

دېری پوهنه یا Set theory

Ketabton.com

لیکونکی : ډاکټر ماخان (میری) شینواری

دلوي څښتن په نامه

په دې هيله، چې په دې ليکنو او ژباړو به مې زموږ د بې وزلي او له پوهې پاتې ملت -
په ما د پوهنې لپاره د لگښت - لپاره د پوهنې په لور داسې لږ ونډه اخستې وي.

smakhan1946@gmail.com

کتاب پېژندنه

د کتاب نوم: لېږی پوهنه

ليکونکی: ډاکټر ماخان،، ميري،، شينواری

د خپريدو لړۍ

خپړندوی: د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

جرمني

چاپ کال ۲۰۱۲

چاپ چارې

دانش خپرنديي ټولنې تخنيکي خانگه

WWW.danishpress.com

د چاپ حقوق خپرنديي ټولنې ليکونکي يا ژباړي سره خوندي دي.

پښتو مو ژبه او شميرپوهنه پرې ساده ده

د خپرنډوی ټولنې یادښت

له هغې مودې را په دې خوا، چې د افغانستان د کلتوري ودې ټولنې د علمي، ساینسي او طبي اثارو د خپرولو لړۍ پیل کړې، تر اوسه یې په دې لړ کې مهم اثار خپلو هیوادوالو ته وړاندې کړي دي.

موږ باور لرو، چې پښتو ژبه هغه وخت په یوه مهمه غني ژبه بدلیدلای شي، چې د پوهې په ګاڼه سمبال شي او په علمي او اکاډمیکو اثارو غني شي.

اوس چې زموږ ملي سراسري ژبه د بیلابیلو ګواښونو او چلنجونو سره مخامخ ده، پر موږ ټولو ده، چې د دغه ګواښونو په وړاندې به په نره ودرېږو او د علم او قلم په ژبه به ځواب ورته ووايو.

د اتحادیې له خوا د ډاکټر ماخان شینواري تر اوسه زیاتو چاپ شویو اثارو په څنګ کې، د ده د پنځه وېښت شمیر پوهنې نویو ژباړو او لیکنو او دوه ټولنیزو لیکنو تر منځ، دغه اثر په همدې لړ کې ځکه د ارزښت وړ دی، چې د علمي، ساینسي اثارو د خپراوي په لړ کې د یوه مهم ګام په توګه ګڼل کیدای شي او هیله ده، چې د دې برخې مینه وال لوستوال، زده کوونکي او د پوهنتو زده کړې کټه ترې واخستلی شي.

په درناوي

د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

۲۰۰۱۲ ز ک

د ليکونکي مننه

د هر څه له مخه د هغو ليکونکو پروفيسرانو څخه زياته مننه، چې د ليکنو څخه يې زما د ژباړې لپاره تفاهم لري. ماته د دوي د ليکنو د ژباړې په هيڅ ډول مادي ګټه نه شته او دا کار مې يوازې په يوه د پوهنې توانمندي، مګر وروسته پاتې ژبې ويونکي ولس ته وړاندې دی، دا دې د دې پروفيسرانو له خوا په پوهنيزه اړخ کې زموږ په دې اړخ کې هم مرستې ته اړ ولس سره مرسته وي.

همدا ډول زموږ، د افغانسان کلتوري ودې ټولنه، جرمني، د غرو، مرستندويانو او په تيره بيا د مشر تابه څخه زياته مننه کوم، چې پرته له خپرندوي ټولنې په توګه يې د دې ليکنو زياته اقتصادي ونډه هم په غاړه اخستې.

دې لاندې زما کليوالو ملګرو او ملګرو د دې کتابونو په چاپ کې د توان سره سمه اقتصادي ونډه اخستې، چې زه ترې زياته مننه کوم:

د ښاغلي دپلوم انجنير ريحان الدين حساس، ښاغلي دپلوم انجنير محمد اکبر نور، ښاغلي ډاکتر سردار ګانه وال، ښاغلي ډاکتر مانوګل ګانه وال، ښاغلي ټولنپوه محمدعارف بيان، ښاغلي دپلوم انجنير محمد ايوب بيان، همداسې زما د ملګري ارواښاد ډاکتر حاجي محمد سلطانزي د ځوي ښاغلي ډاکتر صالح محمد سلطانزي، دپلوم انجنير او دپلوم اقتصاد پوه رحمت الله فتحي او نه اخر زما د لور ډاکتر څانګې شينواري او زما د ځوي اقتصاد پوه او ټولنساپوه اباسين شينواري.

بيا هم له دوي څخه د زړه له کومې مننه کوم او لوي څښتن دې ورته اجر و نه ورکړي، چې داسې مرستو ته دوام ورکړي.

نه د ټول په پای کې زما له ميرمن ښاړې څخه ډېره زياته مننه، چې زما د ليکنو- نه دا چې مخه يې نه ده نيولې- پوره ملاتړ کړي.

په مننه : ستاسو ماخان شينواري

جرمني د بن ښار

۲۰۱۲ ز ک

نیولیک

	د لیکونکي سريزه
۱	ډيری پوهنه
۲	سټ او د سټ توکی
۶	د ډيريو ترمنځ اړيکي
۸	برخه سټ
۱۰	د برابر وونو او خوندي ساتنو خويونه
۱۲	ټولنډيری يا سټ اتحاد
۱۴	غوځډيری
۱۹	د يوې ډيری کمپلمنت يا پوره کوونکی
۱۹	څيرونه mapping يا اړيکي:
۲۹	نېنلونه ۱
۳۸	ترنه ۲ :
۳۸	د ډيريو ترمنځ اړيکي
۵۷	ترنه ۳ :

سريزه

گرانو لوستونکو!

که تاسو د نړۍ د شمیرپوهنې بنسټیز کتابونه گوري، نو وبه وینی، چې د شمیرپوهنې سم - اند تر څنګ ډېری پوهنه یا سټ تیوري د کتابونو په لومړۍ برخه کې ځای نیولی او وبه گورو، چې شمیرپوهنه کې د ډېری پوهنې رول غوره دي، چې بې له ډېری پوهنې شمیرپوهنه ناشوني ده.

ما دا کتاب د اړتیا څخه زیات غزولی او پوهیږم، چې دا زما له کتابونو پرته یو چاپ ما لیدلی، خو متأسفانه، چې ما نه دی لوستلی، دا په دې معنا چې لاس ته مې نه دی راغلی. دا موضوع تکرار لري، خو په بل ډول، چې ګټور به وي او نه ستړی کیدونکي. وايي، چې دوه واره ګنډنه کلکه وي.

دلته هم موږ د عربي داسې کلمو سره گیر یو، چې په شمیرپوهنه کې یې کاروو، مګر په معنا یې نه پوهیږو او نه پوهیږو، چې دا عربي به یې ټیک او که ناتیګ وي.

پښتو نومونه ونې یې ډېرې ښې ساده او - دا چې خپله ژبه مو ده- زر پوهوږ دي.

له پښتو مه دارېږی، خپله ژبه مو ده او هرڅه په خپله ژبه ساده او زر پوهوږ وي.

ما دا نومونې له خپله ځانه نه دي ټاکلي بلکه په ژبه کې مو له شته رانیولي، چې همغه ترې پوهیدنه په ښه توګه روښانه کوي، غوره تعریف دی، چې باید ټیک وي.

ډېری د ډېر یا ډېری سره توپیر لري، چې زیات ورته هم وایو او باید د ډېر سره بدله نه شي، دا به د ډېری له پیژند څخه جوتنه شي.

دلته به هم تکرار کړم، چې ما په یوه وار ډېر کار رامنځ ته کړي، دا همغه د وړي خبره ده، چې څومره د خوړلو زور وي له هغې سړی زیات راخلي، نو هرو مرو به ناتیګاوي په کې وي، خو دا به مو د شمیرپوهنې په اړخ کې د ستونځو سره مخ نه کړي.

ستاسو ماخان شینواری.

۲۰۱۲ زک

۲ • ډیری پوهنه Die Mengenlehre, the set theory

ست تیوري (ډیری پوهنې) باید خپل ځای په شمیرپوهنه او همدا ډول په نورو پیدایښتي-یا طبیعي پوهنو کې نیولې وي، نو له دې امله د لنډ تیر وخت را په دې خوا په پرمختللو هیوادونو او اوس هم په افغانستان کې د ښوونځیو په لیکلوسټ کې پیل شوه، ځکه چې بي له ډیریپوهنې شمیرپوهنه بي مفهومه ده او ناشونې • دا به له دې لیکنې څخه همدا اوس څرگنده شي، چې پیدایښتي یا طبیعي گڼونه یا - اعداد او هرڅه د گڼونو په څیره کې ، چې موږ ته څرگند وي هغه ټولې فقط ډیری یا ست دي او بل څه نه دي •

ډیریپوهنې په پرمختللو هیوادونو کې هم په خپلو لومړنیو وختونو کې د میندو او پلرونو لپاره ستونځې پیدا کړي، ځکه، چې دوي د ډیریپوهنې سره بلد نه وو او د خپلو کوچنیانو سره یې مرسته نه شوه کولی •

د ډیری کلمه له گڼونو یا اعدادو پخوانۍ ده، که څه هم پخوا انسانانو په خپله خوښه، لکه اوس ، نه ښووله •

په تراوس ورسره بلد ډول هم ډیری پیژندل کيږي، لکه د ښوونځی نجوني او هلکان، یا په یوه ټولگې کې میزونه او چوکۍ، یا لکه هغه نیزوړي، چې نیز راوړي او د سپین په پټي کې یې ډیری ډیری اچولي یا د هسکې مینې د ښوونځي په لسم ټولگې کې د زده کوونکو، کتابونو، کتابچو پنسلونو، څوکیو او میزونو ډیری یا ست •

موږ په افغانستان کې هم د ډیری یا ست له کلیمې سره اوس بلد شوي یو که څه هم د بیلو بیلو پرډیو نومونو لاندې، چې زما په اند به زده کوونکو او ښوونکو ته یواځې ذهني غوره والي لري، زه غواړم، چې د ډیری څو مختلف پیژندونه یا تعریفونه ورکړم، چې ښه مو ورته پام راوگرځي، دا له دې امله هم، چې د ډیریپوهنې غوره والی ته مو نور هم پام راوگرځي •

ډيرئ پوهنه د شميرپوهنې سټه جوړوي او د شميرپوهنې ټولې څانگې په ډيرئ پوهنه ودانې دي. نن شميرپوهنه بې له ډيرئ پوهنې داسې وده نه شي کولی او سټه يې وزي.

پېژند ۱۰۲

د الماني شميرپوه کانتور (George Cantor 1845 – 1918) پېژند:

زموږ د فکر او ليد څرگند ټاکلو، ټيک يو له بل توپيرکيدونکو شيانو ټولگي

(يوځاييتولولو يا مجموعې) ته سټ (ډيرئ) وايي او هر شي ته، چې ډيرئ يې جوړه کړې يا سټ (ډيرئ) ترې جوړه شوې وي، د سټ (ډيرئ) توکي وايي.

په پورته کې ټيک يو له بل توپيرېدونکې په دې معنادی، چې د ډيرئ يا سټ توکي يو د بل سره توپير لري او هيڅ توکي دويم وار په کې په تکرار نه شته.

Set and elements of set (سټ او د سټ توکي)

بيلگه :

عددونه (گڼونه)، نومونه، او توري کيدی شي د ډيريو بيلگو په توگه راوړل شي.

گورو، چې د ډيرئ کلمه په شميرپوهنه کې بل ډول ده لکه په ولسي ژبه کې، چې دلته ډيرئ د ځنو شيانو زيات يوځاي کول موخه ده، د ځانگړو شرايطو لاندې.

په شميرپوهنه کې ډيرئ په لويو لاتين تورو ليکل کيږي لکه $A, B, \dots$ او يا M, N ،
 $X, Y, \dots$ د ډيريو توکي د لاتين په کوچنيو تورو ليکل کيږي، لکه $a, b, c, \dots$
 او $m, n, x, v, \dots$

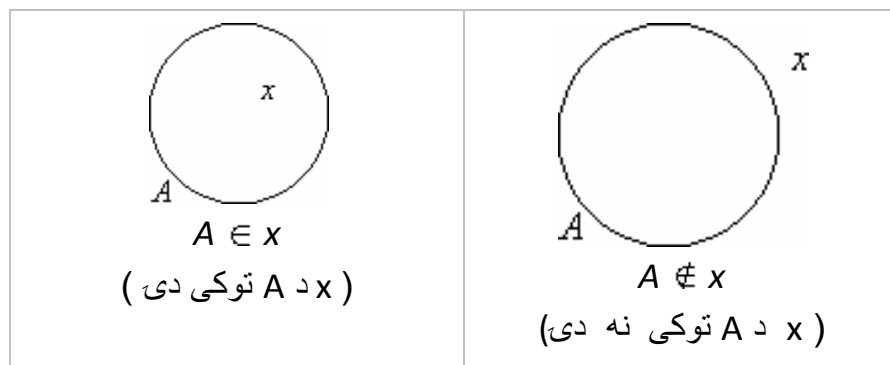
د دې لپاره، چې وپوهيږو، چې ايا توکي a د ډيرئ A توکي دی که نه نو ليکو: $a \in A$

په پورته کې توکي a د ډيرئ A توکي دی

$a \notin A$ دلته a د ډيرئ A توکي نه دی

دا پورته لينکدود له بنی وکين لور ته هم ليکلی شو، چې پرلپسې لړۍ يې ساتلې پاتې

شي. زه يې په خټ ليکنو سره ليکنيزي ستونځي لرم. دا لاندې يې دياگرام دی، خو توکي يې بل ډول ليکل شوي دي، چې گرانو ستونکو ته به د پوهيدلو ستونځ پيدا نه کړي



ډيری A دې له a, b, c, d, e, f, g, h توکو جوړه وي، چې په لاندې توگه يې ليکو

$$A = \{ a, b, c, d, e, f, g, h \}$$

گورو، چې $\{ \}$ د ډيری نخښه ده

يادونه: دا د ډيری کلمه موږ په افغانستان کې ست set بولو، چې انگرېزي ده، په فارسي کې يې مجموعه بولي، چې ډيری د شيانو مجموعه يا ټولگه ده او په الماني کې ورته مينگي Die Menge وايي. هغه بنسټيزه خبره يې په پېژند يا تعريف کې ده، که موږ يې هرڅنگه وېلو، خو د يو بل څخه کره توپير کيدونکو شيانو ټولگي ته ۰۰۰ وايو. د ټکو پر ځاي، چې هر څه ليکي، خو موږ گورو، چې په پښتو يې هغه مناسبه نومونه ونه ډيری ده، دا د کوټی کوټی څخه يا راپنډ او داسې نورو څخه ماته بڼه ښکارېږي او زموږ ولس د دې نامه سره بلد دی، چې په پوهنه او لا نور بڼه په شميرپوهنه کې بايد وکارول شي. زه بيا په دې ټينگار کوم، چې دا خپل، چې ما ټاکلی يا بل څوک يې که بل ډول بولی د انگرېزي يا الماني يا بل پردي نوم څخه بڼه او پوهوږ دی. د ست مانا که په ډکشنري کې وگورئ، نو پوه به شو، چې له دې نوم څخه مو خپل د پښتو نوم بڼه او مناسب دی. گورو چې دا نوم اوس ژورنالستان هم زيات کاروي او وايي، چې ډيری يا ډيری خلکو.... وکتل.

- گون(لکه دوه گون، درېگون ۰۰۰) او د ډیری ترمنځ توپیر:

سوچه له دباندې څخه کړی شو، چې -گون له ډیری داسې توپیر کړو، چې ډیری په راتاو یا ماریچ نوکانو کې رابندوو او گون په گردو نوکانو کې ۰ مگر عیني (لیدور) یا شي ډوله توپیر یې هم شته:

۱ - په گون کې د شیانو ایشود ځای غوره دی او په ډیری کې بیا دا رول نه لري:
 $(a,b) \neq (b,a)$ مگر $\{a,b\} = \{b,a\}$

۲ - په -گون کې کیدی شي، چې یوه یا زیاتې کمپوننتې سره برابرې وي، د ډیری په لیکنه کې کوم توکی دویم وار یا ډبل منځ ته شي راتلی ۰ افاده (a,a) موخه وره ده مگر افاده $\{a,a\}$ بې موخي ده
 بیلگه ۱ ۰ ۲

الف) M_1 (لوسټل M ایندکس ۱ دا به په لاندې نڅېونه کې روښانه شي پام دې وي، چې $\text{index}(\text{indeces})$ ایندکس پیژند نڅېنې ته وایي) دې د لومړنیو اعدادو سټ وي، نو باور لري: $7 \in M_1, 8 \notin M_1$

ب) M_2 دې د لاندې برابر ونونو یا مساواتو د اوبیونو(حلونو) ډیری وي

$$(x+1)(x-2) = 0$$

نو باور لري $-1 \in M_2, 2 \in M_2, 1 \notin M_2$

بیلگه ۲ ۰ ۲:

الف) د برابرې $(x+1)(x-2) = 0$ داوبیونې - یا حل ډیری M_2 ده

$$M_2 = \{-1, 2\}$$

ب) د جوړه (جفت) گونونو ډیری M_3 ده $M_3 = \{0, 2, -2, 4, -4, \dots\}$

سټ لکه، چې ومو ویل د توکو د خویونو له لارې هم څرگندیږي شي یا ورکول کیدی شي.

$$M = \{x \mid x \text{ د خویونو } ۰۰۰ \text{ سره}\}$$

(لوسټل: M د ټولو x ډیرۍ ده له خویونو ۰۰۰۰۰ سره)

بیلگه ۰ ۲ ۳

(الف) $M = \{ x \mid x \text{ یو لومړنی عدد دی} \}$

$$b) \quad M = \{ x \mid (x+1)(x-2) = 0 \}$$

$$c) \dots\dots\dots M = \{ x \mid x \in R, 0 \leq x \leq 1 \}$$

تشست (ډیرۍ): ست چې کوم توکی ونه لري تشست یا خالیست بلل کیږي او داسی یې لیکو:

$$\{\} = \emptyset \quad \text{یا} \quad \theta$$

دا دې د یوه ست سره، چې یواځی له صفر څخه جوړه ده، نه بدلیری یاني

$$\{\} = \emptyset \quad \neq \quad \{0\}$$

بیلگه ۰ ۲ ۴

$$\{x \mid x \in Z, x^2 + x - \frac{3}{4} = 0\} = \theta$$

ځکه، چې د برابرېون یا مساوات $x^2 + x - 3/4 = 0$ د حل ست

$$\{x \mid x^2 + x - 3/4 = 0\} = \{1/2, -3/2\}$$

کوم ټولعدد خوندي نه لري •

د ټولعددونو پیژند ته دې پام وي، چې د راشنلگنونو برخست ده • د ریمه برخه دې وکتل شي •

بیلگه ۰ ۲ ۵ : د ز • کال د دویم نیمایي کال ست په Ju , aug sep , ok,no, de سره

بنایو او دا داسي لیکو: $A = \{ jul, aug, sep. ok, no, de \}$

نو داسي لرو یا نوره هم بڼه داسی لیکلی شو: $jul \in A, jun \notin A$

دا په دې مانا، چې جولای د A توکی دی او جون د A توکی نه دی

بیلگه ۶۰۲ : ټول منډيزي، چې نن مازیگر لمانځه ته د غارخلي لمنځتون ته راغلي.

