له اوم تر دولسم ټولګي پورې

د ښوونځي د شمیرپوهنې کتابونو ته یو ځغلند پام.

د ښوونځي په کتابونو کې ستونځې هر اړخیزه دي، چې زه یې دلته په ټولو اړخونو نه غږیږم، داسې لنډ لیکم: کتابوه پنډ او په ځانکړې توګه یې په نور منځ پانګې برسیره، چې ګوته ورته نیسم په یاد راوړم، چې د ټولو ټولګیو په کتابونو کې د احصایې او احتمالوالي برخه باندې نه لیکونکي پوه شوی، نه به پرې استاد او نه زده کوونکي پوه شي، داپه دې معنا، چې دا برخې باید ترې لرې شي .

زه په لاندې کې یواځې د کتابونو ناسمون ته ګوته نیسم. د هر کتاب څخه داسې د نمونې په څیر څه رااخلم.

د اوم ټولګي کتاب یوې برخې ته ځغلند پام:

له هرڅه لومړی د سټ تعریف ورکوم، چې په راتلونکې کې د ګران نصاب لیکونکي تعریف سره یو څه د پرتلې ولرو:

تعریف: سټ د څرګند ټاکلو یو له بل کره توپیرېدونکو شیانو ټولګه ده. شیان چې سټ ترې جوړ شوی دی، د سټ توکي یا غړي او که غواړئ عناصر بللکیږي.

انګریزي پیژند یې:

A mathematical *set* is defined as an unordered collection of distinct elements

سټ چې له توکو 2,3,4,5, جوړ وي، داسې لیکو: A = {2, 3,4, 5}

دلته 2 د سټA توکی دی، چې داسې یې لیکو: $2 \in A$ **(ویل 2 له A څخه یا 2 په A کې) او 6 د سټ Aتوکی نه دی، چې داسې یې لیکو:** $6 \notin A$ **(ویل: 6 له Aڅخه نه یا 6 په A کې نه).**

یا دالاندې د کانتور تعریف، چې غوره یې همدا دی.

... G. **Cantor**, the principal founder of **set theory**, **defined** a set as "a collection into a whole, of definite,
well-distinguished objects (called the 'elements' of the set) of our perception or of our thought."

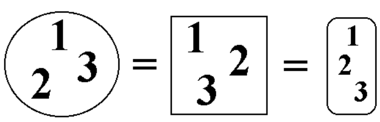
Ketabton.com

سټ په درې ډوله لیکل کیږي:

١ - شمیرنیزه لیکنډول: A = {2, 3,4, 5}

٢ - شننیز لیکنډول: **A={x|** $x \in N \wedge$ **1< x<6}**

د ٢ - لوستل: ست A د ټولو x سټ دی، چې x یو طبیعي عدد دی، له 1 لوي او له 6 کوچنی دی. پورته $\wedge$ د او په معنا دی.
٣ – د ون دیاګرام سره سټ آنځورېږي:



تشسټ: تشسټ یو سټ دی، چې کوم توکی نه لري

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لیکندود:
❶ تشسټ په ښوونځي کي داسی لیکل، کیږي : { }
❷ بل ډول لیکندود یې داسي دی$\emptyset$

پام : دا مخامخ لیکندود د تش سټ لپاره ناسم یا ناتیک دی : $\{\emptyset\}$

دا پورته یومخ په شپږو مخونو کې لیکل شوي. وبه ګورو، چې هغه ناسم دي.

اوس کتاب ته راځو

په دریم او څلورم مخ کې لیکي(دا بیخي هغه پیل دی)

هریک از تیم‌های فوق یک خصوصیت مشترک دارند یا به عبارهٔ دیگر هر یک از این تیم‌ها یک مجموعه(ست) را تشکیل می‌دهند.

د لیکونکي سور لیکلی غوره دی او څه ترې نه پوهیدل کیږي.

،، خصوصیت مشترک ،، یعني څه؟ او دا چې ،،سټ جوړوي،، یعني سټ څه شي دی؟ تراوسه د سټ تعریف نه شته. دا لاندې هم ناسم څه ورکوي یعني د سټ د لیکنې یو ډول یې په څو ډوله نوموي او بیا د سټ د لیکلو څخه په ناسمه توګه غږیږي.

ست ها را می توانیم توسط اشکال مختلف نشان دهیم که بنام **دیاگرام وین** یاد می شوند. طور مثال می‌توان ست های B, A و C را در اشکال زیر نشان دهیم.

،، سټها را میتوان توسط اشکال مختلف نشان دهیم،، . پورته درې ډوله لیکل شوي دي. دا دون دیاګرام په توګه لیکنه ده، چې د سټ یو ډول لیکندول دی، اشکال یې په دې توګه چې لیکونکي غواړي ولیکي، پا ي ته نه رسیږي. ،، بې شمیره نه لیکم، ځکه چې دا په ریاضي کې یو بله ترې پوهیدنه لري.

زما په اند به ـ که څه هم ګران لیکونکي دې ته ګوته نه ده نیولې- دا لاندې د سټ تعریف وي، چې زما له پورته تعریف سره نیمګړی دی، چې اوس یې ورکړي.

یو شمیر ځانګړو شیانو ته سټ او یخپله شیانو ته د سټ عناصر(غړي) وایي.

شیان ځانګړي نه دي بلکه شیان ټاکلي یا تعین دي، ګورو چې په پورته کې دا نه دي لیکل شوي، چې توکي یا عناصر یې یو له بل کره توپیر لري، چې بې له دې تعریف ناسم دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس باید پوه شو، چې د سټ تعریف کوم دی؟

هودا اخر یې باید تعریف وي، چې له دې د مخه یې تش سټ په ګونه کړی او د سټ لیکل هم. دا هرڅه سره کېږد او هم ناسم دي.

۵ – مخ

عناصر یک ست(Members of a Set)

لیکونکي دا په دوه مخه کې لیکلي او دا لاندې یې هم په دوه مخ کې لیکلي، چې موږ پورته د تعریف سره یوځای لیکلي او باید داسې هم وي.

اتم مخ

طرق نوشتن یک ست

د اتم مخ پورې نور څه لیکل شوي؟

لیکونکي د سټ د لیکلو طریقې دوه ښايي او موږ وښوده چې په درې ډوله لیکل کېږي. لیکونکي دا یو ځل پورته لیکلي هم دي، چې دا یې تکرار دی.

مخ ۹

ست‌های مساوی و ست‌های معادل(Equal and Equivalent Sets)

د لاندې ځخه به وپوهیږو، چې داپورته عنوان داسې لیکلی شو:

مساوي سټونه اوبرابر زوریز - یا ایکویوالنټ سټونه

The **cardinality** of a set A, written as IAI or #(A), is the number of elements in A. Cardinality may be interpreted as "set size" or "the number of elements in a set".

د سټ زور: د سټ د توکو تعداد ته د سټ زور وایو. په پورته تعریف کې یې د سټ د توکو تعداد لیکلی او یا د سټ پراخوالی. خو موږ او تاسې یې زور بللی شو او داسې یې لیکو:,IAI or #(A)

For example, given the set **A = { 1,2,kanada, afghanistan,0,3}**

we can count the number of elements it contains, a total of six. Thus, the cardinality of the set A is 6, or $|A| = 6$. Since sets can be infinite, the cardinality of a set can be an infinity

دا لاندې تعریف ۲ او تعریف ۳ اړیین نه دی،چې ویې لیکو، خو د لږ روښانولو له امله یې لیکو.

دوه سټونه برابرزوریز دي - که ایکویوالنټ ورته وایي هم خوښه مو- که د توکو تعداد یې سره برابر وي. په لاندې کې دا موضوع د فنکشن له لارې روښانه شوې، چې زه یې د روښانه وني لپاره راوړم. د دې تولګې لپاره یې دا پیژند نه دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

Definition 1: $|A| = |B|$[edit]

Two sets *A* and *B* have the same cardinality if there exists a bijection, that is, aninjective and surjective function, from *A* to *B*. Such sets are said to be *equipotent*,*equipollent*, or *equinumerous*.

