $y = \sin^n u \Rightarrow y' = n \cdot u' \cdot \sin^{n-1} u \cdot \cos u$

❖ $y = \cos x \Rightarrow y' = -\sin x$

❖ $y = \cos u \Rightarrow y' = -u' \cdot \sin u$

❖ $y = \cos^n u \Rightarrow y' = n \cdot u' \cdot \cos^{n-1} u \cdot \sin u$

❖ $y = \tan x \Rightarrow y' = \sec^2 x$

❖ $y = \tan u \Rightarrow y' = u' \cdot \sec^2 u$

❖ $y = \tan^n u \Rightarrow y' = n \cdot u' \cdot \tan^{n-1} u \cdot \sec^2 u$

❖ $y = \cot x \Rightarrow y' = -\csc^2 x$

❖ $y = \cot u \Rightarrow y' = -u' \cdot \csc^2 u$

❖ $y = \sec x \Rightarrow y' = \sec x \cdot \tan x$

❖ $y = \sec u \Rightarrow y' = u' \cdot \sec u \cdot \tan u$

❖ $y = \csc x \Rightarrow y' = -\csc x \cdot \cot x$

د مثلثاتي معکوسو تابع ګانو مشتقات

❖ $y = \arcsin x \Rightarrow y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

❖ $y = \arcsin u \Rightarrow y' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$

❖ $y = \arccos x \Rightarrow y' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

❖ $y = \arccos u \Rightarrow y' = \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$

❖ $y = \arctan x \Rightarrow y' = \frac{1}{1+x^2}$

❖ $y = \arctan u \Rightarrow y' = \frac{u'}{1+u^2}$

❖ $y = \text{arccot}\, x \Rightarrow y' = \frac{-1}{1+x^2}$

❖ $y = \text{arccot}\, u \Rightarrow y' = \frac{-u'}{1+u^2}$

❖ $y = \text{arcsec}\, x \Rightarrow y' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$

❖ $y = \text{arcsec}\, u \Rightarrow y' = \pm \frac{u'}{u\sqrt{u^2-1}} \begin{cases} +; & u > 1 \\ -; & u < -1 \end{cases}$

❖ $y = \text{arccsc}\, x \Rightarrow y' = \frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ $y = \operatorname{arccsc} u \Rightarrow y' = \mp \frac{u'}{u\sqrt{u^2-1}} \begin{cases} -; & u > 1 \\ +; & u < -1 \end{cases}$

د هایپربولیک تابع‌گانو مشتقات

❖ $y = \sinh x \Rightarrow y' = \cosh x$

❖ $y = \sinh u \Rightarrow y' = u' \cdot \cosh u$

❖ $y = \cosh x \Rightarrow y' = \sinh x$

❖ $y = \cosh u \Rightarrow y' = u' \cdot \sinh u$

❖ $y = \tanh x \Rightarrow y' = \operatorname{sech}^2 x$

❖ $y = \tanh u \Rightarrow y' = u' \cdot \operatorname{sech}^2 u$

❖ $y = \coth x \Rightarrow y' = -\operatorname{csch}^2 x$

❖ $y = \coth u \Rightarrow y' = -u' \cdot \operatorname{csch}^2 u$

❖ $y = \operatorname{sech} x \Rightarrow y' = -\operatorname{sech} x \cdot \tanh x$

❖ $y = \operatorname{sech} u \Rightarrow y' = -u' \cdot \operatorname{sech} u \cdot \tanh u$

❖ $y = \operatorname{csch} x \Rightarrow y' = -\operatorname{csch} x \cdot \coth x$

❖ $y = \operatorname{csch} u \Rightarrow y' = -u' \cdot \operatorname{csch} u \cdot \coth u$

د هایپربولیک معکوسو تابع‌گانو مشتقات

❖ $y = \sinh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{1+x^2}) \Rightarrow y' = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

❖ $y = \cosh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{1+x^2}) \Rightarrow y' = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

❖ $y = \tanh^{-1} x = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) \Rightarrow y' = \frac{1}{1-x^2}; |x| < 1$

❖ $y = \coth^{-1} x = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) \Rightarrow y' = \frac{1}{1-x^2}; |x| > 1$

❖ $y = \operatorname{sech}^{-1} x = \ln\left(\frac{1+\sqrt{1-x^2}}{x}\right) \Rightarrow y' = -\frac{1}{x\sqrt{1-x^2}}$

❖ $y = \operatorname{csch}^{-1} x = \ln(\frac{1}{x} + \frac{\sqrt{1+x^2}}{|x|}) \Rightarrow y' = -\frac{1}{|x|\sqrt{1+x^2}}$

د لوګاریتمي او اکسپونشیل تابع‌گانو مشتقات

❖ $y = \log_a x \Rightarrow y' = \frac{1}{x \cdot \ln a} = \frac{\log_a e}{x}$

❖ $y = \log_a u \Rightarrow y' = \frac{u'}{u \cdot \ln a} = \frac{u' \cdot \log_a e}{u}$

❖ $y = \ln x \Rightarrow y' = \frac{1}{x}$

❖ $y = \ln u \Rightarrow y' = \frac{u'}{u}$

❖ $y = a^x \Rightarrow y' = a^x \cdot \ln a$

❖ $y = a^u \Rightarrow y' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$

❖ $y = e^x \Rightarrow y' = e^x$

❖ $y = e^u \Rightarrow y' = u' \cdot e^u$

❖ $y = u^u \Rightarrow y' = u^u(u' \cdot \ln u + u')$

❖ $y = u^v \Rightarrow y' = u^v\left(\frac{v \cdot u'}{u} + \ln u \cdot v'\right)$

ضمني مشتقات

❖ $y' = -\frac{f'(x)}{f'(y)} = -\frac{\text{د تابع مشتق نظر } x \text{ ته } (y \text{ ثابت دی})}{\text{د تابع مشتق نظر } y \text{ ته } (x \text{ ثابت دی})}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لايب نيتز فرمولونه

❖ $y = u \cdot v \Rightarrow y'' = u''v + 2u'v' + uv''$

❖ $y = u \cdot v \Rightarrow y''' = u'''v + 3u''v' + 3u'v'' + uv'''$

❖ $y^{(n)} = (uv)^{(n)} = u^{(n)}v + nu^{(n-1)}v' + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}u^{(n-2)}v'' + \cdots + uv^{(n)}$

لوړ مرتبه (متوالي) مشتقات

❖ $y'' = f''(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{d^2y}{dx^2}$

❖ $y''' = f'''(x) = \frac{d^2}{dx^2}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{d^3y}{dx^3}$

❖ $y^{(n)} = f^{(n)}(x) = \frac{d^ny}{dx^n} = \left(f^{(n-1)}(x)\right)'$

❖ $y = x^m \Rightarrow y^{(n)} = (x^m)^{(n)} = \frac{m!}{(m-n)!}x^{m-n}$

❖ $y = x^n \Rightarrow y^{(n)} = (x^n)^{(n)} = n!\ ; n \in N$

❖ $y = x^n \Rightarrow y^{(n+1)} = (x^n)^{(n+1)} = 0$

❖ $y = a^x \Rightarrow y^{(n)} = (a^x)^{(n)} = a^x \cdot \ln^n a$

❖ $y = e^x \Rightarrow y^{(n)} = (x^n)^{(n)} =$

❖ $y = x^n \Rightarrow y^{(n)} = (e^x)^{(n)} = e^x$

❖ $y = e^{mx} \Rightarrow y^{(n)} = m^n \cdot e^{mx}$

❖ $y = a^{mx} \Rightarrow y^{(n)} = m^n \cdot a^{mx} \cdot \ln^n a$

❖ $y = \frac{ax+b}{cx+d}, c \neq 0 \ \Rightarrow y^{(n)} = \frac{(-c)^{n-1} \cdot n! \cdot (ad-bc)!}{(cx+d)^{n+1}}$

❖ $y = \log_a x \Rightarrow y^{(n)} = \frac{(-1)^{n-1} \cdot (n-1)!}{x^n \cdot \ln a}$

❖ $y = \ln x \Rightarrow y^{(n)} = \frac{(-1)^{n-1} \cdot (n-1)!}{x^n}$

❖ $y = \sin x \Rightarrow y^{(n)} = \sin\left(x + \frac{n\pi}{2}\right)$

❖ $y = \cos x \Rightarrow y^{(n)} = \cos\left(x + \frac{n\pi}{2}\right)$

د مشتق د کارونې ځايونه

❖ د مماس ميل په $(x_1, f(x_1))$ ټکي کې: $f'(x_1) = m_t$

يا وايو چې په يوه ځانګړې ټکي کې د مماس ميل په راکړل شوي ټکي کې د تابع د لومړي مشتق څخه عبارت دی.

❖ تابع ثابته ده: $f'(x) = 0$

❖ تابع د (a, b) په انټروال کې متزايده ده: $f'(x) > 0$

❖ تابع د (a, b) په انټروال کې متناقصه ده: $f'(x) < 0$

❖ اعظمي ټکی: $f''(x) < 0,\ f'(x) = 0$

❖ اصغري ټکی: $f''(x) > 0,\ f'(x) = 0$

❖ تابع د (a, b) په انټروال کې محدبه ده: $f''(x) < 0$

❖ تابع د (a, b) په انټروال کې مقعره ده: $f''(x) > 0$

❖ انعطاف ټکی: $f'''(x) \neq 0,\ f''(x) = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د هوپيتال قاعده: $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{0}{0}$ يا $\frac{\infty}{\infty}\Rightarrow$

$$\Rightarrow \lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

که وروسته له لومړي مشتق نيولو څخه بيا هم د تابع شکل مبهم وه، بيا بيا يې مشتق نيسو تر څو له مبهم شکل څخه ووځي.

❖ د متوسط قيمت قضيه(لاګرانژ قضيه): که چيرې $f(x)$ په $[a,b]$ کې متمادي او په (a,b) کې د مشتق وړ وي، د (a,b) د انټروال څخه د (c) يو عدد شته:

$$f(b)-f(a)=f'(c)(b-a)\Rightarrow f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

يا وايو چې په دې ټکي کې د قاطع خط ميل د مماس خط د ميل سره مساوي دی يا په بل عبارت د c په ټکي کې د قاطع خط د مماس د خط سره موازي دی.

انتيګرال (Integral)

❖ غير معين انتيګرال(د لومړنۍ تابع پيدا کول):

$$\int f(x)dx=F(x)+c\,;\;\; F'(x)=f(x)dx$$

د غير معين انتيګرال ځانګړتياوې او د بيلابيلو تابع ګانو انتيګرال

❖ $\int dx=x+c$

❖ $\int k\cdot f(x)dx=k\int f(x)dx=k\cdot F(x)+c$

❖ $\int[f(x)\pm g(x)]dx=\int f(x)dx\pm\int g(x)dx$

❖ $\int[f(x)\cdot g(x)]dx\neq\int f(x)dx\cdot\int g(x)dx$

❖ $\int[f(x)\div g(x)]dx\neq\int f(x)dx\div\int g(x)dx$

❖ $\int xdx=\frac{x^2}{2}+c$

❖ $\int x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+c\,;\;\; n\neq -1$

❖ $\int x^{\frac{p}{q}}dx=\frac{p}{p+q}x^{\frac{p+q}{q}}+c$

❖ $\int(ax+b)^n dx=\frac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)}+c\,;\;\; n\neq -1$

❖ $\int\frac{1}{x}dx=\ln|x|+c$

❖ $\int\frac{du}{u}=\ln|u|+c$

❖ $\int\frac{1}{x^2}dx=-\frac{1}{x}+c$

❖ $\int\frac{1}{ax+b}dx=\frac{1}{a}\ln|ax+b|+c$

❖ $\int\frac{ax+b}{cx+d}dx=\frac{a}{c}x+\frac{bc-ad}{c^2}\ln|cx+d|+c$

❖ $\int\frac{1}{(x+a)(x+b)}dx=\frac{1}{a-b}\ln\left|\frac{x+b}{x+a}\right|+c\,;a\neq b$

❖ $\int\frac{1}{1-x^2}dx=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{1+x}{1-x}\right|+c$

❖ $\int\frac{1}{a^2-x^2}dx=\frac{1}{2a}\ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right|+c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ❖ $\int \frac{1}{x^2-a^2}dx = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + c$
- ❖ $\int \frac{x}{x^2+a^2}dx = \frac{1}{2}\ln(x^2+a^2) + c$
- ❖ $\int \sqrt{x}dx = \frac{2x}{3}\sqrt{x} + c$
- ❖ $\int \frac{1}{\sqrt{x}}dx = 2\sqrt{x} + c$
- ❖ $\int \frac{du}{\sqrt{u}} = 2\sqrt{u} + c$
- ❖ $\int \frac{1}{\sqrt{ax+b}}dx = \frac{2}{a}\sqrt{ax+b} + c$
- ❖ $\int \frac{1}{\sqrt{x^2\pm a^2}}dx = \ln\left|x+\sqrt{x^2\pm a^2}\right| + c$
- ❖ $\int \frac{1}{1+x^2}dx = \arctan x + c$
- ❖ $\int \frac{1}{a^2+x^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + c$
- ❖ $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = \arcsin x + c$
- ❖ $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}dx = \arcsin\frac{x}{a} + c$
- ❖ $\int \frac{du}{a^2-u^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{u+a}{u-a}\right| + c$
- ❖ $\int \frac{du}{u^2-a^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{u-a}{u+a}\right| + c$
- ❖ $\int \sqrt{a^2-u^2}du = \frac{u}{2}\sqrt{a^2-u^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{u}{a} + c$

د لوګاریتمي او اکسپوننشیل تابعګانو انتیګرال نیونه

- ❖ $\int e^x dx = e^x + c$
- ❖ $\int e^{ax}dx = \frac{1}{a}e^{ax} + c$
- ❖ $\int x\cdot e^{ax}dx = \frac{e^{ax}}{a^2}(ax-1) + c$
- ❖ $\int a^x dx = \frac{1}{\ln a}a^x + c$
- ❖ $\int a^{mx}dx = \frac{1}{m\cdot\ln a}a^{mx} + c$
- ❖ $\int \ln cx\, dx = x\cdot\ln cx - x + c$
- ❖ $\int (\ln x)^2 dx = x(\ln x)^2 - 2x\ln x + 2x + c$
- ❖ $\int \frac{(\ln x)^n}{x}dx = \frac{(\ln x)^{n+1}}{n+1} + c\,;\ \ n \neq 1$
- ❖ $\int \frac{1}{x\cdot\ln x}dx = \ln|\ln x| + c$

$\int \log_a x\, dx = x\cdot\log_a\frac{x}{e} + c$

د مثلثاتي تابعګانو انتیګرال نیونه

- ❖ $\int \sin x\, dx = -\cos x + c$
- ❖ $\int \sin mx\, dx = -\frac{1}{m}\cos mx + c$
- ❖ $\int \cos x\, dx = \sin x + c$
- ❖ $\int \cos mx\, dx = \frac{1}{m}\sin mx + c$
- ❖ $\int \tan x\, dx = -\ln|\cos x| + c = \ln|\sec x| + c$
- ❖ $\int \cot x\, dx = -\ln|\csc x| + c = \ln|\sin x| + c$
- ❖ $\int \sec x\, dx = \ln|\tan x + \sec x| + c$
- ❖ $\int \csc x\, dx = \ln|\csc x - \cot x| + c$
- ❖ $\int \sin^2 x\, dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{4}\sin 2x + c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ❖ $\int \cos^2 x\,dx = \frac{x}{2} + \frac{1}{4}\sin 2x + c$
- ❖ $\int \tan^2 x\,dx = \tan x - x + c$
- ❖ $\int \cot^2 x\,dx = -\cot x - x + c$
- ❖ $\int \sec^2 x\,dx = \tan x + c$
- ❖ $\int \csc^2 x\,dx = -\cot x + c$
- ❖ $\int \frac{1}{\sin x}dx = \int \csc x\,dx = \ln\left|\tan\frac{x}{2}\right| + c$
- ❖ $\int \frac{1}{\cos x}dx = \int \sec x\,dx = \ln\left|\tan\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right| + c$
- ❖ $\int \sin x\cdot\cos x\,dx = -\frac{1}{4}\cos 2x + c$
- ❖ $\int \frac{1}{\sin x\cdot\cos x}dx = \ln|\tan x| + c$
- ❖ $\int \sin^2 x\cdot\cos x\,dx = \frac{1}{3}\sin^3 x + c$
- ❖ $\int \sin x\cdot\cos^2 x\,dx = -\frac{1}{3}\cos^3 x + c$
- ❖ $\int \sin^n x\cdot\cos x\,dx = \frac{\sin^{n+1}x}{n+1} + c$
- ❖ $\int \sin x\cdot\cos^n x = \frac{\cos^{n+1}x}{n+1} + c$
- ❖ $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x}dx = \int \sec x\cdot\tan x\,dx = \sec x + c$
- ❖ $\int \frac{\cos x}{\sin^2 x}dx = \int \cot x\cdot\csc x\,dx = -\csc x + c$
- ❖ $\int \sin mx\cdot\sin nx\,dx = \frac{\sin(m-n)x}{2(m-n)} - \frac{\sin(m+n)x}{2(m+n)} + c$
- ❖ $\int \sin mx\cdot\cos nx\,dx = -\frac{\cos(m-n)x}{2(m-n)} - \frac{\cos(m+n)x}{2(m+n)} + c$
- ❖ $\int \cos mx\cdot\cos nx\,dx = \frac{\sin(m-n)x}{2(m-n)} + \frac{\sin(m+n)x}{2(m+n)} + c$

په پورتنیو دریو فرمولونو کې باید $(m^2 \neq n^2)$ وي.

همدارنګه د $\int \sin\alpha x\cdot\cos\beta x\,dx$ ډوله انتیګرالونو د محاسبې لپاره کولای شو له لاندینیو۴ فورمولو څخه کار واخلو:

- ❖ $\sin\alpha x\cdot\cos\beta x = \frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)x + \sin(\alpha-\beta)x]$
- ❖ $\sin\alpha x\cdot\sin\beta x = \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta)x - \cos(\alpha+\beta)x]$
- ❖ $\cos\alpha x\cdot\cos\beta x = \frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)x + \cos(\alpha-\beta)x]$
- ❖ $\cos\alpha x\cdot\sin\beta x = \frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)x - \sin(\alpha-\beta)x]$
- ❖ $\int \sin(\ln x)\,dx = \frac{x}{2}(\sin(\ln x) - \cos(\ln x)) + c$
- ❖ $\int \cos(\ln x)\,dx = \frac{x}{2}(\sin(\ln x) - \cos(\ln x)) + c$

د معکوسو مثلثاتي تابع ګانو انتیګرال نیونه

- ❖ $\int \arcsin x\,dx = x\cdot\sin^{-1}x + \sqrt{1-x^2} + c$
- ❖ $\int \arccos x\,dx = x\cos^{-1}x - \sqrt{1-x^2} + c$
- ❖ $\int \arctan x\,dx = x\tan^{-1}x - \frac{1}{2}\ln(x^2+1) + c$
- ❖ $\int \mathrm{arccot}\,x\,dx = x\cot^{-1}x + \frac{1}{2}\ln(x^2+1) + c$

د هایپربولیک تابع ګانو انتیګرال نیونه

- ❖ $\int \sinh x\,dx = \cosh x + c$
- ❖ $\int \cosh x\,dx = \sinh x + c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

- $\int \tanh x\, dx = \ln(\cosh x) + c$
- $\int \coth x\, dx = \ln|\sinh x| + c$
- $\int \operatorname{sech} x\, dx = \tan^{-1}(\sinh x) + c$
- $\int \operatorname{csch} x\, dx = -\cot^{-1}(\cosh x) + c$
- $\int \operatorname{sech}^2 x\, dx = \tanh x + c$
- $\int \operatorname{csch}^2 x\, dx = -\coth x + c$
- $\int \operatorname{sech} x \cdot \tanh x\, dx = -\operatorname{sech} x + c$
- $\int \operatorname{csch} x \cdot \coth x\, dx = -\operatorname{csch} x + c$

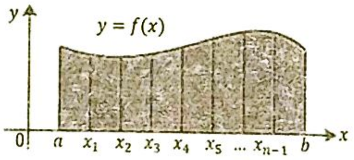
د هایپربولیک معکوسو تابع ګانو انتیګرال نیونه

- $\int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx = \sinh^{-1} x + c$
- $\int \frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}} dx = \sinh^{-1} \frac{x}{a} + c\,;\ \ a > 0$
- $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} dx = \cosh^{-1} x + c$
- $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-a^2}} dx = \cosh^{-1} \frac{x}{a} + c\,;\ x > a > 0$
- $\int \frac{1}{1-x^2} dx = \begin{cases} \tanh^{-1} x + c, & x^2 < 1 \\ \coth^{-1} x + c, & x^2 > 1 \end{cases}$
- $\int \frac{1}{x\sqrt{1-x^2}} dx = -\operatorname{sech}^{-1} x + c$
- $\int \frac{1}{x\sqrt{1+x^2}} dx = -\operatorname{csch}^{-1}|x| + c,\ \ x \neq 0$

معین انتیګرال (د منحني او x محور تر منځ محصور شوی مساحت):

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

$$F'(x) = f(x)dx$$



❖ د ریمان د مجموعې لیمیټ (معین انتیګرال):

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x = A\,;\ \ \Delta x = \frac{b-a}{n}$$

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x = F(x)\Big|_a^b$$

د معین انتیګرال ځانګړتیاوې

- $\int_a^a f(x)dx = 0$
- $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$
- $\int_a^b dx = b - a$
- $\int_a^b c \cdot dx = c(b-a)$
- $\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx\ ,$
  $b \in [a, c]$
- $\int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b g(x)dx\ ;\ \ f(x) \geq g(x)$
- $\int_a^b f(x)dx \geq 0\,;\ \ f(x) \geq 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ $\left|\int_a^b f(x)dx\right| \le \int_a^b |f(x)|dx \; ; \; a < b$

د $|f(x)|$ انتیګرال په $[a,b]$ کې : $\quad |f(x)| = f^+(x) + f^-(x)$

❖ $f^+(x) = \begin{cases} f(x); f(x) \ge 0 \\ 0 \quad ; f(x) < 0 \end{cases}, f^-(x) = \begin{cases} -f(x); f(x) < 0 \\ 0 \quad ; f(x) \ge 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow \int_a^b |f(x)|dx = \int_a^b f^+(x)dx + \int_a^b f^-(x)dx$$

د ټوټه ډوله تابع ګانو انتیګرال

❖ $f(x) \begin{cases} g(x); a \le x \le c \\ h(x); c \le x \le b \end{cases}, c \in [a,b]$

$\Rightarrow \int_a^b f(x)dx = \int_a^c g(x)dx + \int_c^b h(x)dx$

د متناظرو تابع ګانو معین انتیګرال

❖ $[f(-x) = f(x)] \Rightarrow \int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx, f$ جفته تابع

❖ $[f(-x) = -f(x)] \Rightarrow \int_{-a}^{a} f(x)dx = 0, f \rightarrow$ طاقه تابع

په تعویضي طریقې سره انتیګرال نیونه

غیرمعین :

❖ $\int f(x)dx = \int f(u(t))u'(t)dt \; ; \; x = u(t)$

معین :

❖ $\int_a^b f(x)dx \; ; x = g(t), \Rightarrow \int_c^d f(g(t))g'(t)dt$

$c = g^{-1}(a), \qquad d = g^{-1}(b)$

د انقسام په طریقه انتیګرال نیونه

$u = f(x), \qquad v = g(x)$

د غیرمعین لپاره : ❖ $\int udv = u \cdot v - \int vdu$

د معین لپاره : ❖ $\int_a^b udv = u \cdot v\Big|_a^b - \int_a^b vdu$

حصوی فرمول

د انقسام په طریقه انتیګرال نیونه

❖ د انقسام په انتیګرال نیونه کې ځینې تابع ګانې تکراري بڼه اختیاروي او موږ اړ کیږو تر څو بیې څو ځله پدې طریقه انتیګرال ونیسو تر څو نتیجې ته ورسیږو خو ددې ډول تابع ګانو لپاره یو بله طریقه هم لرو چې د جدولي طریقې په نوم یادیږي مثلاً: $\int f(x) \cdot g(x)\, dx$

۱- د $f(x)$ به تر هغې مشتق نیسو چې صفر شي.

۲- د $f(x)$ په مقابل کې به د $g(x)$ انتیګرال نیسو.

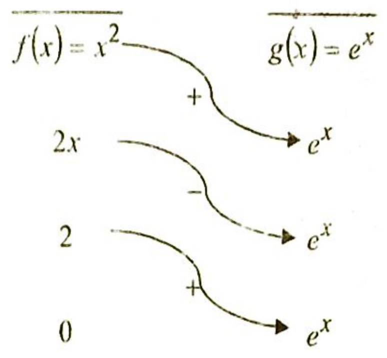
۳- د علامو ترتیب: $+, -, +, -, +, -, \dots$

مثال: $\int x^2 \cdot e^x\, dx = ?$

انتګرال	مشتق

(c) ketabton.com: The Digital Library

انتګرال



$$\int x^2 \cdot e^x \, dx = x^2 e^x - 2xe^x + 2e^x + c$$

د بینوم دیفرانسیل انتیګرال: $\int x^m \cdot (a + bx^n)^p dx$

m، n او p (+ یا -) نسبتي عددونه دي او $a, b \in IR$.

❖ د چیبیشف دعوی: پورتنی انتیګرال په دریو طریقو ساده کولای شو:

۱) که $p \in Z^+$ مثبت تام عدد وي نو د $(a + bx^n)^p$ افاده د بینوم فرمول د انکشاف په واسطه د ck^x په شکل بدلیږي چې انتیګرال یې په اسانۍ سره پیدا کولای شو.

۲) که $\frac{m+1}{n} \in Z$ وي نو $t = \sqrt[r]{a + bx^n}$ وضع کوو (r د p مخرج دی) انتیګرال ساده کیږي او حل کوو یې.

۳) که $\frac{m+1}{n} + p \in Z$ وي نو د $t = \sqrt[r]{\frac{a+bx^n}{x^n}}$ په وضع کولو سره انتیګرال ساده کیږي او حل کوو یې.

قسمي کسرونه

❖ هغه کوچني کسرونه چې د یوه واقعي کسر د جمعې د عواملو په شکل لیکل شوي دي، که هغوی سره جمع کړو نو راکړل شوی واقعي کسر په لاس راځي.

۱- که چیرې د $\frac{p_m(x)}{p_n(x)}$ د کسري پولینوم مخرج د خطي بیلابیلو ضربي عواملو څخه جوړ وي چې تکرار نه وي راغلي، په لاندې بڼه بدلیدلای شي:

$$\frac{p_m(x)}{p_n(x)} = \frac{A}{x - x_1} + \frac{B}{x - x_2} + \cdots + \frac{N}{x - x_n}$$

۲- که د کسر د مخرج ضربي عوامل لومړۍ درجه پولینوم وي چې ځینې یې تکرار راغلي وي یعنې که $(x - x_0)$ عامل n-ځلې په مخرج کې تکرار شوی وي نو لیکلای شو چې:

$$\frac{p_m(x)}{p_n(x)} = \frac{A}{x - x_0} + \frac{B}{(x - x_0)^2} + \cdots + \frac{N}{(x - x_0)^n}$$

۳- که د مخرج ضربي عامل دویمه درجه پولینوم وي د تجزیې

(c) ketabton.com: The Digital Library

واقعي $\frac{p_m(x)}{p_n(x)}$ د نو راغلي وي نه هم تکرار او وي نه ور
پولینوم یو قسمي کسر $\frac{Ax+B}{ax^2+bx+c}$ بڼه لري
۴- که د صورت درجه د مخرج څخه لویه وي نو دوه عملیې وړاندې اجرا کیږي:
الف) صورت پر مخرج تقسیموو.
ب) مخرج به تجزیه کوو باقي په مخرج کې لیکو نتیجه لاسته راځي.

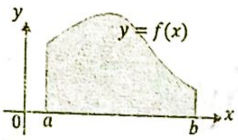
د قسمي کسرونو په مرسته انتیګرال نیونه

❖ ځینې هغه تابع ګانې چې د پورتنیو څلورو ډولو کسري تابع ګانو ته ورته وي او وغواړو چې انتیګرال یې ونیسو نو په پورتنی طریقه یې په قسمي کسرونو ویشو او بیا یې جلا ، جلا انتیګرال نیسو.