بیلگه ۷۰۲ : هغه میري، غواوي او وزې، چې نن په نخاس کې خرڅې شوي

بیلگه ۸۰۲ : د ټولو هغه عددونو سټ M ، چې ۳۰ ویشي یاني

$$30, 15, 10, 6, 5, 3, 2, 1$$

او داسې یې لیکو : $M = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$

دا سټ پای سټ ده او داسې وایو، چې سټ M د ټولو هغو توکو x - لکه پورته - جوړه شوې، چې ۳۰ ویشي او داسې یې لیکو:

$$M = \{x \mid x \text{ پرویشونی (مقسوم علیه) عدد}\}$$

د ټولو طبیعي عددونو سټ N ټاکو او داسې یې لیکو:

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

دا نه پای لرونکي یا لایتناهي ډیری ده، چې په لاندې ډول یې نڅېنه ده یا په لاندې ډول په نڅېنه کېږي: ∞

گورو، چې په شمیرپوهنه کې موږ پر پای گڼونو برسیره ناپای گڼونو سره هم مخامخ یو.

د ډیریو ترمنځ اړیکې relation between sets

د ډیریو ترمنځ غوره اړیکې د برابروالی او خونديونې یا خوندي لرنې (مساووالی او یو په بل کې ځای لرلو) اړیکې دي.

د یوې ډیرې زور یا توان:

داسې په نامه توان (یا کارډینال گڼ) وایي، چې یوه ډیرې څو توکي لري، د بیلگې په توگه لویې وچې شپږ دي یاني د لویو وچو کارډینال گڼ ۶ دی.

د دوه ډیریو برابر توان یا برابر زور: دوه ډیرې برابرزوریزې دي، که د توکو گڼون یا تعداد یې برابر وي.

د دوه ډیریو «برابر زور والي» یو بل پیژند هم شته، چې دا اوس نه څیرو، ځکه چې د دې لپاره مخکینی پوهنه نه لرو، خو پیژند یې لنډ یادوو:
دوه ډیری همغه — یا برابر زور یزې دي، که د دې ډیریو د توکو ترمنځ بیجکتیوه څیرونه شته وي. (دا په فنکشنونو کې بیا راځي)
یا

پیژند ۲۰۲ دوه ستونه M_1 او M_2 یو د بل سره برابرې دي، یانې $M_1 = M_2$

که چیرې د ست M_1 هر توکی د ست M_2 توکی هم وي او برعکس (پر څټ) هر د M_2 توکی د M_1 توکی هم وي.

برابر ستونه برابر توکي هم لري

د بیلگې په توګه

$$M_1 = \{x \mid (x+1)(x-2)(x+3) = 0\}$$

$$M_2 = \{-1, 2, -3\}$$

$$\Leftrightarrow M_1 = M_2$$

ګورو، چې M_1 د M_2 سره برابر دی

د ون دیاګرام انځورونه

تر مخ پاملرنه: ډیری په بل ډول یانې د ون دیاګرام له مخې هم انځوریدلی شي، چې کله کله د اویلر دیاګرام هم بلل کیږي

Venn-Diagramm د ون-دیاګرام:

د ډیری $M = \{1, 2, 3\}$ د ون-دیاګرام دالاندې

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array}$$

څه غواړو:

تراوسه مو د ډیری دوه ډوله انځورونه زده کړه: ګڼنیزه انځورونه او د ون-دیاګرام له لارې. ډیرم ډول انځورونه یې داسې په نامه «شننیزه یا تشریحي انځورونه» ده. رانیوونکي بیلګه:

«شننيزه انځورونه» يې د يوې بيلگې له لارې روښانه کړو يا تشرېح کړو:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid$$

$$x > 0 \text{ او } x < 4\}$$

لومړۍ راوړو $N \in x$

دا افاده يا ويينه دا مانا لري، چې ډيرۍ A د ټولو هغو توکو x څخه جوړه ده، چې په

ډيرۍ N پورې هم اړه ولري. داسې لوستل کيږي:

« $N \in x$ توکی دی» يا لنډ « x د توکی»

اوس دا افاده راوړو:

$x > 0$ او $x < 4$ دا ولاړه کرښه | لوستل کيږي «دکوم لپاره، چې باور لري» په دې

ولاړه کرښه پسې کره روښانيږي، چې ډيرۍ A له کومو توکو څخه جوړه ده

په راټول ډول زموږ بيلگه داسې لولو "

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N} 0 < x \wedge x < 4\}$$

يادونه : په پورته کې $\wedge$ د او په مانا دی.

ډيرۍ A د N له توکو x جوړه ده، چې x له صفر لوي او له 4 کوچنی دی

ياني ډيرۍ له ټولو توکو $A = \{1, 2, 3\}$ جوړه ده

په نځېنه ونه:

موږ همدا اوس زده کړل

دا نځېنه $\in$: توکی دی له :

د دې مخامخ، چې له توکی نه دی ده: $\notin$

برخه سټ (برخېږي) sub set

پيژند : يو سټ M_1 د سټ M_2 برخه سټ (لاندې سټ، خوندي سټ) بلل کيږي يا

M_1 په M_2 کې ځای ده يا نوره هم ښه M_1 په M_2 کې خوندي دی، ليکنود يا ليکنډول:

$$M_1 \subseteq M_2 \text{ که د سټ } M_1 \text{ هر توکی د سټ } M_2 \text{ توکی هم وي.}$$

کيدی شي، چې M_1 د M_2 سره برابر هم وي، که برابر ونه شوني وي نو بيا د اصلي

برخه سټ څخه غږيږو.

پيژند ۰ ۲ ۴ :

يو سټ M_1 د M_2 اصلي برخه سټ دی او داسې يې ليکو: $M_1 \subset M_2$

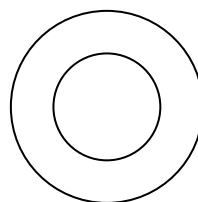
که $M_1 \subseteq M_2$ باور ولري او کم له کمه د M_2 يو توکی د M_1 توکی نه وي.

بيلگي:

الف) که ولرو $M_1 = \{-1, 1\}, M_2 = \{-1, 0, 1\}$ نو M_1 په M_2 کې اصلي خوندي دی

ب) د ټولو څلوريو (مربعو) ډيری د ټولو څلورگوډيو (څلور اضلاعو) اصلي برخه ډيری ده.

پ) څيره ۱ ۰ ۱ په هواره يا سطحه کې ټکوډيری بنایي، د کومو لپاره چې باور لري، که M يو M_1 او M_2 ټکو ډيری وي $M_1 \subset M_2$



که په پورته څيره کې وگورو، نو يوه گردی (دايره) M_1 په بله لويه M_2 دايره کې خوندي ده.

تش سټ په هر سټ کې خوندي دی. هر سټ په خپل ځان کې د ناصلي برخه سټ په څير خوندي دی.

يا دا پيژند :

$B \subseteq A$ که باور ولري : $x \in B \Rightarrow x \in A$

بيلگه:

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $B = \{3, 4, 5\}$ $B \subseteq A$



پېژند : هغه سټ، چې هيڅ توکي ونه لري تشديري بلل کيږي او داسي يې ليکو:

$$M = \theta = \{\}$$

يادونه : پام دې وي، چې صفر ډيري او تشديري سره بدلې نه شي يانې لاندې ته دې پام وي:

$$\{\} = \theta \neq \{0\}$$

پېژند ۶۰۲ :

د يو ه سټ M د ټولو برخه ستونو سټ پوتنڅ سټ يا په توان سټ بلل کيږي او داسي

يې ليکو: $P(M)$ په توان سټ توکي لري، چې هر يو يې بيا خپله سټ دی.

بيلگه : د $M = \{a, b, c\}$ ډيري دا لاندې په توانديري لري

$$P(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$$

هره ډيري چې د توکو څخه جوړه وي هغه ټيک n جگ $2n$ توکي لري يانې: n^{2n}

دا پورته د جملې په څير د پوره ايندکشن له لارې اوبې (حل-) کيدی شي (لومړۍ برخه دې وکتل شي) • دا دنده د گرانو لوستونکو د خوښي کار دی، که کوي يې •

پېژند ۷۰۲ : د سټ M زور يا توان $|M|$ لاندې د سټ د توکو تعداد پوهيږو • که دوه ډيري M او N همغه توان يا زور ولري هغه ته يوزوريزه – يا برابرزوريزه ستونه وايو او داسي يې ليکو: $|M| = |N|$

د برابرزوريزو او خوندي ساتنو خويونه

الف (رفلکسيو- يا هندارونيزي اړيکي reflexivity

هغه اړیکې، چې د هغه او د هغه دخپل ځان ترمنځ ریښتوني ویناوې ورکړ شوي وي
 رفلکسیو اړیکې بلل کېږي لکه:

$$M = M, M \subseteq M$$

خوندي لرل اړیکې رفلکسیو نه دي

$$M \not\subseteq M$$

دا په دې مانا، چې هیڅ پیرۍ د خپل ځان اصلي برخدیرۍ نه شي کیدۍ.

(ب) سیومتريکې اړیکې Symetric relation

هغه اړیکې سیومتريک بلل کېږي، چې د شیانو ترمنځ چې کارول کېږي یا
 استعمالیږي یو له بل سره بدلیدلی شي.

$$M_1 = M_2 \Leftrightarrow M_2 = M_1 \quad \text{لکه}$$

خوندي لرل سیومتريکې اړیکې نه دي:

که وي $M_1 \subseteq M_2$ نو اړیکې $M_2 \subset M_1$ نارښتیا یا ناتیګ دي

دا هلته چې وي: $M_1 \neq M_2$

(پ) ترانزیتیویتی Transitivity

ترانزیتیویتی هغه اړیکې دي، چې له یوه نه وېل ته یې د وړلو امکان شته وي.

$$\text{له } L = M \text{ او } M = N \text{ څخه لاس ته راځي } L = N$$

او

$$M_1 \subseteq M_2 \wedge M_2 \subseteq M_3 \Rightarrow M_1 \subseteq M_3$$

پورته داسې لولو: که M_1 د M_2 برخدیرۍ او M_2 د M درې برخدیرۍ وي، نو له
 دې څخه لاس ته راځی، چې M_1 د M_3 برخه سټ دی.

برابرونه او په بل کې ځایه ونه یا خوندي ساتنه ترانزیتیو اړیکې یا خویونه دي

په ستونو یا ډېریو کې کارونې یا عمليې

ټولنډيرۍ يا سټ اتحاد د:

پېژند ۸۰۲:

د دوه ډيريو M_1 او M_2 د اتحاد سټ يا ټولنډيرۍ (union)، چې د ډيريو ټولنه ورته وايي ده:

$$M = M_1 \cup M_2$$

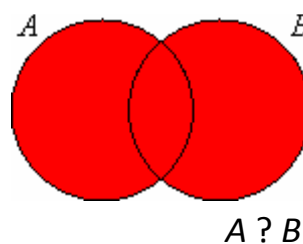
دلته داسې پوهيږو، چې M د ټولو هغو توکو څخه جوړه شوې ډيرۍ ده، چې له کمه

د M_1 او M_2 توکي هم خوندي ولري.

د ټولنې $M = M_1 \cup M_2$ هر توکی د M_1 يا M_2 توکی هم دی (پرتله ۱ - مه برخه

د يا سره پرتله) يانې دا د ټولنډيرۍ توکی د M_1 يا M_2 او يا د دواړو توکي دي.

يا لاندې دياگرام



$A \cup B$ (ټولنه A)

(x د A سره B اړيکي لري)

يا دا لاندېپېژند:

پېژند (ټولنډيرۍ)

د دوه ډيريو A او B يوه ټولنډيرۍ (ټولنه)، د ټولو هغو توکو جوړه ده، چې يا د A توکي وي يا د B توکي وي.

ليکندود

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee (or) x \in B\}$$

لوستل:

د A ټولنه B د ټولو x توکو ډیرۍ ده، چې x یا د A توکی وي او یا د B توکی

بیلگی

الف (M_1) دې د ځوانانو سټ وي، چې بکلوریا لري او M_2 دې د هغو ځوانانو سټ وي، چې مسلکي شهادتنامې لري، نو $M = M_1 \cup M_2$ د ټولو هغو ځوانانو سټ دی، چې بکلوریا یا مسلکي شهادتنامې ولري او یا دواړه شهادتنامې ولري.

(ب)

$$M_1 = \{k, a, r\}, M_2 = \{u, r, s, e, l\}$$

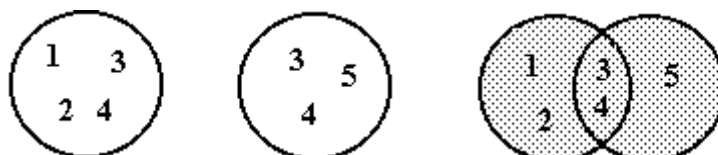
$$M_1 \cup M_2 = \{k, a, r, u, s, e, l\}$$

یا په لاندې توګه پیژند او بیلګه: A او B دې دوه ډیرۍ وي د دې ډیریو ټولنه داسې لیکو

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \quad B = \{3, 4, 5\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$



تل په ټکو ټکي شوي ټکي سټ ټولن سټ (اتحاد سټ) په ګوته کوي.

د بیلګې روښانه ونه :

ډیرۍ A له توکو 1, 2, 3, 4 جوړه ده. ډیرۍ B له توکو 3, 4, 5 څخه جوړه ده نو ټولنډیرۍ A ∪ B د ټولو هغو توکو څخه جوړه ده، چې په A کې وي او د B په ډیرۍ کې منځ ته راځي، یانې د دوه ډیریو ټولنه وي یانې له توکو 1، 2، 3، 4 او 5. پ - څیره 2 + 2 دوه په هواره کې ټکي سټ په ګوته کوي، چې

هرتوکی د سټ M_1 او سټ M_2 توکي دي (د ۱-مې برخې د هم او هم په مانا یا د «او» په مانا)

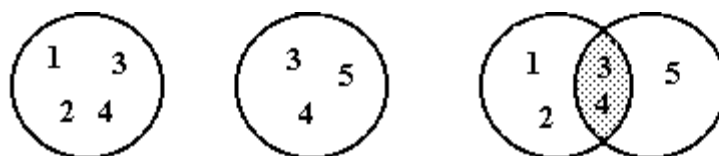
یا دا پیژند :

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

د ډیریو A او B غوڅی یا تقاطع

بیلگه:

$$A \cap B = \{3, 4\} \quad A = \{1, 2, 3, 4\}, \quad B = \{3, 4, 5\} \Rightarrow$$



یادونه: دې پورته ډول دیاگرام ته د ون دیاگرام Euler-Venn یا Venn-Diagram وایی

بیلگې:

لومړی: یوه ډله زده کوونکي له ننګرهار او پکتیا څخه راځي، چې په M_1 یې په نڅبنه کوو. یوه بله ډله، چې په M_2 یې په نڅبنه کوو د کندهار او همغه د پکتیا زده کوونکي، چې په M سره یې ښایو، دي. د دې دواړو ډلو غوڅ سټ یا د تقاطع سټ

$$M = M_1 \cap M_2$$

د پکتیا زده کوونکي دي.

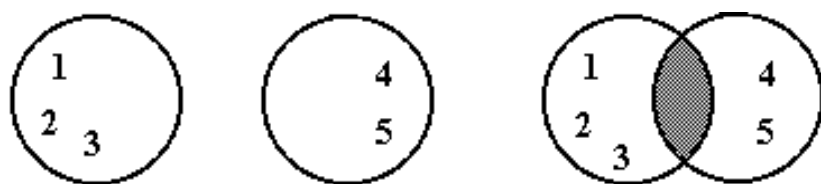
دویم:

$$M_1 = \{k, a, r\}, M_2 = \{u, r, s, e, l\},$$

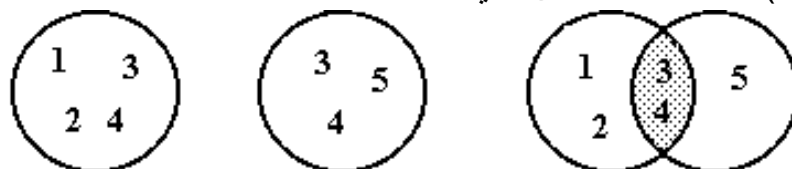
$$M = M_1 \cap M_2 = \{r, l\}$$

دریم شکل په هواره یا سطحه کې ښایي، چې:

الف) عدد پردي دي

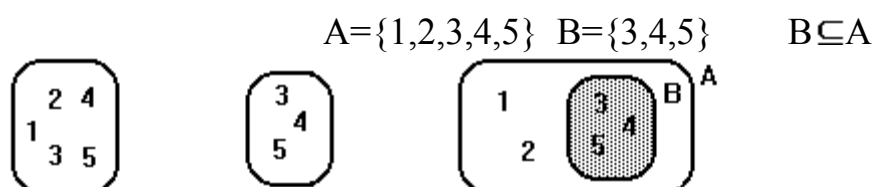


(ب) یو بل سره ګډ ټکی لري



(پ) اړیکې $M_1 \subset M_2$ پوره کوي

بیلګه:



هغه ټکو باندې ټکي شوی سټ اصلي برخه سټ دی.

دوه ستونه ، چې غوڅ سټ یا د تقاطع سټ یې تش سټ وي

$$M_1 \cap M_2 = \theta$$

لکه د مخه مو چې ګوته ورته ونيوله پردي بلل کيږي

د غوڅ سټ لپاره ، لکه څنګه د ټولن سټ لپاره کموناتیو قانون باور لري

$$M_1 \cap M_2 = M_2 \cap M_1$$

او اسوخیاتیو قانون

$$(M_1 \cap M_2) \cap M_3 = M_1 \cap (M_2 \cap M_3) = M_1 \cap M_2 \cap M_3$$

د دواړو د ستونوکارونو یا ست عملیو یانې ټولن ست او تقاطع ست (غوڅډیری) لپاره دواړه دیستریبوتیو قانونونه پوره کیري یا باور لري

$$M_1 \cup (M_2 \cap M_3) = (M_1 \cup M_2) \cap (M_1 \cup M_3)$$

$$M_1 \cap (M_2 \cup M_3) = (M_1 \cap M_2) \cup (M_1 \cap M_3)$$

(د گڼونو د شمیرکارونو یا عملیو لپاره یواځې یو دیستریبوتیو قانون شته والی لري:

$$a_1 \cdot (a_2 + a_3) = a_1 \cdot a_2 + a_1 \cdot a_3$$

مگر په ټولیزه توگه باور نه لري

$$a_1 + (a_2 \cdot a_3) = (a_1 + a_2) \cdot (a_1 + a_3)$$

پېژند :

کمون ډېری یا تفریق ست M_2 د ست M_1 او ست M کموالی یا فرق دی او

$$M_2 = M / M_1 = \{x \mid x \in M \wedge x \notin M_1\} \quad \text{داسې یې لیکو:}$$

له M څخه د M_1 ډیری کمه شوې یا کله چې د M_2 توکي د M هغه توکي وي، چې هغه د ست M_1 توکي نه وي.