For example, the set $E = \{0, 2, 4, 6, ...\}$ of non-negative even numbers has the same cardinality as the set $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$ of natural numbers, since the function$f(n) = 2n$ is a bijection from **N** to *E*.

Definition 2: $|A| \geq |B|$[edit]

A has cardinality greater than or equal to the cardinality of *B* if there exists an injective function from *B* into *A*.

Definition 3: $|A| > |B|$[edit]

A has cardinality strictly greater than the cardinality of *B* if there is an injective function, but no bijective function, from *B* to *A*.

If $|A| \geq |B|$ and $|B| \geq |A|$ then $|A| = |B|$ (Cantor–Bernstein–Schroeder theorem). The axiom of choice is equivalent to the statement that $|A| \geq |B|$ or $|B| \geq |A|$ for every A,B.[3][4]

۲۱ ـم مخ

هر گاه $A = \{a,b\}$ باشد، A دارای دو عنصر و هر گاه $B = \{1,2,3,4\}$ باشد، B دارای چهار عنصر می‌باشند. هر گاه ست اعداد طبیعی طاق بین 2 تا 20 را به C نشان دهیم، $C = \{3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$ بوده و دارای 9 عنصر می‌باشد.

مثال اول: ست حروف صدا دار زبان انگلیسی یک ست متناهی است:

که عناصر آن قابل شمار اند $A = \{a,e,i,o,u\}$

اما ست اعداد طبیعی یک ست نامتناهی بوده که طور زیر نشان داده می شود.

که عناصر آن قابل شمار نمیباشند $N = \{1,2,3,4...\}$

اگر عناصر یک ست قابل شمارش(معین) باشند، به نام **ست متناهی** یاد می شوند. و اگر عمل شمارش عناصر یک ست به انتها نرسد، این گونه ست را **ست نا متناهی** می گویند. ست خالی نیز یک ست متناهی است.

لاندې پښتو

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

که $A = \{a,b\}$ وي، A دوه عنصره او که $B = \{1,2,3,4\}$ وي، B څلور عنصره لري. که د 2 او 20 ترمنځ د طبيعي طاقو عددونو سټ په C سره ښکاره کړو، نو $C = \{3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$ دی او 9 عناصر لري.

لومړی مثال: د انگليسي ژبې د غږ لرونکو تورو سټ یو معین سټ دی.

چې عناصر يې د شمېر وړ دي: $A = \{a,e,i,o,u\}$

خو د طبيعي عددونو سټ یو غير معين سټ دی چې په لاندې ډول ښودل کېږي.

چې عناصر يې د شمېر وړ نه دي: $N = \{1,2,3,4...\}$

دا چې دی لیکي،،، که عناصر ان قابل شمارس نمیباشد،، یا چې ،، عناصر يې د شمير وړ نه دي،، ناسمه ده.

سم يې: عناصر يې د شمير وړ دي، خو پای نه لري يعني ناپای دي، يعني هغه د عربي لامتناهي دي. دا په دې معنا، چې ټاکلي دي يعني معين دي، شميرل يې پای ته نه رسيږي.

ناشميرنوړ هم شته، خو هغه بيا بله موضوع ده، دومره به يې ياد کړم، چې ريل عددونه ناشميرنوړ دي، چې دا په پوهنتون کې ښوول کيږي.

دوه ځه ته ګوته ونيول شوه، چې:

۱ - ،، چې عناصر يې د شميرلو نه دي،، ناسمه ده او

۲ – د (Finite and Infinite Sets)

ژباړه يا متناهي او نا متناهي ده او يا معين او نا معين ده، دواړه نه شي کيدی. معين او نامعين ليکنه ورته ناسمه ده.

په سټ کې مهمې عمليې دي، چې ليکونکي يې ځنې يادې کړي، خو نه په ترتيب.

۱۲ – م مخ

اگر هر عنصر ست A در ست B و برعکس هر عنصر ست B در ست A شامل باشد می گوييم که اين دو ست با همديگر مساوی اند و ميتوانيم بنويسيم:

$A \subset B$ و $B \subset A \Rightarrow A = B$

پورته ليکنه بايد داسې وي::

$$A \subseteq B \wedge B \subseteq A \Leftrightarrow A = B$$

پورته $\wedge$ د او په معنا دی.

دا اصلاً داسې لنډ ليکل کيږي: که دA توکي په B کې خوندي وي يا د B توکي وي او د B توکي دA توکي وي، نو A او B سره مساوي دي يا A=B او په څټ يا برعکس..

هر سټ د خپل ځان برخسټ يا سبسټ دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

۷۵ او ۷۶ – م مخ

قیمت مطلقهٔ یک عدد

د پورته عنوان لاندې ګران ليکونکی د دوه مخونو په لويوالي دا تعريف ليکي:

آموختیم که:
• هر عدد که صفر نباشد (مثبت یا منفی) قیمت مطلقهٔ آن یک عدد مثبت است، قیمت مطلقهٔ صفرمساوی به صفر است، یعنی: $|0| = 0$ می باشد.
• قیمت مطلقهٔ یک عدد و قیمت مطلقهٔ متضاد آن باهم مساوی اند؛ یعنی:
$|-7| = |+7| = 7$

دا پورته څه چې ليکل شوي د عددونو مطلقه قيمت دی، خو د مطلقه قيمت تعريف بايد وشي:

موږ داسي ليکو:

تعريف: قيمت مطلقه يک عدد قرار زيل ميباشد:

$$|x| = x; x > o$$
$$|x| = 0; x = 0$$
$$|x| = -x; x < 0$$

۱۳۰ –م مخ

دا لاندې يوه د هندسي څخه:

اگر مجموع دو ضلع از ضلع سوم کوچکتر باشد، مثلث تشکیل نمی‌شود.

داسي ليکنه ناسمه ده ،، اگر......،، . که مثلث نه تشکيل کيږي، نو بيا ضلعي د کومه شوې، چې کوچنيوالی او لويوالی يې سره پرتله کوي؟

اگر نه خواهي مثلث تشکيل نه ميشود اگر به قسمي ديگر هم باشد. يو څه چې ليکل کيږي بايد ليدوړ وي. يوه څيره چې نه وي، نو ضلع نه شته. له ضلعي چې غږيږي بايد ضلعه وي.

دا خو کوم شکل يا څه شي نه دی.

ګران ليکونکی بايد دا داسي وليکي:
د يوه مثلث د دوه ضلعو (د مجموعي) اوږدوالی د دريمي ضلعي د اوږدوالي څخه لوی دی يا د يوه مثلث د دوه ضلعو د اوږدوالي مجموعي څخه د دريمي ضلعي اوږدوالی کوچنی دی.
يا که غواړی، نو داسي وليکي:
که د دوه کرښو د اوږدوالي مجموعه د يوې دريمي کرښې له اوږدوالي کوچنې وي، نو دا درې کرښې مثلث نه شي جوړولي. چې مثلث نه جوړوي، نو مخ د مخه يې ضلع هم نه شي بللی.

۱۴۸ –م مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

> دو مثلثی که یک ضلع و دو زاویهٔ همجوار آن ها با هم مساوی باشند، یا یک زاویه و دو ضلع همجوار آن باهم مساوی و یا سه ضلع آنها باهم مساوی باشند مثلث ها انطباق پذیر می باشند
> اما در مثلث های قایم الزاویه دو حالت دیگر نیز وجود دارد:
> 1- اگر وتر و یک زاویهٔ حادهٔ یک مثلث قایم الزاویه با وتر و یک زاویهٔ حادهٔ مثلث قایم الزاویهٔ دیگر مساوی باشند، این دو مثلث با هم انطباق پذیراند.
> 2- اگر وتر و یک ضلع قایم یک مثلث قایم الزاویه با وتر و یک ضلع قایم مثلث قایم الزاویهٔ دیگری مساوی باشند، این دو مثلث انطباق پذیراند.