د انتیګرال کارونه(تطبیقات)

❖ د منحني د محصور شوې سطحې مساحت محاسبه:

$$A = \int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

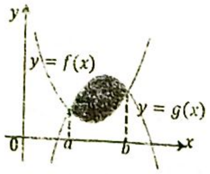


- د منحني د پارامتریک معادلو له مخې مساحت

$$\begin{cases} x = u(t) \\ y = v(t) \end{cases} ;\ \begin{matrix} \alpha \le t \le \beta \\ u(\alpha) = a \\ u(\beta) = b \end{matrix} \Rightarrow A = \int_a^b y\,dx = \int_\alpha^\beta v(t)\cdot u'(t)\,dt$$

❖ د دوو محصور شویو منحني ګانو ترمنځ د مساحت محاسبه:

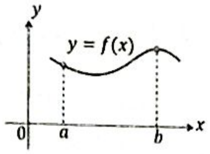
$$A = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$$



❖ د منحني یا د منحني د یوې برخې(قوس) اوږدوالی:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2}\,dy\ ,\ \ L = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



- د منحني د پارامتريک معادلو له مخې د قوس اوږدوالې:

$$L = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\, dt = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{(x'_t)^2 + (y'_t)^2}\, dt$$

❖ د دايرې د محيط پيدا کول:(r شعاع)

$$\begin{cases} x = r\cos t \\ y = r\sin t \end{cases} ;\; P = \int_a^b \sqrt{x'^2 + y'^2} dt$$

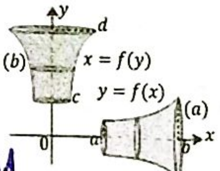
د دوراني جسمونو د حجمونو محاسبه:

❖ د (x) محور په شاوخوا د تابع د دوران څخه لاسته راغلي جسم حجم: $V = \int_a^b \pi[f(x)]^2 dx$ (a شکل)

❖ د (y) محور په شاوخوا د تابع د دوران څخه لاسته راغلي جسم حجم: $V = \int_c^d \pi[f(y)]^2 dy$ (b شکل)

$V = \pi \int_a^b F(x)^2 dx$

$V = \pi \int_a^b F(y)^2 dy$

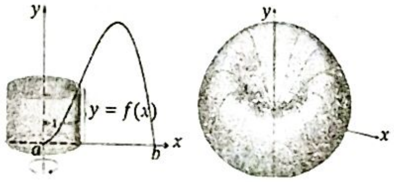


❖ د جسم حجم نظر د مقطع مساحت ته:

$V = \int_a^b A(x)dx$ ($A(x)$ د مقطع مساحت دی)

❖ د استوانه‌يي شيلونو په واسطه د جسم د حجم محاسبه چې د يوه عمودي خط څخه د دوران په نتيجه کې لاسته راغلې وي:

$V = \int_a^b 2\pi x \cdot f(x)dx$ (x د شيل شعاع، y=f(x) د شيل لوړوالې)

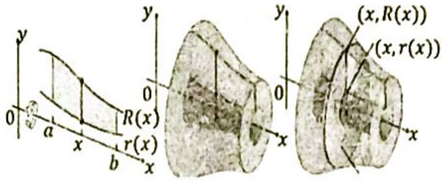


❖ د يوه افقي خط څخه د دوران لپاره کولی شو پاسني فرمول کې د (x) او (y) ځايونه تعويض کړو: $V = \int_a^b 2\pi y \cdot f(y)dy$

❖ د واشر(Washer) د مساحت په واسطه د (x) د محور څخه د دوران په نتيجه د لاسته راغلي جسم د حجم محاسبه:

$$V = \int_a^b \pi\{[R(x)]^2 - [r(x)]^2\}dx$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د دوراني جسمونو بهرنۍ مساحت

❖ د (x) محور په شاوخوا يې دوران کړی:

$$S=\int_a^b 2\pi y\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$$

❖ د (y) محور په شاوخوا يې دوران کړی:

$$S=\int_a^b 2\pi x\sqrt{1+\left(\frac{dx}{dy}\right)^2}\,dy$$

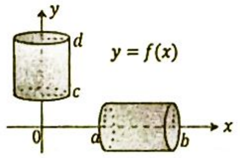
-د پارامتريک معادلو له مخې:

❖ د (x) محور په شاوخوا يې دوران کړی:

$$S=2\pi\int_\alpha^\beta y\cdot\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt=2\pi\int_\alpha^\beta y\cdot\sqrt{(x'_t)^2+(y'_t)^2}\,dt$$

❖ د (y) محور په شاوخوا يې دوران کړئ:

$$S=2\pi\int_\alpha^\beta x\cdot\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt=2\pi\int_\alpha^\beta x\cdot\sqrt{(x'_t)^2+(y'_t)^2}\,dt$$



د يوې تغير کوونکې قوې په واسطه ترسره شوې کار:

❖ د (x) محور په اوږدو کې: $W=\int_a^b F(x)dx$

د مومنټ محاسبه کول

❖ د (x) محور په شاوخوا: $M_x=\rho\int_a^b \frac{1}{2}[f(x)]^2dx$

❖ د (y) محور په شاوخوا: $M_y=\rho\int_a^b xf(x)dx$

دوو منحني ګانو تر منځ د برخې لپاره مومنټ محاسبه کول

❖ د (x) محور په شاوخوا:

$$M_x=\rho\int_a^b\frac{1}{2}\{[f(x)^2]-[g(x)^2]\}dx$$

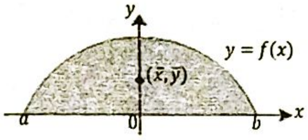
❖ د (y) محور په شاوخوا: $M_y=\rho\int_a^b x[f(x)-g(x)]dx$

د ثقل مرکز پيدا کول

❖ $\bar{x}=\frac{M_y}{m}=\frac{\int_a^b xf(x)dx}{\int_a^b f(x)dx}$, $\bar{y}=\frac{M_x}{m}=\frac{\int_a^b\frac{1}{2}[f(x)]^2dx}{\int_a^b f(x)dx}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ $\bar{x} = \frac{1}{A}\int_a^b xf(x)dx\ ,\ \bar{y} = \frac{1}{2A}\int_a^b [f(x)]^2 dx$



د دوو منحنيګانو تر منځ د ثقل مرکز

$$\bar{x} = \frac{\int_a^b x[f(x) - g(x)]dx}{\int_a^b [f(x) - g(x)]dx}, \bar{y} = \frac{\int_a^b \frac{1}{2}\{[f(x)]^2 - [g(x)]^2\}dx}{\int_a^b [f(x) - g(x)]dx}$$

د يوې تابع منځنۍ (متوسط) قيمت

❖ $f_{avg} = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$

غير واقعي انتيګرالونه (Improper Integrals)

په دوه ډوله دي:

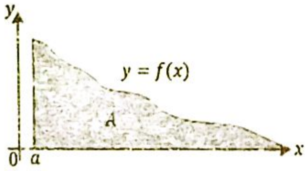
۱- لايتناهي انټروالونه:

ممکن د انتيګرال پورتنۍ يا لاندينۍ يا دواړه سرحدونه(∞)وي

❖ $\int_a^{+\infty} f(x)dx = \lim_{b\to+\infty}\int_a^b f(x)dx\ ,\ [a, +\infty)$

❖ $\int_{-\infty}^b f(x)dx = \lim_{a\to-\infty}\int_a^b f(x)dx\ ,\ (-\infty, b]$

❖ $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^c f(x)dx + \int_c^{+\infty} f(x)dx$

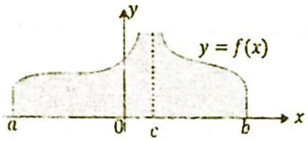


۲- غير متمادي انتيګرالونه: په دې حالت کې د انتيګرال سرحدونه ثابت عددونه دي، مګر د انتيګرال لاندې تابع د سرحدونو له ډلې څخه په يوه کې د تعريف وړ(متمادي) نه ده.

❖ $\int_a^b f(x)dx = \lim_{c\to a^+}\int_c^b f(x)dx\ ,\ \ (a, b]$

❖ $\int_a^b f(x)dx = \lim_{c\to b^-}\int_a^c f(x)dx\ ,\ \ [a, b)$

❖ $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx\ , a < c < b$



تقريبي (اټکلي) انتيګرال نيونه

پدې طريقو کې مونږ د ځينو تابع ګانو چې په اسانۍ نشو کولای انتيګرال يې ونيسو لکه: $y = \sqrt{1 + x^4}, y = \frac{1}{\ln x}, y =$ $\sin x^2$ ... نو کولای شو پدې طريقو سره د معين انتيګرال

(c) ketabton.com: The Digital Library

اټکلي قیمتونه لاسته راوړو.

❖ د ذوذنقه یي قاعدې څخه په ګټه اخیستنې:

$$\int_a^b f(x)dx \approx T_n = \frac{\Delta x}{2}[f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \cdots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

❖ د منځنی(وسطي) ټکي څخه په ګټه اخیستنې:

$$\int_a^b f(x)dx \approx M_n = \Delta x[f(x_1^*) + f(x_2^*) + \cdots + f(x_n^*)]$$

❖ د سیمپسون قاعدې څخه په ګټه اخیستنې:

$$\int_a^b f(x)dx \approx S_n = \frac{\Delta x}{3}[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + \cdots + 2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)] \quad ; \quad n \to \text{جفت}$$

x_i^* منځنی نقطه ده د: $[x_{i-1}, x_i]$ او همدارنګه $\Delta x = \frac{b-a}{n}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مثلثاتو برخه

د ځينو مشهورو زاويو مثلثاتي نسبتونه

نسبتونه										
R	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
D	$0°$	$15°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$180°$	$270°$	$360°$
$\sin\theta$	0	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\tan\theta$	0	$2-\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	0	∞	0
$\cot\theta$	∞	$2+\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	∞	0	∞
$\sec\theta$	1	$\sqrt{6}-\sqrt{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{2}$	2	∞	-1	∞	1
$\csc\theta$	∞	$\sqrt{6}+\sqrt{2}$	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	1	∞	-1	∞

د يو او بل له جنسه د مثلثاتي نسبتونو پيدا کول

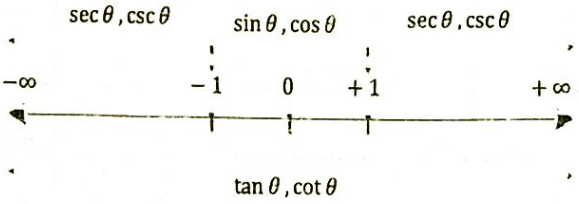
نسبتونه	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$	$\cot\theta$	$\sec\theta$	$\csc\theta$
$\sin\theta$	$\sin\theta$	$\pm\sqrt{1-\cos^2\theta}$	$\pm\frac{\tan\theta}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}$	$\pm\frac{1}{\sqrt{1+\cot^2\theta}}$	$\pm\frac{\sqrt{\sec^2\theta-1}}{\sec\theta}$	$\frac{1}{\csc\theta}$
$\cos\theta$	$\pm\sqrt{1-\sin^2\theta}$	$\cos\theta$	$\pm\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}$	$\pm\frac{\cot\theta}{\sqrt{1+\cot^2\theta}}$	$\frac{1}{\sec\theta}$	$\pm\frac{\sqrt{\csc^2\theta-1}}{\csc\theta}$
$\tan\theta$	$\pm\frac{\sin\theta}{\sqrt{1-\sin^2\theta}}$	$\pm\frac{\sqrt{1-\cos^2\theta}}{\cos\theta}$	$\tan\theta$	$\frac{1}{\cot\theta}$	$\pm\sqrt{\sec^2\theta-1}$	$\pm\frac{1}{\sqrt{\csc^2\theta-1}}$
$\cot\theta$	$\pm\frac{\sqrt{1-\sin^2\theta}}{\sin\theta}$	$\pm\frac{\cos\theta}{\sqrt{1-\cos^2\theta}}$	$\frac{1}{\tan\theta}$	$\cot\theta$	$\pm\frac{1}{\sqrt{\sec^2\theta-1}}$	$\pm\sqrt{\csc^2\theta-1}$
$\sec\theta$	$\pm\frac{1}{\sqrt{1-\sin^2\theta}}$	$\frac{1}{\cos\theta}$	$\pm\sqrt{1+\tan^2\theta}$	$\pm\frac{\sqrt{1+\cot^2\theta}}{\cot\theta}$	$\sec\theta$	$\pm\frac{\csc\theta}{\sqrt{\csc^2\theta-1}}$
$\csc\theta$	$\frac{1}{\sin\theta}$	$\pm\frac{1}{\sqrt{1-\cos^2\theta}}$	$\pm\frac{\sqrt{1+\tan^2\theta}}{\tan\theta}$	$\pm\sqrt{1+\cot^2\theta}$	$\pm\frac{\sec\theta}{\sqrt{\sec^2\theta-1}}$	$\csc\theta$

(c) ketabton.com: The Digital Library

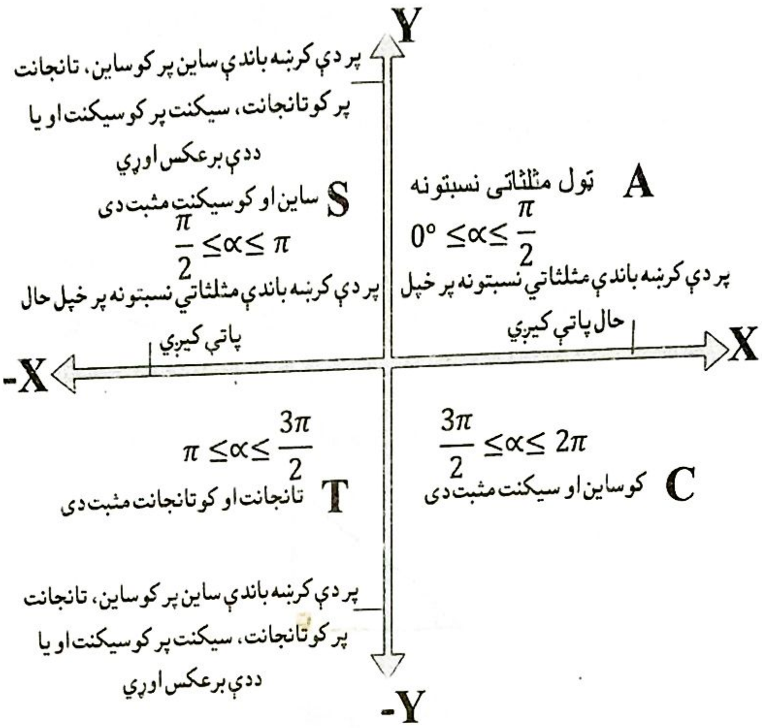
د اختیاري زاویو مثلثاتي نسبتونه								
نسبتونه / زاویه	$90-\theta$	$90+\theta$	$180-\theta$	$180+\theta$	$270-\theta$	$270+\theta$	$360-\theta$	$360+\theta$
$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\cos\theta$	$\sin\theta$	$-\sin\theta$	$-\cos\theta$	$-\cos\theta$	$-\sin\theta$	$\sin\theta$
$\cos\theta$	$\sin\theta$	$-\sin\theta$	$-\cos\theta$	$-\cos\theta$	$-\sin\theta$	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\cos\theta$
$\tan\theta$	$\cot\theta$	$-\cot\theta$	$-\tan\theta$	$\tan\theta$	$\cot\theta$	$-\cot\theta$	$-\tan\theta$	$\tan\theta$
$\cot\theta$	$\tan\theta$	$-\tan\theta$	$-\cot\theta$	$\cot\theta$	$\tan\theta$	$-\tan\theta$	$-\cot\theta$	$\cot\theta$
$\sec\theta$	$\csc\theta$	$-\csc\theta$	$-\sec\theta$	$-\sec\theta$	$-\csc\theta$	$\csc\theta$	$\sec\theta$	$\sec\theta$
$\csc\theta$	$\sec\theta$	$\sec\theta$	$\csc\theta$	$-\csc\theta$	$-\sec\theta$	$-\sec\theta$	$-\csc\theta$	$\csc\theta$

د متضادو زاویو نسبتونه
$\sin(-\theta) = -\sin\theta$
$\cos(-\theta) = \cos\theta$
$\tan(-\theta) = -\tan\theta$
$\cot(-\theta) = -\cot\theta$
$\sec(-\theta) = \sec\theta$
$\csc(-\theta) = -\csc\theta$

د مثلثاتي نسبتونو د تعریف ناحیې:



(c) ketabton.com: The Digital Library



په ناحیو کې د مثلثاتي نسبتونو علامې			
$\sin\theta$ / $\csc\theta$	$\tan\theta$ / $\cot\theta$	$\cos\theta$ / $\sec\theta$	ناحیه
+	+	+	I
+	−	−	II
−	+	−	III
−	−	+	IV

ګڼه	د کوترمینل زاویو مثلثاتي نسبتونه
1	$\sin(n \cdot 2\pi + \theta) = \sin\theta$
2	$\cos(n \cdot 2\pi + \theta) = \cos\theta$
3	$\tan(n \cdot 2\pi + \theta) = \tan\theta$
4	$\cot(n \cdot 2\pi + \theta) = \cot\theta$
5	$\sec(n \cdot 2\pi + \theta) = \sec\theta$
6	$\csc(n \cdot 2\pi + \theta) = \csc\theta$

د یوه مثلث د شتون شرطونه

- ❖ $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$
- ❖ $a + b > c, a + c > b, b + c > a$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د درجې، ګراد او راديان تر منځ اړيکه:

❖ $\frac{d}{180}=\frac{g}{200}=\frac{R}{\pi}$

❖ $1rad=\frac{180^\circ}{\pi}\approx 57^\circ\ 17'4''$

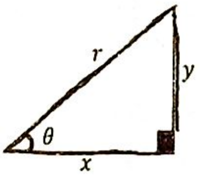
❖ $1^\circ=\frac{\pi}{180}rad\approx 0.017453rad$

❖ د دايرې شعاع: $r=\frac{s}{\theta}=\frac{\text{د قوس اوږدوالى}}{\text{مرکزي زاويه په راډيان}}$

❖ د ساعت د دوو ستنو تر منځ زاويه: $\theta=|5.5min-30|$

❖ د فيثاغورث قاعده د قايم الزاويه مثلث لپاره):

$$r^2=x^2+y^2=\left(\text{مجاوره ضلع}\right)^2+\left(\text{مقابله ضلع}\right)^2$$



مثلثاتي نسبتونه

❖ $\sin\theta=\frac{y}{r}$ ❖ $\cos\theta=\frac{x}{r}$ ❖ $\tan\theta=\frac{y}{x}$

❖ $\cot\theta=\frac{x}{y}$ ❖ $\sec\theta=\frac{r}{x}$ ❖ $\csc\theta=\frac{r}{y}$

د مثلثاتي نسبتونو تر منځ اړيکې

❖ $\sin\theta=\frac{1}{\csc\theta}$ ❖ $\cos\theta=\frac{1}{\sec\theta}$

❖ $\tan\theta=\frac{1}{\cot\theta}$ ❖ $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

❖ $\cot\theta=\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$ ❖ $\sin\theta\cdot\csc\theta=1$

❖ $\cos\theta\cdot\sec\theta=1$ ❖ $\tan\theta\cdot\cot\theta=1$

د مثلثاتو اساسي او فرعي رابطې

❖ اساسي رابطه: $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

❖ فرعي رابطې: $\sin^2\theta=1-\cos^2\theta$

$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta$; $\tan^2\theta=\sec^2\theta-1$

$\cot^2\theta=\csc^2\theta-1$; $1+\tan^2\theta=\sec^2\theta$

$1+\cot^2\theta=\csc^2\theta$

د مثلثاتي تابع ګانو ګرافونه او نورې ځانګړتياوې

❖ ساين: $y=\sin x$

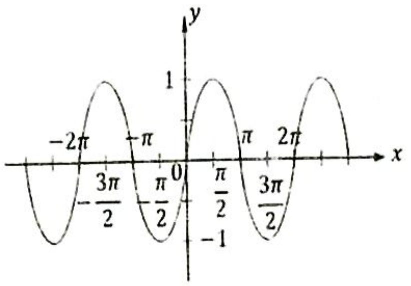
رنج: $R_y=[-1,1]$

ساين طاقه تابع ده؛

پريود: 2π

دومين: $D_y=(-\infty,\infty)=IR$

(c) ketabton.com: The Digital Library



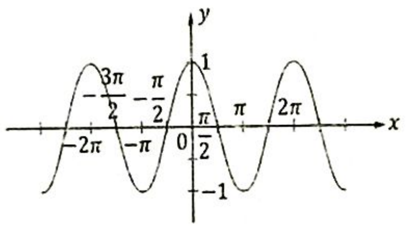
❖ کوساین: $y = \cos x$

رنج: $R_y = [-1,1]$

کوساین جفته تابع ده؛

پریود: 2π

دومین: $D_y = (-\infty, \infty) = IR$



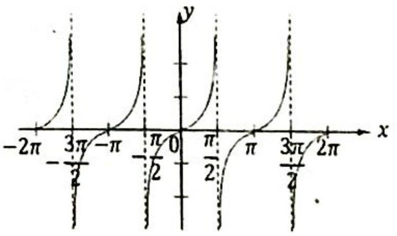
❖ تانجانت: $y = \tan x$

رنج: $R_y = (-\infty, \infty) = IR$

تانجانت طاقه تابع ده؛

پریود: π

دومین: $D_y = IR \backslash \left\{(n + \frac{1}{2})\pi\right\}$, $n \in Z$



❖ کوتانجانت: $y = \cot x$

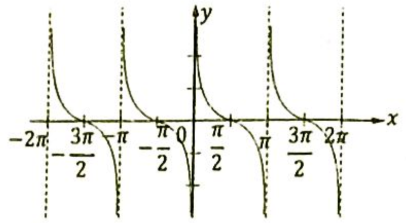
رنج: $R_y = (-\infty, \infty) = IR$

کوتانجانت طاقه تابع ده؛

پریود: π.

دومین: $D_y = IR \backslash \{n\pi\}$, $n \in Z$

(c) ketabton.com: The Digital Library



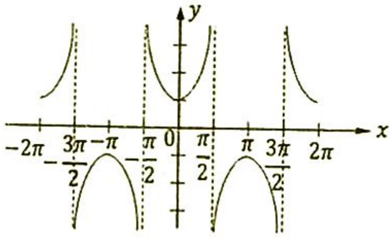
❖ سیکنټ: $y = \sec x$

رنج: $R_y = IR\backslash(-1,1)$

سیکنټ جفته تابع ده؛

پریود: 2π

دومین: $D_y = IR\backslash\left\{(n+\frac{1}{2})\pi\right\}\ ,\ n \in Z$



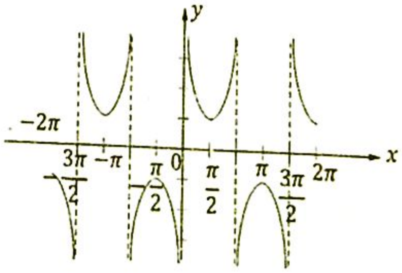
❖ کوسیکنټ: $y = \csc x$

رنج: $R_y = IR\backslash(-1,1)$

کوسیکنټ طاقه تابع ده؛

پریود: 2π

دومین: $D_y = IR\backslash\{n\pi\},\ n \in Z$



د دوو زاویو د مجموعې او تفاضل مثلثاتي نسبتونه

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha \cdot \tan\beta}$$

$$\cot(\alpha \pm \beta) = \frac{\cot\alpha \cdot \cot\beta \mp 1}{\cot\beta \pm \cot\alpha}$$

$$\sec(\alpha \pm \beta) = \frac{\sec\alpha \cdot \sec\beta \cdot \csc\alpha \cdot \csc\beta}{\csc\alpha \cdot \csc\beta \mp \sec\alpha \cdot \sec\beta}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\csc(\alpha \pm \beta) = \frac{\sec\alpha \cdot \sec\beta \cdot \csc\alpha \cdot \csc\beta}{\sec\alpha \cdot \csc\beta \pm \csc\alpha \cdot \sec\beta}$$

د دریو زاویو د مجموعې مثلثاتي نسبتونه

$\sin(\alpha + \beta + \gamma) = \sin\alpha\cos\beta\cos\gamma - \sin\alpha\sin\beta$

$\sin\gamma + \sin\beta\cos\alpha\cos\gamma + \sin\gamma\cos\alpha\cos\beta$

$\cos(\alpha + \beta + \gamma) = \cos\alpha\cos\beta\cos\gamma - \cos\alpha$

$\sin\beta\sin\gamma - \cos\gamma\sin\alpha\sin\beta - \cos\beta\sin\alpha\sin\gamma$

$$\tan(\alpha + \beta + \gamma) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta + \tan\gamma - \tan\alpha \cdot \tan\beta \cdot \tan\gamma}{1 - \tan\alpha\tan\beta - \tan\beta\tan\gamma - \tan\alpha\tan\gamma}$$

د دوو زاویو د مثلثاتي نسبتونو مجموعه او تفاضل د ضرب حاصل په شکل

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\tan\alpha + \tan\beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos\alpha \cdot \cos\beta}$$

$$\tan\alpha - \tan\beta = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos\alpha \cdot \cos\beta}$$

$$\cot\alpha + \cot\beta = \frac{\sin(\beta + \alpha)}{\sin\alpha \cdot \sin\beta}$$

$$\cot\alpha - \cot\beta = \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin\alpha \cdot \sin\beta}$$

$$\cos\alpha + \sin\alpha = \sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$$

$$\cos\alpha - \sin\alpha = \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$$

$$\tan\alpha + \cot\beta = \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos\alpha \cdot \sin\beta}$$

$$\tan\alpha - \cot\beta = -\frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos\alpha \cdot \sin\beta}$$

$$\sin^2\alpha - \sin^2\beta = \sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta)$$

$$\cos^2\alpha - \cos^2\beta = -\sin(\alpha + \beta)\sin(\alpha - \beta)$$

$$\cos^2\alpha - \sin^2\beta = \cos(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta)$$

د زاویو د مثلثاتي نسبتونو د ضرب حاصل د جمع او تفاضل په شکل

$$\sin\alpha \cdot \sin\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\cos\alpha \cdot \cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$$

$$\sin\alpha \cdot \cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\cos\alpha\cdot\sin\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)]$$

$$\tan\alpha\cdot\tan\beta=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{\cot\alpha+\cot\beta}$$

$$\tan\alpha\cdot\cot\beta=\frac{\tan\alpha+\cot\beta}{\cot\alpha+\tan\beta}$$

د دوه ځلي زاويې څخه تر n- ځلي زاويې مثلثاتي نسبتونه

$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=1-2\sin^2\alpha$$

$$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1$$

$$\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$$

$$\cot 2\alpha=\frac{\cot^2\alpha-1}{2\cot\alpha}$$

$$\sin 3\alpha=3\sin\alpha-4\sin^3\alpha$$

$$\cos 3\alpha=4\cos^3\alpha-3\cos\alpha$$

$$\tan 3\alpha=\frac{3\tan\alpha-\tan^3\alpha}{1-3\tan^2\alpha}$$

$$\cot 3\alpha=\frac{\cot^3\alpha-3\cot\alpha}{3\cot^2\alpha-1}$$

$$\sin 4\alpha=4\sin\alpha\cdot\cos\alpha-8\sin^3\alpha\cdot\cos\alpha$$

$$\cos 4\alpha=8\cos^4\alpha-8\cos^2\alpha+1$$

$$\tan 4\alpha=\frac{4\tan\alpha-4\tan^3\alpha}{1-6\tan^2\alpha+\tan^4\alpha}$$

$$\cot 4\alpha=\frac{1-6\tan^2\alpha+\tan^4\alpha}{4\tan\alpha-4\tan^3\alpha}$$

$$\sin 5\alpha=5\sin\alpha-20\sin^3\alpha+16\sin^5\alpha$$

$$\cos 5\alpha=16\cos^5\alpha-2\cos^3\alpha+5\cos\alpha$$

$$\tan 5\alpha=\frac{\tan^5\alpha-10\tan^3\alpha+5\tan\alpha}{1-10\tan^2\alpha+5\tan^4\alpha}$$

$$\cot 5\alpha=\frac{1-10\tan^2\alpha+5\tan^4\alpha}{\tan^5\alpha-10\tan^3\alpha+5\tan\alpha}$$

$$\sin(n\alpha)=2\sin[(n-1)\alpha]\cdot\cos\alpha-\sin[(n-2)\alpha]$$

$$\cos(n\alpha)=2\cos[(n-1)\alpha]\cdot\cos\alpha-\cos[(n-2)\alpha]$$

$$\tan(n\alpha)=\frac{\tan[(n-1)\alpha]+\tan\alpha}{1-\tan[(n-1)\alpha]\cdot\tan\alpha}$$

$$\cot(n\alpha)=\frac{\cot[(n-1)\alpha]\cdot\cot\alpha-1}{\cot[(n-1)\alpha]+\cot\alpha}$$

د $\sin\alpha$ او $\sin 2\alpha$ له جنسه د $(\frac{\alpha}{2})$ او (α) مثلثاتي نسبتونه

$$\sin\alpha=\frac{\sqrt{1+\sin 2\alpha}+\sqrt{1-\sin 2\alpha}}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{1+\sin 2\alpha} - \sqrt{1-\sin 2\alpha}}{2}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sqrt{1+\sin 2\alpha} + \sqrt{1-\sin 2\alpha}}{\sqrt{1+\sin 2\alpha} - \sqrt{1-\sin 2\alpha}}$$

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{1+\sin\alpha} + \sqrt{1-\sin\alpha}}{2}$$

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{1+\sin\alpha} - \sqrt{1-\sin\alpha}}{2}$$

$$\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{1+\sin\alpha} + \sqrt{1-\sin\alpha}}{\sqrt{1+\sin\alpha} - \sqrt{1-\sin\alpha}}$$

د $\cos\alpha$ او $\cos 2\alpha$ له جنسه د $(\frac{\alpha}{2})$ او (α) مثلثاتي نسبتونه

$$\sin\alpha = \pm\sqrt{\frac{1-\cos 2\alpha}{2}};\quad \cos\alpha = \pm\sqrt{\frac{1+\cos 2\alpha}{2}}$$

$$\tan\alpha = \pm\sqrt{\frac{1-\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}};\quad \cot\alpha = \pm\sqrt{\frac{1+\cos 2\alpha}{1-\cos 2\alpha}}$$

$$\sec\alpha = \pm\sqrt{\frac{2}{1+\cos 2\alpha}};\quad \csc\alpha = \pm\sqrt{\frac{2}{1-\cos 2\alpha}}$$