لیکندود یا لیکندول :

$$A / B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$$

لوستل : د A او B توپیر ست یا تفریق ست له ټولو هغو توکو x جوړه ده، د کومو لپاره، چې باور لري : x د A توکی دی او x د B توکی نه دی

بیلگې :

لومړی : په یوه ټولگي کې M_1 د ټولو نارینه وو زده کړو ډیری ده او M_2 د ټولو زده کړو ډیری (د نارینه وو او ښځینه وو) ، چې په شمیرپوهنه کې لس نمرې وړي .

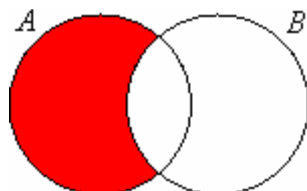
$$M_1 / M_2$$

د هغو زده کړو ډیری ده، چې ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، نمرې وړي او ټول د هغو نجونو ډیری ده، چې په شمیرپوهنه کې یې لس نمرې وړي.

که په ټولګي کې یواځې نارینه زده کړي وي، نو باور لري

$$M_1 / M_2 = \theta$$

یا دا لاندې :



$A \setminus B$

(A بې له B)

(x له A سره B اړیکې لري)

دویم :

$$M_1 = \{k, r, a, i\}, M_2 = \{u, r, s, e, l\}$$

$$M_1 / M_2 = \{k, a\}, M_2 / M_1 = \{u, s, a\}$$

لکه څنګه، چې د کمون پیژند او بیلګې را په ګوته کوي په ټولیزه توګه باور نه لري:

$$M_1 / M_2 \neq M_2 / M_1$$

د یوې ډیرې توان یا زور

پایډیری: یوه پای ډیری پای ډیر توکي لري. بیلګه یې د مخه ورکړ شوه:

$$E = \{\text{Europa, Asien, Afrika, Amerika, Australien, Antarktis}\}$$

ناپاي ډیری :

یوه ناپايډیری د بیلګې په توګه د پیدایښتي ګڼونو ډیری ده:

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

ډیری ناپای ډیر توکي لري.

د یوې ډیرې زور یا توان:

داسې په نامه توان (يا کاردينال گڼ) ته وايي، چې يوه ډيرۍ څو توکي لري، د بيلگي په توگه لويې وچې شپږ دي يانې د لويو وچو کاردينال گڼ ۶ دی.

د دوه ډيريو برابر توان يا برابر زور:

دوه ډيرۍ برابر زوريزې دي، که د توکو گڼون يا تعداد يې برابر وي.
د دوه ډيريو « برابر زور والي » يو بل پيژند هم شته، چې دا اوس نه څيرو، ځکه چې د دې لپاره مخکينۍ پوهنه نه لرو، خو پيژند يې لنډ يادوو:
دوه ډيرۍ همغه – يا برابر زوريزې دي، که د دې ډيريو د توکو ترمنځ بيجکټيوه څيرونه شته وي. (دا په فنکشنونو کې بيا راځي)

د يوې ډيرۍ کمپلیمنت يا پوره کوونکی complementary set

دا کارونه يا عمليه د نورو کارونو څخه توپير لري، چې په سټ کې مو څيرلي. دا يوه يوځاييزه کارونه ده او دا نورې دوه ځاييزې کارونې يا عمليې دي.

موږ بنسټ سټ په U او د ټولو هغو توکو سټ، چې U کې پراته دي يانې د U توکي دي او هغه په M کې نه دي پراته يانې د M توکي نه دي پوره ډيرۍ يا کمپلیمنت بولو او د $\bar{M}$ سره يې په نڅښه کوو.

پيژند: پوره کوونکی- يا تکميل ډيرۍ (يا د يوې ډيرۍ کمپلیمنت) د يوې ډيرۍ M پوره

کوونکې ډيرۍ $\bar{M}$ ټيک هغه توکي لري (بنسټ ډيرۍ U څخه) ، چې د M توکي نه وي.

دوه ځله کمپلیمنت ډيرۍ جوړول خپلې لومړنۍ وينا ته ځي ، يانې $\bar{\bar{M}} = M$

دلته يواځې يوه ساده بيلگه راوړو: په يوه کلي کې دوه کورنۍ د توپير او برگ کورنۍ اوسيري. که دا دوه کورنۍ يو له بل سره خپلوي ونه لري، نو دوي يو له بل سره پوره ډيرۍ يا تکميل ډيرۍ بلل کيږي يانې دا کلی پوره کوي.

څيرونه mapping يا اړيکي:

يادونه : پام دې وي، چې دا هغه ورسره بلد تابع کلمه نه ده، چې وروسته به ورسره بلد شو. په دې برخه کې لومړۍ د ډيرۍ ضرب کلمه پيژنو يا تعريفوو او بيا د ضرب کلمې کارونه څيرو.

پیژند ۲ ۰ ۹ : د دواړو ډیریو M یو او M_2 ډیریضرب (اټیرانضرب) هم ورته وایي، یانې په x سره ځلیزي یا ضربیزي

$$M = M_2 \times M_2$$

د ټولو تنظیم یا ترتیب شویو توکو $x \in M_1, y \in M_2$ جوړو (x, y) ډیری ده.

بیلگي

$$M_1 = (a, b), M_2 = \{1, 2, 3\}$$

$$M_1 \times M_2 = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3)\}$$

د جوړو د غوښتل شوي تنظیم له مخې ځل په ډیریو کې کموناتیو نه دی دا په دې مانا، چې په ټولیزه توګه باور نه لري: $M_1 \times M_2 \neq M_2 \times M_1$

۲ - R دې د ټولو رییلګنونو ډیری وي. په هندسي مانا د کرښې د ټولو ټکو ډیری. $R \times R$ د ټولو رییلګنونو جوړو ډیری ده، په هندسي مانا د هوارې یا سطحې د ټولو ټکو ډیری ده.

پیژند : د څیروني F لاندې د دوه ډیریو د ضربډیری $M_2 \times M_2$ برخډیری پوهیږو.

پس د جوړه تنظیم شوو توکو ډیری، چې $x \in M_1$ له یوه یا ډیرو توکو $y \in M_2$ سره تنظیم یا بهتره په باندې څیره شي.

داسې هم ویلی شو: د M_1 توکي د M_2 په یوه یا ډیرو توکو تنظیمیزي یا څېره کيږي.

که $(x, y) \in F \subseteq M_1 \times M_2$ وي، نو x اوریجنل یا اصلي توکی او y څیره توکی بلل کيږي.

د ټولو اصلي توکو ډیری پیژندورشو یا تعریفورشو یا پیژندډیری یا تعریفډیری بلل کيږي او د ټولو څېره توکو ډیری د څېروني ډیری، ارزښتورشو یا ارزښتډیری بلل کيږي.

بیلگی : $M_1 = \{a, b, c, d\}, M_2 = \{1, 2, 3, 4\}$

د جدول په توګه د M یو توکو څېړونه ونه یا څېره کوونه د M دوه په توکو

څېره توکی اصلي توکه یا څېره کوونکی توکی

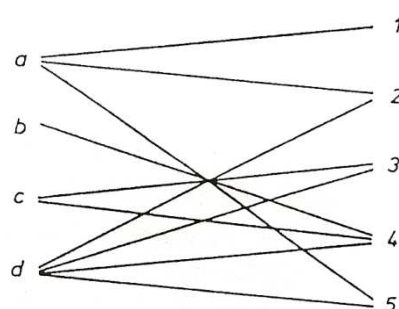
a -----→ 1, 2, 5

b -----→ 4

c -----→ 3, 4

d -----→ 2, 3, 4, 5

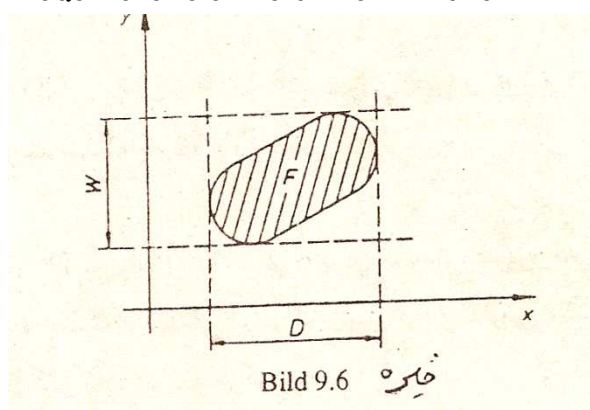
یا دا لاندې:



څېړونه:

$$F = \{ (a,1), (a,2), (a,5), (b,4), (c,3), (c,4), (d,2), (d,3), (d,4), (d,5) \}$$

(د M یو او M دوه ډیریو د ټولو توکو جوړو ډیری)



دریم : هر پیدایشتي یا طبیعي گڼ a د هغه په دوه ځله $b=2a$ باندې څیره کيږي . داسې پیژند شوي یا تعریف شوي څیره ونه په لاندې بڼه هم انځوریدلی شي .

$$F = \{(a, b) | a \in N, b = 2a\}$$

دلته هم N د پیدایشتي یا طبیعي گڼونو ډیږي . پیژندډیږي یا تعریف- د ټولو پیدایشتي گڼونو ډیږي ده او ارزښت ډیږي د ټولو جوړه گڼونو ډیږي ده .

څلورم : که M یو په یوه ښوونځي کې د ښوونکو ډیږي وي او M دوه په ښوونځي کې د ځانگړو ټولگيو ډیږي وي نو ښوونکي، چې په ټولگيو کې درس ورکوي دا یوه څېړونه ده . د ښوونکو ډیږي د ځانگړو ټولگيو په ډیږي کې

موږ د څېره ونې څلور حالتونه توپيږو:

پیژندونه (دې ته دې گران لوستونکي ښه پام وکړي): لکه په لومړۍ بیلگه کې په څیره ونه F کې د M_1 ، چې تعریف ډیږي D سره برابر دی او M_2 ، چې له څیره ډیږي ، W سره برابر دی ، توکي مو مخ ته پراته دي .

له یوې څیروني F غږیږو د M_1 په M_2 باندې . دلته دې « د » او « په » ته پام وي (

$$\text{وي دې: } D \subset M_1, W \subset M_2$$

لکه په دویمه بیلگه کې ، نو د یوې څیره ونې F غږیږو له M_1 په M_2 کې (دلته دې

« په » او « په کې » ته پام ور واورول شي)

$$\text{وي دې: } D = M_1 \wedge W \subset M_2$$

دلته د یوې څیره ونې غږیږو د M_1 په M_2 کې دلته دې دریمه بیلگه په پام کې راوړل شي .

$$\text{وي دې: } D \subset M_1 \wedge W = M_2$$

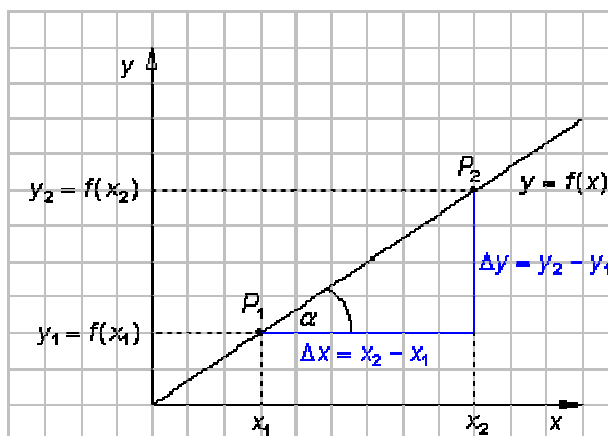
نو د یوې څیره ونې غږیږو له M_1 په M_2 باندې . دلته څلورمه بیلگه د بیلگي په توگه راوړو . د دې نیونې لاندې چې ټول ښوونکي ځانگړي ټولگيو ته درس ورکوي .

يادونه : دا لاندې برخه دې گران لوستونکي وگوري، خو د دې اوس وخت لپاره لږ ستونځمنه ده او شايد څيرې هم رانه شي، خو که لږ د شميرپوهنې سره بلد شو، بيا پرې پوهيدل ساده دج ۰ زج مخ ته لرم، چې په دې هکله ليکلی کتاب، چې چاپ شوی نه دی دلته پر ليکه کړم، چې هلته بيا دا موضوع لږ غزیدلي ده.

بيلگه ۰ ۰ ۲ : موږ په هواره يا سطحه کې څرگند شوي کړی د ډيريځل $R \times R$ په څير د برابر ونونو له لارې رانيسو (R د رييلگنونو ډيری د گڼکړنې ټکي دي) گڼونه دې وکتل شي))۰

الف ($y = 2x$) يوه څيره ونه ده د R په R باندې ، ځکه چې باور لري

$$D=W=R$$

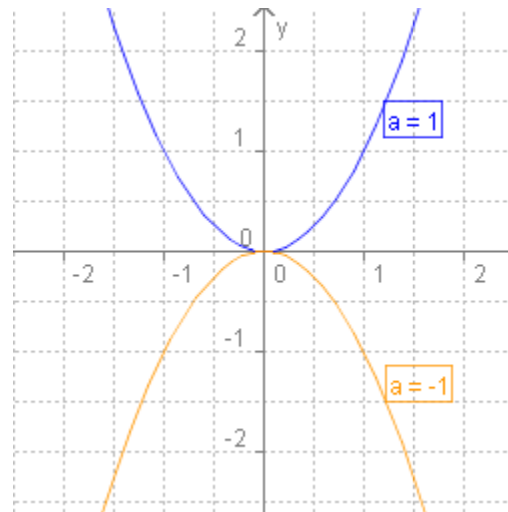


يادونه : په پورته څيره کې برابر و $y = ax + b$ دی.

$$y = x^2 \text{ (ب)}$$

يوه څيره ونه ده د R په R کې ، ځکه چې باور لري

$$D = R, W = [0, \infty)$$



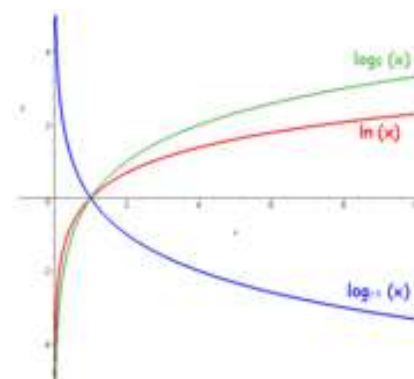
يادونه :

پوته بلواک د $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ډول دی، چې $a = 1$, $a = -1$ او $b = 0$, $c = 0$ اېښول شوي دي.

پ $y = \log x$

يوه څيره ونه ده له R په R باندې « ځکه چې باور لري ».

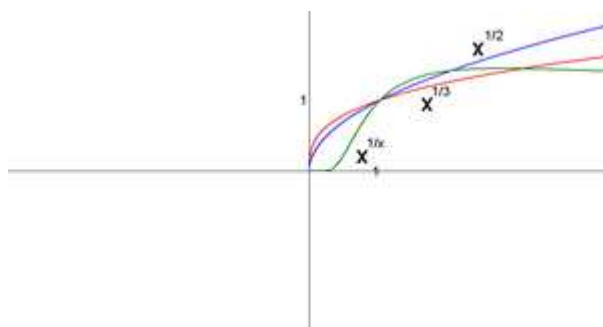
$$D = (0, \infty) \wedge W = R$$



ت ($y = +\sqrt{x}$

یوه څیرونه ده له R په R ، ځکه چې باور لري

$$D = W[0, \infty]$$



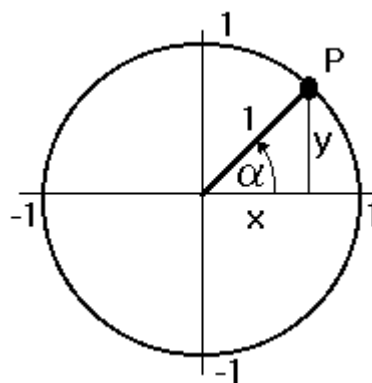
یادونه : پورته د دویې، دریمې او په x -مې ریښې په مانا دی

څیرې له ویکی څخه په مننه راکښته شوي دي.

پیژند ۲: یوه څیره ونه E یواځنی بلل کیږي. که هر $x \in D$ په ټیک یوه $y \in W$ باندې څیره شي. دا په دې مانا، چې هر $x \in D$ ټیک یو وار په $y \in W$ تنظیم‌دیری یا جوړه دیری کې رامنځ ته کیږي. یوه یواځنی څیره ونه فنکشن یا «بلواک» بلل کیږي او یا لکه تراوسه ورسره بلد یو یوه تابع بلل کیږي.

پام:

دا دې دلته کره په گوته شوې وي، چې زه «یوازنی څیره ونه» بلواک یا فنکشن بولم.



بیلگه ۰ ۲

په بیلگه ۰ ۲ کې له الف تر ت پورې ټولې څیرونې فنکشنونه یا بلواک دي. د دې پر څټ لاندې

برابرون (یوونگردي یانې گردی، چې وړانګه یې یو یوون یا واحد وي څیره ۰)

انځور شوې څیره ونه له R په R کې $D=W([-1,1])$ فنکشن یا بلواک نه دی، ځکه چې اصل دوه څیرې لري یانې که په تنظیمجوړه کې د څیره ونې لري پرلپسې (لنډ: لری (بدله شي، نو یوې پرڅټ څیره ونې ته راځو:

پیژند ۲ :

څیره ونې F ته پرڅټ څیرونه F^{-1} د ټولو جوړو (x,y) ډیری ده له $(x,y) \in F$ سره ۰

پیژند ۰ ۲

یوه څیره ونه یو یو اړخنی بلل کیږي، که یو اړخنی F او F^{-1} یوازنی څیرونه ونې وي، دا په دې مانا، چې که هر $x \in D$ او $y \in W$ ټیک یو ځل په تنظیم کې منځ ته راشي.

پام : یادونه : د څیرونې نوم څخه باید ونه ډار شو دا څیره ونې څیرې کوونې (که څوک یو کالی یا رخت څیرې کوي) او څیره کوونې توپیر، ځکه سره کیدی شي، چې هغه منځپانګه یې یو له بل توپیر لري. مور پښتو کې نږدې یو ډول لیکونکي ویونه (لغات) لرو، خو دا هغې منځپانګې له مخې توپیر لري.

ډیری پوهنه د شمیر پوهنې سټه ده، نو په راتلونکې کې به یې نوره هم ژوره وڅیړو او همدا اوس هم نور گران هیوادوال دې ته رابولم، چې له ما سره گډ کار یا خپلواک دې کار ته ملا راوتړي.

ما دا برخه غزولې، چې په خپل شوونې وخت کې به گرانو لوستونکو ته په ځانله توګه د یوه کتاب په څیر هم وړاندې شي.

۹. ۵ تمرینونه

۱- د لاندې ډیری د توکو د شمیرنې له لارې انځور کړئ
 الف ($\{x | x \text{ لمړی گڼ او } x < 20\}$) (لوسنل: د هر کومو x د x لمرې " $x < 20$)
 ب ($\{x | x^2 + x - 6 = 0\}$)

پ ($\{x | x^2 + x - 6 = 0 \text{ او } x > 0\}$)
 ت ($\{x | x \text{ رییلگن او } x^2 + 1 = 0\}$) د هر لمرې وکړئ کړن ورسول

۲- د توکو x, y, z اړوندوالی و ډیری M ته وڅیړئ!