اګر استاد محترم دقت ورزد، این دو حالت در مثلثهای قایمالزاویه، حالتهای دیګرې نیست.

در ۱ – دو زاویه و ضلع همجوار دو مثلث با هم مساوي میباشد و

در ۲ – در اینجا خم دو ضلع و زاویه بیني ان با هم مساوي مي باشد، این حالت دیګر نیست.

دې باندې بسیا کوو. دا نور درسونه هم همداسي دي. زما په لیکنو کې دا شته. زما د کتابونو د کتلو نړیوال جال هم تاسو ته په ګوته کوم.

اتم ټولګی

د اتم ټولګي کتاب کې یو عنوان:

،، د حقیقي عددونو مفهوم،، لاندې ښاغلی لیکونکي شپږ مخونه لیکي او هلته د هندسي ځیرو تشریح راوړي، حال دا چې موږ له ریاضي څخه غږیږو. که په قایمالزاویه مثلث کې ضلعې سره پرتله کو، هغه یوه ریاضیکي موضوع ده. په هر صورت ډېره اوږده لیکنه، چې متن یې دومره باید نه وي، چې له چا څخه په کې لار ورکه شي.

د عددونو په عملیو کې ـ که د اووم ټولګي دي یا د اتم ټولګي- سیستم نه شته او پوره هم نه دي راوړل شوي. دلته پوره روښانتیا ته اړتیا شته.

۱۸ مخ

> 1- د جذرالمربع عدد په خپل ځان کې ضرب، د ضرب حاصل جمع پاتې مساوي له اصلي عدد سره وي.
> 2- د جذرالمربع دوه برابره جمع یو(1) له پاتې څخه زیات دي.

موږ په جذر کې درې څه لرو. لومړي جذر، دویم د جذر لاندې عدد، دریم د جذر وېستلی عدد یعني هغه عدد، چې د جذر نیوني څخه لاس ته راغلی وي. دې ته دې فکر وشي، چې له جذر وبستلي عدد څخه د جذر لاندې عدد څنګه بیرته لاس ته راوړو؟ ....

زه پوهېږم، چې ګران لیکونکی څه لیکل غواړي، خو دا په خبرو سم نه شي لیکلی. که د د ه دا خبرې په ریاضي ژبه ولیکل شي، نو یو څه به ترې لاس ته راشي چې پرې پوه به نه شو . راځې چې دا د خبرو څخه د ریاضي په ژبه ولیکو او وګورو، چې لیکونکي څه غواړي:

1 - جذرالمربع عدد دې $\sqrt{5}$ وي. په خپل ځان کې ضرب یې 5 دی. جمعه یې پاتې نه پوهېږم خو ?+5، چې څه شي. برابر په اصلي عدد؟ یعني څه. اصلي عدد کوم دی.

2 - جذر مربع $\sqrt{5}$، دوه برابره یې $2\sqrt{5}$ جمعه یې ۱ یعني $2\sqrt{5}+1$ دی او پاتې به څه وي ، چې دا ترې لوی وي؟

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګورو، چې هرڅه ګډ وډ دي او نه پوهيږم، چې دا څه به ده ولې ليکلي و؟.

۱۹ مخ

د جذري عددونو جمع او تفريق په داسې حال کې کيداى شي، چې تر جذرالمربع لاندې عدد او د جذرالمربع درجه يو ډول وي. د ورته(مشابه) حدونو ضريبونه يو له بل سره جمع او يا يو له بله تفريقوو.

په عمومي توګه: $x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a} = (x \pm y)\sqrt[n]{a}$

سم يې: د جذري عددونو يا په ټوليزه توګه د ريل عددونو جمعه او تفريق هر وخت کيږي. د دې لاندې او پورته ليکنو خو څوک نه شي پوهيدلی، چې ګران ليکونکی اصلاً څه ليکي يا وايي؟

په پورته سره ليکنه، چې د ليکونکي لپاره غوره ده، څوک نه پوهيږي، خو موخه يې دا لاندې ده:

که $x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a}$ **ولرو، نو په دواړو د جمعې- تفريق اعضاو کې ګډ ضريب له قوس دباندې راباسو او ليکو:**

$$x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a} = (x \pm y)\sqrt[n]{a}$$

.

په داسې موضوعاتو کې ډېرو خبرو ته اړتيا نه شته او ځای هم نه لري.

۲۰ ــم مخ

فعاليت:

- د $\sqrt{16}+\sqrt{9}$ او $\sqrt{9+16}$ قيمتونه په لاس راوړئ، دا قيمتونه يو له بل سره پرتله کړئ؟
- د $\sqrt{100-36}$ او $\sqrt{100}-\sqrt{36}$ قيمتونه په لاس راوړئ، آيا دا دوه قيمتونه يوله بل سره مساوي دي؟

له پورته فعاليت څخه نتيجه اخيستل کيږي، چې:

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a}+\sqrt{b}$$
$$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a}-\sqrt{b}$$

زه دا دلته نه بنايم. وخت نيسي، فقط داسې ليکم:

که a او b دواړه او يا يو يې د صفر سره برابر وي، نوبيا څنګه؟

څوک چې هر څه ليکي، هغه بنديزونه يا غزېدنې يې هم بايد ورسره وليکل شي.

۲۹ ــ م مخ

په ياد ولرئ: که چيرې د يوه عدد توان او د جذر درجه يو له بل سره مساوي، وي داسې پايله لاسته راځي:

$$\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}} = a^1 = a$$

زما د روښانه ونې پيل:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

که ولرو $\sqrt{2^2}$ نو لاس ته تري راځي $\pm 2 = \sqrt{4}$ بيا څه.
او

$\sqrt{(-2)^2}$ نو لرو $\sqrt{4} = \pm 2$

او که $(\sqrt{2})^2$ ولرو، نو فکر په کې وکړی. دلته دابرابر په ۲ کيږي.

څه چې ليکو، نو د سمون په هکله يې بايد مسئول وو.

په دې هکله زما د شميرپوهني ستر کتاب کتلی شی.

۳۰ ــ مخ

په لاندې کې a,b,c د صفر سره نامساوي بايد نه وي، بلکه بايد منفي اعداد نه وي، په هغه حالت کې چې اکسپوننت يو جوړه يا جفت طبيعي عدد وي.

5^3

III- په عمومي توګه د ضرب په عمليه کې ويلای شو چې که چېرې قاعدې نامساوي او کسري توانونه يې مساوي وي، په داسې حال کې چې b،a او c حقيقي عددونه او د صفر خلاف وي:

$a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} \cdot c^{\frac{1}{n}} = (a \cdot b \cdot c)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{abc}$

دلته بايد دا نيونه يا فرصيه وي، چې د جذر لاندې عددونه منفي هم نه وي.

ستونځې : دلته ستونځې په دې کې دي، چې د يوه پلوه موضوع د وخت څخه د مخه ليکل شوي او له بله پلوه د ريښي درس پوره نه دی ليکل شوی او په همدې توګه د پوتنځ درس هم.

۳۰-م مخ

که د توان او جذر قوانين سم درس ته راوړل شوي وای، نو بيا دا هم ليکل کيده.
دا پورته په جملو تشريح ناسمه راځي.جمله سم يا پوره څه نه وايي.
لنډ: که مختلف ، د صفر سره نابرابر د قاعدې اعداد a,b,c همغه کسري توانونه ولري، نو ضرب يې داسې ليکل کيږي:

$a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} \cdot c^{\frac{1}{n}} = (a \cdot b \cdot c)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{abc}$

۶۹ مخ

په ورته شکلونو کې هم ډوله زاويې يو له بله سره مساوي دي او د هم ډولو ضلعو نسبت د يو ثابت مقدار لرونکي دي چې دې ثابت مقدار ته د ورته والی نسبت وايي که چېرې دوه شکلونه داسې اړيکې ولري ، دا شکلونه، سره ورته شکلونه دي ، دوه ورته شکلونه د (~) نښې په واسطه ښيي.