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}};\qquad \cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$$

$$\tan\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}};\qquad \cot\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}$$

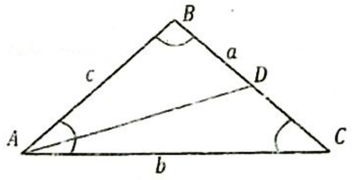
د $\tan\alpha$ او $\tan\frac{\alpha}{2}$ له جنسه د (2α) او (α) مثلثاتي نسبتونه

$$\sin 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha};\quad \cos 2\alpha = \frac{1-\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha};\quad \sin\alpha = \frac{2\tan\frac{\alpha}{2}}{1+\tan^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$\cos\alpha = \frac{1-\tan^2\frac{\alpha}{2}}{1+\tan^2\frac{\alpha}{2}};\quad \tan\alpha = \frac{2\tan\frac{\alpha}{2}}{1-\tan^2\frac{\alpha}{2}}$$

د مثلث اړونده فورمولونه



❖ د مثلث مساحت د دوو ضلعو او ددې ضلعو تر منځ د زاويې

له جنسه: $S = \frac{1}{2}ab\cdot\sin C$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$S=\frac{1}{2}ac\cdot\sin B \quad , \quad S=\frac{1}{2}bc\cdot\sin A$

❖ د مثلث مساحت چې زاويې او يوه ضلع يې معلومه وي:

$S=\frac{a^2\cdot\sin B\cdot\sin C}{2\sin A}$

❖ د مثلث مساحت د ضلعو له جنسه(د هيرون فرمول):

$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$p=\frac{a+b+c}{2}$ p د مثلث د محيط نيمايي ده:

❖ د مثلث د محيطي دايرې شعاع:

$R=\frac{abc}{4S}=\frac{abc}{4\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}$

$r=\frac{S}{p}$ ❖ د مثلث د محاطي دايرې شعاع:

❖ د قايم الزاويه مثلث مساحت(a,b قايمې ضلعې):

$S=\frac{1}{2}ab$

❖ د متساوي الساقين مثلث مساحت

$S=\frac{1}{2}a\sqrt{b^2-\frac{a^2}{4}}$:(a=b)

❖ د مثلث مساحت چې د رأسونو نقطې يې معلومې وي:

$S=\frac{1}{2}\cdot\left\|\begin{matrix}x_1 & y_1 & 1\\ x_2 & y_2 & 1\\ x_3 & y_3 & 1\end{matrix}\right\|$

❖ د مثلث د داخلي ناصف الزاويې اوږدوالې:

$\overline{AD}=\frac{2}{b+c}\sqrt{p\cdot b\cdot c(p-a)}$

$M_a=\frac{\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}}{2}$ ❖ په هر مثلث کې د مياني اوږدوالې:

متساوي الاضلاع مثلث

❖ ارتفاع: $h=\frac{a}{2}\sqrt{3}$

❖ مساحت: $S=\frac{h\cdot a}{2}=\frac{a^2}{4}\sqrt{3}$

❖ د محيطي دايرې شعاع: $R=\frac{a}{3}\sqrt{3}$

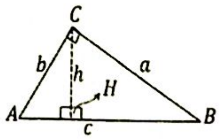
❖ د محاطي دايرې شعاع: $r=\frac{a}{6}\sqrt{3}$

❖ محيط: $p=3a$

د قايم الزاويه مثلث قضيې

۱- $\overline{AC}\cdot\overline{CB}=\overline{CH}\cdot\overline{AB}$

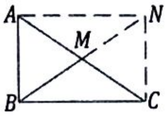
۲- $\overline{CB}^2=\overline{AH}\cdot\overline{HB}$



(c) ketabton.com: The Digital Library

۳- $(\overline{BM})$ میانه ده:

$$\overline{BM} = \frac{\overline{AC}}{2}$$



۴- که پورتني شکل کې $(\hat{C} = 30°)$ فرض کړو نو:

$$\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{AC}$$

د مثلث د ضلعو له جنسه دیوې زاویې د نیمایي مثلثاتي نسبتونه

$$\begin{cases} \sin\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}} \\ \sin\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-c}{ac}} \\ \sin\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{ab}} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \cos\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}} \\ \cos\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{p(p-b)}{ac}} \\ \cos\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{p(p-c)}{ab}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tan\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}} \\ \tan\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{p(p-b)}} \\ \tan\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{p(p-c)}} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \cot\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{p(p-a)}{(p-b)(p-c)}} \\ \cot\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{p(p-b)}{(p-a)(p-c)}} \\ \cot\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{p(p-c)}{(p-a)(p-b)}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sec\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{bc}{p(p-a)}} \\ \sec\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{ac}{p(p-b)}} \\ \sec\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{ab}{p(p-c)}} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \csc\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{bc}{(p-b)(p-c)}} \\ \csc\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{ac}{(p-a)(p-c)}} \\ \csc\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{ab}{(p-a)(p-b)}} \end{cases}$$

د ساین قانون(Law of sine)

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R = \frac{abc}{2S}$$

د کوساین قانون(Law of cosine)

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B \Rightarrow \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C \Rightarrow \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ba}$$

همدارنگه دا لاندې رابطې هم صدق کوي:

$$a = c \cdot \cos B + b \cdot \cos C$$

$$b = c \cdot \cos A + a \cdot \cos C$$

$$c = a \cdot \cos B + b \cdot \cos A$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تانجانت قانون(Law of tangent)

$$\frac{a+b}{a-b}=\frac{\tan\frac{A+B}{2}}{\tan\frac{A-B}{2}} \quad ; \quad \frac{a+c}{a-c}=\frac{\tan\frac{A+C}{2}}{\tan\frac{A-C}{2}}$$

همدارنګه لاندې رابطې هم صدق کوي

$$\frac{b+c}{b-c}=\frac{\tan\frac{B+C}{2}}{\tan\frac{B-C}{2}}$$

$$\tan\frac{A-B}{2}=\frac{a-b}{a+b}\cdot\cot\frac{C}{2}$$

$$\tan\frac{B-C}{2}=\frac{b-c}{b+c}\cdot\cot\frac{A}{2}$$

$$\tan\frac{C-A}{2}=\frac{c-a}{c+a}\cdot\cot\frac{B}{2}$$

د کوتانجانت قانون(Law of cotangent)

$$\cot\frac{A}{2}=\frac{p-a}{r} \quad ; \quad \cot\frac{B}{2}=\frac{p-b}{r} \quad ; \quad \cot\frac{C}{2}=\frac{p-c}{r}$$

همدارنګه:

$$\frac{\cot\frac{A}{2}}{p-a}=\frac{\cot\frac{B}{2}}{p-b}=\frac{\cot\frac{C}{2}}{p-c}$$

(r) د مثلث د محاطي دايرې شعاع او (p) د مثلث د محيط نيمايي ده.

د (Mollweid) **فرمولونه**

$$\frac{a-b}{c}=\frac{\sin\frac{A-B}{2}}{\cos\frac{C}{2}}$$

$$\frac{b-c}{a}=\frac{\sin\frac{B-C}{2}}{\cos\frac{A}{2}} \quad ; \quad \frac{c-a}{b}=\frac{\sin\frac{C-A}{2}}{\cos\frac{B}{2}}$$

د نيوټن فرمولونه

$$\frac{a+b}{c}=\frac{\cos\frac{A-B}{2}}{\sin\frac{C}{2}}$$

$$\frac{b+c}{a}=\frac{\cos\frac{B-C}{2}}{\sin\frac{A}{2}} \quad ; \quad \frac{c+a}{b}=\frac{\cos\frac{C-A}{2}}{\sin\frac{B}{2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثلثاتي معادلې (Trigonometry Equations)

لومړی درجه یو مجهوله معادلې

$A\sin x \pm B\cos x = R\cdot\sin(x\pm\alpha)$

$A\cos x \pm B\sin x = R\cdot\cos(x\mp\alpha)$

ځرنګه چې: $R=\sqrt{A^2+B^2}\ ;\ \alpha=\tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right)$

د لومړی درجه دوه مجهوله مثلثاتي معادلو سیستمونه او د حل شرطونه یې

❖ لومړی ګروپ:

$\begin{cases}\sin x\pm\sin y=a\\ x\pm y=\alpha\end{cases}$, $\begin{cases}\cos x\pm\cos y=a\\ x\pm y=\alpha\end{cases}$

د حل شرط یې: $a^2-4\sin^2\frac{\alpha}{2}\le 0$

❖ دوهم ګروپ:

$\begin{cases}\sin x\cdot\sin y=a\\ x\pm y=\alpha\end{cases}$

$\begin{cases}\sin x\cdot\cos y=a\\ x\pm y=\alpha\end{cases}$, $\begin{cases}\cos x\cdot\cos y=a\\ x\pm y=\alpha\end{cases}$

د حل شرط یې: $-\cos^2\frac{\alpha}{2}\le a\le\sin^2\frac{\alpha}{2}$

❖ دریم ګروپ: $\begin{cases}\frac{\sin x}{\sin y}=a\\ x\pm y=\alpha\end{cases}$, $\begin{cases}\frac{\cos x}{\cos y}=a\\ x\pm y=\alpha\end{cases}$

❖ څلورم ګروپ:

$\begin{cases}\tan x\pm\tan y=a\\ x\pm y=\alpha\end{cases}$, $\begin{cases}\cot x\pm\cot y=a\\ x\pm y=\alpha\end{cases}$

د حل شرط یې: $a^2-4+4a\cdot\cot\alpha\ge 0$

❖ پنځم ګروپ: $\begin{cases}\tan x\pm\tan y=a\\ x\pm y=\alpha\end{cases}$

د حل شرط یې: $-1\le\frac{1+a}{1-a}\cos\alpha\le 1$

❖ شپږم ګروپ: $\begin{cases}\frac{\tan x}{\tan y}=a\\ x\pm y=\alpha\end{cases}$

د حل شرط یې: $-1\le\frac{a-1}{a+1}\sin\alpha\le 1$

معکوس مثلثاتي نسبتونه

- ❖ $y=\sin x\Rightarrow x=\arcsin y$
- ❖ $y=\cos x\Rightarrow x=\arccos y$
- ❖ $y=\tan x\Rightarrow x=\text{artan}\, y$
- ❖ $y=\cot x\Rightarrow x=\text{arccot}\, y$
- ❖ $y=\sec x\Rightarrow x=\text{arcsec}\, y$
- ❖ $y=\csc x\Rightarrow x=\text{arccsc}\, y$

په معکوسو مثلثاتي نسبتونو کې بیلابیلې عملیې

$\arcsin x+\arccos x=\frac{\pi}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\arctan x + \operatorname{arccot} x = \frac{\pi}{2}$$
$$\operatorname{arcsec} x + \operatorname{arccsc} x = \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin x = \operatorname{arccsc}\left(\frac{1}{x}\right)$$
$$\arccos x = \operatorname{arcsc}\left(\frac{1}{x}\right)$$
$$\arctan x = \operatorname{arccot}\left(\frac{1}{x}\right) \quad , x > 0$$
$$\operatorname{arccot} x = \arctan\left(\frac{1}{x}\right) \quad , x > 0$$
$$\operatorname{arcsec} x = \arccos\left(\frac{1}{x}\right)$$
$$\operatorname{arccsc} x = \arcsin\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\arcsin(-x) = -\arcsin x$$
$$\arccos(-x) = \pi - \arccos x$$
$$\arctan(-x) = -\arctan x$$
$$\operatorname{arccot}(-x) = \pi - \operatorname{arccot} x$$
$$\operatorname{arcsec}(-x) = \pi - \operatorname{arcsec} x$$
$$\operatorname{arccsc}(-x) = -\operatorname{arccsc} x$$

$$\sin^{-1} A \pm \sin^{-1} B = \sin^{-1}\left(A\sqrt{1-B^2} \pm B\sqrt{1-A^2}\right)$$
$$\cos^{-1} A \pm \cos^{-1} B = \cos^{-1}\left(AB \mp \sqrt{(1-A^2)(1-B^2)}\right)$$
$$\tan^{-1} A \pm \tan^{-1} B = \tan^{-1}\left(\frac{A \pm B}{1 \mp AB}\right)$$

د معکوسو مثلثاتي نسبتونو ترکیب

$$\sin(\sin^{-1} x) = x \quad , -1 \leq x \leq 1$$
$$\cos(\cos^{-1} x) = x \quad , -1 \leq x \leq 1$$
$$\tan(\tan^{-1} x) = x \quad , \quad x \in IR$$
$$\cot(\cot^{-1} x) = x \quad , \quad x \in IR$$
$$\sec(\sec^{-1} x) = x \quad , -1 \geq x \geq 1$$
$$\csc(\csc^{-1} x) = x \quad , -1 \geq x \geq 1$$

$$\sin^{-1}(\sin y) = y \quad , \quad -\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$$
$$\cos^{-1}(\cos y) = y \quad , \quad 0 \leq y \leq \pi$$
$$\tan^{-1}(\tan y) = y \quad , \quad -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$$
$$\cot^{-1}(\cot y) = y \quad , \quad 0 < y < \pi$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\sec^{-1}(\sec y) = y \quad , \quad 0 \le y \le \pi , y \ne \frac{\pi}{2}$$
$$\csc^{-1}(\csc y) = y \quad , \quad -\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2} , y \ne 0$$

$$\sin(\cos^{-1} x) = \cos(\sin^{-1} x) = \sqrt{1-x^2}$$
$$\tan(\sin^{-1} x) = \cot(\cos^{-1} x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$
$$\cot(\sin^{-1} x) = \tan(\cos^{-1} x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$$
$$\sec(\sin^{-1} x) = \csc(\cos^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$
$$\sec(\sin^{-1} x) = \csc(\cos^{-1} x) = \frac{1}{x}$$

$$\sin(\tan^{-1} x) = \cos(\cot^{-1} x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$
$$\cos(\tan^{-1} x) = \sin(\cot^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$
$$\cot(\tan^{-1} x) = \tan(\cot^{-1} x) = \frac{1}{x}$$
$$\sec(\tan^{-1} x) = \csc(\cot^{-1} x) = \sqrt{1+x^2}$$
$$\csc(\tan^{-1} x) = \sec(\cot^{-1} x) = \frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$$

$$\sin(\sec^{-1} x) = \cos(\csc^{-1} x) = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$$
$$\cos(\sec^{-1} x) = \sin(\csc^{-1} x) = \frac{1}{x}$$
$$\tan(\sec^{-1} x) = \cot(\csc^{-1} x) = \sqrt{x^2-1}$$
$$\cot(\sec^{-1} x) = \tan(\csc^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$$
$$\csc(\sec^{-1} x) = \sec(\csc^{-1} x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$$

$$\sin(2 \cdot \sin^{-1} x) = 2x \cdot \sqrt{1-x^2}$$
$$\cos(2 \cdot \cos^{-1} x) = 2x^2 - 1$$
$$\tan(2 \cdot \tan^{-1} x) = \frac{2x}{1-x^2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هندسې برخه

د زاويو ډولونه

❖ قايمه زاويه: $\hat{\alpha} = 90^\circ$

❖ حاده زاويه: $0^\circ < \hat{\beta} < 90^\circ$

❖ منفرجه زاويه: $90^\circ < \hat{\beta} < 180^\circ$

❖ مستقيمه زاويه: $\hat{\alpha} = 180^\circ$

❖ مکمله زاويې: $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90^\circ$

❖ متممې زاويې: $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180^\circ$

مضلع ګانې

❖ د (n) ضلعي مضلع د داخلي زاويو مجموعه:

$A = (n-2)180^\circ$

❖ د (n) ضلعي مضلع د قطرونو مجموعه: $D = \frac{n(n-3)}{2}$

❖ د منظمې مضلع د يوې داخلي زاويې پراخوالی:

$\alpha = \frac{A}{n}$ يا $\alpha = \frac{(n-2)\cdot 180^\circ}{n}$

❖ د منظمې مضلع د يوې خارجي زاويې پراخوالی:

$\beta = \frac{360^\circ}{n}$

❖ د يوې مضلع د يوه رأس څخه د قطرونو تعداد: $d = n - 3$

❖ د يوې منظمې مضلع د ضلعو تعداد که داخلي زاويې يې معلومې وي:

$n = \frac{360^\circ}{180^\circ - \alpha}$

❖ له يوه رأس څخه د مضلع په منځ کې د مثلثونو شمېر:

$\Delta = n - 2$

❖ د محيطي دايرې شعاع: $R = \frac{a}{2\sin\frac{\pi}{n}}$

❖ د محاطي دايرې شعاع: $r = \frac{a}{2\tan\frac{\pi}{2}} = \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}}$

❖ محيط: $P = n \cdot a$

a د منظمې مضلع د يوې ضلعې اوږدوالی.

❖ د مضلع مساحت: $S = \frac{nR^2}{2} \cdot \sin\frac{2\pi}{n}$

❖ د مضلع مساحت: $S = q \cdot r = q\sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}}$ $(q = \frac{P}{2})$

❖ د دوو منظمو مشابه مضلعګانو د محيطونو، محيطي او محاطي دايرو تر منځ نسبت: $\frac{P}{P'} = \frac{R}{R'} = \frac{r}{r'}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلور ضلعي ګانې (Quadrilateral)

مربع Square:

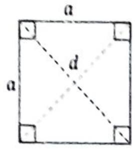
❖ محیط: $P = 4a$

❖ مساحت: $S = a^2$

❖ قطر: $d = \sqrt{2}a$

❖ د محیطي دایرې شعاع: $R = \frac{d}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}a$

❖ د محاطي دایرې شعاع: $r = \frac{a}{2}$



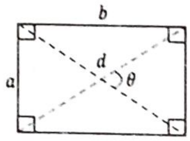
مستطیل Rectangle:

❖ محیط: $P = 2(a + b)$

❖ مساحت: $S = a \cdot b = \frac{1}{2}d^2 \cdot \sin\theta$

❖ قطر: $d = \sqrt{a^2 + b^2}$

❖ د محیطي دایرې شعاع: $R = \frac{d}{2} = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$



متوازي الاضلاع Parallelogram:

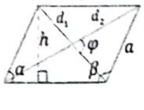
❖ محیط: $P = 2(a + b)$

❖ مساحت: $S = a \cdot h = a \cdot b \cdot \sin\alpha$

❖ مساحت: $S = \frac{1}{2}d_1 \cdot d_2 \cdot \sin\varphi$

❖ ارتفاع: $h = b \cdot \sin\alpha = b \cdot \sin\beta$

❖ د قطرونو د مربعاتو مجموعه: ${d_1}^2 + {d_2}^2 = 2(a^2 + b^2)$



لوزي (معین) Rhombus:

❖ محیط: $P = 4a$

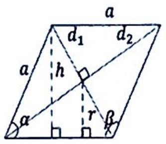
❖ مساحت: $S = a \cdot h = a^2 \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2}d_1 \cdot d_2$

❖ د قطرونو د مربعاتو مجموعه: ${d_1}^2 + {d_2}^2 = 4a^2$

❖ ارتفاع: $h = a \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2a}d_1 \cdot d_2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د محاطي دايرې شعاع: $r=\frac{h}{2}=\frac{d_1\cdot d_2}{4a}=\frac{a\cdot\sin\alpha}{2}$

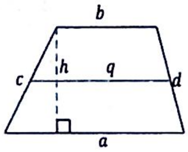


ذوذنقه Trapezoid:

❖ محيط: $P=a+b+c+d$

❖ مساحت: $S=\frac{a+b}{2}\cdot h=q\cdot h$

❖ منځنی خط: $q=\frac{a+b}{2}$

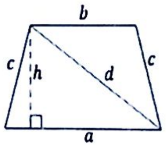


متساوي الساقين ذوذنقه Isosceles Trapezoid:

❖ قطر: $d=\sqrt{ab+c^2}$

❖ ارتفاع: $h=\sqrt{c^2-\frac{(a+b)^2}{4}}$

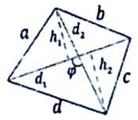
❖ مساحت: $S=\frac{a+b}{2}\cdot h=q\cdot h$



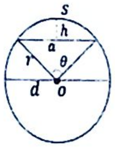
کيفي څلور ضلعي General Quadrilateral:

❖ محيط: $P=a+b+c+d$

❖ مساحت: $S=\frac{d_1}{2}(h_1+h_2)=\frac{d_1\cdot d_2}{2}\cdot\sin\varphi$



دايره (Circle):



❖ محيط: $P=2\pi r=\pi\cdot d$

❖ وتر: $a=2\sin\frac{\theta}{2}=2\sqrt{2h\cdot r-h^2}$

❖ مساحت: $S=\pi r^2=\frac{\pi d^2}{4}=\frac{P\cdot d}{4}=\frac{P\cdot r}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د مرکزي زاويې پراخوالی: $\theta = \frac{s}{r}$ (θ په رادیان)

❖ د قطاع محیط: $P' = s + 2 \cdot r$

❖ د قطاع مساحت: $S' = \frac{r \cdot s}{2} = \frac{r^2 \cdot \theta}{2}$ (θ په رادیان)

❖ د قطعې محیط: $P'' = s + a$

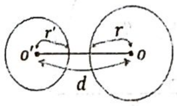
❖ د قطعې مساحت: $S'' = \frac{1}{2}[s \cdot r - a(r - h)]$

❖ د قطعې تقریبي مساحت: $S'' \approx \frac{2}{3} h \cdot a$

❖ د قطعې ارتفاع: $h = r - \frac{1}{2}\sqrt{4r^2 - a^2}\ ; h < r$

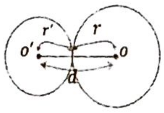
د دوو دایرو موقعیت نسبت یو بل ته

❖ ناپرېکړې یا نامتقاطع دایرې:



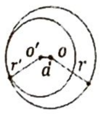
$d > r + r'$

❖ خارجاً مماس دایرې:



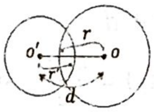
$d = r + r'$

❖ داخلاً مماس دایرې:



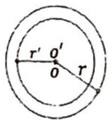
$d = |r - r'|$

❖ متقاطع دایرې:



$|r - r'| < d < r + r'$

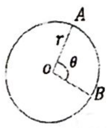
❖ متحدالمرکز دایرې:



$d = 0$

د دایرې اړوند زاویې

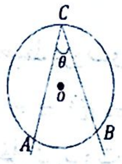
❖ مرکزي زاویه:



$A\hat{O}B = \hat{\theta} = \overset{\frown}{AB}$

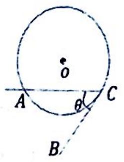
(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ محیطي زاویه:



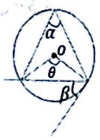
$A\hat{B}C = \hat{\theta} = \frac{1}{2}\cdot \overset{\frown}{AC}$

❖ مماسي زاویه:



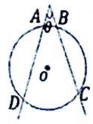
$\hat{\theta} = \frac{1}{2}\cdot \overset{\frown}{AC}$

❖ د محیطي، مماسي او مرکزي زاویو تر منځ اړیکه چې د عین قوس په مقابل کې واقع کوي:



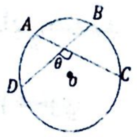
$\hat{\alpha} = \hat{\beta} = \frac{1}{2}\cdot \hat{\theta}$

❖ خارجي زاویه:



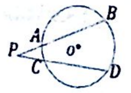
$\hat{\theta} = \frac{\overset{\frown}{CD} - \overset{\frown}{AB}}{2}$

❖ داخلي زاویه:



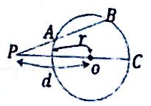
$\hat{\theta} = \frac{1}{2}\cdot \left(\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{DC}\right)$

په دایره کې د اوږدوالي اړیکې

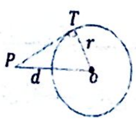


$PA\cdot PB = PC\cdot PD$

د یو ټکي طاقت نظر دایرې ته



$PA\cdot PB = d^2 - r^2$



$PT^2 = d^2 - r^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف) که یو ټکی د دایرې څخه بهر پروت وي نو طاقت یې مثبت دی:

$p_{(0)} = d^2 - r^2 > 0$

ب) که یو ټکی د دایرې پر محیط پروت وي نو طاقت یې صفر دی:

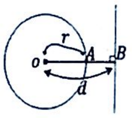
$p_{(0)} = d^2 - r^2 = 0 \Rightarrow d^2 = r^2$

ج) که یو ټکی د دایرې په داخل کې پروت وي نو طاقت یې منفي دی:

$p_{(0)} = d^2 - r^2 < 0 \Rightarrow d^2 < r^2$

د دایرې سره د یوې مستقیمې کرښې حالتونه

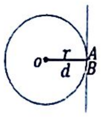
❖ که کرښه له دایرې سره ګډ ټکی و نه لري:



$d > r$

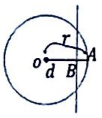
❖ که کرښه له دایرې سره یو ټکی ولري

نو کرښه پر دایره مماس دی:



$d = r$

❖ که کرښه له دایرې سره دوه ګډ ټکي ولري:



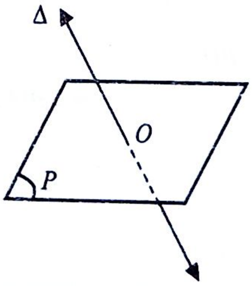
$d < r$

فضايي هندسه

په درې بعدي فضا کې کرښه او مستوي

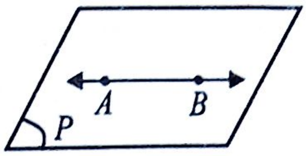
د یوې مستقیمې کرښې او یوې مستوي نسبي حالت

1- که چیرې یو مستقیمه کرښه او یوه مستوي یوه مشترکه نقطه ولري نو یو له بل سره متقاطع دي.

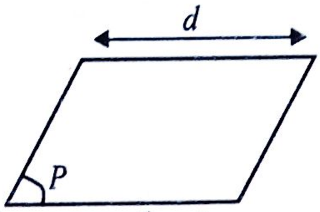


2- که چیرې یو مستقیمه کرښه له یوې مستوي سره دوه او یا له دوو څخه زیاتې ګډې (مشترکې) نقطې ولري، نو مستقیمه کرښه په مستوي کې شامله یا ورسره منطبقه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

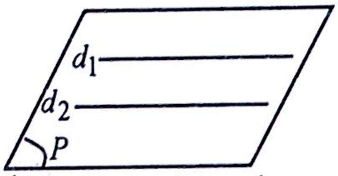


3- که چیرې یو مستقیمه کرښه له یوې مستوي سره هیڅ ګډه نقطه ونه لري، نو دامستقیم له مستوي سره موازي دی.

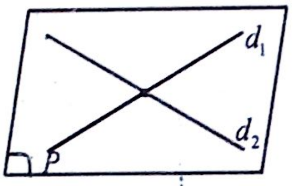


❖ له یوبل سره د دوو مستقیمو کرښو نسبي حالت:

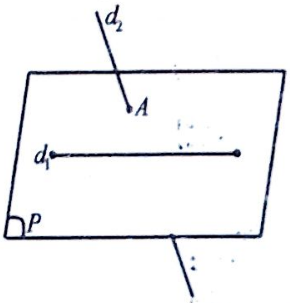
1- په یوې مستوي کې دوه کرښې هغه وخت موازي بلل کیږي چې هیڅ ګډ ټکی ونه لري.



2- په یوه مستوي کې دوه کرښې، چې یو ګډ ټکی ولري، متقاطع کرښې بلل کیږي.



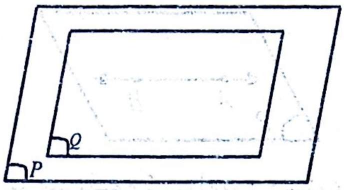
3- که دوه کرښې چې په یوه مستوي کې واقع نه وي او کوم ګډ ټکي هم ونه لري، متنافرې کرښې بلل کیږي.



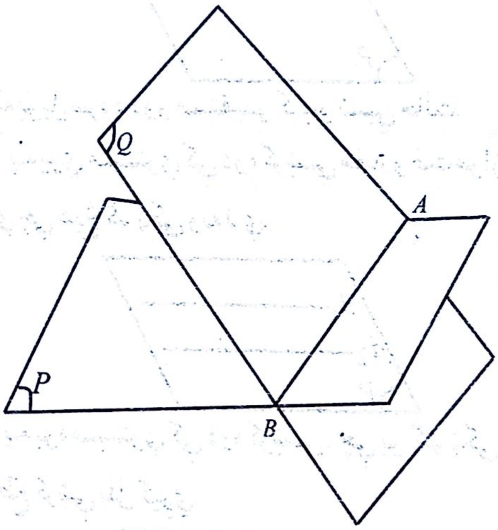
د دوو مستوی ګانو نسبي حالت

1- که چیرې دوې مستوي ګانې لږ ترلږه درې مشترکې نقطې ولري، چې د یو مستقیم خط په امتداد پرتې نه وي، یو پر بل منطبقې مستوي ګانې بلل کیږي.

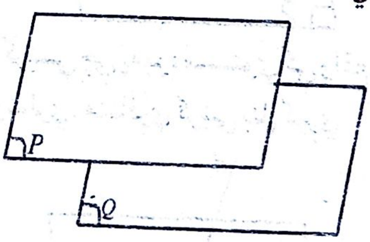
(c) ketabton.com: The Digital Library



2- که چیرې دوې مستوي ګانې یو ګډ مستقیم خط ولري متقاطع مستوي ګانې بلل کیږي. دغه AB مشترک خط ته مشترک فصل هم وایي.