الف (M د لمړنیو گڼونو ډیری

$$x = 4, y = 5, z = 6$$

ب (M د لاندې مساواتو حل ډیری (اوبیډی))

$$x^3 + x^2 - 6x = 0$$

$$x = 0, y = 2, z = 3$$

پ (M د ریشنگونو ډیری چې په اینتروال $[-3, 3]$ کې پراته دي

$$x = -2, y = \sqrt{2}, z = 1/3$$

ت (M د رییلگونو ډیری چې په اینتروال $[-3, 3]$ کې پراته دي

$$x = -4, y = \sqrt{2}, z = 3$$

۳- د لاندې ډیریو ترمنځ کومې اسپیکی پرتې دي

الف (M_1 د ټول جفت گڼونو ډیری

او M_2 د ټولو ټولگونو ډیری

ب (د ټولو مساواتو $x^2 + 2x - 3 = 0$, حلونو (اوبیو-) ډیری

$$M_2 = \{-3, 1\}$$

پ (M_1 د ټولو گڼو ډیری چې پر ۶ ویشل کیږي.

او M_2 د ټولو گڼونو ډیری چې په ۳ ویشل کیږي!
او M_3 د ټولو گڼو ډیری چې په ۱۲ ویشل کیږي!

۴ - د ډیری { a,u,t,o } ټول برخه یري ورکړی!

۵ - د لاندې ډیریو څخه ټولنډیری ، غوڅه یري او دواړه ټولنډیری جوړه کړی!

الف) $M_1 = \{ k,a,m,e,l \}$, $M_2 = \{ m,a,u,l,t,i,e,r \}$

ب) $M_1 = \{ 2,4,6,.. \}$, $M_2 = \{ 3,6,9,... \}$

پ) $M_1 = \{ x | x^2 + x + 2 = 0 \}$, $M_2 = \{ x | x^2 - 3x + 2 = 0 \}$

۶ - د یوه ډیری M او د تشه یري $\emptyset$ ټولنډیری ، غوڅه یري او توپیر ډیری جوړه کړی!

۷ - د یوه ډیری M او خپل همدې ډیری ټولنډیری ، غوڅه یري او توپیر ډیری جوړه کړی!

۸ - وي دې $M_1 = \{ 4, 8, 12 \}$, $M_2 = \{ 3, 6, 8 \}$

$M_3 = \{ 0, 2, 4, 6 \}$, $M_4 = \{ 6, 12, 18 \}$

جوړه کړی : $M = [(M_1 \cup M_2) \cap M_3] \setminus M_4$

۹ - جوړه کړی

الف) $M_1 \cup (M_1 \cap M_2)$ پ) $M \setminus \emptyset$

پ) $M_1 \cap (M_1 \cup M_2)$ ت) $\emptyset \setminus M$

۱۰ - وي دې

$M_1 \cup M_2 = \{ 1,2,3,4,5 \}$,

$M_1 \cap M_2 = \{ 1,3,5 \}$

$M_1 \setminus M_2 = \{ 2,4 \}$, $M_1 \setminus M_2 = \emptyset$

له دې پورته څخه M_1 او M_2 وټاکي!

۱۱ - وي دې

الف ($M_1 \cap M_2 = \emptyset$) ب $M_1 \subset M_2$,وتاکی: $M_1 \setminus M_2$!۱۲ - وي دې M_1 , M_2 (د نیمواز) اینتروال ټکي ډیري:

$$M_1 = [-3, 3], M_2 = [1, 7]$$

وتاکی

الف ($M_1 \cup M_2$) ب $M_1 \cap M_2$) پ $M_1 \setminus M_2$ ت ($M_2 \setminus M_1$) ټ $M_1 \times M_2$ ۱۳ - وي دې $M_1 = \{1, 2, 3\}$, $M_2 = \{a, b\}$ الف (د $M_1 \times M_2$ ځل جوړ کړی

ددې لاندې ب (تر ت) برخی تمرین لپاره دې ۹ الف برخه وکتل شي.

ب (دا لاندې کوم ډول څیرونی دي

$$F_1 = \{(1,a), (1,b)\}$$

$$F_2 = \{(1,a), (3,a)\},$$

$$F_3 = \{(1,a), (2,b), (3,b)\},$$

$$F_4 = \{(1,a), (2,a), (3,a)\},$$

$$F_5 = \{(1,a), (2b)\}$$

په ټولو حلونو (اوبیو) کې F_1 تر F_5 ورکړی .

پ (په څټ څیرونه ورکړی

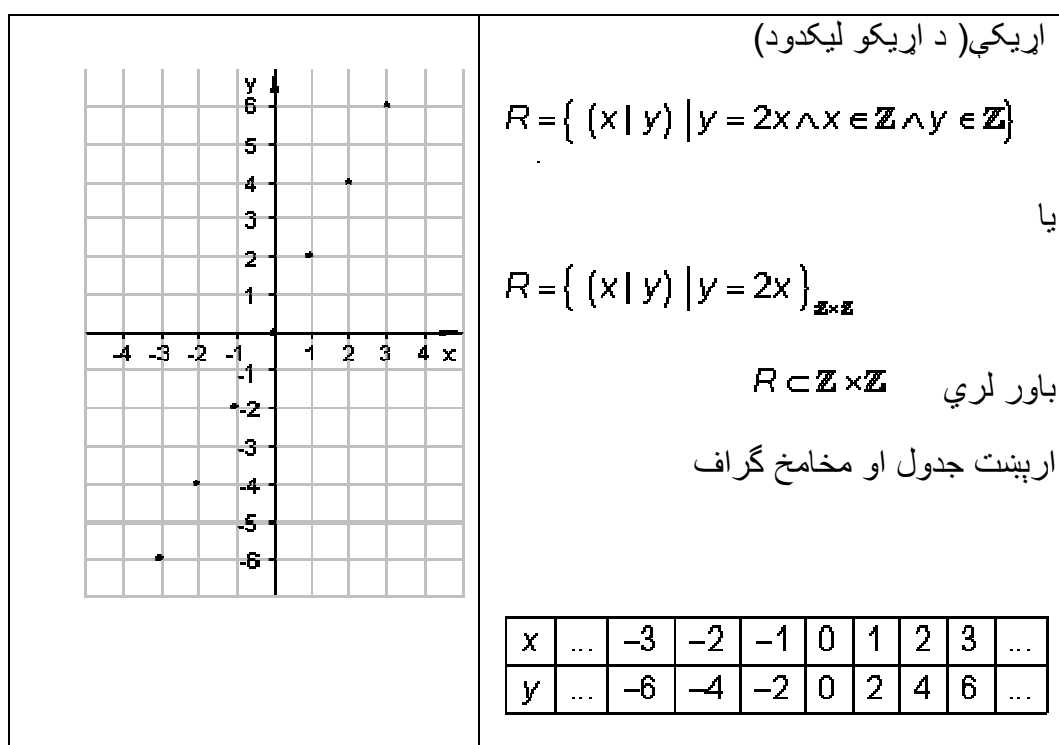
ت (د څیرونو F_1 څخه تر F_5 پورې، کوم یواځنی او کوم حتی یویواځنی دي ؟

نښلونه ۱

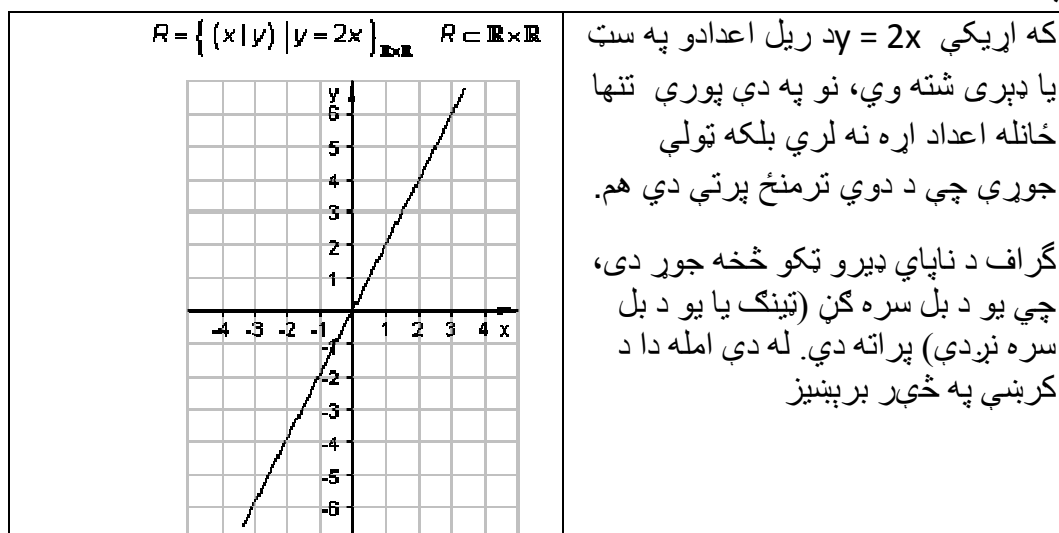
د اړیکو څخه و فنکشن (تابع) ته د ناپايي ډبريو ترمنځ ناشوني ده چې ټول ټکي په يوه ارزښت سيستم کې رسم شي. د دې لپاره يوڅو مناسب ټکي ټاکل کيږي. څیرونکی باید دا نور پاتې جريان په خيال کې راولي.

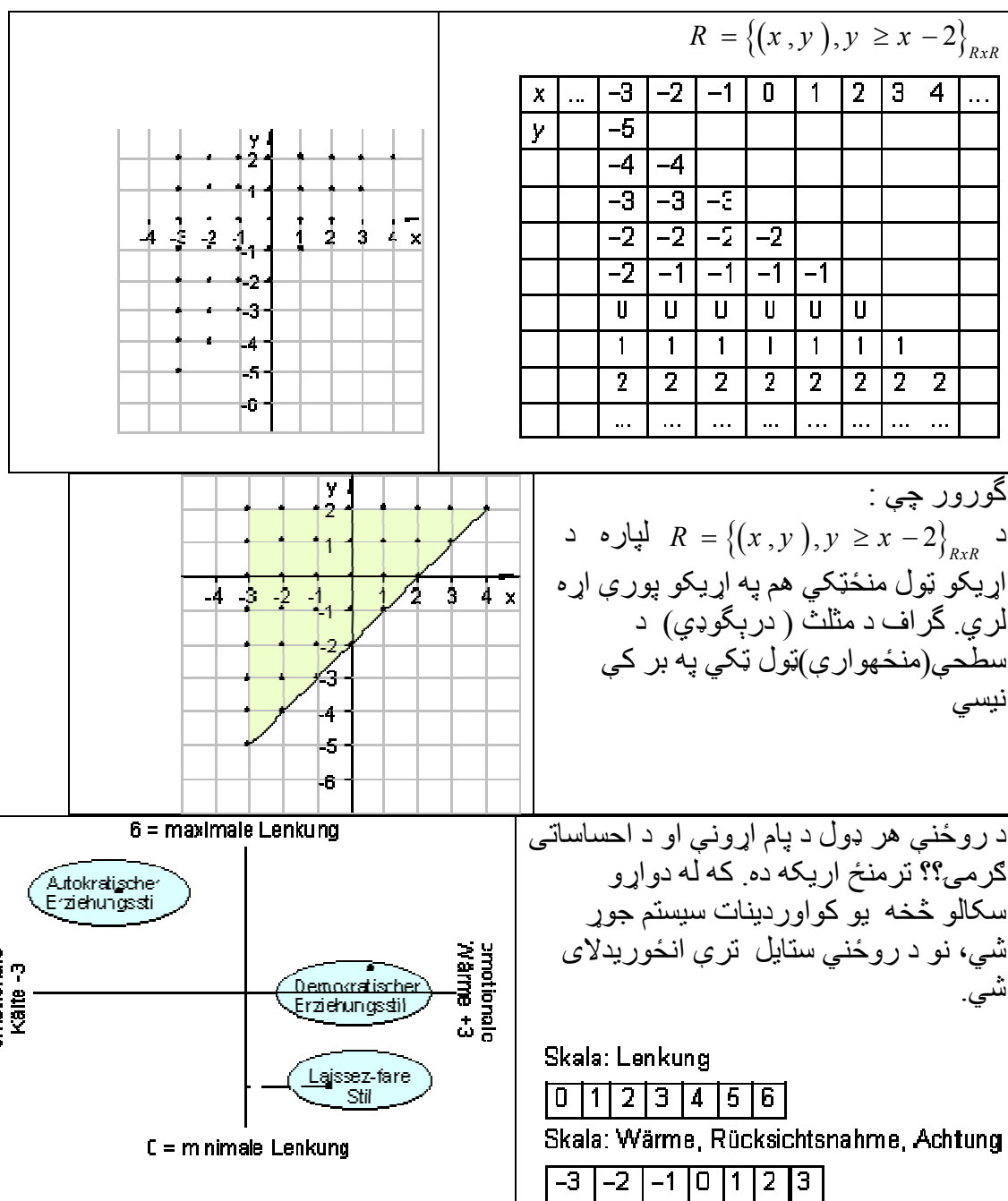
د دې لپاره چې لومړی لید پیدا کړی شو، یوه ارزښتجدول کارو.

بیلگه:



بیلگه:

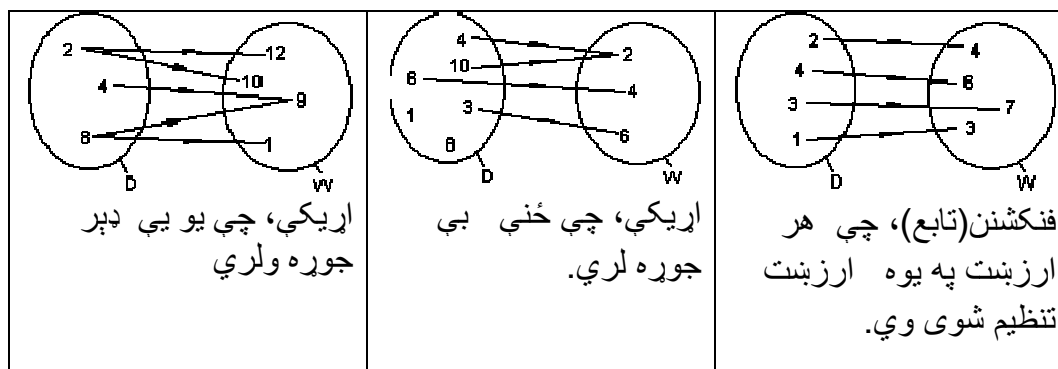




ځانگړي د پاملرنې اړيکي، هغه اړيکي دي، چي د هغې له لاري د هر ارزښت سره يو د ارزښت ترتیب شي. داسي اړيکي فنکشنونه يا تابع بولو.

فنکشن (تابع): تابع یوه اړیکه ده، چې د هغې له لارې د x ارزښت سره، چې له تعریفست (دېرې) څخه دی یو د y ارزښتست (ارزښت دېرې) ترتیب یا تنظیم شی.

بیلگې:



د فنکشن یا تابع لپاره بیلگې: په روغتون کې د تېي اندازه کونه:

اندازه شوي ارزښت جوړې (وخت (وختګی)، حرارت)، په یوه حرارتي منحنی انځورېږي. د په وخت کې ناروغ ټیک یو ټاکلې د حرارت درجه لري.

د یوه کوچني لوئیدل: دلته (وخت، لویوالی) د ارزښت جوړې دي. په هر ټاکلي وخت کې کوچنی یو ټاکلی لویوالی لري.

د ریاضي اېمپونه: (د ټکو تعداد، نمرې) یوه اړښت جوړه جوړوي. د یوه ټاکلي ټکو تعداد لپاره یوه نمره شته.

د باندنۍ گرمي د یوه گرمۍ لیکونې (په میزان الحراره) سره په نڅېنه کېږي.

(وخت، گرمي) ارزښت جوړې جوړوي.

یوه ټاکلي وخت ته به یو ټاکلی تودوخي یا حرارت (گرمۍ) وکېنل شي.

د y جوړه چې په هغه یو د x ارزښت ترتیب یا تنظیم شوی وي، د x **فنکشن** ارزښت یا تابع ارزښت بلل کېږي.

دا د $f(x)$ سره په نڅېنه کوو (لوستل: د x تابع f یا د f x)

$f(3)$ په دې معنا دی، چې دا د تابع ارزښت دی، چې د x ارزښت 3 پورې اړه لري.

$f(-4)$ په دې معنا دی، چې دا د تابع ارزښت دی، چې د x -ارزښت 4 - پورې اړه لري.

تعریف سټ (-دېرې)، ارزښت سټ (-دېرې): .

تعریف سټ (ارزښتدېرې) او ارزښت سټ (ارزښت دېرې)
هغه سټ (دېرې)، چې له هغې څخه د x ارزښتونه را نیول کېږي، تعریف سټ (تعریفدېرې) بلل کېږي.
هغه سټ (دېرې) چې د فنکشن ارزښتونه y خوندی لري ارزښتسټ (ارزښتدېرې) بلل کېږي. دا لنډ د D او W سره په نڅېنه کوو

په فنکشنونو یا توابعو کې د تنظیم یا نظم قانون په ځای د یوه فنکشن مساوات کلمه کارول کېږي.

$$y = 2x + 3 \text{ په توگه.}$$

$$f(x) = \{(x, y), y = f(x) \geq 2x + 3\}_{R \times R}$$

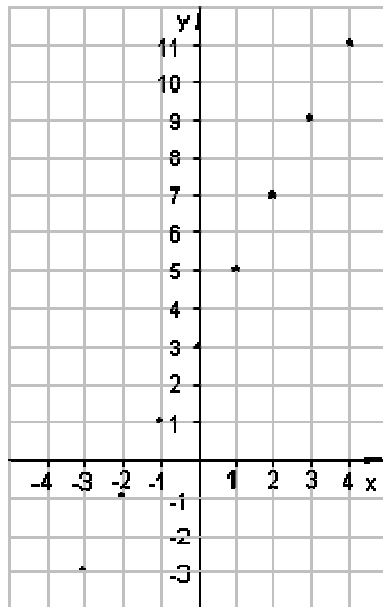
د ارزښتونو د شمیرلو د ارزښت جدول لپاره لیک: $y = f(x) = 2x + 3$

په فنکشن یا تابع کې x خپلواکه اووښتونی یا متحوله بلل کېږي او y بلواکه یا تابع متحوله بلل کېږي. گورو چې دا عمل یا کارونه یو فنکشن دی، چې یو څه په یو بل څه تنظیموي یا ترتیبوي، له دې امله زه د تابع په ځای زیات وخت د فنکشن کلمه - چې مناسب ده - کاروم.