دې پورته کې روښانه نه ده او نه چيرته تعريف شوې، چې همډوله زاويې يا همډوله ضلعې په څه معنا دي؟ تيره کونجونه که مساوي وي يا نا مساوي، همډوله دي. همداسې پڅکونجونه، که برابر وي يا نابرابر، خو همډوله دي او له دې.
سم: ورته - يا برابرارزښته دربګوډي څيرلي. دوه دربګوډي ورته دي، که اړونده کونجونه يې سره برابر وي.
دا يې له څو جملو يوه جمله ده.
۱۴۳ ــ مخ

Downloaded from: ketabton.com

قليمه استوانه له دوو انطباق منونکو دايروي قاعدو او يوې جانبي سطحې څخه چې پر قاعدو باندي عمود ده، جوړ شوي ده. که چېرې د هغې ارتفاع په h او د قاعدې شعاع يې په r سره وښيو نو د هغې ټول مساحت په A سره ښيو:

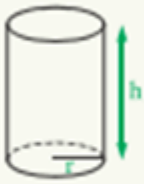
پورته له دويمې کرښې:،، ... که ... سره ...، نو ... سره ښايو.،،
دا د يوې وينا نتيجه نه ده.
که يو څه ولرې، نو ترې لاسته ... راځي. يعنې که... ، نو ..... .
دلته ګران ليکونکي سم نه ليکي.
سم: موږ د توتي اتفاع په... ، د دايرې ورانګه په... او ټوله سطحه په ... سره ښايو.

$s = 2\pi r \cdot h$ د جانبي سطحې مساحت

$= 2\pi r^2$ د دوو قاعدو مساحت

د استوانې کلي مساحت $A = 2\pi r^2 + 2\pi r \times h$

$\pi = 3.14$ $A = 2\pi r(r + h)$



د دايرې مساحت چيرته تعريف شوي؟؟؟؟
دايره په نهم ټولګي کې لوستل کيږي.

۱۵۹

له پورته فعاليت څخه ليکلای شو:
کولای شو د قاعدې او قانون د بيانولو لپاره د تورو څخه کار واخلو ځرنګه چې د تورو په ځای مختلف قيمتونه ليکلای شو نو دغه ډول توري متحول بلل کيږي.

۱۵۹

قاعده او قانون او بيانول يي او داسې ليکل يې چې له تورو څخه په کې کار اخلې؟

ګران ليکونکي غوارې، چې د واريابل يا متحول يا تغيرخوړونکي تعريف وکړي، خو ترې پيچلی کيږي او لار ترې ورکيږي. لاندې ورسره پرتله کړی.

موږ ليکو:

پيژند: هغه توري، چې د اعدادو ځاي نيونکي وي يا د اعدادو په ځای ليکل کيږي، متحول يا تغير خوړونکي يا مجهول يا واريابل بلل کيږي،، چې په x,y,z;... سره ښول کيږي.

۱۸۳ ــ مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورته فعالیت کې د یوه کیلوګرام بورې د تللو او د مختلفو وزنو سره په تعادل کې راوړل د معادلې د مفهوم لپاره لاندې نتیجه په لاس راوړو.

۱۸۳

تعریف

یو الجبري مساوات چې یو نامعلوم متحول ولري او د مجهول د ځینو قیمتونو لپاره صدق کوي معادله بلل کیږي، هغه عدد چې الجبري مساوات په یوه عددي مساوات بدلوي د معادلې حل یا ځواب بلل کیږي.

• هر هغه شی چې د معادلې په حل کې هغه ته قیمت پیدا کوو د معادلې مجهول بلل کیږي او هغه په X سره ښیي.

په پورته لیکنه کې ګران لیکونکي څه نه وایي او په څه ویلو هم نه پوهیږي. پښتو هم سمه نه لیکي.

سم یې داسې دی:

پیژند: که چیرې دوه ترمونه د مساوي نخښې له لارې سره ترلي وي، دا برابرون یا مسات یا معادله بلل کیږي.

اتم ټولګي ته کتنه همدلته بس کوو. دا پسې هم دومره غوړین نه دي.

نهم ټولګی

اوم ځیرکی
دویمه درجه یو مجهوله معادله
۱۷۷ – م مخ
له دې د مخه چې د لیکونکي په لیکنه پیل کوو، زه دې موضوع ته لنډه ګوته نیسم، چې دا څه دي؟
دویمه درجه یومجهوله معادله په ننیو ادباتو کې د مربع مساوات (څلورۍ برابرون) یا د مربع معادلې په نامه یادیږي،
چې دا لاندې درې بڼې یې په کې څیرل کیږي:

لومړی بڼه: $ax^2 + c = 0$
بڼه بدلون و $x^2 = ?$ ته او د ریښه نیونې له لارې حل
دویم بڼه یا ډول: $ax^2 + bx = 0$
د مجهولې یا متحولې x له نوکانو ایستلو له لارې حل.
$x(ax + b) = 0$ او د صفر ضرب جمله و کاروی.
دریمه بڼه: $ax^2 + bx + c = 0$
مساوات په نورمال بڼه راوړی
$x^2+px+q = 0$ او د P-q -فرمول سره حل کړی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ ا د $D = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$: سره

د $D > 0$ لپاره دوه حلونه شتون لري. $L = \{x_1 ; x_2\}$

د $D = 0$ لپاره ډبل حل شتون لري $x_1 = x_2 \Rightarrow L = \{x_{1/2}\}$

د $D < 0$ لپاره حل شتون نه لري. $L = \{\ \} = \emptyset$

دا پورته د شمیرپوهنې په ادبیاتو د p-q -فرمول په نامه یادیږي.

د وییتا د ریښې جمله(موخه د مربع مساواتو د حلونو جمله هم کیدی شي. د ویتا جملې په مرسته د مربع مساوات سم یا نا سم حل ازمایل کیږي):

که مربع مساوات $ax^2 + bx = 0$ دوه حلوه ولري، نو باور لري:

$-x_1 - x_2 = p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$

د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه:

$L = \{x_1 \mid x_2\}$ دې د یوه مربع مساوات حل وي.

$$\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$$

نو باور لري: (ضرب)

یا $a(x - x_1)(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow L = \{x_1 \mid x_2\}$

لنډ او پوره پام ورته کړو: مربع مساوات یا دوه حله لري یا کوم حل نه لري او یا ډبل حلونه لري.

لیکونکي په اصلي برخه کې د مربع مساوات د لومړیو دوه بڼو سره تماس نه دی نیولی، بواځې دریمه بڼه یې تر څیړنې نیولې او دا هم پوره ناسمه، چې روښانه به شي:

د لیکونکي لیکنه:

په ۱۷۷ مخ کې دروند لیکونکي لومړۍ بیلګه راوړې. تاسو دا وګورئ، چې څه لیکي او یا دلته یې دویمې درجې ته فکر کړی؟

بل مخ کې مثال راوړي او بیا حل وروسته څیړي. هغه به وګورو، چې هغه به څه وي. د معادلې حل نه شته مثالونه راوړي اونور څه نه شته. دا ۱۷۷ او ۱۷۸ مخونه د درس سره سر او کار نه لري.

دی د مکملې او نیمګړې معادلې عریږي. زما لیکنه وګوري.

څو مخونه کار کوي، هغه هم ناسم او بیا په ۱۷۹ ـم مخ کې د دویمې رجې معادلې حل ته راځي.