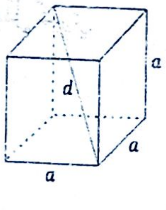
3- که چیرې دوه مستوي ګانې هیڅ کوم ګډ ټکی ونه لري، سره موازي دي.



د بیلابیلو جسمونو د بیلابیلو ځانګړتیاوو فورمولونه

مکعب Cube:

- ❖ حجم: $V = a^3$
- ❖ جانبي مساحت: $S = 4a^2$
- ❖ ګلي مساحت: $A = 6a^2$
- ❖ قطر: $d = \sqrt{3} \cdot a$



(c) ketabton.com: The Digital Library

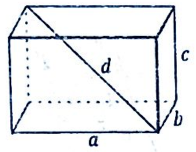
مکعب مستطیل :Rectangular Parallelepiped

❖ حجم: $V = a \cdot b \cdot c$

❖ جانبي مساحت: $S = 2(bc + ac)$

❖ کُلي مساحت: $A = 2(ab + ac + bc)$

❖ قطر: $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

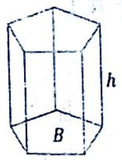


منشور :Prism

❖ حجم: $V = B \cdot h$

❖ جانبي مساحت:(P د قاعدې محیط) $S = P \cdot h$

❖ کُلي مساحت: $A = P \cdot h + 2B = S + 2B$

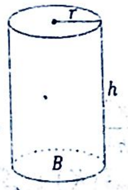


استوانه :Cylinder

❖ حجم: $V = B \cdot h = \pi r^2 h$

❖ جانبي مساحت: $S = 2\pi r \cdot h$

❖ کُلي مساحت: $A = S + 2B = 2\pi r(h + r)$

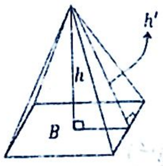


هرم:Pyramid

❖ حجم: $V = \frac{1}{3} B \cdot h$

❖ جانبي مساحت: $S = \frac{P \cdot h'}{2}$

❖ کُلي مساحت: $A = S + B$



(c) ketabton.com: The Digital Library

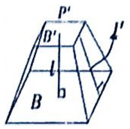
ناقص هرم :Frustum of Pyramid

❖ حجم: $V = \frac{K}{3}\left(B + B' + \sqrt{BB'}\right)$

❖ جانبي مساحت: $S = \frac{l'}{2}(P + P')$

❖ کُلي مساحت: $A = S + B + B'$

❖ د مقطع مساحت: $B' = B \cdot \frac{K^2}{h^2}$

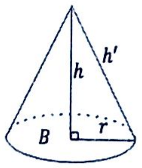


مخروط :Cone

❖ حجم: $V = \frac{B \cdot h}{3} = \frac{\pi r^2 h}{3}$

❖ جانبي مساحت: $S = \frac{P \cdot h'}{2} = \pi r h'$

❖ کُلي مساحت: $A = S + B = \pi r(r + h')$



ناقص مخروط:Frustum of Cone

❖ د مقطع شعاع: $r' = r \cdot \frac{K}{h}$

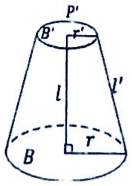
❖ حجم: $V = \frac{\pi K}{3}\left(r^2 + r'^2 + r \cdot r'\right)$

❖ جانبي مساحت: $S = \pi \cdot l'(r + r')$

❖ کُلي مساحت: $A = S = B + B'$

❖ د مقطع مساحت: $B' = B \cdot \frac{K^2}{h^2} = \pi r^2 \cdot \frac{K^2}{h^2}$

په ناقص هرم او مخروط کې د (K) قیمت: $K = h - l$



کُره :Sphere

❖ حجم: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

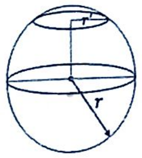
❖ د سطحي مساحت: $A = 4\pi r^2 = \pi d^2$

❖ د مقطع مساحت: $s = \pi r' = \pi(r^2 - y^2)$

❖ د مقطع شعاع: $r' = \sqrt{r^2 - y^2}$

y- د کُرې د مرکز او قطع شوې برخې د مرکز تر منځ فاصله ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library



❖ د څو اړخیز جسم لپاره د (Euler) قاعده: $F + V = E + 2$
V- رأسونه، E- ضلعې، F- اړخونه یا مخونه د جسم.

تحلیلي هندسه

❖ په یو محور د دوو ټکو ترمنځ واټن:

$$d = AB = |x_2 - x_1| = |x_1 - x_2|$$

❖ په سطحه کې د دوو ټکو ترمنځ واټن:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

❖ د یوې نقطې واټن د وضعیه کمیاتو له مبدا څخه:

$$d = \sqrt{x^2 + y^2}$$

❖ د دوو ټکو ترمنځ واټن په قطبي مختصاتو کې:

$$d = \sqrt{{r_1}^2 + {r_2}^2 - 2r_1 r_2 \cos(\theta_2 - \theta_1)}$$

❖ د هغې نقطې مختصـات چې قطعه خط په یو نسـبت باندې ویشي:

$$P\left(x = \frac{x_1 + x_2 \cdot r}{1 + r}, y = \frac{y_1 + y_2 \cdot r}{1 + r}\right)$$

❖ د $\left(\frac{m}{n}\right)$ په نسبت د یوه قطعه خط ویشل:

$$P\left(x = \frac{nx_1 + mx_2}{n + m}, y = \frac{ny_1 + my_2}{n + m}\right)$$

❖ د قطعه خط د نیمایي نقطې مختصات:

$$P\left(x = \frac{x_1 + x_2}{2}, y = \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

❖ د مستقیم خط میل چې د (x) محور سره د (θ) زاویه ولري:

$$m = \tan\theta$$

❖ د مستقیم خط میل چې دوې نقطې یې معلومې وي:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

د مستقیم خط معادلې

❖ عمومي معادله: $Ax + By + c = 0$

۱- میل او (y) محور سره تقاطع ټکی معلوم وي: $y = mx + b$

۲- چې د (x) محور سره موازي وي: $y = b\ ,\ b \neq 0$

۳- چې د (y) محور سره موازي وي: $x = a\ ,\ a \neq 0$

۴- میل او یوه نقطه یې معلومه وي: $y - y_1 = m(x - x_1)$

۵- دوې نقطې یې معلومې وي: $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

۶- د محوراتو معادله: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

۷- نارمل معادله: $x\cos\theta + y\sin\theta - p = 0$

p د عمود خط اوږدوالی، θ د عمود خط د میل زاویه.

۸- د مستقیم خط عمومي معادله د نورمال معادلې په شکل:

$$\frac{Ax}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}+\frac{By}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}+\frac{C}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}=0$$

۹- د مستقیم خط معادله په قطبي مختصاتو کې:

$$\frac{b}{r}=\sin\theta - a\cdot\cos\theta$$

❖ د یو ټکي واټن د مستقیم خط څخه: $d=\frac{Ax_1+By_1+C}{\sqrt{A^2+B^2}}$

$$d=x_1\cos\theta+y_1\sin\theta-p$$

❖ د دوو موازي خطونو ترمنځ واټن: $d=\frac{|C_2-C_1|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

❖ د وضعیه کمیاتو له مبدا نه د یو مستقیم خط واټن:

$$d=\frac{|C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

❖ د دوو مستقیمو خطونو ترمنځ زاویه: $\tan\theta=\frac{m_2-m_1}{1+m_1\cdot m_2}$

❖ دوه مستقیم خطونه هغه وخت یو پر بل عمود دي چې:

$$m_1\cdot m_2=-1 \quad , \quad A_1\cdot A_2+B_1\cdot B_2=0$$

❖ دوه مستقیم خطونه هغه وخت متقاطع دي چې:

$$m_1\neq m_2 \quad , \quad \frac{A_1}{A_2}\neq\frac{B_1}{B_2}$$

❖ دوه مستقیم خطونه هغه وخت یو پر بل منطبق دي چې:

$$m_1=m_2 \ , \ b_1=b_2 \ , \ \frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}$$

❖ دوه مستقیم خطونه هغه وخت موازي دي چې:

$$m_1=m_2 \ , \ b_1\neq b_2 \ , \ \frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}\neq\frac{C_1}{C_2}$$

❖ د مثلث مساحت د رأسونو د مختصاتو له مخې:

$$\begin{cases}A(x_1,y_1)\\B(x_2,y_2)\\C(x_3,y_3)\end{cases}, S=\frac{[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)]}{2}$$

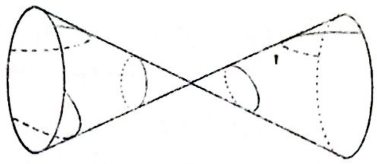
❖ د مثلث مساحت چې د رأسونو نقطې یې معلومې وي:

$$S=\frac{1}{2}\cdot\left\|\begin{matrix}x_1 & y_1 & 1\\x_2 & y_2 & 1\\x_3 & y_3 & 1\end{matrix}\right\|$$

❖ د مثلث د ثقل مرکز: $P\left(x=\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, y=\frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مخروطي مقاطع (Conic Sections)



د مخروطي مقاطعو د سټندرد حالت معادلې

❖ پارابول: (e عن المرکزيت) $y^2 = 4Px \ , \ e = 1$

❖ دايره: $x^2 + y^2 = 1 \ , \ e = 0$

❖ بيضوي: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \ , \ 0 < e < 1$

❖ هايپربولا: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \ , \ e > 1$

❖ د مخروطي مقاطعو عمومي معادله:

$$Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0$$

پورتنۍ معادله کې:

که $A \cdot B = 0$ شي، د پارابولا معادله لاسته راځي.

که $A = B$ شي، د دايرې معادله لاسته راځي.

که $A \neq B > 0$ شي، د بيضوي معادله لاسته راځي.

که $A \cdot C < 0$ شي، د هايپرابولا معادله لاسته راځي.

❖ د مخروطي مقاطعو معادلې په قطبي مختصاتو کې: په عمومي صورت که چيرې هادي د قطبي محور سره موازي وي، د مخروطي مقاطعو معادله په قطبي مختصاتو کې عبارت ده له:

$$r = \frac{e \cdot P}{1 \pm e \cdot \cos\theta}$$

پدې ځای کې د عن المرکزيت لپاره درې حالتونه شتون لري:

1- $e = 1$ د پارابول حالت دی.

2- $e < 1$ د بيضوي حالت دی.

3- $e > 1$ د هايپربول حالت دی.

دايره (Circle)

❖ د هغې دايرې معادله چې مرکز يې د وضعيه کمياتو مبدا وي:

$$x^2 + y^2 = R^2$$

❖ د هغې دايرې معادله چې مرکز يې $c(h, k)$ وي:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = R^2$$

د دايرې د معادلو خصوصي حالتونه

❖ مرکز يې د (x) په محور: $(x - h)^2 + y^2 = R^2; k = 0$

❖ مرکز يې د (y) په محور: $x^2 + (y - k)^2 = R^2; h = 0$

❖ د (x) په محور مماس:

$$(x - h)^2 + (y - R)^2 = R^2 \ ; \ |k| = R$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د (y) په محور مماس:

$$(x-R)^2+(y-k)^2=R^2\ ;\ |h|=R$$

❖ دواړو محورو سره مماس:

$$(x-R)^2+(y-R)^2=R^2\ ;\ |h|=|k|=R$$

❖ د وضعیه کمیاتو له مبدا څخه د یوې دایرې دتیریدو شرط:

$$h^2+k^2=R^2$$

❖ د دایرې عمومي یا انکشاف یافته معادله:

$$Ax^2+By^2+Dx+Ey+F=0$$

❖ پورتنی معادله کې د دایرې مرکز: $C\left(-\frac{D}{2},-\frac{E}{2}\right)$

❖ پورتنی معادله کې شعاع: $R=\frac{\sqrt{D^2+E^2-4F}}{2}$

- دایره حقیقي ده: $D^2+E^2-4F>0$

- دایره نقطوي ده: $D^2+E^2-4F=0$

- دایره مجازي ده: $D^2+E^2-4F<0$

❖ د دایرې د مماس معادله په $p(x_1,y_1)$ ټکي کې:

$$y-y_1=m(x-x_1)$$

❖ د دایرې د مماس میل په $p(x_1,y_1)$ کې: $m=-\frac{h-x_1}{k-y_1}$

❖ د مماس د تماس په ټکي $p(x_1,y_1)$ کې د شعاع میل:

$$m_r=\frac{k-y_1}{h-x_1}$$

❖ د $x^2+y^2=R^2$ دایرې د مماس معادله په $p(x_1,y_1)$ کې:

$$x\cdot x_1+y\cdot y_1={x_1}^2+{y_1}^2=R^2$$

❖ د دایرې د مماس اوږدوالی له $p(x_1,y_1)$ ټکي څخه:

$$\overline{PT}=\sqrt{(x_1-h)^2+(y_1-k)^2-R^2}$$

د دوو دایرو د جذري محور معادله

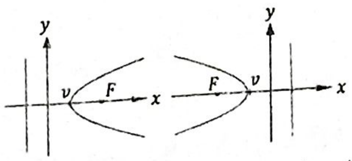
❖ د دواړو دایرو د معادلو حاصل تفریق څخه لاسته راځي:

$$-\begin{array}{l}x^2+y^2+D_1x+E_1y+F_1=0\\ x^2+y^2+D_2x+E_2y+F_2=0\\ \hline\end{array}$$

پارابولا (Parabola)

رأس یې په $(\mathbf{0},\mathbf{0})$ ټکي کې او د تناظر محور (x) وي:

❖ معادله: $y^2=4px$



p>0 د پارابول خوله ښی خواته خلاصه ده (مقعر).

p<0 د پارابول خوله چپې خواته خلاصه ده (محدب).

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د رأس مختصات: $V(0,0)$

❖ د محراق مختصات(P محراقي فاصله): $F(p,0)$

❖ مؤجه خط(هادي): $x=-p$

❖ محراقي يا د تناظر محور: $y=0\ ;(x-axis)$

❖ غيرمحراقي محور: $x=0\ ;(y-axis)$

❖ عمودي وتر: $\overline{AB}=4p$

❖ د عمودي وتر نقطې: $AB(x,\pm y)$

رأس يې په (h,k) تکي کې او د تناظر محور د (x) محور سره موازي وي:

❖ معادله: $(y-k)^2=4p(x-h)$

❖ د رأس مختصات: $V(h,k)$

❖ د محراق مختصات: $F(h+p,k)$

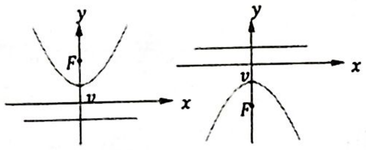
❖ مؤجه خط(هادي): $x=h-p$

❖ محراقي يا د تناظر محور: $y=k$

❖ غيرمحراقي محور: $x=h$

رأس يې په $(0,0)$ تکي کې او د تناظر محور (y) وي:

❖ معادله: $x^2=4py$



p>0 د پارابول خوله پورته خواته خلاصه ده (مقعر).

p<0 د پارابول خوله ښکته خواته خلاصه ده (محدب).

❖ د رأس مختصات: $V(0,0)$

❖ د محراق مختصات(P محراقي فاصله): $F(0,p)$

❖ مؤجه خط(هادي): $y=-p$

❖ محراقي يا د تناظر محور: $x=0\ ;(y-axis)$

❖ غيرمحراقي محور: $y=0\ ;\ (x-axis)$

❖ عمودي وتر: $AB=4p$

❖ د عمودي وتر نقطې: $AB(\pm x,y)$

رأس يې په (h,k) تکي کې او د تناظر محور د (y) محور سره موازي وي:

❖ معادله: $(x-h)^2=4p(y-k)$

❖ د رأس مختصات: $V(h,k)$

❖ د محراق مختصات: $F(h,k+p)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ مؤجه خط(هادي): $y = k - p$

❖ محراقي يا د تناظر محور: $x = h$

❖ غير محراقي محور: $y = k$

بيضوي (Ellipse)

عمومي ځانګړتياوې:

❖ لوی قطر: $AA' = 2a$

❖ کوچنی قطر: $BB' = 2b$

❖ د محراقونو ترمنځ فاصله: $F_1F_2 = 2c$

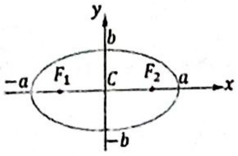
❖ محراقي فاصله: $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

❖ عن المرکزيت: $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}\ ; 0 < e < 1$

❖ عمودي وتر(لتس ريکتم): $\overline{MM'} = \frac{2b^2}{a}$

مرکز يې په $(0,0)$ ټکي کې او لوی قطر يې د (x) په محور وي:

❖ معادله: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$



$a > b > 0$ وي بيضوي افقي ده.

❖ د مرکز مختصات: $C(0,0)$

❖ د محراقونو مختصات: $F_1F_2(\pm c, 0)$

❖ د لوی قطر د رأسونو مختصات: $AA'(\pm a, 0)$

❖ د کوچني قطر د رأسونو مختصات: $BB'(0, \pm b)$

❖ مؤجه خطونه(هادي): $x = \pm\frac{a}{e} = \pm\frac{a^2}{c}$

❖ محراقي محور: $y = 0$

❖ غير محراقي محور: $x = 0$

مرکز يې په (h, k) ټکي کې او لوی قطر يې د (x) محور سره موازي وي:

❖ معادله: $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$

❖ د مرکز مختصات: $C(h,k)$

❖ د محراقونو مختصات: $F_1F_2(h \pm c, k)$

❖ د لوی قطر د رأسونو مختصات: $AA'(h \pm a, k)$

❖ د کوچني قطر د رأسونو مختصات: $BB'(h, k \pm b)$

❖ مؤجه خطونه(هادي): $x = h \pm \frac{a}{e} = h \pm \frac{a^2}{c}$

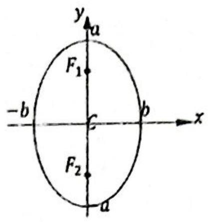
❖ محراقي محور: $y = k$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ غیر محراقي محور: $x = h$

مرکز یې په $(0,0)$ ټکي کې او لوی قطر یې د (y) په محور وي:

❖ معادله: $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$



$a > b > 0$ وي بیضوي عمودي ده.

❖ د مرکز مختصات: $C(0,0)$

❖ د محراقونو مختصات: $F_1F_2(0, \pm c)$

❖ د لوی قطر د رأسونو مختصات: $AA'(0, \pm a)$

❖ د کوچني قطر د رأ سونو مختصات: $BB'(\pm b, 0)$

❖ مؤجه خطونه(هادي): $y = \pm\frac{a}{e} = \pm\frac{a^2}{c}$

❖ محراقي محور: $x = 0$

❖ غیر محراقي محور: $y = 0$

مرکز یې په (h,k) ټکي کې او لوی قطر یې د (y) محور سره موازي وي:

❖ معادله: $\frac{(y-k)^2}{a^2} + \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$

❖ د مرکز مختصات: $C(h,k)$

❖ د محراقونو مختصات: $F_1F_2(h, k \pm c)$

❖ د لوی قطر د رأسونو مختصات: $AA'(h, k \pm a)$

❖ د کوچني قطر د رأ سونو مختصات: $BB'(h \pm b, k)$

❖ مؤجه خطونه(هادي): $y = k \pm \frac{a}{e} = k \pm \frac{a^2}{c}$

❖ محراقي محور: $x = h$

❖ غیر محراقي محور: $y = k$

هایپربولا (Hyperbola)

عمومي ځانګړتیاوې:

❖ د هایپربولا اړیکه: $c^2 = a^2 + b^2$

❖ د حقیقي رأسونو ترمنځ فاصله: $AA' = 2a$

❖ د مجازي رأسونو ترمنځ فاصله: $BB' = 2b$

❖ د محراقونو ترمنځ فاصله: $F_1F_1 = 2c$

❖ محراقي فاصله: $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

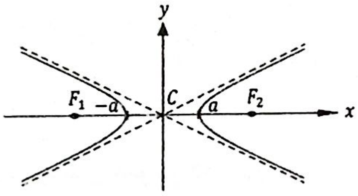
(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ عن المرکزیت: $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a} \ ; e > 1$

❖ عمودي وتر(لتس ریکتم): $\overline{MM'} = \frac{2b^2}{c}$

مرکز يې په $(0,0)$ ټکي کې او محراقي محور يې د (x) په محور وي:

❖ معادله: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$



د هایپربولا خولې ښي او چپ لور ته خلاصې دي.

❖ د مرکز مختصات: $C(0,0)$

❖ د حقیقي رأسونو مختصات: $AA'(\pm a, 0)$

❖ د مجازي رأسونو مختصات: $BB'(0, \pm b)$

❖ د محراقونو مختصات: $F_1F_2(\pm c, 0)$

❖ مجانبونه: $y = \pm\frac{b}{a}x$

❖ مؤجه خطونه(هادي): $x = \pm\frac{a}{e}$

❖ محراقي محور: $y = 0$

❖ غیرمحراقي محور: $x = 0$

مرکز يې په (h,k) ټکي کې او محراقي محور يې د (x) محور سره موازي وي:

❖ معادله: $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$

❖ د مرکز مختصات: $C(h,k)$

❖ د حقیقي رأسونو مختصات: $AA'(h \pm a, k)$

❖ د مجازي رأسونو مختصات: $BB'(h, k \pm b)$

❖ د محراقونو مختصات: $F_1F_2(h \pm c, k)$

❖ مجانبونه: $(y-k) = \pm\frac{b}{a}(x-h)$

❖ مؤجه خطونه(هادي): $x = h \pm \frac{a}{e}$

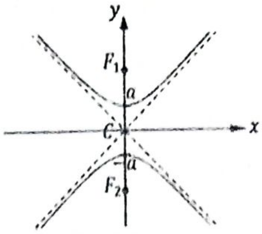
❖ محراقي محور: $y = k$

❖ غیرمحراقي محور: $x = h$

مرکز يې په $(0,0)$ ټکي کې او محراقي محور يې د (y) په محور وي:

❖ معادله: $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د هایپربولا خولې پورته او ښکته خواته خلاصې دي.

- ❖ د مرکز مختصات: $C(0,0)$
- ❖ د حقیقي رأسونو مختصات: $AA'(0,\pm a)$
- ❖ د مجازي رأسونو مختصات: $BB'(\pm b,0)$
- ❖ د محراقونو مختصات: $F_1F_2(0,\pm c)$
- ❖ مجانبونه: $y=\pm\frac{a}{b}x$
- ❖ مؤجه خطونه(هادي): $y=\pm\frac{a}{e}$
- ❖ محراقي محور: $x=0$
- ❖ غیرمحراقي محور: $y=0$

مرکز یې په (h,k) ټکي کې او محراقي محور یې د (y) محور سره موازي وي:

- ❖ معادله: $\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$
- ❖ د مرکز مختصات: $C(h,k)$
- ❖ د حقیقي رأسونو مختصات: $AA'(h,k\pm a)$
- ❖ د مجازي رأسونو مختصات: $BB'(h\pm b,k)$
- ❖ د محراقونو مختصات: $F_1F_2(h,k\pm c)$
- ❖ مجانبونه: $(y-k)=\pm\frac{a}{b}(x-h)$
- ❖ مؤجه خطونه(هادي): $y=k\pm\frac{a}{e}$
- ❖ محراقي محور: $x=h$
- ❖ غیرمحراقي محور: $y=k$

د یوې نقطې موقعیت نظر مخروطي مقاطعو ته

له نقطې څخه د (x) او (y) قیمتونه رااخلو او د منحني یا اړونده مخروطي مقطع په معادله کې یې وضع کوو نو دری حالتونه به ولرو:

❖ که ښی او کیڼ(چپ) لوری سره مساوي شول، نو نقطه د منحني په محیط پرته ده.

❖که ښی لوری زیات شي، نو نقطه د دایرې، بیضوي او پارابول په داخل کې او د هایپربولا په خارج کې واقع ده.

❖که چپ لوری زیات شي، نو نقطه د دایرې، بیضوي او پارابول په خارج کې او هایپربولا په داخل کې واقع ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوې کرښې موقعیت نظر مخروطي مقاطعو ته د (x) او (y) قیمتونه د مستقیمې کرښې له معادلې څخه لاسته راوړو او د منحني په معادله کې یې وضع کوو، دوهمه درجه یو مجهوله معادله لاسته راځي، (Δ) یې تشکیلوو $(\Delta = b^2 - 4ac)$:

- که $(0 < \Delta)$ شو، مستقیمه کرښه منحني په دوو نقطو کې قطع کوي
- که $(0 = \Delta)$ شو، مستقیمه کرښه له منحني سره مماس ده.
- که $(0 > \Delta)$ شو، مستقیمه کرښه منحني نه قطع کوي

احصائیه Statistics

❖ $(Data)$ ډیټا: لومړنیو راټولو شویو معلوماتو ته وایي

❖ [illegible] $(meanor\ average)$ که (n) [illegible] عددونه ولرونو او [illegible] ټولو عددونو مجموعه [illegible] دی

$$\overline{X} = \frac{x_1 + [illegible] x_n}{[illegible]}$$

❖ [illegible] $(mode)$: په راټول شویو [illegible] ډیر [illegible] دیا [illegible] زیاته فریکونسي ولري [illegible] وي [illegible] عددونو کې (5) مود [illegible] امکان لري چې یوه سلسله [illegible] معلومات [illegible] یوه څخه زیات مودونه ولري [illegible] وته وایي

❖ د نسبي کثرت فیصدي:

$$[illegible] = \frac{\text{مطلق کثرت}}{\text{دټولي ډیټا کثرت}} \times 100\%$$

❖ غیر متصلې ډیټا اوسط:

$$\overline{X} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \cdots f_nx_n}{f_1 + f_2 + \cdots + f_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_ix_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

❖ (x) یوه ډیټا او f د هغې کثرت دی.

❖ وزني اوسط:

$$\overline{X} = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + \cdots + w_nx_n}{w_1 + w_2 + \cdots + w_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_ix_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$$

❖ میانه $(median)$: کله چې راکړل شوي معلومات منظم (صعودی یانزولي ډول) کړونو منځنی عدد یې میانه ده او که د عددونو شمیر جفت وه نو د دوو منځنیو عددونو اوسط یې میانه ده مثلاً په لاندې معلوماتو کې (7) میانه ده:

$$1,2,3,7,10,13,17$$

❖ دتحول ساحه $(Range)$:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$Range =$ ترټولو زيات قيمت - ترټولو کم قيمت

❖ دانحراف اوسط:

$$\text{دانحراف اوسط} = \frac{|x_1-\bar{x}|+|x_2-\bar{x}|+\cdots+|x_n-\bar{x}|}{n}$$

$x_1, x_2, \cdots x_n$ ډيټا ګانې، $\overline{X}$ د ډيټاګانو اوسط او n د ډيټاګانو شمير ده.

❖ د $P-$ ام څلورمې (ربعي) موقعيت:

$$C_{QP} = \frac{P\cdot n}{4}+\frac{1}{2} \quad (n \text{ د ډيټاګانو شميره } , \ p=1,2,3)$$

❖ ربعي (دڅلورمو) انحراف:

$$Q = Q_3 - Q_1$$

Q_1 او Q_3 په ترتيب سره د ډيټا لومړۍ څلورمه (ربعه) او دريمه څلورمه ده.

❖ واريانس $(Variance)$:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n} = \frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2}{n}$$

❖ ځينې وخت لدې فورمول څخه هم واريانس په لاس راوړي:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

❖ واريانس په هغه صورت کې چې ډيټا په کلاسونو کې ترتيب شوې وي:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=2}^{n}f_i(x_i-\bar{x})^2}{\sum_{i=2}^{n}f_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n}f_i(x_i-\bar{x})^2}{N}$$

- x د کلاس مرکز، f يې فريکونسي وي او $N=\sum_{i=1}^{n}f_i$ وي

❖ معياري انحراف:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2}{n}-\bar{x}^2}\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2}{n}-\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2}{n}\right)^2}$$

❖ معیاری انحراف د فریکونسیوله جدول څخه:

$$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}f_i(x_i-\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}f_i}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}f_ix_i^2}{\sum_{i=1}^{n}f_i}-\bar{x}^2}$$

❖ د بدلونونو ضریب:

$$C\cdot V=\frac{S}{\bar{x}}=\frac{\text{معیاری انحراف}}{\text{اوسط}}$$

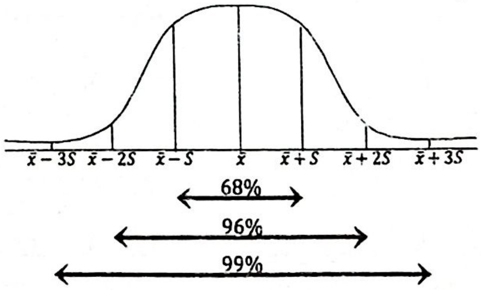
❖ د تحول ضریب: $C\cdot V\%=100\cdot\frac{S}{x}$

❖ په نورمال منحنی کې پراگنده گي (تیتوالی):

– که چیرې $(\bar{x})$ اوسط او (S) معیاري انحراف وي، نو 68% د پلتنې موارد د $(\bar{x}-S,\bar{x}+S)$ په فاصله کې یعنې د اوسط په شااو خوا د معیاري انحراف په فاصله کې ځای لري.