بیلگه؛

الف: یو ارزښتجدول وکارئ	$f(x) = \{(x, y), y = f(x) \geq 2x + 3\}_{R \times R}$
ب) د فنکشن گراف انځور کړئ	تعریف سټ یا تعریفدېرې

پ) ارزښت سټ (ډېری) ترتیب کړی



$$D_f = \{x \mid -3 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{Z}}$$

$$D_f = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$$

د فنکشن ارزښتونو شمېرنه:

$$y = f(x) = 2 \cdot x + 3$$

$$y = f(-3) = 2 \cdot (-3) + 3 = -3$$

$$y = f(-2) = 2 \cdot (-2) + 3 = -1$$

$$y = f(-1) = 2 \cdot (-1) + 3 = 1$$

$$y = f(0) = 2 \cdot 0 + 3 = 3$$

$$y = f(1) = 2 \cdot 1 + 3 = 5$$

$$y = f(2) = 2 \cdot 2 + 3 = 7$$

$$y = f(3) = 2 \cdot 3 + 3 = 9$$

$$y = f(4) = 2 \cdot 4 + 3 = 11$$

د ارزښتونو جدول:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-3	-1	1	3	5	7	9	11

ارزښت سټ (ډېری) د فنکشن گراف څخه لوستل کېدای شي

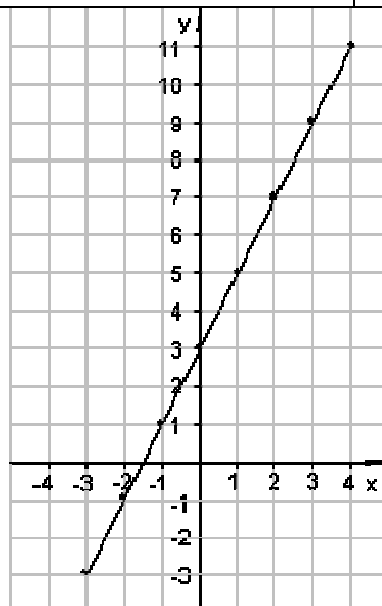
$$W_f = \{y \mid -3 \leq y \leq 11\}_{\mathbb{Z}}$$

د فنکشن گراف فقط له ټکو جوړ دي.

که تعریفېږی و R ته وغزیري، نو دا په لاندې ډول لیکل کېږي:

$$D_f = \{x \mid -3 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{Z}}$$

گراف اوس د راکښلي کرښې جوړ دي، چې دا هم کرښه بلل کېږي.



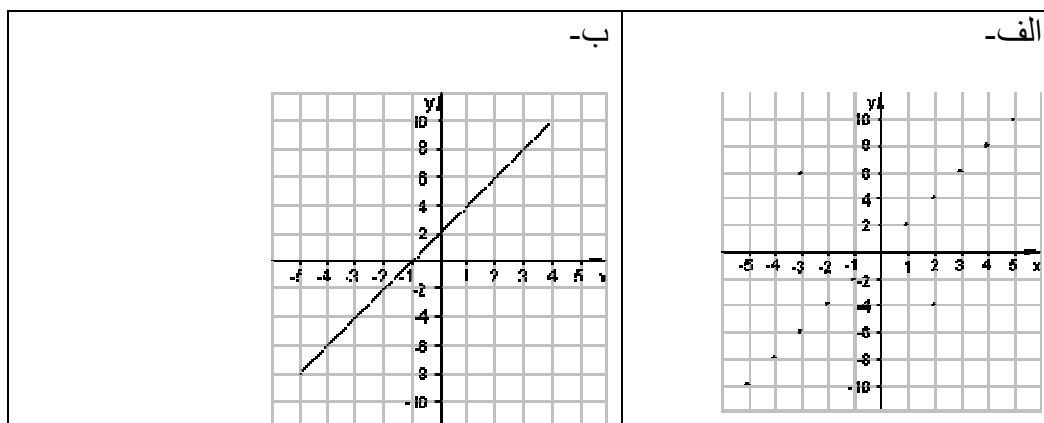
څه مو زده کړي؟ نومونه:

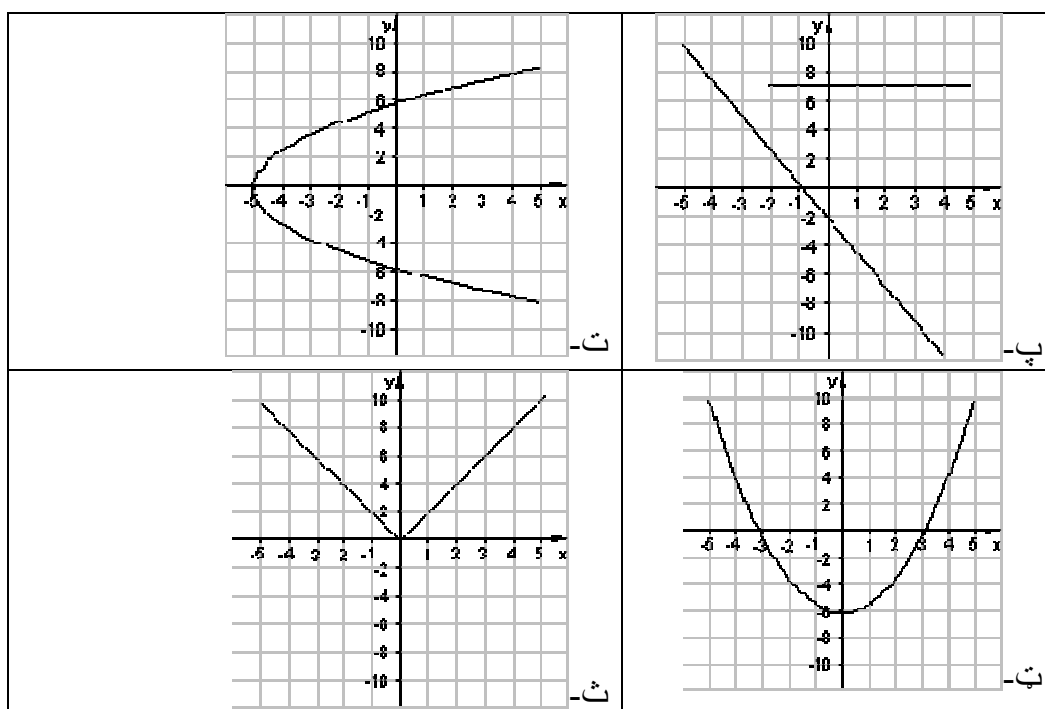
د ټولو نومونو ټولگه	
اړيکي	جوړه سټ (-ډېري)
غشيدياگرام	په څت اړيکي
پروت ولاړ يا کواوردينات سيستم	د اړيکو گراف
د دوي نومونه	
ارزبند جدول	فنکشن (تابع)
فنکشن ارزبند $f(x)$	خپلواکه اووښتوني (-متحوله Variable
بلواکه اووښتوني (تابع متحوله) y	x (

د اړيکو پوښتنې

1- د څيره شوو گرافونو کوم يو د فنکشن گرافونه دي؟

د خپلو اندونو دلایل راوړئ





2- دلاندي نظم قوانینو څخه یی کوم یو فنکشن مساوات کې دي شي؟

الف- $y^2 = x$ ب- $y = x^2 - 1$ پ- $y = -x^2 + 1$ ت- $y = \frac{1}{x^2} - 1$

3- د فنکشن گراف د ور کر شوو فنکشن مساواتو سره انځور کړی او په ارزښتست (- دېری) وټاکي.

(a) $y = \frac{4}{x}$ $D = \{x | 0 < x \leq 10\}_{\mathbb{R}}$ (b) $y = \frac{x^2}{4}$ $D = \{x | 0 < x \leq 10\}_{\mathbb{R}}$

4- فنکشنونه د فنکشن مساوات $y = 4x - 2$ سره په پام کې ونیسی

(a) د ټکو آزمایشت سره وازیای، چې ایا لاندي ټکي د فنکشن په گراف پراته دي که نه؟

$P(-3 | -14)$; $Q(2 | 6)$; $R(0 | -1)$; $S(0,5 | 0,25)$; $T(10 | 37)$; $U(-5 | -22)$

(b) د شمېرنې په مرسته لاندې پاتې وضعیه قیمتونه وټاکي، د کومو سره چې لاندې ټکي د فنکشن گراف باندې پراته وي.

$$P(3 |); Q(-1 |); R(0,75 |); S(22 |); T(| -10); U(| 0); V(| 13); W(0 |)$$

$$f(1) \quad f(0) \quad f(-2) \quad f\left(-\frac{1}{2}\right) \quad f\left(-\frac{2}{3}\right) \quad f\left(4\frac{1}{2}\right) \quad f(a) \quad , \quad \begin{aligned} f(x) &= 2x - 6 \\ f(x) &= -4x + 4 \end{aligned} \quad (5)$$

(6) د لاندې ورکړ شوو ټکو لپاره د ټکو ازمايښت وليکي.

$$y = f(x) = \frac{x^2 + 3}{2}$$

$$P\left(0 \mid \frac{3}{2}\right) \quad Q(1 \mid 2) \quad R\left(\frac{1}{2} \mid \frac{15}{8}\right)$$

$$S(-3 \mid 6) \quad T(5 \mid 13) \quad U\left(-\frac{5}{3} \mid \frac{17}{9}\right) \quad (a)$$

(b)

$$y = f(x) = \frac{x^2 + 3}{2}$$

$$P\left(0 \mid \frac{3}{2}\right) \quad Q(1 \mid 2) \quad R\left(\frac{1}{2} \mid \frac{15}{8}\right)$$

$$S(-3 \mid 6) \quad T(5 \mid 13) \quad U\left(-\frac{5}{3} \mid \frac{17}{9}\right)$$

خوابونه اړيکي III

د 1 حل:

الف-تابع نه ده، ځکه چې زیاتو x ارزښتونو ته دوه y -ارزښتونه اړه لري.

ب- تابع، ځکه چې یوه -ارزښت ته ټیک یو -ارزښت اړه لري.

پ-تابع نه ده، ځکه چې x -ارزښتونو ته دوه y -ارزښتونه اړه لري.

ت-تابع نه ده، ځکه چې هر x -ارزښت ته دوه y -ارزښتونه اړه لري.

ټ-تابع ځکه چې هر x -ارزښت ته ټيک یو y -ارزښت اړه لري

ث-تابع، ځکه چې هر x ارزښت ته ټيک یو y -ارزښت اړه لري

دويم:

الف- تابع مساوات نه دی. ب- تابع مساوات، پ - تابع مساوات ، ت- تابع مساوات.

ترنه ۲ :

د ډیریو ترمنځ اړیکې

د ډیریو ترمنځ اړیکې دوه برخه Relations دلته هغه د اړیکو په برخه، لکه وعده مو چی کړی وه ، پیل کوو او دا هغه په نامه ناساده اړیکې دي، یانې دا اړیکې د نابرابرو ډیریو ترمنځ هم اړیکې نیسی.

بنسټیزه ریلیشن یا اړیکې:

په ورځنۍ ژبه کې ،،اړیکې،، په همغه ورسره بلده معنادی. کیدی شي، شیان لیدونکي، واقعیتونه، پېښې او داسې نور یو له بل سره په یوه ریلیشن یا اړیکه کې ودریږي. د دې لپاره چې د داسې شي ځان نیونې یا حالتلپاره شمیرپو هنیز مودل لاس ته راوړو، غواړو چې لومړی یوه څرگنده بیلگه وڅیړو:

بیلگه: دلته دې M د انسانانو یو ډیری او S د ښارونو یوه ډیری وي.

د اړیکو لپاره ټاکو: چې شخص $x \in M$ ښار $y \in S$ کم له کمه یو وار لیدلی دی. دا د M او S توکو ترمنځ اړیکې کیدی شي چې اوس د ټولو جوړو (x, y) له لارې ورکړ شي، د کوم لپاره چې x کم له کمه y یو وار لیدلی دی. دا جوړې د ډیریو M, S د کارتیزې $M \times S$ توکي دي. د شمیرپوهنې له مخه دا ځمور د علاقې وړ نه دی چې دا لیدنه دڅه لپاره وه یا څومره مهم یا زړه پورې وه یا نه. ځمور د علاقې وړ یواځې دا دی

چی کوم توکی $x \in M$ د کوم توکي $y \in S$ سره اړیکو کی ولاړ دی. په دې توګه یواځی د جوړو $(x, y) \in M \times S$ ډیری ده، د کومو لپاره چی x او y یو له بل سره په اړیکو کی ولاړ دي یا شمیرپوهنیزې څیړنې ته یی لار خلاصه ده. د $M \times S$ برخه ډیری کری شي چی ډیر متتیزه اړیکې یو له بل سره ولري. دا مو لاندې تعریف ته لار اېښودوي یا رابولي .

پېژند:

د ډیریو یا ستونو M او N ترمنځ اړیکې R لاندې د کارتیزې ضرب یا $M \times N$ یوه برخه ډیری پوهیږو، یعنې $R \subset M \times N$ که $(x, y) \in R$ وي، نو داسی هم لیکو xRy او وایو: x او y په اړیکو R کی یو د بل سره ولاړ دي یا یو له بل سره اړیکې R لري. په دې تعریف کی ورکړ شوي اړیکې بینر binär (یا دوه ځاییزې اړیکې دي، چی دوه ځایزوالی یی دا راپه ګوته کوي، چی هر واري دوه توکی یو له بل سره په اړیکو کی پراته یا ولاړ دی او یا نه. په شمیرپوهنه کی داسي حالتونه هم را منځ ته کیږي چی له دوه زیات توکي یو له بل سره په اړیکو کی پراته او یا پراته نه وي یا اړیکي لري یا اړیکي نه لري، چی دا مو لاندې تعریف ته راهڅوي:

پېژند: د $M_1, M_2, M_3 \dots M_n$ ډیریو ترمنځ n -ځاییزې د اړیکې R د کارتیزې ضرب یا $M_1 \times M_2 \times M_3 \dots \times M_n$ د $n > 1$ لپاره، یوه برخه ډیری ده، دا په دې مانا، چی دا داسی یو ډیری ده چی n -توپل یا ګون $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ چی $x_i \in M_i$ توکی دي. که $M_i = M$ وي د $i = 1, 2, \dots, n$ لپاره، نو په ډیری M کی له n -ځاییزو اړیکو غږیږو یا دا n -ځاییزې اړیکې بولو.

بیلګه: موږ په لاندې کی غواړو چی یواځی شمیرپوهنیزې بیلګې راوړو. د دوه ځاییزو اړیکو لپاره بیلګې په لاندې ډول دي:

الف: $M = \mathbb{R}$ رییل اعدادو یا حقیقي ګڼونو په ډیری او $(x, y) \in R \subset M \times M$ ، که $x < y$ وي .

ب: لکه په الف (کی او $(x, y) \in R \subset M \times M$ ، که $x = y^2$ وي.

پ: $M =$ د ټولګونو ډیری، $(x, y) \in R$ که x د y یو پرویشونی (مقسوم علیه) وي.

د ترنار یا درې ځاییزو اړیکو ($n=3$) لپاره لاندې بیلګه راوړو:

وي دې $M =$ د ریښکونو ډیری او $(x, y) \in R$ که $z = xy$ ($z = x+y$) وي. دا چې په شمیرپوهنه کې د اړیکو لاندې د ډیریو کارتیزې ضرب یا ځل برخدیری پوهیږو، هدفمند دی چې، د ټولنډیری، غوڅدیری او کومپلمنت (تکمیل-) ډیری، د ډیریو تر منځ اړیکو باندې وغږیږو (دا مو تر مخه څیړلي). په دې ډول کومپلمنت یو دوه ځاییزه اړیکه R ده د ټولو جوړو (x, y) لپاره، د کومو لپاره چې x او y یو د بل سره په اړیکو R کې نه دي ولاړ یا قرار نه لري. غوڅدیری $R_1 \cap R_2$ د ټولو جوړو (همداسې n -ځاییز) ډیری ده چې په دواړو اړیکو R_1 او R_2 کې خوندي ده یا ځای لري. لوستونکي دې په بیلګو کې فکر وکړي، په کومو کې چې دا کلمې راځي. بر سیره پر دې د ډیریو ترمنځ له تش اړیکو هم غږیږو. د دې اړیکو لاندې د کارتیزې ضرب یا ځل تش برخدیری پوهیږو.

بالاخره دا هم ګټور دی که له دې وغږیږو چې ایا R_1 اړیکه په R_2 اړیکه کې ځای ده یعنې R_1 اړیکې د اړیکې R_2 برخدیری ده، که نه، د لیکلو دود $R_1 \subseteq R_2$ اوس دې M د انسانانو ډیری وي او R_1 دې اړیکه « پلار د » او R_2 اړیکه « واده له » وي. که $(x, y) \in R_1$ او $(y, z) \in R_2$ وي، نو x د z د میرمنې پلار، یعنې د z خوسر دی. که R_3 اړیکه « ... خوسر » وي، نو لرو: له $(x, y) \in R_1$ او $(y, z) \in R_2$ لاس ته راځي: $(x, z) \in R_3$

دا مو لاندې تعریف ته رابولي:

تعریف: وي دې $R_1 \subseteq M_1 \times M_2$ او $R_2 \subseteq M_2 \times M_3$ دوه ځاییزې اړیکې. نو د $R_1^\circ R_2$ ځل یا یوځایوالی (کمپوزیشن) په لاندې ډول د M_1 او M_3 ترمنځ اړیکې دي: (پام دې وي چې په دې تعریف او لاندې بیلګه کې له کین و ښي لور ته لوستل کړي)، داسې حالتونو ته دې د لوستونکو تل پام وي.

$$R_1^\circ R_2 = \{[x, z] \mid x \in M_1, z \in M_3, \dots\}$$

$$R_1^\circ R_2 = \{[x, z] \mid x \in M_1, z \in M_3, \text{ سره } (x, z) \in R_2 \text{ او } (x, y) \in R_1 \text{ د } y \in M_2 \text{ شتون لري}\}$$

پس لرو $x (R_1 \circ R_2) z$ هلته او هلته که د یوه y لپاره $x R_1 y$ او $y R_2 z$ باور ولري.

بیلگه: وي دي:

$$M_1 = \{a, b, c\}, M_2 = \{\alpha, \beta, \gamma\}, M_3 = \{1, 2\}$$

او

$$R_1 = \{(a, \alpha), (a, \beta), (b, \alpha), (c, \beta)\}$$

$$R_2 = \{(\alpha, 1), (\alpha, 2), (\beta, 2), (\gamma, 1)\}.$$

نو لرو

$$R_1 \circ R_2 = \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2), (c, 2)\}$$

د بیلگې په توگه لرو $(b, 1) \in R_1 \circ R_2$ ، ځکه چې $(b, \alpha) \in R_1$ او $(\alpha, 1) \in R_2$

یادونه: کیدی شي چې $R_1 \circ R_2$ تش اړیکې هم وي. دا حالت یواځې او یواځې هلته مخ ته پروت دی، که د کومې جوړې $(x, y) \in M_1 \times M_2$ لپاره یو $y \in M_2$ د پورته تعریف د خوینو سره سم شتون ونه لري یا موجود نه وي.