مخ ۱۸۱ کې بیا بل عنوان غیر خطي اړیکي. زه نه پوهیږم چې ولې داسې زر زر دی خپل فکر بدلوي؟

لیکونکی لاندې لیکي:

$$(x + p)^2 = q^2$$

خو بیا یې د دې فرمول حل سره تماس نه دی نیولی

۱۸۷- م مخ

محمد بن موسی دا لاره(طریقه) د دویمه درجه معادلې لپاره پیدا کړله. د دې طریقې په پوره کیدو سره د دویمې درجه معادلو په حل کې په بشپړه(عمومي) توګه ګټه اخیستل کېږي، په دې تګلاره(روش) کې د $x^2 + bx + c = 0$ دویمه درجه معادله په $(x + p)^2 = q^2$ بڼه بدلېږي چې د تجزیې پراوونه یې عبارت له:

لیکونکي لاندې بیلګه هم د نورمال بڼې په لیکدود راوړي او د مربع د تکمیل له لارې مخ ته تللي، خو ګورو، چې په اخر کې یې موضوع خرابه کړې او دا لاندې ناسم لیکي:

لومړی مثال راوړي:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $x^2+2x-8=0$ معادله د تکمیل مربع په تګ لاره حل کړئ.

حل: لومړی معادله په لاندې ډول لیکو:

$$x^2+2x=8$$

د x د ضریب نیمایي په لاس راوړو، مربع یې له دواړو خواوو سره جمع کوو:

$$x^2+2x+1=8+1$$
$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=3$$
$$x=2$$

او پسې لیکي.

یادونه: ټولې دویمه درجه معادلې نشو کولای په دې تګ لاره حل کړو ځکه دا لاره هندسي تعبیر ته اړتیا لري؛ نو ځکه په دې لاره نشو کولای هغه معادلې چې منفي جذرونه لري هم په

د لیکونکي داسې

$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=3$$
$$x=2$$

حل نیمګړی او که غواړی ناسم دی او په لاندې توګه تصحیح کیږي:

$$(x+1)^2 = 9$$
$$x+1 = \pm\sqrt{9}$$
$$x = \pm 3 - 1$$
$$x_1 = 2$$
$$x_2 = -4$$

ګورو، چې د لیکونکي د لیکنو په خلاف دوه حلونه شتون لري.
بیا: مربع مساوات دوه حله یا یو ډبل حل لري او یا کوم حل نه لري.

۱۸۸ ــم مخ

لاس راوړو.
لیکونکي پورته د مربعتکمیل څخه غږیږي او دلته یې په حل پیل کوي او دابیا نیمګړي پرېږدي.
لیکونکي لیکي

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

• د $ax^2+bx+c=0$ معادلې دواړه خواوې په a وېشو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

• ثابت عددونه د معادلې يو خوا او مجهول حدونه د مســاوي بلې خوا ته ســره چاڼوو د x د ضريب د نيمايي مربع د معالې دواړو خواوو ته جمع کوو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+(\frac{b}{2a})^2=(\frac{b}{2a})^2-(\frac{c}{a})$$

$$(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

د لنډې ليکنې لپاره b^2-4ac په Δ سره ښيوو.

ليکونکی لاندې د ښوونې نږدې اخره برخه راوړي او پسې حل نه پوره کوي او په لاندې توګه د فعاليت په نامه مخ ته ځي:

فعاليت

هره دويمه درجه معادله چې $ax^2+bx+c=0$ بڼه ولري، لاندې پوښتنو ته ځوابونه ووايئ:

1-که $\Delta=b^2-4ac=0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

2-که $\Delta=b^2-4ac>0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

3-که $\Delta=b^2-4ac<0$ وي؛ نو ايا معادله د حقيقي عددونو په سټ کې حل لري؟

زه نه پوهيږم، چې دی ولې دا حل سر ته نه رسوي؟
مساوات نه دی حل شوی. د دې موضوع اصلي برخه همداده، چې دا فرمول حل شي.
پسې بيا پايله ليکي:

لومړی پايله: د $ax^2+bx+c=0$ دويمې درجه معادلې چې b,a او c حقيقي عددونه او $a\neq 0$ وي.

دا پورته داسې غزول کيدی شي. ،، ....،،. يعني دا به داسې وغزوو: د .... چې ... او ... وي، نو دا به ډېر ناسم کار دي.
دا پورته پايله نه ده، بلکه دا د مربع مساوات تعريف په بنسټ دی، a له صفرسره بايد برابر نه وي، ځکه چې دامربع مساوات دی، پرته له دې بيا مربع مساوات نه شي کيدی.
بيا وايم: ليکونکي تل په دې ډول پايلې راوړي، چې سمې نه د او سمې يې هم نه راوړي.
که د ليکونکي پورته ليکنې ته پام وکړو، نو باور وکړی، چې پوره ستونځې لري.
ګران ليکونکی غواړي وليکي، چې:
په $ax^2+bx+c=0$ مساوات کېa,b,c حقيقي اعداد دي او $a\neq 0$ ده .

ليکونکي په لاندې کې هغه پورته فعاليتونه په پوره نامکمل ډول ليکي، چې د زده کوونکو لپاره د پوهيدلو نه دي او پسې بيا دويمه پايله ليکي، چې دا پايله نه ده، بلکه دا د ويتا جمله ده، چې له مخې يې د مربع ساوات د حل سمون له دې لارې ښايي، يعني دا سمه جمله، چې بايد وښوول شي. زه پوهيږم، چې دې څه ليکي، خو دی بايد دزده کوونکو لپاره دا پوره وليکي. جمله بايد د کتاب ليکونکي له لوري وليکل شي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $\Delta = b^2 - 4ac$ د قاسمي په نوم يادېږي.

1- که $\Delta > 0$ وي معادله دوه بېلابېل حلونه لري چې عبارت له:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad , \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

2- که $\Delta = 0$ وي معادله دوه مساوي يا مضاعف حلونه لري چې عبارت له: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

3- که $\Delta < 0$ وي معادله په حقيقي اعدادو کې حل نه لري.

دويمه پايله:د حلونو د جمع او ضرب حاصل

$$x_1 + x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2-\Delta}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

د جذرونو د جمع او د ضرب له حاصل څخه کولای شو د دويمې درجه معادلې په تجزيه کولو کې ګټه واخلو.

نه پوهيږم، چې ليکونکي، دا پورته جمله ولې ليکلې؟ دا يې بايد روښانه کړې وی چې څنګه؟

پايله: دا برخه پوره ناسمه ده او دا نورې هم که وڅيړو- ما پوره په غور لوستلې – هم همداسې ستونځمنې ليکل شوې.

د مربع مساوات د شميرلو لپاره زما کتابونه کتلی شی

د مربع توابعو صفرځايونه

د دې لپاره چې د يوه مربع تابع صفرځايونه پيدا کړو، تل بايد يو مربع مساوات حل کړو.

که دا دوه حتونه و لري، نو مربع تابع د ګراف دx – محور په دوه ټکو کې غوڅوي..

که يو حل ولري، نو دا ګراف د x محور په يوه ټکي کې لمسوي(د خپل ککرټکي سره).

که حل ونه لري، نو ګراف د x - محور پورته لور ته يا کښته لور ته ځغلي او غوڅتکی نه لري.

د حل کنترول
لکه په هر مساوات کې کېدی شي حل داسې کنترول شي، چې د حلتوکي په سرچينيز مساوات کې ځاپه ځای شي، يعني کنترول وکړي.
په مربع مساواتو کې دا ساده دی، د ويتا د ريښې [ملې سره.

د ويتا**Vieta** جمله :

که مربعيز مساوات $x^2 + px + q = 0$ دوه حلونه ولري، نو باور لري:

$-x_1 - x_2 = p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$

۱۲۷ مخ کې عنوان: داچې ليکونکی ولې داسې عنوان د خپلو ليکنو له پاره راوړی نه پوهيږم. زه تراوسه دداسې کوم عنوان سره نه يم مخامخ شوی او يا شايد دی د څو جمله يې لاندې بل څه ويوهيږي. په دې هکله يې بيا د کتاب په دننه کې هم څه نه دي ويلي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

ليکونکي دا پورته عنوان چي ليکي باور وکړی، چي داسي څه په رياضي کي نه شته او دا سي څه چي په نور متن کي راوړي هم ناروا دي.