– 96% دپلتنې موارد د $(\bar{x}-2S,\bar{x}+2S)$ په فاصله کې ځای لري

– 99% د پلتنې موارد د $(\bar{x}-3S,\bar{x}+3S)$ په فاصله کې ځای لري



❖ د نورمال توزیع د ډول شا خطونه:

1– د خمیدلو (*Skewness*) شاخص: هغه توزیع چې د اوسط په دواړو خواوو کې متناظره نه وي خمیدل نومیږي، چې په دوو لاندې ضریبونو ښودل کیږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف: د خمیدلو ضریب:

$$\alpha_3 = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^3}{S^3}$$

- که $\alpha_3 = 0$ وي، نو توزیع متناظره ده.
- که $\alpha_3 > 0$ وي، نو د توزیع خمیدل مثبت دي، یعنې ښي لوري ته خمیده ګي لري.
- که $\alpha_3 < 0$ وي، نو د توزیع خمیدل منفي دی، یعنې کیڼ لوري ته خمیده ګي لري.

ب: د پیرسون د خمیدلو ضریب: $K(p) = \frac{3(\bar{x} - med)}{S}$

- که $SK(p) = 0$ وي، نو توزیع متناظره ده.
- که $SK(p) > 0$ وي، نو توزیع منحني مثبت خمیدل لري
- که $SK(p) < 0$ وي، نو توزیع منحنی منفي خمیدل لري.

2- د پړسوب $(kurtosis)$ شاخص: د اشاخص دا ښیي چې د توزیع یوه منحني څه وخت جګوالی او څه وخت ټیټوالی لري:

$$\alpha_4 \frac{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^4}{S^4}$$

یا د کثرت د جدول په شتون کې د پړسوب شاخص:

$$\alpha_4 = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}f_i(x_i - \bar{x})^4}{S^4}$$

❖ د پیوستون ضریب:

$$r = \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n}xy}{n} - \bar{x}\cdot\bar{y}}{S_x \cdot S_y}$$

❖ د خطي میلان معادله (د ریګریشن کرښه): $y = ax + b$

❖ د خطي میلان معادله کې د (a) قیمت: $a = r \cdot \frac{S_y}{S_x}$

❖ د خطی میلان معادله کې د (b) قیمت: $b = \bar{y} - a\bar{x}$

❖ د تعجیل او پیوسته احتمال تابع: $F(x) = P(X \le x)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ که چیرې $f(x)$ د احتمال تابع او (x) تصادفي متحول وي،
نو ددې احتمال چې x د k_1 او k_2 په منځ کې وي برابر دی له:

$$P(k_1 \le x \le k_2) = \int_{k_1}^{k_2} f(x)dx$$

❖ که چیرې x پیوسته ناڅاپي متحول او $k_1 < k_2$ څخه وي
نو:

$$P(k_1 \le x \le k_2) = F(k_2) - F(k_1)$$

❖ د x ناڅاپي مجزا متحول اوسط: $E(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i f(x_i)$

❖ د x ناڅاپي مجزا (گسته) احتمال واریانس:

$$S^2 = \sum_{i=1}^{n} [x_i - E(x_i)]^2 f(x_i)$$

❖ د نا بریالیتوب احتمال: (P د بریالیتوب احتمال)

$$q = 1 - P$$

❖ د n ځلي آزمایښت څخه د m ځلي بریالیتوب احتمال:

$$P(X \le m) = \binom{n}{m} P^m q^{n-m} \;\; ; \;\; 0 \le m \le n$$

❖ د پورتني دوه جمله یي د توزیع اوسط: $\overline{X} = nP$

❖ د پورتني دوه جمله یي د توزیع معیاري انحراف:

$$S = \sqrt{n \cdot p \cdot q}$$

❖ د پواسن د احتمال توزیع فورمول:

$$P(X = m) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^m}{m!} \, , \, e = 2.71828$$

❖ د پواسن په توزیع کې اوسط = ویانس: $\lambda = n \cdot P$

❖ په ټاکلي وخت د احتمال و مماسې لپاره د پواسن فورمول:

$$P(X = m) = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^m}{m!}$$

– t د ټاکلي وخت نسبت پر ټول وخت چې اوسط ورکړل شوی وي، m د ور تللو شمیر د t په واحد وخت کې او د ورتگ شمیر اوس په واحد کې دی.

❖ د نورمال توزیع احتمال:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{1}{S\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}}{S}\right)^2} \quad , \begin{cases}\pi = 3.14189\\ e = 2.71828\end{cases}$$

❖ د نورمال د توزیع احتمال بل فورمول: $f(x)=N(x,\bar{x},S)$

x – پیوسته تصادفي مقدار او $f(x)$ د منحني جګوالی رانبيي

❖ د x پیوسته تصادفي متحول د نورمال احتمال توزیع په یوه انتېروال کې:

$$f(x_1<x<x_2)=\int_{x_1}^{x_2} f(x)dx=\int_{x_1}^{x_2}\frac{1}{S\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}}{S}\right)^2}$$

❖ سټنډرډ نورمال متحول: $Z=\dfrac{x-\bar{x}}{S}$

❖ نمونه يي اوسط:

$$\bar{x}_n=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$$

❖ د ټولنې اوسط: $\mu=E(\bar{x}_n)$

❖ د $\bar{x}_n$ متحول وریانس، δ^2 د ټولنې وریانس:

$$V(\bar{x}_n)=\frac{1}{n}\delta^2$$

❖ د نمونې وریانس: $S_n^2=S^2=\dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$

❖ د نمونه يي وریانس اوسط: $E(S^2)=\delta^2$

❖ د لويې ټولنې د حجم نبودنه: $\dfrac{S}{\sqrt{n}}$ = د لويې ټولنې حجم

❖ د کوچنۍ ټولنې د حجم نبودنه:

(N د ټولنې عناصرو شمیر) $\dfrac{S}{\sqrt{n}}\sqrt{\dfrac{N-m}{N-1}}$ د کوچنې ټولنې حجم

❖ د تقریبي نورمال توزیع د اوسط $(\mu_{\bar{x}}=\mu)$ وریانس:

$$\delta_{\bar{x}}^2=\frac{\delta^2}{n}$$

❖ د نورمال سټنډرډ توزیع ناڅاپه متحول: $Z=\dfrac{\bar{x}-\mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د نمونې د نسب آماره: $\hat{P} = \frac{x}{n}$

❖ د x نا ثاېي متحول اوسط: $E(x) = np$

❖ د x نا ثاېي متحول وریانس: $V(x) = npq$

❖ د دوه جمله يي د توزیع په پاملرنې سره د $\hat{P}$ توزیع:

$$f(n\,\hat{p}) = \binom{n}{n\,\hat{p}} p^{n\,\hat{p}} (1-p)^{n(1-\hat{p})} \quad ; \quad \hat{p} = 0\,, \frac{1}{n}, \cdots, 1$$

❖ د نورمال ستنډرډ توزیع: $Z = \frac{x - np}{\sqrt{npq}} = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}$

❖ د $\hat{p}$ وریانس: $V(\hat{p}) = \frac{p \cdot q}{n}$

❖ د $\hat{p}$ اوسط: $E(\hat{p}) = p$

(c) ketabton.com: The Digital Library

احتمالات Probability

❖ د يوې پيښـــې چانس بيانول په عدد (رقم) سـره د احتمال په نوم ياديږي

❖ د A ناڅاپي پيښې احتمال:

$$P(A)=\frac{T}{S}=\frac{\text{د ناڅاپي پيښې د مساعدو حالتونو شمير}}{\text{د تجربې د ټولو پايلو د حالتونو شمير (د نمونې فضا)}}$$

❖ د E پيښې احتمال: (n د نمونې د فضا غړي) $P(E)=\frac{1}{n}$

❖ د B ناممکنې پيښې احتمال: $P(B)=0$

❖ د B خامخا پيښيدونکې پيښې احتمال: $P(B)=1$

❖ د اتفاقي (ناڅاپي) پيښو شمير:

(n د نمونې د فضا د غړو شمير) 2^n

❖ اتفاقي پيښـه (E): د S د نمونې فضـا هر فرعي سـټ يوه اتفاقي پيښه ده.

❖ د E اتفاقي پيښې احتمال تل د (0) او (1) ترمنځ وي:

$0 \le P(E) \le 1$

❖ د A ناڅاپي پيښې مکمله: $P(\overline{A})=1-P(A)$

❖ د مستقلو پېښو لپاره د جمعې اصل:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$$

❖ د مستقلو پېښو لپاره د ضرب اصل:

$$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$$

❖ د جمعې عمومي اصل:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

❖ مشروط (Conditional) احتمال:

$$P_B(A)=(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}\ ,\ P(B)\neq 0$$

$$P(A\cap B)=P(B)\cdot P(A/B)=P(A)\cdot P(B/A)$$

❖ $n-$ ام فکتوريل: $n!=1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot n\ ;\ n\in IN_0$

❖ $0!=1$

❖ $1!=1$

❖ د ستيرلينګ فورمول د $n-$ ام فکتوريل لپاره:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$n! \approx \sqrt{2\pi n}\cdot\begin{pmatrix} n \\ e \end{pmatrix}^{n} \quad , \quad \begin{cases}\pi = 3.14\cdots \\ e = 2.71\cdots\end{cases}$$

❖ د (n) عنصرونو د ترتیب ډولونه چې (n) غړو د $(permutation)$ پرموتیشن په نامه هم یادیږي په (P_n) سره ښودل کیږي

❖ د (P_n) ترتیب، چې تکرار نا شوني وي: $P_n = n!$

❖ د (P_n) ترتیب، چې تکرار (K_n) ځلې شوني وي:

$$P_n^{K_1,k_2,\cdots,k_n} = \frac{n!}{K_1!\cdot K_2!\cdot K_3!\cdot\ldots\cdot K_n!}$$

❖ ترکیب Combination:

$$C_K^n = \binom{n}{K} = \frac{n!}{K!(n-K)!} \quad , \quad 0 \le K \le n$$

د ترکیبونو ځانګړتیاوې

❖ که $k=0$ شي یا $(n=k)$ شي د ترکیب قیمت (1) دی:

$$\binom{n}{n} = \binom{n}{0} = 1$$

❖ که $(n=k+1)$ شي د ترکیب قیمت (n) کیږي:

$$\binom{n}{k} = n$$

❖ $\binom{n}{k_1} = \binom{n}{k_2} \quad ; \quad k_1 + k_2 = n$

❖ $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$

❖ $\binom{n}{k} + \binom{n}{k-1} = \binom{n+1}{k}$

❖ $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$

❖ $\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \cdots + \binom{n}{n} = 2^n$

❖ $\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} - \cdots (-1)^n \binom{n}{2} = 0$

❖ $\binom{n}{n} + \binom{n+1}{n} + \binom{n+2}{n} + \cdots + \binom{n+m}{n} = \binom{n+m+1}{n+1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ $\binom{n}{0}+\binom{n}{2}+\binom{n}{4}+\cdots=2^{n-1}$

❖ $\binom{n}{1}+\binom{n}{3}+\binom{n}{5}+\cdots=2^{n-1}$

❖ $\binom{n}{0}^2+\binom{n}{1}^2+\binom{n}{2}^2+\cdots+\binom{n}{n}^2=\binom{2n}{n}$

❖ $\binom{m}{0}\binom{n}{P}+\binom{m}{1}\binom{n}{P-1}+\cdots+\binom{m}{P}\binom{n}{0}=\binom{m+n}{P}$

❖ $(1)\binom{n}{1}+(2)\binom{n}{2}+(3)\binom{n}{3}+\cdots+(n)\binom{n}{n}=n\cdot 2^{n-1}$

❖ $(1)\binom{n}{1}-(2)\binom{n}{2}+(3)\binom{n}{3}-\cdots(-1)^{n+1}\cdot(n)\binom{n}{n}=0$

❖ تبدیل $(Variation)$ پرته له تکراره:

$$V_k^n=k!\cdot C_k^n=\frac{n!}{(n-k)!}$$

❖ تبدیل، سره له تکراره:

$$V_k^n=n^k$$

❖ د خط د را تلو احتمال په $k-$ ام مرتبه کې:

$$P_{(\text{خط راتګ})}=\frac{\binom{n}{k}}{2^n}$$

❖ د بینوم قضیه (دبرنولي د پرابلم احتمال):

$$B(n,p,k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$$

❖ د $(a+b)^n$ دوه جمله یي انکشاف عبارت دی له:

$$(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}\cdot a^k\cdot b^{n-k}$$

❖ د بائیز $(Bayex)$ فرومول:

$$P_A(B_i)=\frac{P(A\cap B_i)}{P(A)}=\frac{P(B_i)\cdot P_{B_i}(A)}{\sum_{k=1}^{n}P(B_k)\cdot P_{B_k}(A)}\quad;\quad i=1,\cdots,n\quad;\quad\begin{cases}P(B_i)\neq 0\\ P(A)\neq 0\end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

فزیک Physic

د کمیتونو د اندازه کولو، واحداتو او د مادې د فزیکي حالتونو جدولونه

اضعاف			اجزاء		
د مختاړي نوم	سمبول	د 10^n شکل	د مختاړي نوم	سمبول	د 10^n شکل
دیکا	D	10^1	دیسي	d	10^{-1}
هکتو	H	10^2	سانتي	c	10^{-2}
کیلو	K	10^3	ملي	m	10^{-3}
میګا	M	10^6	مایکرو	μ	10^{-6}
ګیګا	G	10^9	نانو	n	10^{-9}
تیرا	T	10^{12}	پیکو	p	10^{-12}
پیتا	P	10^{15}	فمتو	f	10^{-15}
اګزا	E	10^{18}	اتو	a	10^{-18}
زیتا	Z	10^{21}	زپتو	z	10^{-21}
یوتا	Y	10^{24}	یوکتو	y	10^{-24}

کمیتونه	M.K.S	C.G.S	M.T.S	F.P.S	دایمنشن
کتله	kg	gr	ton	slug	$[M.L^0.T^0]$
اوږدوالی	m	cm	m	ft	$[M^0.L.T^0]$
وخت	sec	sec	sec	sec	$[M^0.L^0.T]$
سرعت	m/sec	cm/sec	m/sec	ft/sec	$[M^0.L.T^{-1}]$
قوه	N	dyne	stene	lb	$[M.L.T^{-2}]$
کار	Joul	erg	Kjoul	ft·lb	$[M.L^2.T^{-2}]$
توان	Watt	erg/sec	Kwatt	HP	$[M.L^2.T^{-3}]$
تعجیل	m/sec^2	cm/sec^2	m/sec^2	$ft/inch^2$	$[M^0.L.T^{-2}]$
فشار	Pascal	Bary	Piz	lb/ft^2	$[M^0.L.T^{-2}]$
کثافت	kg/m^3	g/cm^3	ton/m^3	$slug/ft^3$	$[M.L^{-3}T^0]$
انرژي	Joul	erg	Kjoul	ft·lb	$[M.L^2T^{-2}]$
دحرارت مقدار	Kcalory	calory	Termi		$[M.L^2T^{-2}]$

په (SI) یا نړیوال سیستم کې د اساسي کمیتونو واحدات			
واحد	نوم	کمیت	ګڼه
Kg	کیلوګرام	کتله	۱
M	متر	اوږدوالی	۲
sec	ثانیه	وخت	۳

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴	د مادي مقدار	مول	mol
۵	د نور شدت	کانډیلا	candela
۶	د حرارت درجه	کالوین	°K
۷	د برق جریان	امپیر	Amp
په (SI) یا نړیوال سیستم کې د بشپړونکي کمیتونو واحدات			
۱	مسطحه زاویه	رادیان	rad
۲	فضایي (جامده) زاویه	ستې رادیان	st-rad

ځانګړتیا	جامد	مایع	غاز
کتله	ثابت	ثابت	ثابت
وزن	ثابت	ثابت	ثابت
حجم	ثابت	ثابت	متغیر
شکل	ثابت	د لوښي	متغیر
تراکم	نه لري	ډېر کم	ډېر
د جذب قوه	زیاته	کمه	نه لري (دفعي قوه)
مالیکولي حرکت	نه لري (اهتزازي)	بطي (بروني)	تیز
مالیکولي فاصله	نه لري	کمه	ډېره

۱: سکالري کمیت: هغه کمیت چې یوازې مقدار یې په نظر کې نیول کیږي لکه: اوږدوالي، کتله، وخت....

۲: وکتوري کمیت: هغه کمیت چې په مقدار سربیره لوري (جهت) یې هم په نظر کې نیول کیږي لکه: قوه، سرعت....

وکتور

❖ د وکتور ښودل په یوه سطحه کې:

$\vec{a}\binom{X_i}{Y_j}$ (د وکتور مبداء د قایمو وضعیه کمیاتو مبداء ده)

❖ د وکتور مقدارچې مختصات یې راکړي وي:

$$a = \sqrt{{X_i}^2 + {Y_j}^2}$$

❖ د دوو وکتورونو محصله چې تر منځ یې د(α) زاویه وي:

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cdot cos\alpha}$$

❖ د یوه وکتور عمودي مرکبه: $R_y = R \cdot sin\alpha$

❖ دیوه وکتور افقي مرکبه: $R_x = R \cdot cos\alpha$

❖ هغه زاویه چې یو وکتور یې د (x) محور سره جوړوي:

$$\alpha = arctan(\frac{R_y}{R_x})$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

قوه

- قوه: $\vec{f} = m \cdot \vec{a}$
- تعجیل: $\vec{a} = \frac{\vec{f}}{m}$
- د دوو قوو محصله: $R = \sqrt{{f_1}^2 + {f_2}^2 + 2f_1f_2 \cdot cos\alpha}$
- د دوو قوو تفریق: $R = \sqrt{{f_1}^2 + {f_2}^2 + 2f_1f_2 \cdot cos\alpha}$
- د دوو موازي قوو محصله ($\alpha=0°$): $R = f_1 + f_2$
- د دوو عمودي قوو محصله ($\alpha=90°$): $R = \sqrt{{f_1}^2 + {f_2}^2}$
- د دوو مخالفو قوو محصله ($\alpha=180°$): $R = f_1 - f_2$
- د یوې قوې عمودي مرکبه: $f_y = f \cdot sin\alpha$
- د یوې قوې افقي مرکبه: $f_x = f \cdot cos\alpha$
- د قوو د مرکبو څخه په ګټه اخیستنې سره د هغوی محصله قوه او هغه زاویه چې محصله قوه یې د (x) محور سره جوړوي:

$$R = \sqrt{(F_x)^2 + \left(F_y\right)^2}, \ \alpha = \tan^{-1}(\frac{F_y}{F_x})$$

- د یو جسم وزن: $N = m \cdot g$
- د وزن او کتلې تر منځ اړیکه: $\frac{N_1}{N_2} = \frac{m_1}{m_2}$
- د قوې مومنت: $M = f \cdot l$
- یا: $M = f \cdot d \cdot \sin\alpha$
- د تعادل شرطونه:

1- د (x) په محور د ټولو قواوو مجموعه باید مساوي له صفر سره وي:

$$f_{1x} + f_{2x} + \ldots + f_{nx} = 0 \Rightarrow \sum F_x = 0$$

2- د (y) په محور د ټولو قواوو مجموعه باید مساوي له صفر سره وي:

$$f_{1y} + f_{2y} + \ldots + f_{ny} = 0 \Rightarrow \sum F_y = 0$$

3- د دوران د مومنتونو مجموعه باید مساوي له صفر سره وي:

$$f_1 \cdot l_1 + f_2 \cdot l_2 + \ldots + f_n \cdot l_n = 0 \Rightarrow \sum M = 0$$

- که چیرې $\sum F = 0$ خو $\sum M \neq 0$ وي، جسم د انتقالي تعادل په حالت کې دی، یعنې جسم تعجیل نه اخلي، بلکې په دوران پیل کوي.
- که چیرې $\sum F \neq 0$ خو $\sum M = 0$ وي، جسم د دوراني تعادل په حالت کې دی، یعنې دا چې جسم په دوران پیل نه کوي، خو تعجیل لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د مومنت قانون: $f_1 \cdot d_1 = f_2 \cdot d_2$

❖ د جسم وزن د لفت د پورته تلو پر وخت: $N = m(g + a)$

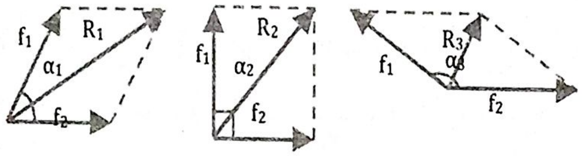
❖ د جسم وزن د لفت د ښکته تلو پر وخت: $N = m(g - a)$

❖ د کپل (زوج) یا جوړه یي قوې د دوران مومنت: $M = f \cdot l$

❖ د څو قوو الجبري محاسبه: $R = \sqrt{(\sum f_x)^2 + (\sum f_y)^2}$

❖ په متلاقي قوو کې:

$R_3 < R_2 < R_1 \quad ; \quad \alpha_3 > \alpha_2 > \alpha_1$



اصطکاک

❖ د اصطکاک قوه: $f_f = \mu \cdot N$

- د ستاتیکي اصطکاک قوه: $f_s = \mu_s \cdot N$

- د ډینامیکي اصطکاک قوه: $f_k = \mu_k \cdot N$

- د دوراني اصطکاک قوه: $f_r = \mu_r \cdot N \cdot \cos\alpha$

μ_s د ستاتیکي اصطکاک، μ_k د ډینامیکي اصطکاک او $\mu_r = r \cdot \tan\alpha$ د دوراني اصطکاک ضریبونه دي.

د پورته دری اصطکاکونو د قوو ترمنځ توپیر: $f_r < f_k < f_s$

❖ داخلي اصطکاک (لزجیت): هغه اصطکاک دی چې په د مایعاتو په داخل کې د حرکت پر وخت رامنځته کیږي:

$$R_i = \eta \cdot \frac{A \cdot v}{d}$$

η د مایع د اصطکاک ضریب، v د مایع سرعت، A د مقطع مساحت او d پنډوالی.

کار

❖ کار: (V حجم، P فشار) $W = F \cdot d$

❖ که کار په یوه زاویه ترسره شي: $W = F \cdot d \cdot \cos\theta$

ځانګړي حالتونه

1- که $0° \le \theta < 90°$ شي، ترسره شوی کار مثبت دی او محرک کار یې بولي.

2- که $90° < \theta \le 180°$ شي، ترسره شوی کار منفي دی او مقاوم کار یې بولي

3- که $\theta = 90°$ شي، کار صفر دی.

❖ د اصطکاک قوې کار:

$$W_f = f_f \cdot d = \mu \cdot N \cdot d = \mu \cdot mgd \cdot \cos\alpha$$

❖ د ثقل قوې کار: $W = m \cdot g \cdot h$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ تعجيل لرونکی کار: $W = m \cdot a \cdot d$

❖ ارتجاعي کار(د فنر پر مټ ترسره شوی کار): $W = \frac{1}{2}k \cdot x^2$

یا: $W = \frac{1}{2}k({x_1}^2 - {x_2}^2)$

❖ هغه کار چې د ګاز په مرسته له ثابت فشار سره پر پستون تر سره کیږي:

$$W = P \cdot (V_2 - V_1) = P \cdot \Delta V$$

انرژي

❖ میخانیکي انرژي: $E_M = E_K + E_P = m\left(g \cdot h + \frac{v^2}{2}\right)$

❖ پوتانشیلي(ذخیروي) انرژي: $E_P = m \cdot g \cdot h$

❖ پوتانشیلي انرژي او کار: $W = \Delta E_P = mgh_2 - mgh_2$

❖ په الاستیکي جسم کې پوتانشیلي انرژي: $E_P = \frac{1}{2}k \cdot x^2$

❖ حرکي انرژي: $E_K = \frac{1}{2}m \cdot v^2$

❖ حرکي انرژي او کار: $W = \Delta E_K = \frac{1}{2}m{v_2}^2 - \frac{1}{2}m{v_1}^2$

❖ د انستاین فرمول(د مادې بدلېدل په انرژي): $E = m \cdot c^2$

توان

❖ توان(v سرعت) $P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot d}{t} = \frac{m \cdot a \cdot d}{t} = m \cdot a \cdot v = F \cdot v$

❖ توان د ثقل قوې په کار کې: $P = \frac{m \cdot g \cdot h}{t}$

❖ توان د اصطکاک قوې په کار کې: $P = \frac{\mu \cdot m \cdot g \cdot d}{t}$

ساده ماشینونه

❖ د رافعې قانون او میخانیکي ګټه یې:

$$R \cdot a = F \cdot b \ ; \ MA = \frac{R}{F} = \frac{b}{a}$$

❖ د رافعې قانون چې د رافعې وزن په نظر کې ونیسو:

$$R \cdot a = x \cdot N + F \cdot b$$

x له اتکاء ټکي څخه د رافعې تر نیمایي فاصله، N د رافعې وزن

❖ ثابت څرخونه او میخانیکي ګټه یې:

$$R \cdot r = F \cdot r \ ; \ MA = \frac{R}{F} = \frac{r}{r} = 1$$

❖ متحرک څرخونه او میخانیکي ګټه یې:

$$R \cdot r = F \cdot 2r; MA = \frac{R}{F} = \frac{R}{R/2} = 2$$

❖ د یو پړي مرکب څرخونه او میخانیکي ګټه یې:

$$F = \frac{R}{n}; \ MA = \frac{R}{F} = \frac{R}{R/n} = n$$

❖ د څو پړو مرکب څرخونه او میخانیکي ګټه یې:

$$F = \frac{R}{2^n}; MA = \frac{R}{F} = \frac{R}{R/2^n} = 2^n$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ مایله سطحه او میخانیکي ګټه يې:

$$F \cdot l = R \cdot h \;\; ; \;\; MA = \frac{R}{F} = \frac{l}{h}$$

❖ د پانې(فانې) میخانیکي ګټه:

$$MA = \frac{L}{S} = \frac{\text{د پانې اوږدوالی}}{\text{د پانې څوکه یا کوچنۍ سطحه}}$$

❖ پیچ او میخانیکي ګټه يې:

$$F \cdot 2\pi r = R \cdot l \;\; ; \;\; MA = \frac{R}{F} = \frac{2\pi r}{l}$$

❖ د کوهي څرخ او میخانیکي ګټه يې:

$$F \cdot R = N \cdot r \;\; ; \;\; MA = \frac{R}{r} = \frac{N}{F}$$

د ثقل مرکز

❖ د یوې میلې د ثقل مرکز په افقي محور: $X_C = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$

❖ د ثقل مرکز په دوه بُعدي سطحه کې د کتلې له مخې:

$$P(X_C, Y_C)$$

د (X) مختصه: $X_C = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$

د (Y) مختصه: $Y_C = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}$

❖ د جسم (درې بُعدي) د ثقل مرکز د کتلې له مخې: د پورته X_C او Y_C تر څنګ يې: $Z_C = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}$

❖ د جسم (درې بُعدي) د ثقل مرکز د وزن له مخې:

$$X_C = \frac{\sum N_i x_i}{N}, Y_C = \frac{\sum N_i y_i}{N}, Z_C = \frac{\sum N_i z_i}{N}$$

❖ د جسم (درې بُعدي) د ثقل مرکز د حجم له مخې:

$$X_C = \frac{\sum V_i x_i}{V}, Y_C = \frac{\sum V_i y_i}{V}, Z_C = \frac{\sum V_i z_i}{V}$$

فشار، جریان او کثافت

❖ فشار: (F قوه، S سطحه) $P = \frac{F}{S}$

❖ فشار په مایعاتو کې:

$P = \rho \cdot g \cdot h$ (ρ کثافت، g د ځمکې تعجیل، h ارتفاع)

❖ د پاسکال قانون: (S د پستون مساحت) $\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$

❖ د متمادیت معادله: (A د عرضي مقطع مساحت، v د جریان سرعت)

$$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2$$

❖ د برنولي قانون: $P + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v^2 = constant$

❖ د برنولي په قانون کې د فشار توپیر:

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \frac{1}{2}({v_1}^2 - {v_2}^2)$$

❖ د ارشمیدس قوه: (V حجم) $F = \rho \cdot V \cdot g$

❖ تراکمي فشار ($stress$): $\delta = \frac{F}{A} = \frac{\text{قوه}}{\text{د سیم د مقطع مساحت}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ اوږدوالي او فشار:

$P = E\frac{\Delta L}{L}$ (E د يونګ د ارتجاعيت موډول)

❖ د بُلک موډول: $B = \frac{stress}{strain} = \frac{\Delta P}{\Delta V/V_1} = V_1 \cdot \frac{\Delta P}{\Delta V}$

❖ د شير stress: $\delta_s = \frac{F}{A} = \frac{\text{مماسي قوه}}{\text{د شير د کتاب سطحه}}$

❖ د شير strain: $\varepsilon_s = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{\text{غوڅ شوی واټن}}{\text{د کتاب ترمنځ فاصله}}$

❖ د شير موډول: $S = \frac{\delta_s}{\varepsilon_s} = \frac{F/A}{\Delta L/L_0} = \frac{F \cdot L_0}{A \cdot \Delta L}$

❖ د دالتن قانون (د څو مخلوطو ګازونو فشار): $p = \frac{P_1V_1 + P_2V_2}{V}$

❖ پورتنۍ رابطه کې د (V) قيمت: $V = V_1 + V_2$

❖ کتلوي کثافت: $\rho = \frac{m}{V}$

❖ وزني کثافت: $\gamma = \frac{N}{V}$

❖ د کتلوي او وزني کثافت ترمنځ اړيکه: $\gamma = \rho \cdot g$

❖ مخصوصه وزن: $Sp \cdot g = \frac{\text{د جسم کثافت}}{\text{د سټنډرډ مادې کثافت}}$

سټنډرډ ماده د مايعاتو او جامداتو لپاره اوبه او د ګازاتو لپاره هوا ده.