که R_1, R_2, R_3 : د ډیریو M_1, M_2, M_3 همداسې M_2, M_3 او M_4 تر منځ اړیکې وي نو د یوځایوالی یا ځنځیرونې لپاره لاندې اسوځیاتيو قانون باور لري:

$$(R_1 \circ R_2) \circ R_3 = R_1 \circ (R_2 \circ R_3)$$

بنسونه بی د ضرب یا حل تعریف د استعمال له لارې ساده ده. د اسوځیاتيو قانون اجازه راکوي چې له ډیر واره ضربولو یا ځلولو وغږیږو چې جوړول یی د نوکان اینلولو خپلواک دي. د ساده والی له دې $R_1, R_2, \dots, R_m$ په ډیری M کی ۲ - نيزې اړیکې وي. نو $R_1 \circ R_2 \circ \dots \circ R_m$ له ټولو هغو جوړو (x, y) جوړ دی، د کومو لپاره چې غږي $x = x_0, x_1, \dots, x_{m-1}, x_m = y$ موجود وي $(x_{i-1}, x_i) \in R_i$ د سره د $i = 1, \dots, m$ لپاره. موږ دې ته پام راگرځو، چې په ډیری M کی د اړیکو R_2, R_1 یوځایوالی کی کموتاتیو قانون باور نه لري یعنی

$$R_1 \circ R_2 \neq R_2 \circ R_1$$

پېژند: وي دي $R \subset M \times N$ يوه دوه نيزه اړيکه. د R په څنټ اړيکه R^{-1} بيا

لاندي دوه نيزه اړيکه د $R^{-1} \subset N \times M$ او M ترمنځ ده:

$$R^{-1} = \{(y, x) \mid y \in N, x \in M, (x, y) \in R\}$$

د بيلگي په توگه اړيکه «کوچنی له» د ټولو رييلو گڼونو سټ يا ډيري کی د «لوي له» په څنټ يا چپه يا مخامخ اړيکه ده.

جمله: که R_1, R_2 په M کی اړيکي وي، نو لرو:

$$(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$$

او

$$(R_1^{-1})^{-1} = R_1$$

حل(اوبی): دويمه غوښتنه د تعريف پسې تړلی لاس ته راځي. ددې لپاره چی لومړی مساوات حل يا ابی کړای شو، لیکو، چی $R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ څه مانا لري:

$$R_2^{-1} \circ R_1^{-1} = \{(x, y) \mid$$

$$R_2^{-1} \circ R_1^{-1} = \{(x, y) \mid (y, x) \in R_1 \text{ او } (x, y) \in R_2\}$$

$$= \{(x, z) \mid (y, x) \in R_1 \text{ او } (z, y) \in R_2\}$$

$$= \{(x, z) \mid (z, x) \in R_1 \circ R_2\}$$

$$= (R_1 \circ R_2)^{-1}$$

پای

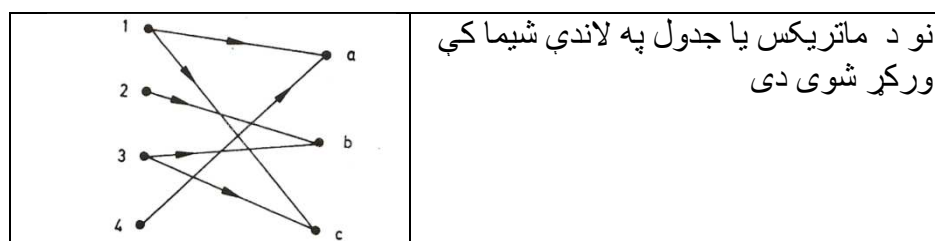
په دې برخه کی د اړیکو انځورولو غبریزو چی لیدور وي. دا طبعاً د پای سټ يا ډیریو لپاره کړای شو او چی نسبتاً کم غړي ولري. لومړی امکان یی د ماتریکس په څیر انځورونه ده(دا دې زما د شمیرپوهنی کتاب) بنسټونه (۱۱ الف برخه کی وکتل شي) او یا د یوه جدول له لارې. وي دی $M \times N$ یوه اړيکه $m = |M|$ او $n = |N|$ مور د R اړیکو ماتریکس لاس ته راوړو، په کوم کی چی مور ته یو دوه ډیمنزینال(دوه

اړخيز يعنى جدول په هواره كى . يادونه : كړنه يو اړخ، هواره دوه اړخه او هوا يا فضا درې اړخيز بلل كيږي (Dimension پراخيدونى، دا په دې مانا، چې د بيلگي په توگه يو تن يا بدن يا هغه په ورسره بلد نامه جسم درې ديمنزېنال دى يانې درې لورو ته پراخيدى شي جدول په لاس راځي چې m ليكي او n درځونه ولري او هره ليكه همداسى درځ يو د M توكى همداسى د N توكى باندې تنظيم شي)

دلته بايد هر توكى تيك يوځل رامنځ ته شي. (د $x \in M$ ليكى يا كيلى د $y \in N$ د درځ غوڅي په ځاي 1 ليكو، كه $(x,y) \in R$ وي په غير له دې 0. په دې ډول R پوره تشرېح شو. په M كى د يوې اړيكې لپاره جدول يو څلورى - بيزي - يا مربع ماتريكس دى د M ليكو او درځونو سره

بيلگه: وي دې $M = \{1,2,3,4\}; N = \{a,b,c,d\}$

$$R = \{(1,a); (1,c); (2,b); (3,b); (3,c); 4,a)\}$$



	a	b	c
1	1	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

«پورته او د راتلونكى مخ»

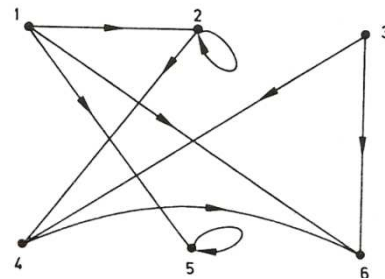
بل امكان يى د غشو دياگرام انځورونه ده (لور لرونكى كړبى). دلته د M او N توكى يو په بل ولاړ انځوريزي او x څخه و y ته «غشى وکاري» كه $(x,y) \in R$ وي دا

اړيکي په ش ؟؟؟ کي ليدل کيږي دا انځورونه داسی په نامه جوړه لورلرنکی گراف ورکوي. که بالاخره R یو دوه ځاییزه اړیکه په M کي وي نو گراف کیدی شي نور هم ساده ولیکو.

د M هر توکی په یوه ټکي یا « غوټه » تنظیميږي او د M تنظیم شوي توکی سره په نڅېنه کيږي. نو بیا له x څخه و y ته بیا یو غشی کارو، که $(x, y) \in R$ وي. یو لور لرونکی گراف لاس ته راځي .

بیلگه : وي دي $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ، او
 $R = \{(1, 2), (1, 5), (1, 6), (2, 2), (2, 4), (3, 4), (3, 6), (4, 6), (5, 5)\}$

د R گراف په لاندې څیره کي انځور شوي



څیره ۶

دا څرگنده ده ، چی لکه څنګه چپه، داسی لوریز گراف یوه اړیکه انځوروي. که وي
 $(x, x) \in R$ نود R گراف په x کي یوه راگردونکی یا کړی لري.

د اړیکو لپاره ټاکلی کارونی یا کاروایی یا عمليي له دي انځوروني سره ښه بیانیدلی شي. د R لپاره جدول څخه د R د کمپننت جدول لاس ته راځي، که د هر 0 په ځای 1 او د هر 1 په ځای 0 ولیکل شي، په څټ اړیکي R^{-1} هغه جدول دی، چی لیکه) دا ما زیاتو ځایونو کی کیله لکلی (د درځ) درځ یانی ولاړه کیله یا لیکه (په ځای او درځ د لیکي په ځای ځای په ځای شي) زما د شمیرپوهنی کتاب ۱۱ الف برخه دي پرتله شي)، نو ترانسپوني ماتریکس لاس ته راځي. جدول و $R_1 \circ R_2$ ته د ماتریکسونو د ځل څخه لاس ته راځي) زما د شمیرپوهنی کتاب ۶ الف برخه دي وکتل شي (د R_1 او R_2 جدولونو) په همدې لړپرلپسی (که په ځل ماتریکس کی له 0 نابرابر په ځای 1 ځای

کري. د $R-1$ گراف د R له کراف څخه داسې لاس ته راځي چې د R گراف کې « غشی راجپه يا راوگرځول شي». د $R_1 \circ R_2$ په گراف کې د x څخه و z ته غشي شته که y لپاره يو غشی د x څخه و y ته غشی موجود او له y څخه و z ته يو غشی موجود وي.

د دې گراف سره د جملې ۹ الف ۱ بنوونه او د اسوځاتيو قانون په ساده توگه ليدل کيدی شي. لوستونکی دې دا جملې د گراف په مرسته فرمول بندي کړي .

د اړیکو ځانگړي ټولگي

په ډيری M کې دوه ځاييزې اړیکې د $M \times M$ برخډيری په څير گڼو. په M کې يوه ځانگړې اړیکه کټمټوالی اړیکه په M کې ده او په لاندي ډول يی پيژنو يا تعريفوو

$$I = \{(x,x) \mid x \in M\}$$

د I سره هر توکی خپل ځان سره په اړیکو کې ولاړ دی، مگر دوه توپيريډونکی توکی يو د بل سره په اړیکې کې نه دي ولاړ. په څرگنده توگه باور لري $I - I = \emptyset$ د I گراف په هره غوټه کې يوه گردونکي (کړی) لري. او په غير له دې بل غشی نه لري. د I جدول يونماتريکس دی

پيژند: اړیکه R په M کې رفلکسيو (reflexive) بلل کيږي، که باور ولري: $I \subseteq R$ دا په دې مانا چې د ټول $x \in M$ لپاره $(x,x) \in R$ د يوه رفلکسيو اړیکې گرافيکي انځورونه کې گراف په هر ټکي يوه کړی راگرځوي. د يوه رفلکسيو اړیکې بيلگه د رييل گڼونو په ډيری کې د « کوچني يا لوي » اړیکې دي او په يوه هواره کې د غبرگو کرښو ډيری. د يوه رفلکسيو اړیکې له مخه يو څو لاس ته راوړنی راوړو چې لوستونکی دې د گراف له لارې و آزمایي

(۱) که R رفلکسيو وي نو R^{-1} هم

(۲) که R_1, R_2 رفلکسيو وي نو $R_1 \circ R_2$ هم

(۳) که R رفلکسيو وي نو لرو $R \subseteq R \circ R$ که يوه اړیکه R کومه جوړه $(x,x), x \in M$ ونه لري نو R ايرفلکسيو دی. دلته R ټيک هلته يعني هلته او هلته رفلکسيو دی چې د R کمپلمنت ايرفلکسيو وي. اړيگي « ... ته اور توگونال » يو ايرفلکسيو اړیکه ده د

یوې هوارې د کربنو ډیری کی، ځکه چی کرښی د خپل ځان سره پخپله اورتوگونال نه دي یا په بل عبارت: هیڅ کرښه د ځان سره اورتوگونال ده. یانی په ځان نیغه نه شی دریدلی. په ایرفلکسیو گراف کی کوم ټکی گردی یا کری نه لري.

دا په گوته کوو چی، یوه اړیکه هم نه رفلکسیو او هم ایرفلکسیو کیدی شي. ددی سره سم د $(x,x) \in M$ ادا مانا لري چی R «رفلکسیو نه دی»، نو یو x شته د کوم لپاره چی لرو $(x,x) \in M$

پیژند: یوه اړیکه R په ډیری M کی سیومتري بلل کیږي، که له $(x,y) \in R$ څخه لاس ته راشی. $(y,x) \in R$ په نورو کلیمو: دی $(x,y) \in R$ ټیک هلته یا هلته او هلته یا هلته اوپه څټ، که $(y,x) \in R$ وي او همداسی که $R = R^{-1}$ وي.

د یوه سیومتري اړیکې گراف اړیکي کی ټیک هلته له x و y ته غشی شته که له x و y ته هم یو غشی موجود وي. سری واي چي لوریز گراف سیومتريک دی. د سیومتري اړیکو ماتریکس سیومتريک دی، په دې ډول چی په اصلي نیمي قطر (یوه هندارونه) له کین پورته و بني لور کښته ته (په خپل ځان پریوزي).

بیلگه: اړیکي « غبرگ و... ته » (یا « اورتوگونال Orthogonal و... ته ») د یوې هوارې کرښي یو سیومتري اړیکه ده. اړیکي « وروڼه د » په همدې ډول د انسانانو په ډیری کی سیومتريک اړیکي دي.

پیژند: یوه اړیکه R په ډیری M کی اسیومتريک، که له $(x,y) \in R$ څخه لاس ته راشی $(y,x) \in R$.

د دې سره یوازښته دا هم دی.

په اسیومتري اړیکو کی زیات تر زیات یواځي د یوې لورې یو غشی شته او له دواړو خواوو دا ناشونی یا ناممکن دی. ددی په څټ مانا لري R «نا سیومتري دی» ټیک هلته چی یو غشی (x,y) موجود وي، په کوم کی چی په څټ یا چپه لور کی دا غشي « (y,x) نه وي موجود.

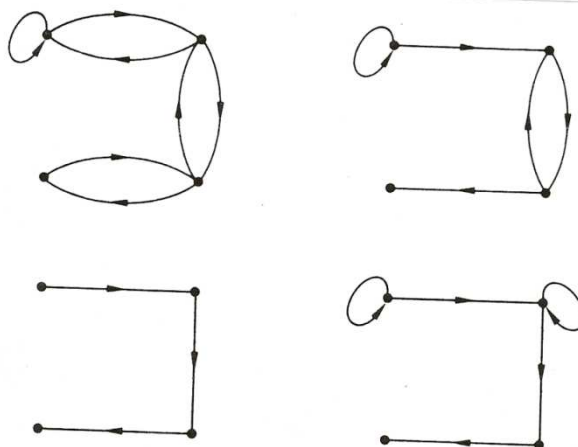
د بیلګې په توګه اړیکې « لور د » یا « ځوي د » اسیومتری دی د ټولو انسانانو په ډیري کې. یو اسیومتری اړیکه حتمي ایرفلکسیو ده (په ګراف کې ګردی یا کړی نه شته). ځکه چې له $(x,x) \in R$ لاس ته راځي $(x,x) \in R$ ، نو یو مخامخوالی یا تضاد دی. که R اسیومتری وي، نو- R هم بیرته اړیکې شته چې نه سیومتری وي او نه اسیومتری. د اړیکې د « ورور د » د ټولو انسانانو په ډیري کې دا حالت دی. سړی د نا سیومتری او اسیومتری اړیکو ترمنځ توپیر باید وکړای شي. بالاخره یوه دریمه کلیمه هم شته، کومه چې له دواړو توپیر لري

پېژند: یوه اړیکه R په ډیري M کې انتیسیومتری بلل کېږي، که له $(x,y) \in R$ او $(y,x) \in R$ څخه لاس ته راشي $x = y$.

له دې سره ورته (اکویالنت) دی. $R \cap R^{-1} = I$.

په یوه انتیسیومتری اړیکې کې کیدی شي دوه مختلفو ټکو ترمنځ زیات تر زیات یو غشی (یواځې په یوه له دې دوه لوروووجود ولري) چې د اسیومتری اړیکو په خلاف ګردوني (کړی) هم وجود لري.

بیلګه: اړیکې « کوچنی یا مساوي » ($\leq$) د طبیعي اعدادو یا ګڼونو ډیري کې انتیسیومتری (او رفلکسیو) دی همدا ډول د یوې ځای په ځای ډیري برخډیریو اړیکې $A \subset B$ د برخډیریو A, B لپاره انتیسیومتری دي. په لاندې څیرو کې لومړی ګراف یو سیومتری بڼایي، دوهم نه سیومتریکی (مګر نه اسیومتریکی)، دریم یو اسیومتریکی او څلورم یو انتیسیومتریکی اړیکې په ګوته کوي. څیره ۷



پيژند : يوه اړيکه R په يوې ډيرۍ کې ترانسيتيو ده، که له $(x, y) \in R$ او $(y, z) \in R$ څخه لاس ته راشي $(x, z) \in R$ د دې سره مساوي ارزښته لاندې شرايط $R \circ R = R$ هم دي



څيره ۸

د R اړيکې گراف لپاره ترانسيتيويتي Transitivity په دې مانا دی، چې د x څخه و y ته د غشي موجوديت او له y څخه و z ته د غشي موجوديت څخه د غشي موجوديت له x څخه و z ته لاس ته راځي .

بيلگه : اړيکې « يو سرک د .. په منځ کې موجود دی » د يوه هيواد ښارونو په ډيرۍ کې ترانسيتيو دی، اړيکې $\leq$ په R کې ترانسيتيو دي، همدارول ترانسيتيو اړيکه ده، د ډيرۍ M په پوتنځډيرۍ $P(M)$ کې

هرې اړيکې R ته په M کې يو يواځنی ټاکلی « کوچنی » ترانسيتيو اړيکه T په M کې موجود ده د $T \subset R$ سره دلته « کوچنی » په دې مانا دی، چې S « ترانسيتيو

دی او له « $S \subset R$ لاس ته $S \subset T$ راځي. نو داسې لاس ته راځي

$$T = \{(x, y) \mid (x, y) \in R \text{ او يا غري } z_0, z_1, \dots, z_m \text{ شته د}$$

دې مانا دی، چې د x څخه و y ته يو غشي کښل کيږي که څوک د يوه ټاکلي غشي) د R په اوږدوالي له x څخه و y ته راتلی شي. اړيکې T د اړيکې R ترانسيتيو پټونۍ، پوښ يا (سمخ) بلل کږي.

بيلگه : په مخ ته تير سيومتريک لپاره پيژند کې ښی گراف د کين گراف انځوروني لپاره يو ترانسيتيو پټوني دی يا سمخ ده .

ایکویوالنٹریشن یا برابری اړیکې یادونه

دې ته که هم ارزښته - یا همغه ارزښته اړیکې ووايو ښه به وي، خو ما دا په کتاب کې برابري اړیکې بللي . د اکو -یوالنت مانا هم ارزښته ده .

پيژند يا تعريف :

په ډيری M کې يوه اړیکه R برابر اړیکه يا هم ارزښت اړیکه بلل کيږي، که همغه رفلکسيو، سيومتري او ترانزيټيو وي. که xRy وي نو وايو چې x و y سره برابر دی (د اړیکې R لاندې)

بيلگه :

د مساوات (برابر و) اړیکه يوه برابر اړیکه ده (هر توکي يواځي و خپل ځان سره برابر يا د ځان سره اکويوليت دی). اړیکه « غبرگ و...ته » په هواره کې د کربنو ډيری کې برابر اړیکه ده. په Z کې د xRy اړیکه ، که x او y د 5 باندې ویش سره همغه پاتې (باقي) ولري، برابر اړیکه ده . په M کې دې R يو برابر اړیکه وي او $x \in M$ ، نو لیکو: $R[x] = \{ y \mid (x,y) \in R \}$

او $R[x]$ د x برابر ټولگي و R ته بولو $R[x]$. د ټولو x څخه د R لاندې د M توکو څخه جوړ دی.

جمله : دوه هم ارزښته يا برابر ټولگي $R[x]$ او $R[y]$ د R هم ارزښته اړیکو له مخې يا کټمټی دي او يا پردی..

حل يا اوبی: $R[x]$ او $R[y]$ دې بيگانه نه وي. موږ ښايو چې دانو گټمټی دي. موږ يو غړی z له $R[x] \cap R[y]$ ټاکو، چې باور لري ($(x,z) \in R$ او $(y,z) \in R$) پس $(z,y) \in R$ هم. له دې سملاسي لاس ته راځي $(x,y) \in R$ ، ويدي $v \in R[x]$ په خوښه،

نو $(v,x) \in R$ لرو. د $(x,y) \in R$ له امله لاس ته راځي $(v,y) \in R$ او له دې امله $v \in R[y]$ ، باور لري :

$$R[x] \subset R[y]$$

په ورته ډول بڼايو چې $R[x] \subset R[y]$ او له دواړو لاس ته راځي $R[x] = R[y]$.