لکونکی په ۱۲۹ – م مخ کي

که چيرې په يوه الجبري افاده کې د مشابه جملاتو له ساده کولوڅخه وروسته يوازې يو حد ولرئ، هغې ته يو حده،(Monomial) که جمع يا تفريق د دوحدونو ولرو هغې ته دوه حده يا (Bionomial) که جمع يا تفريق ددريوحدنوولروهغې ته درې حده يا (Trinomial) اوکه له دريو حدونو څخه زيات حدونه ولرو پولينوم يا(Polinomila) په نامه يادېږي په دې شرط چه د تورو توانونه ئی مکمل عدودنه وی هره الجبري افاده کې تر ټولو لوړ توان نسبت يوه ځانګړی متحول ته د الجبري افادې درجه نظر هغه متحول ته بلل کيږي.

زه پوهيږم، چي ګران ليکونکي د مشابه جملاتو لاندي څه ويل غواړي، خو باور وکړی، چي داسي وينه هيڅ ژبه کي نه شته او موږ په رياضي کي د جملي لاندې يو ځانګړي څه پوهيږو. په شميرپوهنه کي هر نوم يو ځل کارول کيږي او جمله يو ځانګړی تعريف لري.

په نورو ادبياتو کي لومړی پولينوم تعريفيږي او بيا د هغي په بنسټ مونوم او ... تعريفوي.

په لاندې کي:

د دوو الجبري عبارتونوله ضرب څخه چې يوه ګڼه جمله و لري ليکلای شوچې:

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+a\times b$$

په پورته ګوره بيا الجبري عبارتونه او ګڼه جمله ليکي. زه نه پوهيږم، چي ډېر محترم ليکونکي دا نومونه له کومه ځايه رانيسي. که د الجبري عبارتونو څخه يې موخه الجبري افادې نه وي، نو زه پرې نه پوهيږم.
دا د جمعو ضرب دی، چي د دواړو ضريبونو په هر يو يي د جمعي په حالت دی، يو برابر زياته وونو يا زياتوونی ولري . دا د دوه جمعو ضرب دی او د دوه جمعو ضرب د همدې قانون له لارې مخ ته تللی شي.
که a-b او c - d ولرو، نو داسي يي سره ضربوو:
(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd

د بينوم فرمولونو حل هم همدسي دی، خو هغلته بيادوه همغه يا مساوي ترمونو جمعه يا تفرق سره ضربيږي، چي دلته يي نور نه غزوم.

نامساوات
۱۶۶ – م مخ
په لاندې مثال کي چي دی حل ورکوي، بايد وليکي چي مخرج د صفر سره برابر نه دی او دا چيرته؟

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: د $\frac{2x}{5x+3} \geq 1$ کسري غیرمساوات حل کړئ.

حل: د غیرمساوات د حل سټ پیداکولو لپاره لومړی کسري افاده یو وار د صفر څخه کوچنی یا لویه لیکو:

$$\frac{2x}{5x+3} \geq 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{2x}{5x+3} - 1 \geq 0$$

$$\frac{2x-(5x+3)}{5x+3} \geq 0 \Rightarrow \quad \frac{-3x-3}{5x+3} \geq 0$$

$$-3x-3=0 \Rightarrow x=-1$$

$$5x+3=0 \quad \Rightarrow x=\frac{-3}{5}$$

اوس د غیرمساوات د علامې د ټاکلو له جدول څخه د غیرمساوات حل په لاس راوړو.

x		-1		$-\frac{3}{5}$	
$-3x-3$	+	0	−		−
$5x+3$	−		−	0	+
$\frac{-3x-3}{5x+3}$	−	0	+ د نامساوي حل	نه دی تعریف شوی	−

له پورتنی جدول په پاملرنې سره د غیرمساوات حل عبارت دی له: $\{x \in IR : -1 \leq x < \frac{-3}{5}\}$

په بشپړ ډول د کسري نامساوي د حل لپاره په لاندې ډول پر مخ ځو:

- غیرمساوات داسې لیکو چې له صفر څخه کوچنی یا لویه وي.
- غیرمساوات د علامو د ټاکلو له جدول څخه د غیرمساوات د حل سټ په لاس راورو.

حل: د غیرمساوات د حل سټ پیداکولو لپاره لومړی کسري افاده یو وار د صفر څخه کوچنی یا لویه لیکو:

$$\frac{2x}{5x+3} \geq 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{2x}{5x+3} - 1 \geq 0$$

$$\frac{2x-(5x+3)}{5x+3} \geq 0 \Rightarrow \quad \frac{-3x-3}{5x+3} \geq 0$$

$$-3x-3=0 \Rightarrow x=-1$$

$$5x+3=0 \quad \Rightarrow x=\frac{-3}{5}$$

حل ته که وګورو، نو له نامساوات څخه ګران لیکونکی مساوات ته راغلی، چې دا کار ناسم دی.
هغه ریاضیکي حل چې په دې برسیره د داسې نامساواتو کیږي، محترم لیکونکي نه دی کړی.
د هغې حل لپاره زما ستر کتاب وګوری، چې دی ته ورته په کې شته:

د نهم ټولګي کتاب ته کتنه هم دلته رالندوو.

لسم ټولګي ته:

لسم ټولګی
له دې د مخه چې د ګران لیکونکی د الجبري افادې او ثابتې تعریف ته راځو، زه دا لاندې تعریف ورکوم:
متحوله: توري، چې د اعداد ځای نیونکي وي یا د اعداد ځای نیسي، متحولی بلل کیږي، چې د x,y,z,... سره ښول کیږي. نوري نومونې یې : مجهولې واریابلې، تغیرخوړونکي او اوښتونکي دي.

ثابته یا ثل همغه: ثابت یا ثل همغه: هغه اعداد چې ثل همغه وي ، نو ثابتې یا ثل همغه بللکیږي، لکه ۴ و ۵ , e او π ، e د اویلر عدد او π د دایرې عدد دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندي کي به ترم يا افاده لږ زوره وڅیړو:
۲ - ترمونه terms, Termen : که په يوه لړی کي، يواځي ثابتي (همغه)، اووښتوني(مجهولي، واريابلي) نښلوني (نښلوني يعني جمع تفريق، ضرب او وېش(چي مخرج صفر نه وي)) او تخنيکي نخښي (نوکانو يا قوسونو کي رابندول) کارول شوي وي، ياني اړيکي نه وي کارول شوي، نو دي ته ترم ويل کيږي٠ ګورو چي په پيژند کي د جذر عمليه نه راځي، نو له دي امله ګرانو ليکونکو دلته او هم په نورو ځايونکي ادا سم نه دي ليکلي، چي جذر کي متحولي نيول شوي وي.

که ترمونه اووښتوني ولري، نو د اووښتونو يوه ورزياته نخښه په نوکانو کي نيولکيږي، لکه :
$T(x); T(x,y)$

بيلګه
الف : ترم $126 + 3/4$ ، چي اووښتوني نه لري په Tسره په نخښه کوو او ليکو:
$T=126 + 3/4$
$$T = 126 + \frac{3}{4}$$

ب : ترم $10 + 2x$ چي اووښتوني x لري ياني $T(x) = 10 + 2x$ ٠ د اووښتونو بنسټيزی دي د پيدايښتی ګنونو- يا د طبيعي اعدادو ډيری °Nوي
تعريفيزی د بنسټيزی سره برابره ده، که په ترم کي د اووښتوني يا واريابلی x په ځاي يو پيدايښتي ګڼ 2 کيږدو، نو د

پ : $(x+2y)/x$ يا $\frac{x+2y}{x}$

دلته ماتلاندي يا مخرج اجازه نه لري، چي صفر وي.