❖ په مايع کې د جسم وزن: $\acute{N} = N - V \cdot \rho$

تودوخه (حرارت)

❖ د °C، °K، °R رومر، °F ترمنځ رابطه:

$\frac{°C}{5} = \frac{°F - 32}{9} = \frac{°R}{4} = \frac{°K - 273}{5}$

❖ د °C او °F ترمنځ رابطه: $°C = \frac{9}{5}(°F - 32)$

❖ د °C او °K ترمنځ رابطه: $°C = °K - 273$

❖ د °C او °R ترمنځ رابطه: $°C = \frac{5}{4}°R$

❖ تودوخيز ظرفيت: $A = \frac{Q}{\Delta T} = c \cdot m$

❖ مخصوصه تودوخه (حرارت): $c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T} = \frac{A}{m}$

❖ د تودوخې مقدار: $Q = m \cdot c \cdot \Delta T$

❖ د تودوخې خپرېدل د هدايت په وسيله: $Q = K \cdot S \cdot T \cdot \frac{\Delta T}{L}$

❖ د دوو جسمونو ترمنځ تودوخيز تعادل:

$m_1 \cdot c_1(\theta - T_1) = m_2 \cdot c_2(T_2 - \theta)$

θ د تعادل د تودوخې درجه، 2 انډکس لرونکي کميتونه د ګرم جسم او 1 انډکس لرونکي کميتونه د سوړ جسم لپاره دي

❖ طولي انبساط: $L = L_0(1 + \alpha \cdot \Delta T)$

❖ د طولي انبساط ضريب او واحد يې: $\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \cdot \Delta T} = °K^{-1}$

❖ سطحي انبساط: $S = S_0(1 + \beta \cdot \Delta T)$

❖ حجمي انبساط: $V = V_0(1 + \gamma \cdot \Delta T)$

$T_F° = \frac{9}{5}T_C + 32$

$T_C° = \frac{5}{9}(T_F - 32)$ $T_K = T_C° + 273$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ یادونه: $\beta = 2\alpha \quad , \quad \gamma = 3\alpha$

❖ د تودوخې جریان او واحد یې: $H = \frac{dQ}{dt} = \frac{K \cdot S \cdot \Delta T}{L} = \frac{Joul}{sec}$

❖ دتودوخې درجې ګرادینټ: $\frac{\Delta T}{L}$ = د تودوخې درجې ګرادینټ

❖ د جسم د تودوخیز هدایت د تناسب ضریب: $K = \frac{dQ \cdot L}{dt \cdot S \cdot \Delta T}$

❖ په (SI) سیستم کې د (K) واحدات:

$$\frac{watt}{m \cdot °K}, \frac{Joul}{m \cdot °K \cdot sec}, \frac{Cal}{m \cdot °C \cdot sec}$$

د K قیمتونه د مختلفو توکو لپاره			
توکي	K په $\frac{watt}{m \cdot °K}$	توکي	K په $\frac{watt}{m \cdot °K}$
المونیم	205,0	کنګریټ	0,8
برونز	109,1	لرګی	0,2-0,4
مس	385,5	وړۍ (نمد)	0,04
سرپ	34,7	هوا	0,024
سپین زر	406,0	ارګون	0,016
پولاد	50,2	هیلیوم	0,14
شیښه	0,8	هایدروجن	0,14
کنګل	1,6	اکسیجن	0,023

❖ د جذب قابلیت: $\varepsilon = \frac{E_2}{E_1} = \frac{\text{جذب شوې انرژي}}{\text{تولید شوې انرژي}}$

❖ د تشعشع قانون: $\frac{S_1}{S_2} = \frac{O_1}{O_2}$

(S) فی واحد د سطحې باندې د خپرې شوې انرژۍ اندازه او (O) جذب شوې انرژي

❖ د وین قانون: (m·K متر·کالوین): $\lambda_{max} = \frac{2,9 \cdot 10^{-3} m \cdot k}{T}$

❖ د وین ثابت: $2,9 \cdot 10^{-3} m \cdot k$

❖ د ستیفن بولتزمن قانون: $R_B = \delta \cdot T^4$

❖ د ستیفن بولتزمن ثابت: $\delta = 5,67 \cdot 10^{-8} J/m^2 \cdot K^4 \cdot s$

❖ د خپورشوې تشعشعي انرژۍ مقدار چې د جسم له سطحې څخه د وخت په واحد کې خپریږي:

$$R = \varepsilon \cdot \delta \cdot A\left({T_1}^4 - {T_1}^4\right)$$

د ε قیمت: د مکمل تور جسم لپاره (1) او د صاف او روښانه جسم لپاره (0) دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

سنيماتيک (علم الحرکت)

1) يو بُعدي حرکتونه

❖ د مستقيم الخط حرکت معادله يا وهل شوې فاصله:

$$x = v \cdot t$$

❖ پورتنۍ معادله د لومړنۍ فاصلې په شتون کې:

$$x = x_0 + v \cdot t$$

❖ متوسط سرعت: $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{v_1 + v_2 + \cdots + v_n}{n}$

❖ لحظوي سرعت: $v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$

❖ تعجيل: $a = \frac{v}{t} = \frac{x}{t^2}$

❖ متوسط تعجيل: $a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$

❖ لحظوي تعجيل: $a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{d(v)}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$

❖ د فاصلې لومړی مشتق نظر وخت ته سرعت دی: $v = \frac{dx}{dt}$

❖ د فاصلې دوهم مشتق او د سرعت اول مشتق نظر وخت ته تعجيل دی:

$$a = \frac{d(v)}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

تعجيلي غير منظم مستقيم الخط حرکت $(a > 0)$

❖ د حرکت معادله: $x = \frac{1}{2} a \cdot t^2$

❖ د سرعت معادله: $v = a \cdot t$

❖ د حرکت او سرعت تر منځ رابطه: $v^2 = 2a \cdot x$

که لومړنۍ سرعت هم شتون ولري:

❖ د حرکت معادله: $x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$

❖ د سرعت معادله: $v = v_0 + a \cdot t$

❖ د حرکت او سرعت تر منځ رابطه:

$$v^2 = {v_0}^2 + 2a \cdot (x - x_0)$$

❖ وخت (زمان): $t = \frac{v - v_0}{a}$

❖ په n-ام لحظه کې وهل شوې فاصله:

$$x_n = v_0 + \frac{1}{2} a (2t - 1)$$

تأجيلي يا تأخيري غير منظم مستقيم الخط حرکت $(a < 0)$

❖ د حرکت معادله: $x = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} a \cdot t^2$

❖ د سرعت معادله: $v = v_0 - a \cdot t$

❖ د حرکت او سرعت تر منځ رابطه: $v^2 = {v_0}^2 - 2a \cdot x$

❖ د ودرېدو (توقف) وخت: $t = \frac{v_0}{a}$

❖ د ودرېدو (توقف) فاصله: $x = \frac{{v_0}^2}{2a}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

آزاد سقوط

- ❖ د حرکت معادله: $h = \frac{1}{2}gt^2$
- ❖ د سرعت معادله: $v = g \cdot t$
- ❖ د حرکت او سرعت تر منځ رابطه: $v^2 = 2gh$
- ❖ ځمکې ته د رسیدو وخت: $v = g \cdot t$
- ❖ د ځمکې جاذبوي تعجیل: $g = 32 \frac{ft}{sec^2} = 9,81 \frac{m}{sec^2}$
- ❖ په n-ام لحظه کې وهل شوې ارتفاع: $x_n = \frac{1}{2}a(2t-1)$

پورته خواته عمودي غورځوونه (پرتاب)

- ❖ د حرکت معادله: $h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2}g \cdot t^2$
- ❖ د سرعت معادله: $v = v_0 - g \cdot t$
- ❖ د حرکت او سرعت تر منځ رابطه: $v^2 = {v_0}^2 - 2g \cdot x$
- ❖ آعظمي ارتفاع: $h_{max} = \frac{{v_0}^2}{2g}$
- ❖ آعظمي یا د اوج نقطې ته د رسېدو وخت: $t_{max} = \frac{v_0}{g}$
- ❖ د تګ او راتګ وخت: $T = 2t_{max} = \frac{2v_0}{g}$

ښکته خواته عمودي غورځوونه

- ❖ د حرکت معادله: $h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}g \cdot t^2$
- ❖ د سرعت معادله: $v = v_0 + g \cdot t$
- ❖ د حرکت او سرعت تر منځ رابطه: $v^2 = {v_0}^2 + 2g \cdot x$

2) دوه بُعدي حرکتونه:

- ❖ منځنی (متوسط) سرعت: $v_m = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)^2}$
- ❖ لحظوي سرعت: $v = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dx}{dt}\right)^2} = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2}$
- ❖ منځنی تعجیل: $a_m = \sqrt{\left(\frac{\Delta v_x}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta v_y}{\Delta t}\right)^2}$
- ❖ لحظوي تعجیل: $a = \sqrt{\left(\frac{dv_x}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dv_y}{dt}\right)^2} = \sqrt{{a_x}^2 + {a_y}^2}$

افقي غورځول

- ❖ د حرکت معادله په افقي لوري (جهت): $x = v_0 \cdot t$
- ❖ د حرکت معادله په عمودي لوري: $y = \frac{1}{2}g \cdot t^2$
- ❖ آعظمي افقي فاصله: $x = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$
- ❖ په عمودي یا د Y د محور په لوري سرعت: $v = g \cdot t$
- ❖ د حرکت د مسیر رابطه: $Y = \frac{g}{2{v_0}^2} \cdot x^2$
- ❖ نهایي (اخیرنی) سرعت: $v^2 = {v_0}^2 + g^2 \cdot t^2$
- ❖ هدف ته د جسم د رسېدو وخت: $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د حرکت او سرعت ترمنځ رابطه: $v^2 = {v_0}^2 + 2g \cdot h$

مایل غورځول

❖ د ځمکې د جاذبوي تعجیل په شتون کې د حرکت معادلې:

$x = v_0 t \cdot cos\,\theta \quad , \quad y = v_0 t \cdot sin\,\theta - \frac{1}{2} g \cdot t^2$

❖ د سرعت معادلې: $v_x = v_0 \cdot \cos\theta$

$v_y = v_0 \cdot \sin\theta - g \cdot t$

❖ د حرکت د مسیر رابطه: $Y = x \cdot \tan\theta - \frac{g \cdot x^2}{2{v_0}^2 \cdot \cos^2\theta}$

❖ د اوج نقطې ته د رسېدو وخت: $t_{max} = \frac{v_0 \cdot \sin\theta}{g}$

❖ هدف ته د جسم د رسېدو وخت: $T = 2t_{max} = \frac{2v_0 \cdot \sin\theta}{g}$

❖ د اوج نقطې لوړوالی (ارتفاع): $y = h_{max} = \frac{{v_0}^2 \cdot \sin^2\theta}{2g}$

❖ د پرتاب آعظمي افقي فاصله: $x = \frac{{v_0}^2 \cdot \sin 2\theta}{g}$

❖ د اوج تر نقطې افقي فاصله: $x = \frac{{v_0}^2 \cdot \sin 2\theta}{2g}$

❖ د اوج نقطې مختصات:

$$P(x, y) \Rightarrow P(\frac{{v_0}^2 \cdot \sin 2\theta}{2g}, \frac{{v_0}^2 \cdot \sin^2\theta}{2g})$$

❖ د حرکت او سرعت معادله: $v^2 = {v_0}^2 - 2g \cdot h$

ډینامیک (علم القوه)

دایروي یا منحني الخط حرکتونه

❖ زاویوي سرعت او واحد یې: $\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{Rad}{sec}$

❖ منځنی زاویوي سرعت: $\omega_m = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

❖ لحظوي زاویوي سرعت: $\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$

❖ فریکونسي: $f = \frac{n}{t}$ (n د دورانونو شمیر، t وخت)

❖ پریود (د یوه مکمل دور وخت): $T = \frac{1}{f}$

پریود او فریکوینسي یو له بل سره معکوسې اړیکې لري.

❖ خطي سرعت: $v = \frac{S}{t}$ (s قوس)

❖ د خطي او زاویوي سرعت تر منځ اړیکه: $v = \omega \cdot R$

❖ خطي سرعت د یوه مکمل دوران لپاره: $v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R f$

❖ زاویوي سرعت د یوه مکمل دوران لپاره: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

❖ د حرکت معادله: $S = v \cdot t = \omega \cdot R \cdot t$

❖ تعجیل: $a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R = v \cdot \omega$

❖ زاویوي تعجیل: $\alpha = \frac{\omega}{t}$

❖ د خطي او زاویوي تعجیل اړیکه: $a = R \cdot \alpha$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايروي حرکتونو معادلې

❖ د حرکت معادله: $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

❖ د سرعت معادله: $\omega = \omega_0 + \alpha t$

❖ د حرکت او سرعت اړيکه: $\omega^2 = \omega_0 + 2\alpha\theta$

❖ په n-ام لحظه کې وهل شوې زاويه:

$$\theta_n = \omega_0 + \frac{1}{2}\alpha(2t - 1)$$

❖ جذب المرکز قوه: $F_{cp} = \frac{m \cdot v^2}{R} = m \cdot R \cdot \omega^2$

❖ فرارالمرکز قوه: $F_{cg} = -\frac{m \cdot v^2}{R} = -m \cdot R \cdot \omega^2$

ځانګړې حالتونه:

1- که $F_{cp} > F_{cg}$ وي نو جسم مرکز ته لوېږي.

2- که $F_{cp} < F_{cg}$ وي نو جسم د دايرې له سطحې څخه بهر وځي.

3- که $F_{cp} = F_{cg}$ وي نو جسم د دايرې په سطحه حرکت کوي.

❖ حرکي انرژي: $E_k = \frac{1}{2} m \cdot R^2 \cdot \omega^2$

❖ د دوران ټرک: $\tau = F \cdot R$

د نيوټن قوانين او ځينې نور فورمولونه

۱- عطالت (انرشيا): هر جسم خپل د حرکت او سکون حالت تر هغه ساتي تر څو چې يو بهرنی عامل پرې عمل ونه کړي.

۲- قوه د تعجيل سره مستقيماً متناسبه ده: $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

۳- عمل او عکس العمل قوې سره مساوي او مخالف الجهت دي: $F_a = -F_r$

❖ د جاذبې جهاني قوه (د نيوټن د جاذبې قانون): $F_g = G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2}$

❖ د جاذبې جهاني ثابت: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg}$

❖ د ځمکې تعجيل په (h) ارتفاع کې:

$$g' = g\left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 = G\frac{M_e}{(R_e + h)^2}$$

❖ د ځمکې شعاع: $R_e = 6.4 \cdot 10^6 m$

❖ د ځمکې د کتلې فرمول: $M_e = \frac{R^2 \cdot g}{G}$

❖ د لمر د کتلې فرمول: $M_s = \frac{4\pi^2 R^3}{G \cdot T^2}$

T يو کال په ثانيو، د R قيمت: $R = 1.5 \cdot 10^{11} m$

❖ د مدار سرعت: $V_{orb} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R}}$

❖ د فرار سرعت: $V_{esc} = \sqrt{\frac{2G \cdot M}{R}}$

❖ د لمر د جاذبې قوې فرمول: $F_{cp} = \frac{4\pi^2 R \cdot M}{T^2}$

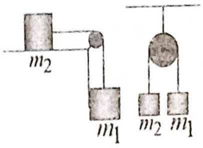
(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د هوا مقاومت: $R = K \cdot S \cdot v^2 \rho \cdot \sin\theta$

K د هوا د مقاومت ضريب، v سرعت، s د جسم سطحه

كشش په تار كې (Tension)

❖ د موازي كتلو: $a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot g$, $T = \frac{2m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot g$



❖ د عمودي او افقي كتلو:

$$a = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot g \quad , \quad T = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot g$$

امپولس، مومنتم او ټكر (تصادم)

❖ امپولس(ضربه): $I = F \cdot t$

❖ مومنتم: $M = m \cdot v$

❖ د امپولس او مومنتم اړيكه: $I = M \Longrightarrow F \cdot t = m \cdot v$

❖ ارتجاعي ټكر: $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 \grave{v}_1 + m_2 \grave{v}_2$

❖ غير ارتجاعي ټكر: $m_1 v_1 + m_2 v_2 = \grave{v}(m_1 + m_2)$

v مخكې له ټكره سرعت، $\grave{v}$ وروسته له ټكره سرعت

مايله سطحه

❖ قوه: $F = mg \cdot \sin\theta$

❖ كه مايله سطحه اصطكاك ولري، نو قوه:

$$F = mg \cdot \sin\theta - R$$

❖ تعجيل: $a = g \cdot \sin\theta$

❖ د اصطكاك په شتون كې تعجيل: $a = g \cdot \sin\theta - \frac{R}{m}$

❖ د حركت معادله: $x = v_0 t + g \sin\theta \cdot t^2$

❖ د سرعت معادله: $v = v_0 + g \sin\theta \cdot t$

❖ د حركت او سرعت اړيكه: $v^2 = {v_0}^2 + 2g \sin\theta \cdot x$

اهتزازي(هارمونيكي) حركتونه

❖ پريود د فنر-كتلې په سيستم: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

❖ فريكونسي د فنر-كتلې په سيستم كې: $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

❖ زاويوي فريكونسي د فنر-كتلې په سيستم كې: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

❖ د رقاصې پريود: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

❖ د رقاصې فريكونسي: $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$

❖ زاويوي فريكونسي په رقاصه كې: $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ❖ د فنر ثابت: $K = m \cdot \omega^2 = \frac{F}{x}$
- ❖ د فنر په اهتزاز کې د حرکت معادله: $x = x_0 \cdot \cos\omega \cdot t$
- ❖ د فنر په اهتزاز کې د سرعت معادله: $v = \frac{2\pi}{T}\sqrt{{x_0}^2 - x^2}$
- ❖ تعجیل په فنر کې: $a = -\frac{k}{m} \cdot x$
- ❖ د هارمونیکي حرکت معادله: $x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$
- ❖ د سرعت معادله: $v = -\omega \cdot A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$
- ❖ د تعجیل معادله: $a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$
- ❖ قوه: $F = -m \cdot x \cdot \omega^2$
- ❖ حرکي انرژي: $E_k = \frac{1}{2}k({x_0}^2 - x^2)$
- ❖ ذخیروي انرژي: $E_p = \frac{1}{2}k \cdot x^2$
- ❖ میخانیکي انرژي: $E_M = E_k + E_p = \frac{1}{2}k \cdot {x_0}^2$

څپې(موجونه)

- ❖ د څپې اوږدوالی: $\lambda = \frac{v}{f} = v \cdot T$
- ❖ د څپې زاویوي فریکوینسي: $\omega = \frac{2\pi}{T}$
- ❖ د څپې سرعت: $v = \lambda \cdot f = \frac{\lambda}{T}$
- ❖ د پړي په اوږدو کې د څپې د خپریدو سرعت: $v = \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}}$
- ❖ د میخانیکي څپې انکسار: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$
- ❖ د ساده څپې تابع: $y = a \cdot sin\varphi$
- ❖ د څپې تابع: $y = a \cdot \sin\omega t$
- ❖ د یوه مکمل دور لپاره د څپې تابع: $y = a \cdot \sin\frac{2\pi}{T}t$
- ❖ د څپې د خپریدو تابع: $y_M = a \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$
- ❖ د څپې انرژي: $E = m \cdot c^2$ یا $E = f \cdot h$
- ❖ h د پلانک ثابت: $h = 6.62 \cdot 10^{-34} Joul \cdot sec$
- ❖ د هم فازه اهتزازي ذرو ترمنځ د لارې توپیر: $d_2 - d_1 = k\lambda$
- ❖ د k قیمت پورتنۍ رابطه کې: $k = 0,1,2,3, \ldots$
- ❖ د متقابل فازه اهتزازي ذرو ترمنځ د لارې توپیر:

$$d_2 - d_1 = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$$

- ❖ د k قیمت پورتنۍ رابطه کې: $k = 0,1,2,3, \ldots$

غږ(صوت) او نوري وړانګې

- ❖ د غږ سرعت په ګازاتو کې(د لاپلاس فرمول): $v = \sqrt{\gamma\frac{P}{\rho}}$
- ❖ γ د ځانګړو تودوخیزو ظرفیتونو نسبت په C_P ثابت فشار او C_v ثابت حجم کې دی: $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د ګازاتو د عمومي قانون په نظر کې نیولو سره د غږ سرعت:

$$v = \sqrt{\gamma \frac{R \cdot T}{M}}$$

❖ د ګازاتو ثابت: $R = 8.314 \frac{Joul}{mol \cdot {}^\circ K}$

❖ د غږ انعکاس:

$v > \acute{v}$ (v د غږ سرعت، $\acute{v}$ د منعکس شوي غږ سرعت)

❖ د ریزونانس پواسطه د غږ سرعت: $v = 2f(L_2 - L_1)$

❖ د غږ د شدت واحد: $\frac{Joul}{cm^2 \cdot sec} = \frac{Watt}{cm^2}$

❖ د نوري څپې د چټکتیا (شدت) تابع: $I = 4a^2 \cdot \cos^2 \frac{\varphi}{2}$

❖ د رڼا نوار واټن (فاصله): $x = \frac{m \cdot \lambda \cdot D}{d}$; $m = 0,1,2, \dots$

❖ د تیاره نوار واټن: $x = \frac{(2m+1) \cdot \lambda \cdot D}{2d}$; $m = 0,1,2, \dots$

❖ د نوري لارو توپیر: تفاوت $= \frac{x \cdot d}{D} = m\lambda$; $m = 0,1,2, \dots$

اتومي فزیک

❖ د یوه جسم د جذب ضریب:

$$a\lambda = \frac{\text{جذب شوي تشعشعي انرژي د } \lambda \text{ څپې له اوږدوالي سره}}{\text{تشعشعي وارده شوې انرژي د } \lambda \text{ څپې له اوږدوالي سره}}$$

❖ د تور جسم لپاره د جذب ضریب قیمت: $a\lambda = 1$

❖ د الکترومقناطیسي څپې انرژي (د ماکس پلانک نظریې پر اساس): $E = nh\nu$

h د پلانک ثابت $h = 6.63 \cdot 10^{-34} Joul \cdot sec$، ν فریکونسي او n کوانتمي عدد دی.

❖ د یو الکترون د برقي چارج مقدار:

$1e = 1.602 \cdot 10^{-19} coul$

❖ یو الکترون ولټ انرژي: $1ev = 1.602 \cdot 10^{-19} Joul$

❖ د الکترون پوتانشیلي انرژي: $U = \frac{-ke^2}{r}$

❖ د الکترون حرکي انرژي: $k_E = \frac{1}{2} mv^2$

❖ د الکترون مجموعي انرژي د r په شعاع په یو ثابت مدار باندې: $E = \frac{k \cdot e^2}{2r}$

k د کولمب ثابت $9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{coul^2}$ ، e د اتوم چارج

❖ د یوه اتوم د مدار مجاز یا ممکنه وړانګه:

$$r_n = a_0 \cdot n^2 , \quad \begin{cases} n = 1,2,3, \dots \\ r = 2,3, \dots \end{cases}$$

❖ د بور اتوم وړانګه (شعاع): $a_0 = \frac{h^2}{m \cdot k \cdot e^2 \cdot 4\pi^2}$

❖ د سویو ترمنځ د انرژي اختلاف: $h\nu = E_{n1} - E_{n2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د جسم کتله (m) د حرکت په وخت کې (د انستاین د کتلې نسبیت): $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$

❖ د یو کوانتیم نور مومنتیم (د حرکت اندازه): $p = \frac{hf}{c}$

❖ د فوتون د څپې اوږدوالی:

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{E} = \frac{h \cdot c}{\text{د فوتون انرژي}} = \frac{h}{\text{د فوتون مومنتیم}}$$

❖ د فوتون انرژي: $E = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ یا $E = m_{ph}c^2$

m_{ph} د فوتون د انرژي معادل کتله ده.

❖ د ډي بروګلي د څپې اوږدوالی: $\lambda = \frac{h}{\text{د ذرې مومنتیم}} = \frac{h}{mv}$

❖ د ډي بروګلي د څپې سرعت: $v = \frac{h}{\lambda \cdot m}$

❖ د دوو عدم قطعیتونو حاصل ضرب: $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{2\pi}$

Δx عدم قطعیت په مکان کې او Δp عدم قطعیت په مومنتیم کې دی.

❖ د نور سرعت: $c = 3 \cdot 10^5 \frac{Km}{sec} = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{sec}$

هستوي فزیک

❖ د هستې د شعاع د اوږدوالي واحد فمتومتر (fm) دی چې فرمي (Fermi) هم ورته وایي: $fm = Fermi = 10^{-15}m$

❖ اتومي کتله (اتومي وزن): $A = Z + N$

Z د پروتونونو شمیر، N د نیوترونونو شمیر

❖ د اتوم هسته: (X د یو اتوم کیمیاوي علامه) $x \cong {}_Z^AX^N$

❖ د هایدروجن د اتوم هسته $\cong {}_1^1H$ یا ${}_1^1H^0$

❖ د هلیوم د اتوم هسته $\cong {}_2^4He$ یا ${}_2^4He^2$

د ذرې نوم	د کولن(کولمب) چارج	کتله(Kg)	وړانګه په (fm)
الکترون	$-1.6 \cdot 10^{-19}$=-e	$9.1 \cdot 10^{-13}$	په موجود وسایلو د اندازې وړ نه دی
پروتون	$+1.6 \cdot 10^{-19}$=+e	$1.67 \cdot 10^{-27}$	1/2
نیوترون	صفر	$1.68 \cdot 10^{-27}$	1/2

د (α)، (β) او (γ) دوړانګو وتل (خارجیدل)

❖ د (α) وړانګې وتل: ${}_Z^AX^N \rightarrow {}_{Z-2}^{A-4}Y^{N-2} + {}_2^4\alpha^2$

❖ د (β) وړانګې وتل: ${}_Z^AX^N \rightarrow {}_{Z+1}^{A}Y^{N-1} + {}_{-1}^{0}\beta$

❖ د (γ) وړانګې وتل: ${}_Z^AX^N \rightarrow {}_Z^AX^N + \gamma$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د الفا(α)، بيتا(β) او گاما(γ) د تشعشعاتو جدول				
ذره	سمبول	ترکيب	چارج	په مور(اصلي) هستې باندې تاثير
الفا	$\alpha\left({}_{2}^{4}He\right)$	2پروتون 2نيوترون	+2	د کتلې کموالی ، د نوي عنصر توليد
بيتا	$\beta\left({}_{-1}^{0}e\right)$	الکترون پوزيترون	−1 +	کتله يې عدد ثابت ، د نوي عنصر توليد
گاما	γ	فوتون	0	د انرژي له منځه تلل

د نور فزيک

❖ نوري سيلان:(ω د نور انرژي، t وخت) $\Phi = \frac{\omega}{t}$

❖ د نور شدت يا نوري قوه:(Ω فضايي زاويه) $I = \frac{\Phi}{\Omega}$

❖ د روښنايي مقدار:(S سطحه) $E = \frac{\Phi}{S}$

يا:(I د نورشدت، R د سرچينې څخه عمودي فاصله) $E = \frac{I}{R^2}$

يا:(α هغه زاويه چې سرچينه يې د سطحې سره جوړوي) $E = \frac{I\cos\alpha}{R^2}$

انعکاس

❖ د انعکاس قوانين:

1- وارده وړانگه، منعکسه وړانگه او نارمل خط په يوه مستوي کې واقع دي.

2- وارده زاويه او منعکسه زاويه سره مساوي دي: $i = r$

متلاقي هنداري

❖ په دوو متلاقي هندارو کې د تصويرونو شمېر:

$$n = \frac{360}{\alpha} - 1$$

❖ د دوو متلاقي هندارو تر منځ زاويه: $\alpha = \frac{360}{n+1}$

- که د دوو متلاقي هندارو تر منځ زاويه صفر يا موازي هنداري وي نو د تصويرونو شمير لايتناهي دی.

- که جسم ثابت وساتل شي او هنداره په موازي ډول د (L) په اندازه انتقال شي نو تصوير به د ($2L$) په اندازه تغير وکړي نسبت اول تصوير ته.

- که وارده شعاع ثابته وي او هنداره د خپل محور په چاپېره د (α) زاويې په اندازه دوران وکړي نو منعکسه شعاع به د (2α) په اندازه دوران وکړي.

- په مستوي هندارو کې تصوير مجازي دی.