پېژند: وي دې M يو ډيرى او $A_i, i \in I$ يود نانتشو د M برخډيريو ډيرى A_i د M ډيرى پارتيشن (Partition) تجزيه يا ټوټونه جوړوي، که له $i \neq j$ څخه $A_j = \emptyset$ $A_i \cap$ لاس ته راشي او که ولرو

$$\bigcup_{i \in I} A_i = M$$

وايو: ډيرى M د A_i څخه پردى ټولنه ده.

جمله: په M کې د يوه ورته اړيکې پسې A_i ورته ټولگي د M يوه تجزيه يا ټوټونه جوړوي.

حل (اوبى): دا يو شرط د اخرنى جملې څخه لاس ته اځي. دا چې يو ورته اړيکه رفلکسيو ده، نو تل باور لري $x \in R[x]$ او له دې امله هر د M توکى په يوه برابر ټولگي کې پروت دى.*.

په گراف کې په ساده توگه پېژندل کيږي چې برابر اړيکې ورته ټولگي دي. دا په گراف کې د ټکو هغه ډيرى ده، په کومو چې. دوه ټکي په يوه غشي سره تړلي دي. د بلې څيرې گراف (لاندې څيره) يو ورته اړيکه انځوروي.



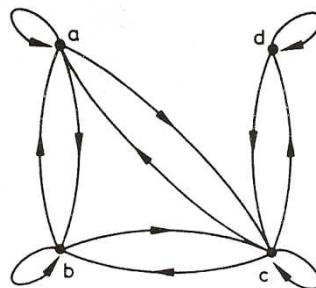
مور ولیدل چی د ډیری M هر ورته اړیکې پورې په M کی یوه تجزیه یا ټوټونه اړه لري. له دې یی په څټ هم باوري کيږي. وې دې $A_i, i \in I$ په M کی یوه تجزیه یا ټوټونه ده، نو کیدی شي چی په M کی یوه اړیکه R په لاندې ډول تشریح شي.

دا چې $(x, y) \in R$ هلته او هلته باور لري، کله چې یو $i \in R$ شتون ولري د $x \in A_i$ او $y \in A_i$ سره. په ساده ډول لیدل کيږي چی داسی اړیکه R یوه برابرېون - یا مساوات اړیکه ده او د هغې ورته ټولګي همدا د A_i ډیری دي. د تجزیې څیرنه په همغه مانا ده لکه د برابر اړیکو څیرنه کیدی چی برابرېون اړیکې R د برابرېون نخبونوی ټولیزوالی یا عمومیت په توګه ونيول شي. اړیکه R وایي یا افاده کوي، چی توکي x, y د xRy سره، د یوه ځانګړي لیددود له مخی «برابر یا مساوي» ولیدل شي. دا ډیرواره د x او y لپاره د مساوي ارزښت «نخبو یا علامو» د M توکو خویونو په څیر افاده کیدی شي یا ویلکیدی شي. دوه نفره ورته بلل کيږي، که یو ډول سترګي یا همغه تابعیت یا یو ډول غوړونه اوداسی نور ولري. دوه ټولګیونه ورته دي، که د یوه ټولګن سره په ویشلو وروسته همغه پاتی ولري. یو ورته ټولګي د دې نخبو یو ټاکلی ارزښت په ګوته کوي.

حالت په بل ډول دی، که اړیکې S سره د انسانانو په ډیری کې XSy وي، داسي چی x او y په یوه شریکه ژبه باندې واك ولري S . رفلکسیو او سیومتريک دی، مګر په ټولیزه یا عمومي توګه ترانزیتیو نه دی. داسی اړیکي زغموالي اړیکې یا زغموړ اړیکې (تحمیلکيدونکي اړیکي) بلل کيږي. ځکه چی x او y یو بل «زغمی» یا «تحمیل» کوي، په داسی توګه چی یو له بل سره په خبرو پوهيږي. دلته د ورته ټولګي په ځای د زغم - یا تحمیل ټولګي منځ ته راځي، د جوړه زغموړ یا تحمیل کيدونکو توکو x, y دا په دې مانا د توکوسره XSy دا په ټولیزه - یا عمومي توګه نور جوړه ډوله بیګانه نه دي. یو غوره بیلګه یی په ډیری M کی داسی لاس ته راځي چی د توکو لپاره یی واټن d ټاکلی وي. اړیکه R داسي پیژندلکيږي XSy : هلته او هلته، که $d(x, y) \leq a$ د یوه کره څرګند $a > 0$ لپاره باور ولري. دا توکي یو له بل سره د زغموړ یا تحمیل دي، که د هغو واټن یا فاصله زیات تر زیات مساوي a وي، یعني که دا توکي زیات تر زیات یو له بل څخه a توپیږ ولري. که $M = R$ وي، نو د بیلګي په توګه $d(x, y) = |x - y|$ یو مناسب واټن دی. لاندې ځایره دیوه تحمیلوالي اړیکه په ګوته کوي، که کوم کی چی $\{a, b, c\}$ او $\{c, d\}$ غملوالی - یا تحمیلوالي ټولګي دي.

نظم اړیکې

په ډیرو حالتونو کې ، له شمیرپوهنې دباندي کیدی شي د ځانگړو ډیریو توکو ترمنځ اړیکې لکه « کوچنی له » ، « کم له » ، « کمزور له » ، « خوندور له » او داسې نور ، ولیدل شي. د ټولو دا ډول اړیکو ترمنځ شریکویونه شته، چی په گڼپوهنه کې د اړیکو د بنسټ په توگه ټاکل کیدی شي،



پیژند: په ډیری M کې یو نظم اړیکه یا لنډ نظم، رفلکسیو، انتیسیومتري او ترانزیریتیو اړیکه R ده.

که R یو نظم وي او $(x, y) \in R$ ، نو زیات وخته داسې هم لیکو $x \leq_R y$ یا $x \leq y$.

که $(x, y) \in R$ او $x \neq y$ وي، نو ددې لپاره لیکو $x <_R y$ ، په دواړو حالتونو کې ایندکس یا پیژند نڅېنه نه لیکو، که څرگند وي چې کوم نظم مو غوښتنه یا مطلب دی .

بیلگه : اړیکه « کوچنی یا برابره » د ریښو گڼونو ډیری کې یو نظم دی. اړیکې « په کی ځای ده یا په بر کی نیولی ده یا خوندي ساتي » د هره ډیری توان (پوتنځ) ډیری کې نظم دی. اړیکه $x \leq y$ ویشي « د طبیعي گڼونو ډیری کې نظم دی . د پورته کلیمې تر څنگ د کلک نظم کلیمه هم موجود ده. یو کلک نظم په M کې یوه اسیومتري او ترانزیریتیو اړیکه ده. اړیکې R ته د $(x, y) \in S$ سره S هلته او هلته یو کلک نظم اړیکه ده، که وي $x <_R y$ ددې په څېر هم باور لري

پېژند: دوه ډېرې M توکي x, y په M کې د اړیکې R په نسبت یو بل سره پرتله وړ یا مقایسه وړ دي که $(x, y) \in R$ او $(y, x) \in R$ باور ولري..

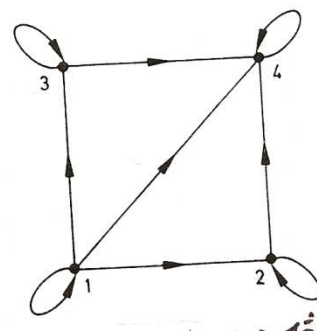
په دې ډول هر توکی د خپل ځان سره پرتله کیدونکی دی. مگر په ټولیزه توګه نسبت و نظم R ته هر دوه توکي پرتله کیدونکي نه دي. لکه په یوه توان ډېرې M کې $|M| > 2$ | تل یو برخه ډېرې په بل برخه ډېرې کې خوندي نه دی.. په طبعي یا پیدایښتي ګڼونو ډېرې N کې نسبت و نظم $x \succ y$ « ویشي » هم دوه طبیعي ګڼونه د پرتلي وړ نه دي. دا مو لاندې ته راهڅوي.

4.1	پېژند: یو نظم R په ډېرې M کې توتال یا پوره بلل کېږي، که د M هر دوه توکي نسبت و R ته پرتله وړ وي. په بل ډول R ټوټه نظم یا برخه نظم ویل کېږي (په انګلیسي کې poset for partially order set) بیلګه: نظم «کوچني یا برابر» په ریښو ګڼونو کې یو توتال یا ټول یا مکمل نظم دی. د M توان ډېرې $M > 2$ کې خوندي ساتنه یا ځایونه یو برخه نظم دی، همدا ډول اړیکې $x \succ y$ « ویشي » په Z د ټولګڼونو ډېرې (کې دا به داسې ګرامري ټیک ووايو: په Z کې په x باندې y ویشلی). مورې داسې لولو y, x ویشي، خو ما ځکه بیل سره ولیکل چې اشتباه منځ ته رانه شي:
------------	---

د نظم اړیکو انځورونه په یوه پای ډېرې M کې کیدی شي د په نامه هازې Hase ډیاګرام نظم له لارې ساده شي. دا په دې ډول لاس ته راځي: د M هر توکي لپاره یو ټکی ټاکي او د همغه ټکی سره یې په نخښه کوي. ټکی a, b ټیک هلته په یوه پای کرښې سره تړل کېږي، که a, b یو له بل سره پرتله کیدونکي وي او « ګاونډي » وي. دلته $a \prec b$ پورته ګاونډی دی (په انګلیسي کې « b covers a » که $a < b$ او کوم c موجود نه وي، د کوم لپاره چې باور لری $a < c < b$ او b ترمنځ کومه c نه شته). که b

د a پورته ګاونډی وي نو a د b ښکته يا کښته ګاونډی دی ، يعنې a او b ګاونډي دي يا ځنګ په ځنګ. ددې لپاره چې نظم د هازې-ډياگرام څخه په يواځنی توګه بېرته جوړ کړو، نو په دې پریکړه کوو چې b له a پورته کارو، که $a < b$ صدق ولري. اړیکې R په ساده ډول اوس د هازې-ډياگرام څخه بېرته جوړولی (recunstruction) شو $a < b$ هلته او هلته که له هازې-ډياگرام څخه د کرښو يوې پرلپسې له لاندې و پورته لور ته (له لارې له a څخه و ټکي b ته راشو. د هازې-ډياگرام کې ټولې کړۍ، د غشو لوري او ټول غشي، کوم چې ترانزيتيو-يتي له لارېلاس ته راځي، د R ګراف څخه لرې پريښوول کيږي .

بيلګه : په ډيري $M = \{1,2,3,4,5,6\}$ کې يو نظم د هغه ګراف له لارې ورکړ شوی، (لاندې څيره دې وکتل شي). هازې-ډياگرام له دېامله لاندې څيره لري، څيره دې وکتل شي (څيره دې وکتل شي



د نظم شوو ډيريو لپاره نورې کلیمې چې زیاتې استعمالیږي هم راوړو. وي دې M يو ډيري د اړیکې R سره او $A \subset M$ دې يود M برخه ډيري وي. يو توکی $a \in A$ د A لوي توکی يا ماکسزیموم بلل کيږي، که د ټولو $x \in A$ لپاره باور ولري $x < a$. نو a په A کې او له ټولو $x \in A$ سره پرتله کیدو -نکې ده او داسې نور، لويه يا برابره د هر $x \in A$ سره. په همدې ډول د A مینیموم يا کوچنی توکی هم توضیح شوی دی. موږ په دې ټينګار کوو چې په عمومي توګه د يوه منظم ډيري هر برخه ډيري ماکسیموم یا مینیموم نه لري. لوستونکي دې بيلګي ورکړي. ګورو چې که ماکسیموم يا مینیموم موجود وي نو يواځنی موجود دی.

که M, A وي، نو $a \in A$ د A ماکسیمال توگی نومیري، که له $x \in M$ او $a \leq x$ لاس ته راشي. $a = x$ په نورو خبرو سره: د هېڅ $x \in M$ لپاره باور لري. $a < x$ دلته دا نه دي غوښتل شوي چې a د A د ټولو توکو سره پرتله کیدونکی وي، مگر a د ټولو $x \in A$ څخه لویه ده، د کومو سره چې پرتله کیدونکی ده. طبیعاً ماکسیموم یو ماکسیمال توکی دی، مگر نه په څټ یا بر - عکس. په ځانګړي توګه کیدی شي یو برخه ډیری A ماکسیمال توکی ونه لري یا ډیر ماکسیمال غړي ولري، یو ساده بیلګه دا څرګند کړي. R دې په $M = \{1, 2, 3, 4\}$ کې یو نظم وي، چې د لاندې څیرې (څیره) په ګراف کې ورکړ شوی دی. نو بیا د $A = \{1, 2, 3\}$ ډیری دوه ماکسیمال توکي لري، په نامه 2 او 3 مګر ماکسیموم نه لري.

یو مینیمال یا کوچنی توکی m د یوه m له A څخه توکي په څیر، په ورته توګه څر ګندیري، د کوم لپاره چې $x \in A$ د $x < m$ سره نه شته. که A پایډیری وي، نو تل ماکسیمال یا لوي او مینیمال یا کوچنی توکي شته.

که M, A وي، نو یو $g \in M$ (نه حتماً په A کې) شته چې د A لاندې پوله یا اینفیموم (Infimum) (بلل کيږي، که $g \leq x$ وي د ټولو $x \in M$ لپاره او کوم $g > g_1$ وجود ونه لري، چې هغه هم دا خویونه ولري (g له دې خویونو سره لوي یا ماکسیمال توکی دی).

په ورته توګه د A پورته پوله یا سوپريموم (Supremum) هم ورکړ شوی، د یوه مینیمال یا واړه یا کوچني توکی $G \in M$ په څیر د لاندې خویونو سره، چې $x \leq G$ د ټولو $x \in A$ لپاره.

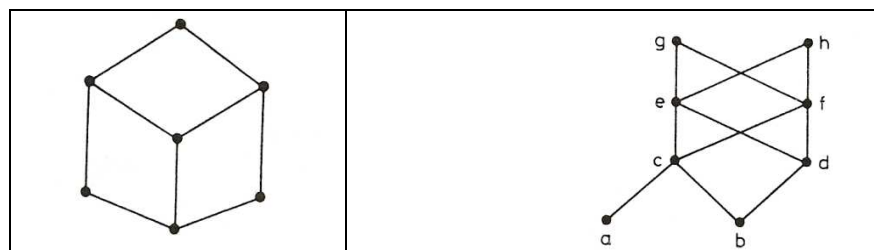
یو مینیموم تل اینفیموم Infimum وي او ماکسیموم تل یو سوپريموم Supremum وي. په ټولیزه توګه حتمي نه ده چې یو اینفیموم یا سوپريموم دې موجود وي، او په ټولیزه توګه یواځنی ټاکلي نه دي، دا په دې مانا چې کیدی شي زیات اینفیموم یا سوپريموم موجود وي.

یادونه : د دې د A د پورته پولي یا کښته پولي تعریف تر څنګ یو بل امکان هم شته. دا په دې کې نغښتی چې نه ماکسیمال توکي (همداسې نه مینیمال توکي) (بلکه ماکسیموم) همداسې مینیموم (کلیمي وکارول شي. د M, A لاندې پوله به ماکسیموم (که

موجود وي) د ټولو توکو $x \in M$ ډیری وي د کوم لپاره چې $x \leq a$ د ټولو $a \in A$ لپاره باور لري. په ورته ډول د پورته پولی لپاره هم. له دې پیژند یا تعریف سره هم په ټولیزه یا عمومي توګه برخدیری A بی له پورته یا کښته پولی (او حتی د پای ډیریو لپاره هم) ، مګر پورته یا کښته پوله یواځنی ټاکلی، که موجود وي. د لاندې لاتیس (english: lattice, Deutsch: Verband)
 نامه نومولی دی - پیژند یا تعریف لپاره دا بی تاثیر ده چی کوم تعریف ټاکل شوی دی .

بیلګه : ډیری $M = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ د نظم $\leq$ سره د هازې-ډیاګرام سره ورکړ شوی. (څیره) ، نو e او f هر یو د $A = \{c, d\}$ سوپریموم دی، دلته $A = \{g, h\}$ سوپریموم نه لري ، $A = \{a, b\}$ اینفیموم نه لري او $A = \{c, d\}$ یواځنی اینفیموم b لري . یو مهم د برخه نيزي نظم شوي ډیر ټولګی داسی په نامه تړونی (Verbände, lattice) دی. په لاتیس کی هر له دوه توکو جوړه شوې ډیری یواځني وي اینفیموم او ماکسیموم لري. په لاندې څیره کی (څیره) د هازې-ډیاګرام لاتیس (انځوروي) د تړونی یا لاتیس لپاره دې زما د الجرونو کتاب وکتل شي .

یو مهم د برخه نيز نظم شوي ډیری ټولګی داسی په نامه تړونی (Verbände, lattice) دی. په لاتیس کی هر له دوه غړو جوړ شوی ډیری یواځني وي اینفیموم او ماکسیموم لري. په څیره ۴ . ۴ کی د هازې-ډیاګرام لاتیس انځوروي (که چیرې مو لاتیس په دې کتاب کی ونه څیره نو دا د نورو ژبو په بنسټیزو کتابونو کی شته).



د بیلګې په توګه د N څخه لاتیس جوړیږي د نظم R سره، دی xRy که x باندې y ویشل شي. د x او y سوپریموم g څ دی او اینفیموم یی g و.

څيړونه

د ډيريو M او N ترمنځ ډيري اړيکي مني دا مانا لري چې د M توکي د N توکو

ترنه ۳ :

د کليمي «اړيکي» (روابط) "Relation" پيژند:

يوه اړيکه له دوه شيانو څخه جوړه ده:

۱ - يوه وينابنه

۲ - يوه جوړه، چې دا وينا يې پوره کوي (چې وينابنه يوه رښتيا وينا کوي) *

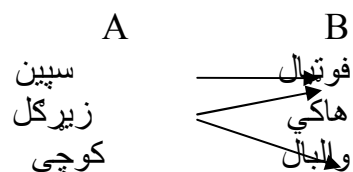
بيلگه :

د يوې کورنۍ د توکو (غرو) سټ A دې ورکړ شوي وي او B د لوبو سټ *

A	B
سپين	فوتبال
زيرگل	هاکي
کوچي	والبال

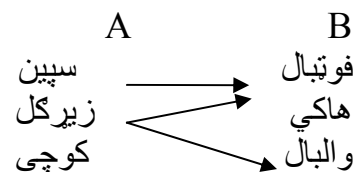
د دواړو ستونو ترمنځ يوه بينار (دوه ځايزه) وينابنه دې يوه وينابنه وي، چې سړی A د B لوبی کوي *

سپين فوتبال لوبه کوي، زيرگل فوتبال او والبال لوبی کوي



نورې بیلګې

ترمخه موږ لاندې ستونه منځ ته راوړي اودرلوده مو:



موږ اوس دواړه ډېرۍ يا ستونه A او B ساتو ، مګر د دوي ترمنځ نوې اړيکې غواړو وپېژنو يا تعريف کړو:

بينار(دوه بيزې) اړيکې دې اوس داسې وي، چې «لوبه کوي» او «دا لوبه کوي» نور نه وي.