د ترم $T(x,2y) = (x,y) /x$ يا $T(x,2y) = \frac{x+2y}{x}$

ارزښتشميرنه د $x=2$ او $y= 3$ لپاره په دي ډول ده $T(2,3) = (2+6) / 2 = 4$:

تاسو دا لاندي د پورته تعريف سره پرتله کړی، وبه ګوری، چي هغه تعريف، چي ګران ليکونکي راوړی د سټ تشريحي ليکنڈول دی د متحولي.

دريم مخ: عنوان: الجبري افادي

ليکونکی لاندي د متحول او ثابت تعريف داسي راوړي:

متحول او ثابت (variable and constant): متحول يو سمبول (Symbol) دی چې د يوه غير خالي سټ د هر عنصر په ځای وضع کيږي. د مثال په ډول که $A = \{x / x \in IN$ او $x \leq 10\}$ وي.

د پورته – له ما ورکړشړي - تعريف سره يي پرتله کړی. دا ده چي څه ليکلي، دا د سټ شننيز ليکنڈول دی.
بيا د متحول تعريف يا پيژند: متحول هغه لويه ده، چي د عددونو ځاينيونکي وي او ....
۶ – م مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

يوه الجبري افاده کيداى شي چې ناطقه، غير ناطقه او يا پوليټومي الجبري افاده وي. پوليټوم هغه يو يا
څو حده الجبري افاده ده چې د تورو توانونه يې د مکملو عددونو په سټ کې شامل وي.

په پورته تعريف کې به وګورئ، چې غيرناطقه الجبري افاده - د ليکونکي په موخه - نه شته، يعنې داسې افاده، چې متحول د جذر لاندې وي.

د پولينوم لپاره دا لاندې انګريزي هم وګورئ:

Polynomials

Polynomials are algebraic expressions that include real numbers and variables. Division and square roots cannot be involved in the variables. The variables can only include addition, subtraction and multiplication.

Polynomials contain more than one term. Polynomials are the sums of monomials.

A monomial has one term: 5y or $-8x^2$ or 3.
A binomial has two terms: $-3x^2$ 2, or 9y - $2y^2$
A trinomial has 3 terms: $-3x^2$ 2 3x, or 9y - $2y^2$ y

The degree of the term is the exponent of the variable: $3x^2$ has a degree of 2.
When the variable does not have an exponent - always understand that there's a '1' e.g., 1^x

Example:

x^2 - 7x - 6

(Each part is a term and x^2 is referred to as the leading term.)

Term	Numerical Coefficient
x^2	1
-7x	-7
-6	-6

$8x^2$ -3x -2	Polynomial	
$8x^{-3}$ +7y -2	NOT a Polynomial	The exponent is negative.
$9x^2$ +8x - 2/3	NOT a Polynomial	Cannot have division.
7xy	Monomial	

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پولینوم درجه او د پولینوم ډولونه

دا د پولینوم د لیکنې ډول دی، چې د درجې په جګیدونې ډول یا د درجې په ټیټیدونې ډول لیکل کیږي.

نزولي او صعودي پولینومونه
:(Descending and ascending Polynomes)

که یو پولینوم د متحول له لوړ توان څخه ټیټ توان ته ترتیب شوی وي، نزولي او که له ټیټ توان څخه لوړ توان ته ترتیب شوی وي، صعودي ترتیب ورته وایي.

داسي عنوان نه شته. هغه د پولینوم د د درجې جګیدنه او ټیټیدنه ده یعنې د پولینوم لیکنه د ascending or descending order په ترتیب دی. د پولینوم جګیدنه او ټیټیدنه خو دپولینوم د لیکنو له لارې نه شی روښانه کیدی.

که پولینوم له یوه توري څخه جوړ شوی وي، د دې توري لوړ توان د پولینوم درجه ده او که پولینوم له ډېرو تورو څخه جوړ شوی وي، د لوړ توان لرونکي مونوم درجه د دې پولینوم درجه ده. هغه پولینومونه چې یو متحول ولري او د مشابه حدونو ضریبونه یې سره مساوي وي، د معادلو پولینومو په نامه یادیږي. او هغه پولینوم چې د ټولو حدونو توانونه یې سره مساوي وي، متجانس پولینوم دی.

پولینوم زیات وخت له یوه توري نه جوړیږي. ستا موخه ده ، چې که پولینوم یوه متحوله یا مجهوله ولري. نه د توري لوړ توان بلکه د مجهول یا متحول لوړ توان.

د x د یوه راکړ شوي قیمت لپاره د $P(x)$ په پولینوم کې د x پر ځای راکړ شوی قیمت وضع کړو، د پولینوم قیمت په لاس راځي که په یوه پولینوم کې د توري (متحول) پر ځای یو وضع شي د پولینوم د ضریبونو مجموعه په لاس راځي.

د لومړۍ جملې سمه، لنډه او پوهوړ لیکنه:
که په p(x) کې دx پرځای د x لپاره یو راکړشوی قیمت وضع کړو، د پولینوم قیمت په لاس راځي.

اووم مخ:
د پولینوم درجه او د پولینوم ډولونه

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$3x$ يا $16x$ ته مونوم يا (Monomial) (يو حده)الجبري افاده وايي. $x-4$ يا $ab-y$ ته
باينوم (Binome) يا (Binomial) (دوه حده) الجبري افاده وايي او د $2x^3-x-1$ الجبري
افاده ترينوم (Trinomial) (درې حده) الجبري افاده ده او $\sqrt{2x}-\frac{1}{y}+1$ الجبري افادې ته
مولتينوم (Multinomial) وايي.
ځيني وختونه پولينوم له يو، دوه، درې او څو متحولونو څخه جوړ شوی وي.
د $2x^3-8x^2+7x+11$ پولينوم د يو متحول، $2x^3-3y$ پولينوم د دوه متحولونو او
$x+y+z$ د دريو متحولونو لرونکی پولينوم دی چې په لاندې جدول کې ښودل شوي دي.

په الماني ادبياتو کې د مولتينوم څخه په دې موخه لکه چې ليکونکی ترې غږيږي نه شته او د دې په ځای يې هغه غوره پولينوم دی، چې مونوم، بينوم او ترينوم هم په دې بنسټ تعريف شوي دي.
زموږ ليکونکي د ډېرو شيانو لپاره د ،، حد،، وي کاروي. موږ خو حد هغه د پېنتو پولې ته وايو، چې زموږ اديبان ورته په ډېره مينه بريد وايي. مونوم هغه پولينوم دی، چې يو غړی ولري. يا په بل عبارت مونوم هغه لويه ده، چې له يوه غړي جوړه وي. يعني ثابتې، ثابتي او واريابلې يا متحولې او .... څخه د يو بل سره د ضرب په حالت کې جوړه لويه. دا پورته، چې متحوله په مخرج کې ده او د جذر لاندې هم يوه الجبري افده نه ده.

- A **monomial** is the product of non-negative integer powers of variables. Consequently, a monomial has NO variable in its denominator. It has one term. (mono implies one)
  13, $3x$, -57, x^2, $4y^2$, $-2xy$, or $520x^2y^2$
  (*notice:* no negative exponents, no fractional exponents)

- A **binomial** is the sum of two monomials. It has two unlike terms.
  (bi implies two)
  $3x + 1$, $x^2 - 4x$, $2x + y$, or $y - y^2$

- A **trinomial** is the sum of three monomials. It has three unlike terms. (tri implies three)
  $x^2 + 2x + 1$, $3x^2 - 4x + 10$, $2x + 3y + 2$

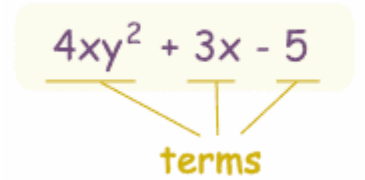
- A **polynomial** is the sum of one or more terms. (poly implies many)
  $x^2 + 2x$, $3x^3 + x^2 + 5x + 6$, $4x - 6y + 8$

Polynomials are in **simplest form** when they contain no like terms.
$x^2 + 2x + 1 + 3x^2 - 4x$ when simplified becomes $4x^2 - 2x + 1$

Polynomials are generally written in **descending order**.
Descending: $4x^2 - 2x + 1$ *exponents of variables decrease from left to right*

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library



example of a polynomial

this one has 3 terms

يو مولتينوميال لکه ګران ليکونکي، چي ليکلی د مونوميال او... کورنی سره څه اړيکه نه لري.
پولينوميال، چي يو غړی ولري مونوميال بلل کيږي او داسي نور.