کروي هنداري

په کُروي هندارو کې د حقيقي او مجازي تصويرونو توپيرونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

حقیقي تصویر	مجازي تصویر
د منعکسه شعاعوو د تقاطع ځخه تشکیلیږي	د منعکسه شعاعوو د امتداد تقاطع ځخه تشکیلیږي
د پردې پر مخ نیول کیږي	د پردې پر مخ نه نیول کیږي
معمولاً سرچپه تشکیلیږي	معمولاً راسته تشکیلیږي
د هندارې مخ ته تشکیلیږي	د هندارې شاته تشکیلیږي

مقعرې ګروي هندارې		
د حقیقي جسم موقعیت	د تصویر موقعیت	د تصویر خصوصیات
انحنا مرکز-لایتناهي	انحنا مرکز-محراق	حقیقي، کوچنی $\gamma < 1$، سرچپه
انحنا مرکز	انحنا مرکز	حقیقي، مساوي $\gamma = 1$، سرچپه
انحنا مرکز-محراق	انحنا مرکز-لایتناهي	حقیقي، لوی $\gamma > 1$، سرچپه
محراق	لایتناهي	
محراقي فاصله	د هندارې شاته	مجازي، لوی $\gamma > 1$، راسته
لایتناهي	محراق	حقیقي، نقطوي $\gamma < 1$

محدبې ګروي هندارې			
د جسم حالت	د جسم موقعیت	د تصویر موقعیت	د تصویر خصوصیات
حقیقي	لایتناهي	محراق	مجازي، نقطوي $\gamma < 1$
حقیقي	رأس-لایتناهي	محراقي فاصله	مجازي، کوچنی $\gamma < 1$، راسته
مجازي	انحنا مرکز-لایتناهي	انحنا مرکز-محراق	مجازي، کوچنی $\gamma < 1$، سرچپه
مجازي	انحنا مرکز	انحنا مرکز	مجازي، مساوي $\gamma = 1$، سرچپه
مجازي	انحنا مرکز-محراق	انحنا مرکز-لایتناهي	مجازي، لوی $\gamma > 1$، سرچپه
مجازي	محراق	لایتناهي	
مجازي	محراقي فاصله	د هندارې مخ ته	حقیقي، لوی $\gamma > 1$، راسته
مجازي	لایتناهي	محراق	مجازي، نقطوي $\gamma < 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ محراقي فاصله: $f = \frac{R}{2}$

❖ د ګروي هنداري د انحنا شعاع: $R = 2f$

❖ د مقعرو هندارو فرمول(د ګاووس فرمول):

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} = \frac{2}{R}$$

p' د تصوير فاصله له هنداري نه، p د جسم فاصله له هنداري نه. که بعد له محاسبې د p' قيمت(-) شو تصوير مجازي او که (+) شو تصوير حقيقي دی.

❖ د نيوټن فرمول د ګروپ هندارو لپاره: $f^2 = x \cdot x'$

x' د تصوير او x د جسم فاصله د هنداري له محراق څخه ده.

$$p = x + f \qquad , \qquad p' = x' + f$$

❖ لوی ښودنه: $\gamma = \frac{p'}{p} = \frac{I}{O}$

I د تصوير اوږدوالي، O د جسم اوږدوالي

د نور انکسار

❖ د انحراف زاويه:(r منکسره زاويه) $\theta = i - r$

❖ د محيط د انکسار مطلقه ضريب: $n = \frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}}$

❖ د دوو محيطونو ترمنځ د انکسار نسبي ضريب(د سنيل قانون):

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{c_1}{c_2} = n$$

❖ د انکسار مطلق ضريب: $N = \frac{\text{په خلا کې د نور سرعت}}{\text{د نظر وړ محيط کې د نور سرعت}}$

❖ د يوه جسم ظاهري ژوروالي په مايع کې: $d' = \frac{d}{n}$

❖ د جسم د حقيقي او ظاهري موقعيت ترمنځ فاصله:

$$AA' = d\left(1 - \frac{1}{n}\right) = d - d'$$

❖ د جسم د حقيقي او ظاهري موقعيت ترمنځ فاصله له متوازي السطوح تېغې څخه:

$$AA' = e\left(1 - \frac{1}{n}\right) \quad \text{(e د تېغې ضخامت)}$$

❖ په متوازي السطوح تېغه کې د انحراف مقدار:

$$d = e\frac{\sin(i - r)}{\cos r}$$

❖ بحراني زاويه: $\sin \theta_c = \frac{n_r}{n_i} = \frac{1}{n}$

❖ د اوبو بحراني زاويه 48° او د ښيښې 42° ده.

❖ منشور ته ورودي زاويه: $\sin i_1 = n \cdot \sin r_1$

❖ له منشور نه خروجي زاويه: $\sin i_2 = n \cdot \sin r_2$

❖ د منشور د رأس زاويه: $A = r_1 + r_2$

❖ د منشور د انحراف زاويه: $D = i_1 + i_2 - A = A(n - 1)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د منشور د انکسار ضریب اصغري انحراف په حالت کې:

$$n = \frac{\sin\frac{D_{min} + A}{2}}{\sin\frac{A}{2}}$$

د اجسامو د نور د انکسار ضریب:	
د انکسار ضریب(n)	مواد
2.42	الماس
1.33	اوبه
1.54	کوارتز
1.36	الکول
1.5	ښیښه

عدسیې

❖ (↕) د محدبې عدسیې او (X) د مقعرو عدسیو سمبول دی.

د عدسیو لپاره ویلی شو چې ټول هغه قوانین چې په کُروي هندارو کې د محدبو هندارو لپاره وه د مقعرو عدسیو لپاره او کوم چې د مقعرو هندارو لپاره وه د محدبو عدسیو لپاره د تطبیق وړ دي.

❖ اوپتیکي قوه یا د عدسیو قدرت (f محراقي فاصله):

$$C = \frac{1}{f}$$

❖ د مرکبو عدسیو قدرت: $C = C_1 + C_2 + \cdots + C_n$

❖ د محدب الطرفین عدسیې قدرت:

$$C = \frac{1}{f} = (n-1)(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})$$

❖ د مقعر الطرفین عدسیې قدرت:

$$C = \frac{1}{f} = (n-1)(-\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})$$

نوري وسیلې او آلې

❖ د تطابق لمنه: $a = \frac{1}{d} - \frac{1}{D}$

D حد اکثر او d حد اقل د لید لو فاصله.

❖ د ذره بین توان (قدرت): $P = \frac{1}{f}$

❖ د ذره بین لوی ښودنه: $M = \left|-\frac{p}{f} - 1\right|$

یا: $M = p \cdot d = \frac{1}{f} \cdot d$

❖ د مایکروسکوپ توان: $P = \gamma_{Ob} \cdot P_{Oc}$

❖ د مایکروسکوپ لوی ښودنه: $\gamma = \gamma_{Ob} \cdot \gamma_{Oc} = \frac{A"B"}{AB}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د دوربين لوی ښودنه: $\gamma = \frac{f_{Ob}}{f_{Oc}}$

❖ د ټولو نوري وسايلو لوی ښودنه: $\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{I}{O}$

د نور واحدات		
کميتونه	نوم	واحد
نوري سيلان Φ	لومين	Lumen
د روښنايي مقدار E	لکس	Lux
د نور شدت I	کنډل	Candle
د نور د منبع شدت	ويول	Violle
د عدسېو قدرت C	ديوپټري	Dioptri

د برېښنا (برق) فزيک

❖ د کولمب قانون(د جذب او دفعي قوه): $F = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$

❖ د کولمب ثابت يا د تناسب ضريب: $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

$$MKS: K = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{coul^2}\ , CGS: K = 1 \cdot \frac{dyne \cdot cm^2}{st - coul^2}$$

❖ د برقي ساحې شدت: $E = \frac{F}{q} = K \cdot \frac{q}{d^2}$

❖ پوتانشيل توپير يا ولتاژ: $V = \frac{W}{q} = \frac{F \cdot d}{q} = E \cdot d$

❖ د پوتنشيل توپير او برقي ساحې ترمنځ اړيکه:

$$\Delta V = E \cdot \Delta S$$

ΔS د A او B ترمنځ فاصله ده

❖ کار په برق کې: $W = F \cdot d = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{d}$

❖ برېښنايي پوتنشيل انرژي: $E_p = q \cdot E \cdot d$

کاندنسر (خازن)

❖ د خازن ظرفيت: $C = \frac{q}{V}$

❖ د موازي لوحو لرونکي خازن ظرفيت: $C = \varepsilon_0 \cdot \frac{S}{d}$

S د لوحو مساحت، d د لوحو ترمنځ فاصله او

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$ په خلا کې د برقي نفوذ ضريب دی.

❖ په خازن کې ذخيره شوې انرژي: $E = \frac{1}{2} V \cdot q$

د خازنونو تړل په مسلسل ډول

❖ چارج: $q = q_1 = q_2 = \cdots = q_n$

❖ ولتيج(پوتنشيل تفاوت): $V = V_1 + V_2 + \cdots + V_n$

❖ معادل ظرفيت: $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}$

د خازنونو تړل په موازي ډول

❖ چارج: $q = q_1 + q_2 + \cdots + q_n$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ ولتیج(پوتنشیل تفاوت): $V = V_1 = V_2 = \cdots = V_n$

❖ معادل ظرفیت: $C_{eq} = C_1 + C_2 + \cdots + C_n$

د مستقیم جریان برقي دورې(سرکټونه)

❖ د برېښنا جریان:(t وخت) $I = \frac{q}{t}$

❖ د چارج مقدار: $q = I \cdot t$

❖ برقي کار: $W = V \cdot q = V \cdot t \cdot I = R \cdot I^2 \cdot t$

❖ برقي توان: $P = \frac{W}{t} = V \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{V^2}{R} = \varepsilon \cdot I$

❖ د برېښنايي سرکټ معادله:(r داخلي مقاومت) $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$

❖ برقي محرکه(الکتروموتیف) قوه: $\varepsilon = (R + r) \cdot I$

❖ د هادي مقاومت: $R = \rho \cdot \frac{L}{A}$

❖ مخصوصه مقاومت: $\rho = \frac{R \cdot A}{L}$

❖ برېښنايي هدایت: $g = \frac{1}{R} = \frac{A}{\rho \cdot L}$

❖ برېښنايي مقاومت: $R = \frac{V}{I}$ → اوم قانون

❖ په برقي مقاومت د حرارت تاثیر: $R = R_0(1 + \alpha \cdot \Delta t)$

❖ مخصوصه هدایت: $\sigma = \frac{1}{\rho}$

❖ که په سرکټ کې ډېر مقاومتونه وي: $I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R + \sum r}$

د مقاومتونو تړل په مسلسل ډول

❖ جریان: $I = I_1 = I_2 = \cdots = I_n$

❖ ولتیج(پوتنشیل تفاوت): $V = V_1 + V_2 + \cdots + V_n$

❖ معادل مقاومت: $R_{eq} = R_1 + R_2 + \cdots + R_n$

د مقاومتونو تړل په موازي ډول

❖ جریان: $I = I_1 + I_2 + \cdots + I_n$

❖ ولتیج(پوتنشیل تفاوت): $V = V_1 = V_2 = \cdots = V_n$

❖ معادل مقاومت: $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}$

❖ د ویستون په پُل کې مجهول مقاومت: $R_X = \frac{R_1}{R_2} \cdot R_3$

❖ د ترانسفرمر رابطه: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{V_1}{V_2}$

قوانین

❖ د کرشوف لومړی قانون: $\sum I = 0$

❖ د کرشوف دوهم قانون: $\sum V = \sum R \cdot I$

❖ د اوم لومړی قانون: $V = R \cdot I$

V د پوتنشیل توپیر د مقاومت په دوو انجامونو کې

❖ د اوم دوهم قانون: $V = E - r \cdot I$

V د پوتنشیل توپیر د برېښنايي مؤلد په دوو انجامونو کې

❖ د ژول قانون یا د برق د جریان حرارتي اثر: $H = 0.24RI^2 \cdot t$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په مقناطیس او برق کې د جذب او دفعې قوه	F	N	dyne
د خازن ظرفیت	C	Farad	
د برق جریان	I	Amp	
د هادي مقاومت او برقي مقاومت	R	(ohm)Ω	
مخصوصه مقاومت	ρ	Ω·m	Ω·cm
د مؤلد محرکه قوه	ε	Volt	
برقي انرژي او کار	W	Joul	erg
داخلي مقاومت	r	(ohm)Ω	
د مقناطیسي ساحې شدت	H	Teslla	Gauss
مقناطیسي سیلان	Φ	Weber	Maxwell

په فزیک کې ځینې ثابت قیمتونه:

- د نور سرعت په خلا کې: $C = 2.9979 \cdot 10^8 \, {}^{m}/_{sec}$
- د نور سرعت په هوا کې: $C = 2.99709 \cdot 10^8 \, {}^{m}/_{sec}$
- د ځمکې جاذبوي تعجیل: $g = 9.81 \, {}^{m}/_{sec^2}$
- د جاذبې جهاني ثابت: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \, {}^{N \cdot m^2}/_{Kg^2}$
- په خلا کې د برقي نفوذ ضریب: $\varepsilon_0 \approx 9 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$
- د الکترومقناطیسي څپو د خپرېدو سرعت: $3 \cdot 10^8 \, {}^{m}/_{sec}$
- د مقنایسي هدایت ثابت: $\mu_0 = 1.257 \cdot 10^{-6} \, H/m$
- د اوګدرو عدد: $N_A = 6.02 \cdot 10^{23} mol^{-1}$
- د ګازاتو عمومي ثابت: $R = 8.314 \frac{Joul}{mol \cdot K}$
- د فارادې عدد: $F = 9.65 \cdot 10^4 coul$
- د ژول د قانون ثابت په برق کې: $K = \frac{1}{4.18} = 0.24$
- د پلانک ثابت: $h = 6.625 \cdot 10^{-34} Joul \cdot sec$
- د چارج واحد: $\bar{e} = 1.602 \cdot 10^{-19} coul$
- د بولتزمن ثابت: $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{Joul}{K}$
- د ستیفن بولتزمن ثابت: $\delta = 5.67 \cdot 10^{-8} \, {}^{Joul}/_{m^2 \cdot K \cdot sec}$
- د وین ثابت: $2.9 \cdot 10^{-3} m \cdot K$
- د بورون شعاع: $a = 5.292 \cdot 10^{-11} m$
- د بورون مګنیتون: $\mu_b = 9.274 \cdot 10^{-24} \, {}^{Joul}/_{T}$
- د ریډبرګ ثابت: $R = 1.097 \cdot 10^7 m^{-1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځينې جسمونو کثافت

Kg/m^3	gr/cm^3	اجسام	ګڼه
$19.3 \cdot 10^3$	19.3	سره زر Au	1
$10.5 \cdot 10^3$	10.5	سپين زر Ag	2
$13.6 \cdot 10^3$	13.6	سيماب Hg	3
$7.86 \cdot 10^3$	7.86	اوسپنه Fe	4
$1 \cdot 10^3$	1	خالصې اوبه په $4°C$ کې H_2O	5
$1.025 \cdot 10^3$	1.025	د سمندر اوبه په $15°C$ کې	6
$0.917 \cdot 10^3$	0.917	يخ	7
$0.806 \cdot 10^3$	0.806	الکول R-OH	8
1.29	$1.29 \cdot 10^{-3}$	هوا Air	9
0.598	$0.598 \cdot 10^{-3}$	د اوبو بخار $100°C$	10
0.0899	$8.99 \cdot 10^{-5}$	د هايدروجن ګاز H	11
1.251	$1.251 \cdot 10^{-3}$	نايتروجن N	12
1.429	$1.429 \cdot 10^{-3}$	اکسيجن O	13
$0.75 \cdot 10^3$	0.75	لرګی Wood	14
$0.80 \cdot 10^3$	0.8	پطرول	15
$2.5 \cdot 10^3$	2.5	ښيښه Glass	16
$2.7 \cdot 10^3$	2.7	المونيم Al	17
$21.5 \cdot 10^3$	21.5	پلاتين Pt	18
$3.5 \cdot 10^3$	3.5	الماس C	19
$8.9 \cdot 10^3$	8.9	مس Cu	20
$1.98 \cdot 10^3$	1.98	کاربن دای اکسايد CO_2	21
$5.5 \cdot 10^3$	5.5	د ځمکې اوسط کثافت	22
$1.4 \cdot 10^3$	1.4	د لمر اوسط کثافت	23
$2.8 \cdot 10^3$	2.8	د ځمکې قشر	24
$9.5 \cdot 10^3$	9.5	د ځمکې هسته	25
$1.6 \cdot 10^5$	160	د لمر هسته	26

د غږ سرعت په ځينو موادو کې

سرعت په m/sec	د اجسامو فزيکي حالت او نوم
331	هوا په $0°C$ کې
228	کاربن دای اکسايد CO_2 په $0°C$ کې
337	کاربن مونو اکسايد CO په $0°C$ کې

(c) ketabton.com: The Digital Library

8

اوبه H_2O	1435
بنزین C_6H_6	11065
المونیم Al	5106
اوسپنه Fe	5120

د ځینې سماوي جسمونو فزیکي مشخصات

❖ د لمر کتله: $1.97 \cdot 10^{30} Kg$

❖ د لمر د کرې اوسط شعاع: $6.95 \cdot 10^{8} m$

❖ د لمر او ځمکې تر منځ اوسط فاصله: $1.5 \cdot 10^{11} m$

❖ د ځمکې کتله: $5.96 \cdot 10^{24} Kg$

❖ د ځمکې اوسط شعاع: $6.37 \cdot 10^{6} m$

❖ د ځمکې حجم که چېرې کروي فرض شي: $11 \cdot 10^{20} m^3$

❖ د ځمکې د فرار سرعت: $11.2\ Km/sec$

❖ د ځمکې سرعت د لمر په چاپېره: $28.5976\ Km/sec$

❖ د ځمکې او سپوږمۍ تر منځ اوسط فاصله: $3.84 \cdot 10^{8} m$

❖ د سپوږمۍ کتله: $7.3 \cdot 10^{22} Kg$

❖ د سپوږمۍ اوسط شعاع: $1.74 \cdot 10^{6} m$

❖ د سپوږمۍ دوراني تعجیل د ځمکې په چاپېره:

$a = 0.272\ cm/sec^2$

❖ د سپوږمۍ په سطح تعجیل: $g = 1.635\ m/sec^2$

❖ د سپوږمۍ د دوران وخت د ځمکې په چاپېره:

27 ورځې، 7 ساعته، او 43 دقیقې

❖ یو نوري کال: $9.461 \cdot 10^{15} m$

مواد	د طولي انبساط ضریب (α)
سرپ	$29 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
المونیم	$24 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
برنج	$19 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
مس	$17 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
اوسپنه(فولاد)	$12 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
کانکریټ	$12 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
معمولي ښیښه	$11 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
پایرکس ښیښه	$3.3 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
کوارتز	$0.5 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
الماس	$1.2 \cdot 10^{-6} K^{-1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مواد	د حجمي انبساط ضريب (γ)
ايتر	$1.51 \cdot 10^{-3}K^{-1}$
کاربن تيتراکلورايد	$1.18 \cdot 10^{-3}K^{-1}$
الکول	$1.01 \cdot 10^{-3}K^{-1}$
بنزين	$0.95 \cdot 10^{-3}K^{-1}$
د زيتون تيل	$0.68 \cdot 10^{-3}K^{-1}$
اوبه	$0.21 \cdot 10^{-3}K^{-1}$
سيماب	$0.18 \cdot 10^{-3}K^{-1}$

يوناني الفبا

تلفظ	کوچني حروف	لوی حروف	Pronunciation
الفا	α	A	Alpha
بيتا	β	B	Beta
گاما	γ	Γ	Gamma
دلتا	δ	Δ	Delta
اپسيلون	ε , ϵ	E	Epsilon
زيتا	ζ	Z	Zeta
ايتا	η	H	Eta
تيتا	θ , ϑ	Θ	Theta
يوتا	ι	I	Iota
کپه	κ	K	Kappa
لمدا	λ	Λ	Lambda
ميو	μ	M	Mu
نيو	ν	N	Nu
کسي	ξ	Ξ	Xi
اومايکرون	o	O	Omicron
پای	π , ϖ	Π	Pi
رو	ρ	P	Rho
سيگما	σ , ς	Σ	Sigma
تاو	τ	T	Tau
اِپيسيلون	υ	Υ	Upsilon
في	ϕ , φ	Φ	Phi

(c) ketabton.com: The Digital Library

Chi	Χ	χ	چي
Psi	Ψ	ψ	سي
Omega	Ω	ω	اومیګا

له لمر څخه د شمسي نظام د سيارو واټن		
$5.79 \cdot 10^{10}m$	عطارد	1
$1.082 \cdot 10^{11}m$	زهره	2
$1.496 \cdot 10^{11}m$	ځمکه	3
$2.279 \cdot 10^{11}m$	مريخ	4
$7.783 \cdot 10^{11}m$	مشتري	5
$1.427 \cdot 10^{12}m$	زحل	6
$2.87 \cdot 10^{12}m$	اورانوس	7
$4.497 \cdot 10^{12}m$	نپتون	8
$5.9 \cdot 10^{12}m$	پلوتو	9

د ځمکې د سيارې تشکيلوونکي عنصرونه		
دځمکې په کتله کې:	سمبول	عنصر
46.6%	O	اکسيجن
27.7%	Si	سليکان
8.1%	Al	المونيم
5.0%	Fe	اوسپنه
3.6%	Ca	کلسيم
2.8%	Na	سوديم
2.6%	K	پوتاشيم
2.1%	Mg	مګنيزيم
0.4%	Ti	تيتانيم
0.1%	H	هايدروجن

(c) ketabton.com: The Digital Library

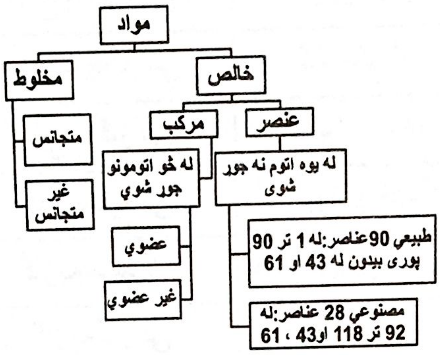
د رومي اعدادو جدول

رومي	عدد
I	1
II	2
III	3
IV	4
V	5
VI	6
VII	7
VIII	8
IX	9
X	10
XX	20
XXX	30
XL	40
L	50
LX	60
LXX	70
LXXX	80
XC	90
C	100
D	500
M	1000
	5000
	10000
$\bar{L}$	50000
$\bar{C}$	100000
$\bar{D}$	500000
$\bar{M}$	1000000

کیمیا (Chemistery)

❖ د عناصرو دوراني جدول په طاقو پریودونو کې د عنصرونو تعداد: $\frac{(n+1)^2}{2}$

❖ د عناصرو دوراني جدول په جفتو پریودونو کې د عنصرونو تعداد: $\frac{(n+2)^2}{2}$



د فلزاتو او غیر فلزاتو تر منځ توپیرونه	
فلزات	غیر فلزات
الکترون له لاسه ورکوي	الکترون اخلي
تحمض کیږي	ارجاع کیږي
د اکسیډیشن نمبر (+) دی	د اکسیډیشن نمبر(-) دی
رنګ لري	اکثراً بې رنګه دي
اتومي شعاع یې لویه ده	ا[illegible] شعاع یې کوچنۍ ده
ایوني شعاع یې کوچنۍ ده	ای[illegible]
د جدول په چپ او ښکته خوا کې قرار لري	د جدول [illegible] او پورته خوا کې قرار لري
د برېښنا او تودوخې تیروونکي دي	د برېښنا او تودوخې تیرول یې ډیر ضعیفه یا عایق دي
خلا لرونکي دي	ځلا نه لري
د لوړ کثافت لرونکي دي	د ټیټ کثافت لرونکي دي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مخلوطونو بېلګې	
د مخلوطونو ډولونه	بېلګې
جامد په جامد کې	الیاژونه
جامد په مایع کې	مالګه په اوبو کې
جامد په ګاز کې	کاربن په دود کې
مایع په مایع کې	الکول په اوبو کې
مایع په جامد کې	کرستالي اوبه
مایع په ګاز کې	د اوبو بړاس په هوا کې
ګاز په مایع کې	ګاز لرونکي ځښاکونه
ګاز په جامد کې	په پلاتین کې هایدروجن
ګاز په ګاز کې	هوا

د بېلابېلو مرکباتو مالیکولي فرمولونه

- اوبه: H_2O
- اوزون: O_3
- کاربن دای اکساید: CO_2
- کاربن مونو اکساید: CO
- سلفر دای اکساید: SO_2
- امونیا: NH_3
- د مالګې تېزاب(هایدروکلوریک اسید): HCl
- مرکیوریک کلوراید(سوبلېمه): $HgCl_2$
- سلفوریک اسید(د ګوګړو تېزاب): H_2SO_4
- فاسفوریک اسید: H_3PO_4
- نایتریک اسید(د شورې تیزاب): HNO_3
- کاربونیک اسید: H_2CO_3
- سلطاني تېزاب: $HNO_3 + 3HCl$
- سودیم هایدرواکساید(د کاستک سوډا): $NaOH$
- چونه چې اوبه ورېه رسېدلې نه وي: CaO
- د چونې ډبره: $CaCO_3$
- چونه چې اوبه ورته رسېدلې وي: $Ca(OH)_2$
- پوتاشیم سیاناید: KCN
- د خوړو مالګه(سودیم کلوراید): $NaCl$
- باروت(سودیم نایتریت): $NaNO_3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ❖ پوتاشیم کاربونیټ: K_2CO_3
- ❖ پوتاشیم سلیکیټ: K_2SiO_3
- ❖ د ګلوبر مالګه: Na_2SO_4
- ❖ امونیم سلفاید: $(NH_4)_2S$
- ❖ مقناطیس (مګنیتایت): Fe_3O_4
- ❖ کلسیم هایدروکسي کلوراید: $CaOHCl$
- ❖ ګچ: $CaSO_4 \cdot 2H_2O$
- ❖ نیل توتیا: $CuSO_4 \cdot 5H_2O$
- ❖ شنه توتیا: $FeSO_4 \cdot 7H_2O$
- ❖ د فوسیجن ګاز: $COCl_2$

بېلابېل ایونونه

- ❖ سلفیټ: SO_4^{2-}
- ❖ سلفایټ: SO_3^{2-}
- ❖ تیو سلفیټ: $S_2O_3^{2-}$
- ❖ بای سلفیټ: HSO_4^{1-}
- ❖ فاسفیټ: PO_4^{3-}
- ❖ فاسفایټ: PO_3^{3-}
- ❖ بای فاسفیټ: HPO_4^{2-}
- ❖ نایټریټ: NO_3^{1-}
- ❖ نایټرایټ: NO_2^{1-}
- ❖ امونیم: NH_4^{1+}
- ❖ کاربونیټ: CO_3^{2-}
- ❖ بای کاربونیټ: HCO_3^{1-}
- ❖ هایپو کلوریټ: ClO^{1-}
- ❖ کلورایټ: ClO_2^{1-}
- ❖ کلوریټ: ClO_3^{1-}
- ❖ پر کلوریټ: ClO_4^{1-}
- ❖ اسیتیټ: CH_3COO^{1-}
- ❖ کرومیټ: CrO_4^{2-}
- ❖ دای کرومیټ: $Cr_2O_7^{2-}$
- ❖ سیاناید: CN^{1-}
- ❖ تیو سیاناید: SCN^{1-}
- ❖ هایدرو اکساید: OH^{1-}
- ❖ اوکزالیټ: $C_2O_4^{2-}$
- ❖ پرمنګنیټ: MnO_4^{1-}

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ❖ ارسنیت: AsO_4^{3-}
- ❖ هایدرونیم: H_3O^{1+}
- ❖ پراکساید: O_2^{2-}
- ❖ برومیت: BrO_3^{1-}

د کیمیا ځینې فرمولونه

- ❖ کتلوي کثافت: $D_m = \frac{m}{V}$
- ❖ د ګاز مولي کثافت: $D_{mol} = \frac{m(mol)}{V_{STP}} = \frac{\text{مولي کتله}}{\text{د یو مول حجم}}$
- ❖ وزني کثافت: $D_w = \frac{W}{V}$
- ❖ مخصوصه وزن: $SG = \frac{D \text{ د مادي کثافت}}{D' \text{ د ستنډرډ مادي کثافت}}$
- ❖ د اتومونو کتله د $10^{-22} - 10^{-24}kg$ یا $10^{-25} - 10^{-27}kg$ کمیت تر منځ شتون لري.
- ❖ د اتومي کتلې واحد: $1amu = 1.661 \cdot 10^{-27}kg$
- ❖ اتومي وزن: $A = P^+ + N^0$
- ❖ اتومي نمبر(د پروتونونو شمېر): P^+
- ❖ اصلي مدار کې د الکترونونو اعظمي تعداد: $Z = 2n^2$
- ❖ اصلي مدار کې د اوربتالونو اعظمي تعداد: $O = n^2$
- ❖ د مخالف العلامه ایوني ذرو تر منځ د جذب قوه:

$F = K\frac{q_1q_2}{\varepsilon^0 r^2}$ (ε^0 د محلل د ډای الکتریک ثابت)

- ❖ د مولونو تعداد: $n = \frac{m}{M} = \frac{\text{کتله}}{\text{مالیکولي کتله}}$
- ❖ د بایل قانون: $P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$
- ❖ د چارلز قانون: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$
- ❖ د ګیلوسک قانون: $\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2}$
- ❖ د ګازاتو د ترکیب قانون: $\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2}$
- ❖ د اوګدرو اصل: $\frac{n}{V} = k$
- ❖ د ایډیال(خیالي)ګازاتو معادله: $P \cdot V = n \cdot R \cdot T$
- ❖ د ګازونو مالیکولي کتله: $M = \frac{mRT}{PV}$
- ❖ د ګازونو د مخلوط سیستم ټول فشار: $P_{Total} = \frac{n_{Total}RT}{V}$
- ❖ د ګراهام د مالیکولي خپریدنې قانون د دوو ګازونو لپاره:

$$\frac{V_A(Diffusion)}{V_B(Diffusion)} = \frac{\sqrt{M_B}}{\sqrt{M_A}}$$

- ❖ د تیزابو معادل ګرام وزن: $EQ_{Acid} = \frac{M}{\text{د } H \text{ تعداد}}$
- ❖ د القلیو معادل ګرام وزن: $EQ_{Base} = \frac{M}{\text{د } OH \text{ تعداد}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د مالګو معادل ګرام وزن: $EQ_{Salt} = \frac{M}{\text{د فلز تعداد} \times \text{د فلز ولانس}}$