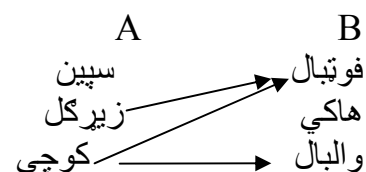
د دې برسیره دې اړيکې «لوبه کوي» لاندې درې جوړې ولری :

زیرگل د فوتبال لوبه کوي

کوچی د والیبال لوبه کوي

کوچی د فوتبال لوبه کوي

د څیرې په څیر انځور یږي:



یانې A د B لوبه کوي

لیدلکيږي، چې د دوه ډیریو ترمنځ مختلفې اړيکې منځ ته راتللی شي یا ټینګیدلی شي.

شننیزه انځورونه

مخ ته تیرو مخونوکې موزده کړل، چې یوې اړيکې پورې دوه شیان اړه لري: یوه وینا

بڼه او یوه جوړه، چې دا وینابڼه پوره کوي.

کله اړین نه دي یا نه شي کیدی، چې ټولې جوړې ورکړای شو، کومې چې په یوه اړيکې پورې اړه لري.

بیلګه ۱

سټ $A = \{1, 2, 3\}$ او سټ $B = \{1, 2, 3\}$ دې ورکړ شوي وي. ويناښه کوچنۍ له يالند $<$

هر زده کوونکی پوهیږي، چې جوړې $(1/3), (1/2)$ او $(2/3)$ دا ويناښه پوره کوي. جوړو گڼلو ته اړنه یو، بلکې دا د ويناښې مخ ته پرتې سټ A او B ته.

بیلگه ۲

په ځانگړې توگه دا هلته له پامه غورځول کیږي، چې ټولې جوړې وشمیري، کله چې ويناښو ته مخ ته پراته ستونه یا د ستونو لويي وي او یا ناپای.

بیلگه: سټ: $A = B = \{1, 2, 3, \dots\}$

ويناښه: له پورته لیدل کیږي چې بیخي ناشونې ده، چې ټولې جوړې وشمیرل شي، چې دا ويناښه پوره کوي.

بیلگه ۳

کله کله اړیکه بیخي نه شي انځوریدلې.

بیلگه: که ډېری یا ستونه نارینه M او ښځینه F ويناښه کې راوستل شي، چه « واده له سره ».

دا څوک نه شي شمیرلې (گنلې)، چې څوک له چا سره واده دی او دا نه په برخه اخستونکو ستونو M او F کې ورکړ شوي.

د یوې اړیکې تیوپ یا ډول

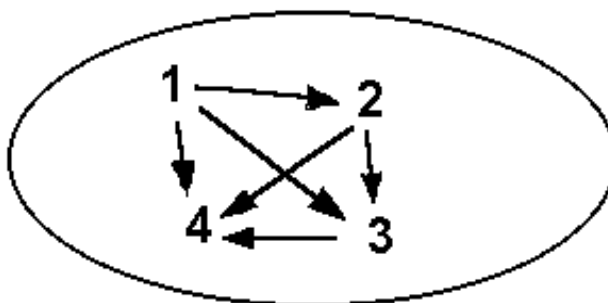
اړیکه په دوه گروپونو ویشل کیدی شي.

۱ - ددوه ډېریو ترمنځ اړیکې

۲ - د یوه سټ په دننه کې اړیکې

تیوپ ۱ - مور وپیژند

د تیوپ ۲ - لپاره بیلگه لاندې اړیکې دي (چې په څیره کې کښل شوي دي):



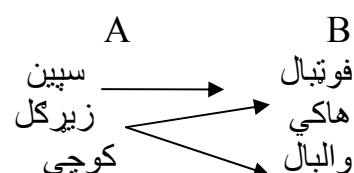
x له y څخه کوچنۍ دي

د مخ ته تیرو بیلگو په مخامخوالي یا تضاد دلته د ستونو د توکو ترمنځ اړیکې پرته دي
بنسټ سټ ، موخه سټ

Erklärung روښانه ونه

د سټ A (بنسټ سټ) او B (موخه ډیرۍ) په اړیکو کې په ریښتوني د مخ ته ورشو
(کوچۍ ، زېرگل) همداسې ورپسې ورشو (فوټبال ، والیبال) اړیکې هغه توکي
جوړوي، چې په کارونه کې ونډه لري.

A د لوبغاړو نومونه دي او B د لوبو نومونه دي



بنسټ ډیرۍ یا - سټ Universal set(domain): {سپین ، زیر ، کوچۍ}
موخه سټ codomain: {فوټبال ، هاکی ، والیبال}

domain تر مخور شو : {زیرگل ، کوچۍ}
codomain ورپسې ورشو : {والیبال ، فوټبال}
ځنې شمیرپوهان دا مخور شو او همداسې پسې ورشو، تعریف سټ ، ارزښت سټ یا
تعریفور شو همداسې ارزښتور شو بولي

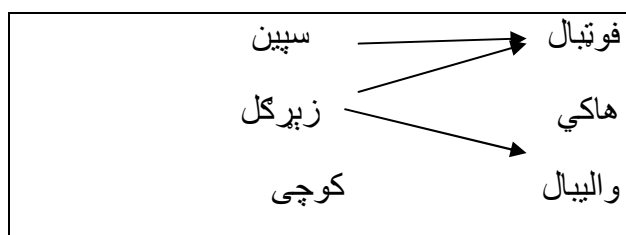
Relationstafel د اړیکو تخته

تراوسه مو ټولې اړیکې د غشیدیاگرام له لارې انځور کړې. یو بل شونوالی یا امکانات
بې د اړیکو تخته له لارې انځورونه ده:

د دې لپاره د بنسټ سټ او موخه سټ توکي په یوه جدول کې لیکو. د بنسټ سټ
توکی په پورته لیکه کې لیکو اود موخه سټ توکي په کین درځ یا کینه مټه کې لیکو.

په صلیبونو (x) سره هغه پیژند یا تعریف ورکول کیري، چې د موخه سټ په توکي
باندې د بنسټ سټ یو توکی تنظیم شوی وي.

د بیلگې په توګه بیرته همغه د لوبو سره بیلګه راوړو



په دې پورې اړونده اړیکتخته په لاندې ډول لیدل کیږي

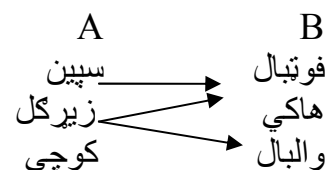
	سپین	زیرگل	کوچی
فوتبال	x	x	
هاکي			
والیبال		x	

د کواورډینات سیستم انځورینه
تراوسه مو اړیکې د غشیدیاگرام او اړیکتختو له لارې انځور کړي. اوس یو دریم
شوونوالی یا دریمه شوونتیا یا امکان غواړو وپېژنو:
انځورونه په یوه کواورډیناتسیستم کې:

د بنسټ سټ توکي په پروت محور (X-محور) په نڅېنه کوو او د موخه سټ توکي په ولاړ
(X-محور) محور په نڅېنه کوو.
د ټکو سره هغه د بنسټیږی توکي او ورسره د تنظیمیږی تنظیم توکو ټاکلي وي

بیلگه

د بیلگې په توګه بیرته هغه بیلگه د لوبو سره بیلگه ټاکو:



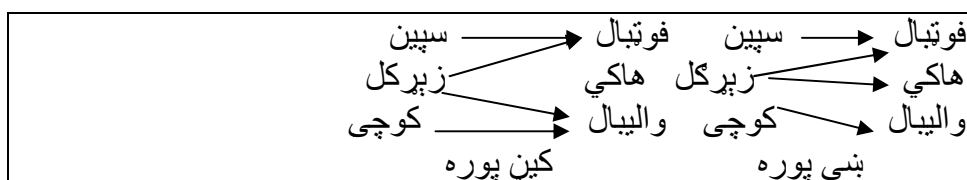
په کواورډیناتسیستم کې انځورونه داسې لیدل کیږي

Geige		x	
Flöte			
Klavier	x	x	
	Peter	Josef	Heinz

کښ پوره کیدونکی اړیکې :

د A څخه هر توکی کم له کمه د B په یوه توکي تنظیمیږي (پیژندورشو یا مخ ته ورشو او بنسټیزه سټ کټمټ دي)

بني پوره اړیکې : د B هر توکی کم له کمه د څیرې په توګه منځ ته راځي (پسې ورشو او موخه سټ کټمټ دي)



بنی یواځنی اړیکې

د بنسټیږی (کین) هر توکی په زیات ترزیاته د موخه ډیری (بنی) باندې تنظیمیږي .

پام مرسته : غشي بني « بنیلوریز) یواځنی دي .

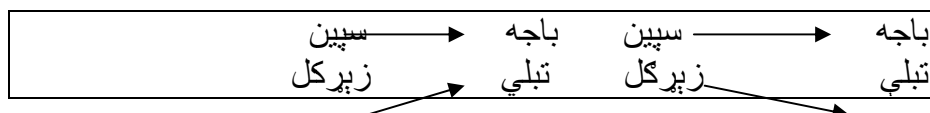
کين یواځنی اړیکې :

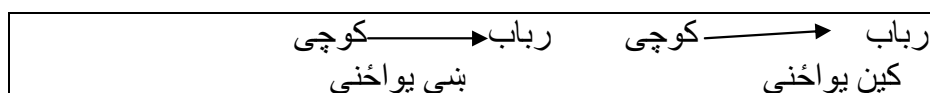
د بنی ډیری هر توکی زیات ترزیاته یو وار د یوې ډیری (کینډیری) د څیرې په ډول منځ ته راځي .

پام مرسته : غشي بني لورته یواځني دي .

ناتیکوالی!

یا دا لاندې، چې د توپونو (غوندوسکو) په ځای موزیک الې ورکړ شوي دي





تابع یا فنکشنونه د اړیکو ځانګړی حالت:
 یو کینپوره کیدونکی او بنی یواځنی اړیکې یواځنی اړیکې بلل کېږي (فنکشن او یا
 څیروني)

په غشیدیاګرام کې یوه تابع یا فنکشن په دې پیژندل کېږي ، چې د په هر توکی ټیک یو
 غشی پیل کېږي

په څټ اړیکې : په څټ اړیکو کې

۱ – مخ – او پسي ورشوګانې سره بدلېږي (پیژندېږی او ارزښتېږی)

۲ – وایابلی یا اوبنتوني سره بدلېږي

رفلکسیو اړیکې یا بیرته راګرځیدوني reflexive relations

دیاګرام : په هرتوکی یوکرئ غشی شته

رفلکسیو اړیکې :

د رفلیکسو اړیکو پیژند : د هرو برابر و توکو جوړه اړیکو پورې اړخ لري

د فرمو په څیر یې لیکنه : د ټولو a لپاره باور لري:

aRa

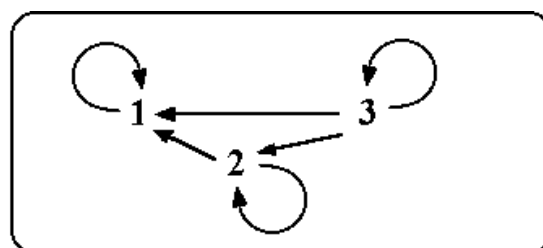


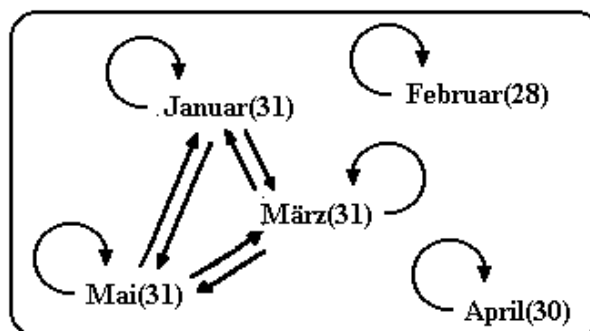
Bild: Die reflexive Relation $\geq$

څیره: $\geq$ هندارونیزې اړیکې

انتیرفلکسیو (ایرفلکسیو اړیکې

**Antireflexive
(irreflexive)
Relationen**

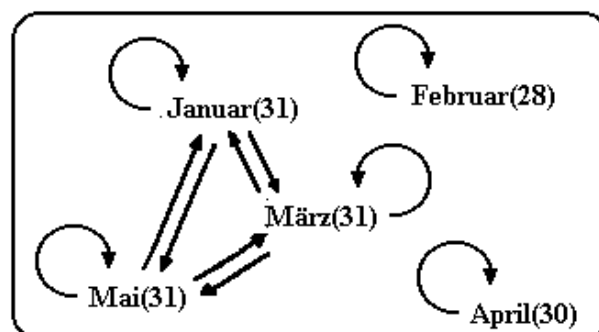
پېژند : په انتیرفلکسیو اړیکو کې په هېڅ توکي کې غشۍ نه شته
د همغه توکي جوړه اړیکو پورې اړوند نه دی، یا په اړیکو ونډه نه لري.
د فرمول په توګه لیکل یې : $\neg(aRa)$



سیومتريکي اړیکې : symmetric relations

هر غشي ته په څټ غشي شته

که (a,b) اړیکو پورې اړه ولري، نو (b,a) هم په اړیکو پورې اړه لري.



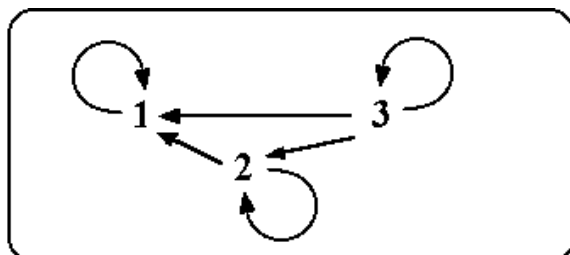
د سیومري اړیکو څیره: « همغومره ورځې لري لکه»

انتیسیومتري اړیکې: Antiasymmetric relations

د انتیسیومتري اړیکو دیاګرام : په څټ غشي نه شته .

که (a,b) په اړیکو اړه ولري، نو (b,a) په اړیکو اړه نه لري، مګر که $a = b$ وي.

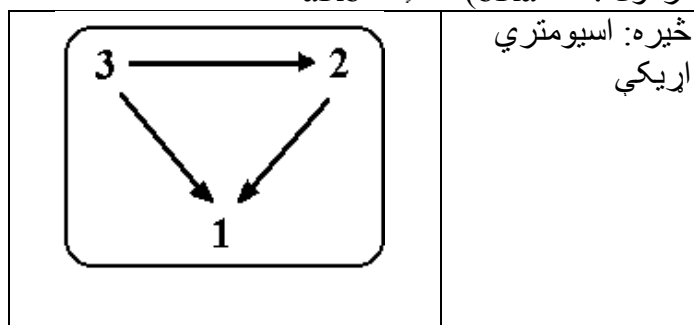
فرمول: $a R b \wedge b R a \Rightarrow a = b$



Antiasymmetric reltions $\geq$: ناسیومتریك اړیکې پورته څیره

اسیومتریكې اړیکې
asymmetric relations (Asymmetrische Relationen)

د اسیومتریكې اړیکو دیاگرام نه په څټ غشی لري او نه کړی غشی لري.
د اسیومتریكې اړیکو پیژند: انتیرفلیکسیو او انتیسیومتریكې اړیکې
فرمول: $a R b \Rightarrow \neg(b R a)$



د ډاکټر ماخان شینواري چاپ شوي لیکنې:

1988 Vienna (Austria):

لومړۍ:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra :
general algebra 6 ; Page 117 – 122 contributions to

1987 Vienna (Austria):

دویم:

Diss . Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren .
Uni. Wien

*Dissertation Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras,
at the University of Vienna/Austria*

لاندې د شميرپوهنې پښتوتول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه، له خوا چاپ شوي دي

2000 Bonn (Germany):

درېم: د شميرپوهنې ستر کتاب: د شميرپوهنې برسيره د انجنري، فزيک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې ليکنه به يې ځنو ځايونو غزېدلې او ځنې ځايونه ترې لرې شوي دي)

2003 Bonn (Germany):

څلورم: ځمکچپوهنه (هندسه) ، په سلو، زرو کې شميرنه، د گټې - او کټې د کټې شميرنه ، د احتمالي شميرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتياوې پوره کوي

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنسټونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شميرپوهنې انگرېزي - پښتو ډکشنري.

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شميرپوهنې الماني - پښتو - او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنخيال برابرېون (دا کتاب په دې څانگه کې يو پيل دی، ساده ليکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمير پوهنې فرمولونو ټولگه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شمير پوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

يوولسم: د افغانستان په هکله سپينې خبرې: په المان کې

،د افغانستان روغي او بيا ابادولو ټولنه، له خو

يادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکټر ماخان شينواري د ،د افغانستان روغي او بيا ابادولو ټولنه، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلي.

د ډاکټر ماخان ،،ميری،، شينواري ليکنې او ژباړې چې په چاپيدو يې پيل کيږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)

لاندې د برينکمن ليکنې چې له برينکمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

۱ - شمير پوهنه د بنوونځي لپاره لومړۍ ټوک

۲ - شمير پوهنه د بنوونځي لپاره دويم ټوک

۳ - شمير پوهنه د بنوونځي لپاره دريم ټوک

۴ - د احتمالي شميرنه د بنوونځي لپاره

۵ - احصايه يا ستاتيستيک دښوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتگارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتگارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ - اناليزی ۱

۷ - اناليزي ۲

۸ - کرښيز الجبر

۹ - د شميرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولگه

۱۱ - فنکشنل اناليز

۱۲ - وکتور شميرنه

نورې ژباړې

۱۳ - له www.grundstudium.info/linearealgebra څخه: کرښيز الجبر

۱۴ - Georg Guttenbrunner گڼونپوهنه يا د اعدادو تيوري

زما ليکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شميرپوهنې ستر کتاب دويم چاپ د پوره تغيراتو سره : دا کتاب د شميرپوهنې برخې برسیره د

انجنري، فزيک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکونکو لپاره پوره گټور دی. په

کتاب کې د اړتيا سره زياتونه او کونه راغلي

- ۱۶ - ځمکچپوهنه (هندسه) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره
- ۱۷ - الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره
- ۱۸ - ډېری پوهنه یا سټ تیوري
- ۱۹ - د شمیرپوهنې سم اند (منطق ریاضي)
- ۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک
- ۲۱ - د شمیر پوهنې گډې وډې لیکنې
- ۲۲ - داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متأسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انټیگرال شمیرنو ته
- تمرینونه او اوبیوني یا حلونه یې
- ۲۳ - د شمیرپوهنې انگریزي پښتو او عربي + درې ډکشنري
- ۲۴ - د شمیرپوهنې پښتو انگریزي ډکشنري
- ۲۵ - د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو وییونو په پښتو روښانه ونه
- ۲۶ - د زړه له کومې (دا هغه لیکنې دي، چې ځنې یې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)
- ۲۷ - د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې و به غزیري.
- نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي
- د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتکارت پوهنتون ن ج څخه خپرېږي:
- د گروپونو تیوري
- د بنوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولگي څخه تر اووم ټولگي پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیوني سره په کې راغلي او ماته زیات گټور برېښي)

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library