❖ په مرکب کې د یوه عنصر فیصدي: $\frac{\text{اتومي وزن} \times \text{تعداد} \times 100}{\text{د مرکب مالیکولي وزن}}$

❖ وزني فیصدي: $W\% = \frac{100 \times \text{د منحله مادې مقدار } gr}{\text{د محلول مقدار په ګرام}}$

❖ حجمي فیصدي: $V\% = \frac{100 \times \text{د منحله مادې مقدار}}{\text{د محلول مقدار}}$

❖ مولي برخه: $N_1 = \frac{n_1}{n_1+n_2+\cdots+n_i}$

❖ کتلوي برخه: $W_1 = \frac{m_1}{m_1+m_2+\cdots+m_i}$

❖ د کتلوي فیصدي برخه: $W_1\% = \frac{m_1 \cdot 100}{m_1+m_2+\cdots+m_i}$

❖ مولریتي: $M = \frac{n}{V} = \frac{m}{M \cdot V}$

❖ د مولریتي غلظت: $C_M = \frac{m \cdot 1000ml \cdot Moler}{M \cdot V}$

❖ د نارملیتي غلظت: $C_N = \frac{m \cdot 1000ml \cdot Narmal}{EQ \cdot V}$

❖ د مولل غلظت: $C_m = \frac{m \cdot mol \cdot 1000gr \cdot molal}{M \cdot m'}$

M د حل کیدونکې مادې مالیکولي کتله، m' د محلل کتله

❖ مولر محلول= د منحله مادې مقدار+کافي اوبه=1Liter

❖ د تیتر غلظت: $C_T = \frac{\text{حل کیدونکې ماده په ګرام}}{\text{حل کیدونکې ماده په ملي لیتر}}$

❖ تیتریشن(خنثی کول): $C_1 \cdot V_1 = C_2 \cdot V_2$

❖ د الکترولیت محلولونو ازموتیک فشار: $P = iCRT$

i د وانت هوپ ضریب، R د ګازاتو ثابت $R = 8.31 \frac{Joul}{mol \cdot K}$

❖ د هایدروجن د ایون غلظت: $PH = -\log[H^+]$

❖ د (OH) د ایون غلظت: $POH = -\log[OH^-]$

❖ په تیزابي محلول کې(محلول تیزابي دی):

$POH > 7, [H^+] > 10^{-7}M, PH < 7, [OH^-] < 10^{-7}M$

❖ په القلي محلول کې:

$POH < 7, [OH^-] > 10^{-7}M, PH > 7, [H^+] < 10^{-7}M$

❖ په خنثی محلول کې (محیط خنثی دی):

$PH = POH = 7, [H^+] = [OH^-] = 10^{-7}M$

❖ په هر محلول کې: $PH + POH = 14$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کلچکوفسکي قاعده او په اصلي او فرعي مدارونو کې د الکترونونو دوېش قاعده

اصلي مدار	فرعي مدارونه یې			
K	$1s^2$			
L	$2s^2$	$2p^6$		
M	$3s^2$	$3p^6$	$3d^{10}$	
N	$4s^2$	$4p^6$	$4d^{10}$	$4f^{14}$
O	$5s^2$	$5p^6$	$5d^{10}$	$5f^{14}$
P	$6s^2$	$6p^6$	$6d^{10}$	
Q	$7s^2$	$7p^6$		

$1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^{10}\ 5p^6\ 6s^2\ 4f^{14}$
$5d^{10}\ 6p^6\ 7s^2\ 5f^{14}\ 6d^{10}\ 7p^6$

فرعي مدار	د الکترونو شمېر	اوربیتالونه
s	2	↑↓ 1
p	6	↑↓ ↑↓ ↑↓ 3
d	10	↑↓ ↑↓ ↑↓ ↑↓ ↑↓ 5
f	14	↑↓ ↑↓ ↑↓ ↑↓ ↑↓ ↑↓ ↑↓ →7

عضوي کیمیا

sp هایبریدیزیشن:

- ❖ د s برخه او p برخه مساوي یعنې (1/2) ده.
- ❖ دا هایبرید په استلین کې موجود دی.
- ❖ د اړیکو ولانسي زاویه (180°) ده.

sp^2 هایبریدیزیشن:

- ❖ د s برخه (1/3) او p برخه (2/3) ده.
- ❖ دا هایبریدیزیشن په غیر مشبوع هایدروکاربنونو خصوصاً د اتلین په کورنۍ کې موجود دی.
- ❖ د اړیکو ولانسي زاویه یې (120°) ده.

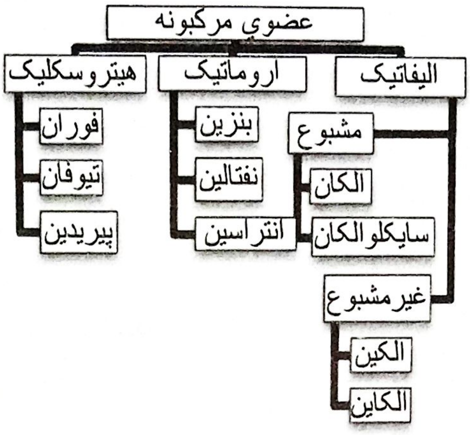
sp^3 هایبریدیزیشن:

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د s برخه (1/4) او p برخه (3/4) ده.

❖ دا هايبريديزيشن په مشبوع هايدروکاربنونو کې موجود دی.

❖ د اړیکو ولانسي زاويه یې (109.5°) ده.



د ځينو الکانونو کيمياوي فرمولونه

❖ میتان: CH_4

❖ ایتان: C_2H_6

❖ پروپان: C_3H_8

❖ بیوتان: C_4H_{10}

❖ پنتان: C_5H_{12}

❖ هگزان: C_6H_{14}

❖ هپتان: C_7H_{16}

❖ اوکتان: C_8H_{18}

❖ نونان: C_9H_{20}

❖ دیکان: $C_{10}H_{22}$

❖ ان دیکان: $C_{11}H_{24}$

❖ دو دیکان: $C_{12}H_{26}$

❖ ترای دیکان: $C_{13}H_{28}$

❖ تیترا دیکان: $C_{14}H_{30}$

❖ پنتا دیکان: $C_{15}H_{32}$

❖ ایکوزان: $C_{20}H_{42}$

❖ پنتاکونتان: $C_{50}H_{102}$

❖ هکتان: $C_{100}H_{202}$

د عضوي مرکباتو عمومي فرمولونه

❖ الکانونه: C_nH_{2n+2}

❖ الکینونه: C_nH_{2n}

❖ الکاینونه: C_nH_{2n-2}

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ سایکلو الکانونه: C_nH_{2n}

❖ الکایل راډیکال: C_nH_{2n+1}

❖ بنزین: C_nH_{2n-6}

❖ نفتالین: C_nH_{2n-12}

❖ انتراسین: C_nH_{2n-18}

❖ ډاینونه: C_nH_{2n-2}

❖ الدوز: $C_nH_{2n}O_n$

❖ کاربوهایدریتونه: $C_n(H_2O)_m$

❖ الکول: $R-OH$

❖ هلاید (X=Br, Cl, F, I): $R-X$

❖ الدیهاید: $R-CO-H$

❖ کیتون: $R-CO-R$

❖ عضوي تیزاب: $R-COOH$

❖ ایتر: $R-O-R$

❖ ایستر: $R-COO-R$

❖ تیو ایتر: $R-S-R$

❖ امین: $R-NH_2$

❖ امايد: $R-CO-NH_2$

❖ مرکپتان(تایول): $R-S-H$

❖ سلفو: $R-SO_3H$

❖ نایترو: $R-NO_2$

❖ سیاناید: $R-CN$

د بیلابیلو عضوي مرکباتو کیمیاوي فرمولونه

❖ کلورو میتان(میتایل کلوراید): CH_3Cl

❖ دای کلورو میتان: CH_2Cl_2

❖ کلوروفارم(ترای کلورو میتان): $CHCl_3$

❖ تترا کلورو میتان(کاربن تتراکلوراید): CCl_4

❖ دای کلورو دای فلورو میتان: CCl_2F_2

❖ ایتلین: C_2H_4

❖ استلین: C_2H_2

❖ میتانول: CH_3OH

❖ ایتانول: C_2H_5OH

❖ دای میتایل ایتر: CH_3-O-CH_3

❖ دای ایتایل ایتر: $C_2H_5-O-C_2H_5$

❖ دای میتایل کیتون: $CH_3-CO-CH_3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ فارمیک اسید:	$HCOOH$
❖ اسیتیک اسید:	CH_3-COOH
❖ کلورواسیتیک اسید:	$CH_2Cl-COOH$
❖ بنزوییک اسید:	C_6H_5-COOH
❖ اکزالیک اسید:	$(COOH)_2$
❖ مالوتیک اسید:	$HOOCCH_2COOH$
❖ پالمتیک اسید:	$C_{15}H_{31}-COOH$
❖ اولئیک اسید:	$C_{17}H_{33}-COOH$
❖ ستاریک اسید:	$C_{17}H_{35}-COOH$
❖ دای میتایل ایستر:	$CH_3-COO-CH_3$
❖ میتایل تایول	CH_3-S-H
❖ فارم الدیهاید:	CH_2O
❖ اسیت الدیهاید:	CH_3-CHO
❖ بنز الدیهاید:	C_6H_5-CHO
❖ بنزین:	C_6H_6
❖ نفتالین:	$C_{10}H_8$
❖ انتراسین:	$C_{14}H_{10}$
❖ فینول:	C_6H_5OH
❖ تولوین:	$C_6H_5CH_3$
❖ انیلین:	$C_6H_5NH_2$
❖ بنزالدیهاید:	C_6H_5CHO
❖ نشایسته(خو قیمته قندونه):	$(C_6H_{10}O_5)_n$
❖ گلوکوزاو فرکتوز:	$C_6H_{12}O_6$
❖ سکروز(بوره):	$C_{12}H_{22}O_{11}$
❖ لکتیک اسید:	$C_3H_6O_3$
❖ ایتلین گلایکول	CH_2OHCH_2OH
❖ پالمتیک اسید:	$C_{15}H_{31}-COOH$
❖ ستیاریک اسید:	$C_{17}H_{35}-COOH$
❖ فینول فتالین:	$C_{20}H_{14}O_4$
❖ صابون:	$C_{17}H_{35}COONa$
❖ اسکاربیک اسید:	$C_6H_8O_6$
❖ تروپین:	$C_{17}H_{35}NO_2$
❖ مورفین:	$(C_{17}H_{19}NO_3)H_2O$
❖ نیکوتین:	$C_{10}H_{14}N_2$
❖ کلسیم کارباید:	CaC_2

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ❖ سلفونیک اسید: $C_6H_5SO_3H$
- ❖ د ترپینونو بسیط فرمول: $C_{10}H_{16}$
- ❖ پایرادین: C_5H_5N
- ❖ اسپرین: $C_9H_8O_4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

جيولوجي (Geology)

د منرالونو ځانګړتیاوې کړ د ی

1- باید جامد وي.

2- باید طبیعي وي.

3- باید غیرعضوي وي.

4- باید کیمیاوي خالصه ماده وي کیدی شي عنصر یا مرکب واوسي.

5- باید کرستال وي.

منرالونه په لاندې ډلوویشل شوي دي کړ لخ ګلیوشلو شوک

1- خالص عناصر، لکه: سره زر، سلفر او الماس.

2- سلفایدونه، لکه: پایرایت (FeS_2) او ګالینیت (PbS).

3- اکسایدونه او هایدروکسایدونه، لکه: هیماتایت (Fe_2O_3).

4- کاربناتونه، لکه: کلسیت $(CaCO_3)$.

5- هالایدونه، لکه: هالیت $(NaCl)$.

6- سلفاتونه، لکه: ګچ $(CaSO_4 \cdot 2H_2O)$.

7- فاسفاتونه، لکه: اپاتیت.

8- سیلیکاتونه، لکه: فلدسپارونه $(KAlSi_3O_8)$.

کلکوالی (سختي)

د ماووس جدول پر بنسټ کلکوالی	
1	تالک
2	ګچ
3	کلسیت
4	فلوریت
5	اپاتیت
6	ارتوکلاز
7	کوارتز
8	توپاز
9	کوراندم
10	الماس
معیاري کلکوالی	
2.5	د ګوتې نوک
3.5	مسي سکه
4.5	د اوسپنې ټوټه
5.5	د ښیښې ټوټه
6.5	پولادي چاقو

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځینې منرالونو کیمیاوي فرمولونه

- کوراندم: Al_2O_3
- بوکسیت: $Al_2O_3 \cdot H_2O$
- کیولایت: $Al_3F_{14}O_5$
- مولایت: $Al_6O_{13}Si_2$
- بریل: $BeAl_2Si_6O_{18}$
- کلسیت: $CaCO_3$
- فلورایت: CaF_2
- دولومیت: $CaMg(CO_3)_2$
- ګچ: $CaSO_4 \cdot 2H_2O$
- کادموسیلایت: $CdSe$
- سیریانیت: CeO_2
- سیزیم میتا تیتانیت: Cs_2TiO_3
- اسکولایت: Cr_2O_3
- ملخیت: $Cu_2CO_3(OH)_2$
- کوویلایت: CuS
- چالکوسایت: Cu_2S
- دای جینایت: Cu_9S_5
- چالکوپایرایت: $CuFeS_2$
- کیوبانیت: $CuFeS_3$
- ارسینوپایرایت: $FeAsS$
- سیدیرایت: $FeCO_3$
- لیمونایت: $FeO_2H \cdot nH_2O$
- هیماتایت: Fe_2O_3
- مګنیتایت: Fe_3O_4
- پایرایت: FeS_2
- فیالایت: Fe_2SiO_4
- ارتوکلاز(فلدسپار): $KAlSi_3O_8$
- کریولایت: Na_3AlF_6
- البیت: $NaAlSi_3O_8$
- هالیت: $NaCl$
- ګالینیت: PbS
- کوارتز: SiO_2
- تالک: ZnO
- سفالیرایت: ZnS

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیولوژي (Biology)

د پروکاریوت او یوکاریوت حجرو توپیرونه			
گڼه	ځانګړتیاوې	پروکاریوت	یوکاریوت
1	مایتوکاندریا	نه لري	لري
2	اندوپلازمیک ریتمیکولم (ER)	نه لري	لري
3	کلوروپلاست	نه لري	لري
4	ګلجي اجسام	نه لري	لري
5	هستوي غشأ	نه لري	لري
6	ریبوزوم	لري خو کوچنی	غټ وي
7	میتوسیس	نه لري	لري
8	حجروي دیوال	نه لري	نباتي حجرې يې لري

د حیواني او نباتي حجرو توپیرونه			
گڼه	ځانګړتیاوې	حیواني حجره	نباتي حجره
1	حجروي دیوال	نه لري	لري
2	پلاستید	نه لري	لري
3	سنتروزوم	لري	نه لري
4	واکیول	کوچني او زیات	یو او لوی
5	هسته	د حجرې په منځ کې	د حجرې په یوې خوا کې
6	د تېلوفېز په پای کې حجروي ویش	د ژوروالي په واسطه ویشل کیږي	د حجرې په منځ کې سلولوزي دیوال منځ ته راځي

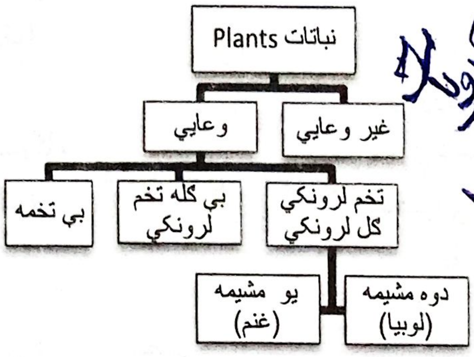
د حجرې بیلابیل پروتوپلازمیک او دندې یې		
گڼه	د حجرې پروتوپلازمیک	فزیولوژیکي دندې یې
1	پلازمایي غشا	نیمه قابل نفوذ، د موادو جذب او کنترول
2	هسته	د DNA ترکیب، د جنیتیکي او ارثي

(c) ketabton.com: The Digital Library

		خواصو لیږدونه، د حجرې د بیولوژیکي فعالیتونو کنټرول
3	هسته ګی	د RNA ترکیب، د پروټین ترکیب
4	مایتوکاندریا	د حجرې تنفس، د انرژۍ تولید
5	رایبوزوم	د پروټین ترکیب
6	اندوپلازمیک ریټیکولم	د موادو لیږدونه، خوځښت، پروټین جوړول
7	لیزوزوم	هضمي انزایمونه لري، پروټیني مواد تجزیه کموي
8	سنتریول	د حیواني حجرو په ویشلو کې برخه اخلي
9	پلاستیدونه	په نباتي حجرو کې موجود دي، خوراکي توکي جوړوي، مختلف رنګونه تولیدوي او مواد زیرمه کوي
10	ګلجي اجسام	د حجرې ترشحي فعالیت، د قندونو ترکیب

د ژوندیو موجوداتو د طبقه بندۍ اووه پوړونه		
1	عالم	Kingdom
2	فایلم	Phylum
3	ټولګی	Class
4	اردر	Order
5	کورنۍ	Family
6	جینس	Genuse
7	نوعه	Species

(c) ketabton.com: The Digital Library



د وينې کرويات(د ټولې وينې 45% دي)		
ډول	په يو ملي ليتر کې شمير	دندې
سره کرويات	5 تر 6 ميليونو	د اکسيجن او غذايي موادو ليږدول
سپين کرويات	7 تر 10 زرو	د ميکروبونو پر وړاندې د بدن دفاع
د مويه صفحات	150 تر 500 زرو	د وينې پړن کيدل

هغه ناروغۍ چې د بکتريا او ويروسونو په واسطه منځته راځي			
نوم	د بدن هغه برخې چې زيان ويني	د ناروغۍ عامل	د ناروغۍ نښې
ايډز	د وينې سپين کرويات	ويروس	ټوخی، د اشتها کموالی، ډنګريدل، تبه، د سينې درد او بلغمو کې وينه
توبرکلوز	سږي	بکتريا	د پوستکي ژيړوالی، تبه ، کانګې، سرخوږی او د ځيګر په برخه کې درد
هيپاټايټس	ځيګر	ويروس	د لاړو د غدو

(c) ketabton.com: The Digital Library

(ویروسي ژیړی)			پړسیدل او تبه
بوغوټ(کله چرک)	د لاړو غدې	ویروس	سرخوږی، ملا او غاړې د عضلاتو سختوالی، د غړو فلج
ګوزڼ(د ماشومانو فلج)	عصبي حجرې، مغز او نخاع	ویروس	سرخوږی، ملا او غاړې د عضلاتو سختوالی، د غړو فلج
سینه بغل	سږي	بکتریا، ویروس او آن ځینې محرک ګازونه	تبه، د ملا په برخه کې درد، ټوخي او بلغم
تیتانوس	ټپ	بکتریا	فلج، خو په زیات حالت کې د مړینې لامل کیږي

ویټامینونه				
په شحمو (غوړو) کې منحل ویټامینونه				
ویټامین	سرچینه(منبع)	په بدن کې یې دندې	په بدن کې یې د کموالي زیان	په بدن کې یې د زیاتوالي اغېزې
A	لبنیات، ځیګر، هګۍ، ګازرې او سره بانجان	د سترګو په لید او د پوستکي په سلامتیا کې مرسته کوي	شبکوري، د پوستکي وچېدل او د بدن مقاومت کمېدل	پښتورګو، هډوکو او ځیګر ته زیان رسېدل، سرخوږی، کانګې او د لید خرابوالی
D	لبنیات، د هګۍ ژیړ او د کب غوړي	له بدن سره د کلسیم او فاسفورس په جذب او مصرف او د بدن په وده کې مرسته کوي	د هډوکو کږېدل په تېره بیا په ماشومانو کې او په لویانو کې د هډوکي نرمي (پوکي)	بې خوبي، د زړه سستوالی، په معده، کولمو، او اعصابو کې ناراحتي
E	نباتي غوړي، وچې مېوې	د حجرو د غشا ساتنه او ځېنې نورې	د وینې د سرطان شونتیا(امکان)	پوره معلوم نه دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

	لکه:بادام، پسته، غوزان..	دندې.		
K	سابه، چای او غوښې	د وینې د پړن کېدو په وخت کې د پروټین په جوړونه کې عمده رول لري	د ټپي کېدو په وخت کې د زیاتې وینې بهېدل	ځیگر به زیان رسېدل او د وینې کموالی.
په اوبو کې منحل ویتامینونه				
B_1 (Thiamin)	موم پلي، دانې او سابه	د کاربوهایدریت په میتابولیزم کې برخه اخلي او د زړه او اعصابو د دندو په سرته رسولو کې مرسته کوي	د بري بري ناروغی لامل کیږي پدې حالت کې ناروغ په عصبي ناراحتیو اخته کیږي او د زړه د سکتې خطر پېدا کیږي	معلوم نه دی
B_2 (Ribo Flavin)	لبنیات، غوښه، هگی ساېه	د پوستکي صحت او د انساجو په ترمیم کې مرسته او د میتابولیزم په تعاملاتو کې برخه اخلي	د پوستکي د ناروغیو سبب کیږي	معلوم نه دی
B_3 (Niacin)	غوزان، غوښه، کچالو، سره بانجان او نور..	پوستکی سالم ساتي او د کاربوهایدریتونو په میتابولیزم کې اساسي رول لري	د پېلاگرا د Pellagra ناروغی لامل کیږي	د بدن، پښو او لاسونو پرسېدل او ځیگر ته زیان رسوي
B_6 (Pyridoxin)	غوښه، کېله او ساېه	د امینو اسیدونو په میتابولیزمي تعاملاتو کې مرسته کوي	عضلاتي او عصبي ناراحتي	د پښو بې حسي، د لاسونو نه همغږي او د مغزي اعمالو غېر طبیعي کېدل
B_{12} (Synaccobalamin)	غوښه، لبنیات شېدې	د وینې د سرو حجرو په جوړولو کې مرسته	د وینې کموالی او عصبي ناراحتي	معلوم نه دی
C (Ascorbic Acid)	د ستروس د کورنۍ مېوې، گلپي، سره بانجان او کچالو	د اوربو ساتنه او د بدن د مقاومت د زیاتوالي لامل کیږي	سکروي ناروغی.	د معدې او کولمو ناروغي، د بدن د معافیت سیستم کمزوري

(c) ketabton.com: The Digital Library

د جین تخنیک په مرسته جوړ شوي درمل د امریکا په متحده ایالاتو کې			
ګڼه	مواد	د تولید کال	کارول یې
1	انسولین	1982 م	شکرې ناروغی
2	د وینې د ختې کیدو فکتور	1983 م	هیموفیلي ناروغی
3	ایکومبیواکس HB	1986 م	د هیپاټایټس B واکسین
4	سوماتو تروپین	1987 م	د ودې د هورمون کمښت
5	اکتیوازي انزایم	1987 م	د زړه ودریدل
6	ارترویونین	1988 م	د وینې کموالی

ضیایي ترکیب (Photosynthesis):

$$CO_2 + 6H_2O + \text{د لمر رڼا} \xrightarrow{\text{کلوروفیل}} C_6H_{12}O_6 + 6O_2$$

د نخامیه غدې هورمونونه			
ګڼه	هورمون	د هدف انساج	اغیزې یې
1	ACTH (Acreno Cortico Tropic H.	ادرینال غدې	د کورټیزول د هورمون ترشح یا نور سترويد هورمونونه د ادرینال د کارټکس څخه
2	FSH (Follicle Stimulating H.	تخمدانونه او خصیې	د نارینه او ښځینه ګمیټونو انکشاف او د جنسي غدو فعالیت تنظیموي
3	LH (luteinizing H.)	تخمدانونه او خصیې	د تخمې اچولو په وخت کې د تخمې ازادیدل له تخمدانونو او خصیو څخه د جنسي هورمونونو ترشح تحریکوي
4	Prolactin	د شېدو غدې	د شیدو غدو ته انکشاف ورکوي او په تیونو کې د شیدو تولید تحریکوي
5	GH (Growth H.)	د ټولو انساجو د تایرویید هورمونونو ازادیدل	د کرپندوکو، هډوکو او عضلاتو وده تحریکوي
6	TSH (Thyroid Stimulating H.)	تایرویید غده	د تایرویید غدې پواسطه، د تایرویید د هورمونونو ازادیدل تحریکوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

7	ADH (Anti-Diuretic H.)	پښتورگي او د وینې رگونه	له پښتورگو څخه د اوبو بیا ځلې جذب او د وینې د رگونو انقباض تحریکوي
8	Oxytocin	د شیدو غدې او رحم	د رحم انقباض او د شیدو ترشح کوي

د مونوهایبرید تزویج لپاره د پونیټ مربعگانې

که چېرې (2) نباتات د قد لپاره دوه مختلف الیلونه ولري (هیتروزایگوس وي) د پونیټ د مربعگانو له مخې به د جینوټایپ تناسب (1:2:1) دی خو د فینوټایپ له نظره به ¾ لوړقد او ¼ ټیټ قد دي.

ښځینه جینونه → / نارینه ↓	F	f
F	FF	Ff
f	Ff	ff

پای

د کیمیاوي عناصرو دوراني جدول

دوره ↓ / ګروپ →	IA	IIA	IIIB	IVB	VB	VIB	VIIB	VIIIB	VIIIB	VIIIB	IB	IIB	IIIA	IVA	VA	VIA	VIIA	VIIIA
1	1 H 1.0080																	2 He 4.003
2	3 Li 6.941	4 Be 9.012											5 B [illegible]	6 C [illegible]	7 [illegible]	8 [illegible]	9 [illegible]	10 Ne 20.18
3	11 Na 22.989	12 Mg 24.305											13 Al 26.892	14 Si [illegible]	15 P [illegible]	16 [illegible]	17 [illegible]	18 Ar 38.948
4	19 K 39.098	20 Ca 40.078	21 Sc 44.956	22 Ti 47.88	23 V 50.94	24 Cr 51.996	25 Mn 54.938	26 Fe 55.847	27 Co 58.933	28 Ni 58.69	29 Cu 63.546	30 Zn 65.39	31 Ga 69.72	32 Ge 72.61	33 [illegible]	34 [illegible]	35 Br [illegible]	36 Kr 83.80
5	37 Rb 85.467	38 Sr 87.62	39 Y 1.0083	40 Zr 91.22	41 Nb 92.91	42 Mo 95.94	43 Tc (98)	44 Ru 101.91	45 Rh 102.91	46 Pd 106.42	47 Ag 107.87	48 Cd 112.41	49 In 114.82	50 Sn 118.71	51 Sb 121.75	52 Te [illegible]	53 I [illegible]	54 Xe 131.30
6	55 Cs 132.91	56 Ba 137.33	57 La 138.91	72 Hf 178.49	73 Ta 180.95	74 W 183.85	75 Re 186.21	76 Os 190.2	77 Ir 192.22	78 Pt 195.09	79 Au 196.97	80 Hg 200.59	81 Tl 204.38	82 Pb 207.2	83 Bi 208.98	84 Po (209)	85 At [illegible]	86 Rn (222)
7	87 Fr 223.02	88 Ra 226.03	89 Ac (227)	104 Rf (261)	105 Db (262)	106 Sg 263.12	107 Bh 264.1	108 Hs (265.1)	109 Mt (266.1)	110 Ds (269)	111 Rg (272)	112 Cn (285)	113 Uut (284)	114 Fl (289)	115 Uup (288)	116 Lv (292)	117 Uus 291	118 Uuo 294

58 Ce 140.12	59 Pr 140.91	60 Nd 144.24	61 Pm (145)	62 Sm 150.4	63 Eu 151.96	64 Gd 157.25	65 Tb 158.93	66 Dy 162.50	67 Ho 164.93	68 Er 167.26	69 Tm 168.93	70 Yb 173.04	71 Lu 174.97
90 Th 232.04	91 Pa 231.04	92 U 238.03	93 Np 237.05	94 Pu (240)	95 Am (243)	96 Cm (247)	97 Bk (248)	98 Cf (251)	99 Es 25.08	100 Fm 257.1	101 Md (257)	102 No 259.1	103 Lr 262.11

1 ← اتومي نمبر
H ← سمبول
1.0083 ← اتومي وزن
هایدروجن ← نوم

C جامد | Hg مایع | H ګاز | Rf نامعلوم

فلزات | غیر فلزات

القلي فلزات | ځمکني القلي فلزات | لنتنايد سلسله | اکتنايد سلسله | انتقالي فلزات | ضعیف فلزات | نجیبه ګازات

ترتیب او دیزاین:
محمد اجمل
بهرام زوی

علمي خپرندویه ټولنه
پکتیا د ګردیز ښار غزني لین د حاجي عبدالحمید ګردېزي تجارتي مارکېټ
اړیکښمېرې: 0772936341 - 0772288190 - 0797174047
برېښنا لیک: ilmiketabtoon@gmail.com
خپرندویه ټولنه - ګردېز

(c) ketabton.com: The Digital Library

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library