موږ چي پولينومونه راوړو، نو يوه واريابله به لري او نه زياتي.

اوو لسم مخ

که پولينوم له يوه توري څخه جوړ شوی وي، د دې توري لوړ توان د پولينوم درجه ده او که پولينوم له ډېرو تورو څخه جوړ شوی وي، د لوړ توان لرونکي مونوم درجه د دې پولينوم درجه ده. هغه پولينومونه چې يو متحول ولري او د مشابه حدونو ضريبونه يې سره مساوي وي، د معادلو پولينومو په نامه يادېږي. او هغه پولينوم چې د ټولو حدونو توانونه يې سره مساوي وي، متجانس پولينوم دی.

دا څه معنا لري، چې که پولينوم له يوه توري يا ډېرو تورو څخه جوړ وي؟ د محترم ليکونکي موخه د توري څخه متحوله ده، يعني که يوه – يا دوه - او يا ... متحولې ولري، توري خو ضريبونه هم کيدی شي، چې متحول نه دي.
ليکونکي د ليکنې له لارې د ليکلو سره ستونځې لري. هغه څه چې دی غواړي بايد د رياضي فرمول له لارې ګوته ونيسي.

۱۴ مخ
زه نه پوهيرم، چي محترم ليکونکي دلته د دايرې او د مثلث مساحت تاکل ولې د پولينومونو لپاره راوړي. دا هندسه ده او هلته تعريف او تشريح دي. دا په هندسه کې د ځانګړو فرمولونو له لارې تعريف شوي. بيا هم دلته متحولې کومې دي او پولينوم دلته څنګه تعريف شوی. په پولينوم کې خو جذر نه دی تعريف.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم مثال: لکه څرنګه چې پوهیږئ د دایرې محیط (Circumference) د $C = 2\pi r$

له فورمول څخه لاس ته راځي چې که $\pi = \frac{22}{7}$ او r د دایرې شعاع وي.

که د یوې دایرې شعاع $r = 3\frac{1}{2}cm$ وي، ددې دایرې محیط (C) پیدا کړئ.

حل:

$$C = 2\pi r = 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{7}{2} cm = 22cm$$

څلورم مثال: که b, a او c د مثلث د ضلعو اوږدوالی او p د مثلث د محیط نیمايي وي یعنې

$p = \frac{a+b+c}{2}$، د مثلث مساحت د دې فورمول په واسطه لاس ته راځي.

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

که په یوه مثلث کې د ضلعو اوږدوالی $b = 12cm, a = 9cm$ او $c = 15cm$ وي، ددې مثلث مساحت پیدا کړئ.

حل:

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{9+12+15}{2} = \frac{36}{2} = 18cm$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{18(18-9)(18-12)(18-15)}$$

$$= \sqrt{18 \cdot 9 \cdot 6 \cdot 3} = \sqrt{2 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 9^2} = 2 \cdot 3 \cdot 9 = 54cm^2$$

فعالیت

د استوانې حجم د $V = \pi r^2 h$ له فورمول څخه لاس ته راځي، چې V د استوانې حجم، r د قاعدې شعاع او h د استوانې لوړوالی دی. که د یوې استوانې $r = 5cm$ او $h = 21cm$ وي، ددې استوانې حجم پیدا کړئ.

که ګران لیکونکی دا پورته بیلګې د پولینومونو لپاره هم راوړې،، پولینوم کې مو لاتراوسه مساوات نه دي تعریف کړي.
سړی کړی شي، چې پولینوم متحولو ته ارزښتونه ورکړي او بیا د پولینوم ارزښت وټاکي. سره له دې هم دا هم دا
۹ندسې بیلګې ناسمې دي.
د پورته دریم او څلورم تمرین لیکنه له یوې خوا د ژبې له امله پوره ستونځې لري او له بلې خوا نه پوهیږو، چې په
پورته کې متحوله یا مجهوله کومه ده. دلته هندسي موضوعات حل شوې.
داسې پوښتنه څوک نه کوي، لکه دا لاندې.

...،، له فورمول څخه لاس ته راځي چې که $\pi = \frac{22}{7}$ او r د دایرې شعاع وي. ،، چې که $\pi = \frac{22}{7}$ نه دی بلکه $\pi = \frac{22}{7}$
داسې دی.
پوښتنه فقط داسې ده: که ورانګه ... وي، نو د ګردی یا دایرې محیط پیدا کړی. دا لا د مخه ټولګیو کې شمیرل شوي او
فرمولونه یې هم ورکړي دي. نه پوهیږم، چې محترم لیکونکي، دا ولې په پولینومونو کې راوړي؟
۱۵ مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$1^4+4\cdot1^3\cdot1+6\cdot1^2\cdot1^2+4\cdot1\cdot1^3+1^4=1+4+6+4+1=16$$

شپږم مثال: د $(x-3y)^4$ د ضريبونو مجموعه پيدا کړئ.

حل:

$$(1-3\cdot1)^4=(1-3)^4=(-2)^4=16$$

اووم مثال: د $(7x^2-5x-1)^{600}(2x^3-1)^{17}(x+2)^4$ د ضريبونو مجموعه په لاس راوړئ.

حل:

$$(7\cdot1^2-5\cdot1-1)^{600}(2\cdot1^3-1)^{17}(1+2)^4=(1)^{600}(1)^{17}(3)^4=81$$

اتم مثال: که ددې توپ شعاع 6cm وي ددې توپ حجم پيدا کړئ.

حل:

$$V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi(6cm)^3=\frac{4}{3}\pi(216cm^3)=288\pi cm^3$$

د x ديوه راکړ شوي قيمت لپاره د $P(x)$ په پولينوم کې د x پر ځای راکړ شوی قيمت وضع کوو، د پولينوم قيمت په لاس راځي که په يوه پولينوم کې د توري (متحول) پر ځای يو وضع شي د پولينوم د ضريبونو مجموعه په لاس راځي.

د .... راکړ شوي قيمت لپاره .... د...پر ځای راکړ شوی قيمت وضعه کوو.

داسي به بنه وای: که د $P(x)$ په پولينوم کې د x پر ځای راکړ شوی قيمت وضع کوو، د پولينوم قيمت په لاس راځي

۶۹ ـ ۷۰

د تابع تعريف به هم داسي ورکړم: که د يوه سټ هر توکي د يوه بل سټ يا خپل ځان په تيک يوه توکي تنظيم شي، نو دا نظم فنکشن (تابع) بلل کي(نور يي غزوم نه).

ګران ليکونکی له تابع څخه غږيږي او په رښتيا چي څه ليکي هغه د تابع سره سر او کار نه لري. دي مساحت ته ځي بيا حجم معلوموي. ته نه پوهيږي، چي دا څرنګه د رياضي د تابع څيرل دي. که دلته مستقله مجهوله او تابع مجهوله وي، بيا به دا يو مربع مساوات وي، چي هغه داسي نه دي او نه داسي ليکل کيږي. د دي کاپي لاندې مربع تابع تعريف شوی ده.

که فکر وکړو، نو جمع، تفريق او ضرب هم د فنکشن په څير تعريفولی شو، خو دا کار نه کوو، ځکه چي موږ کلاسيک مخ ته ځو.

ليدل کيږي چې نفوس (Population) يا P د وخت (t) تابع ده يا $p=f(t)$

3 - د دايرې مساحت (A)، د دايرې شعاع (r) پورې اړه لري ($A=\pi r^2$)

4 - د کرې حجم (V) د کرې په شعاع (r) پورې اړه لري چې د $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ د معادلې په واسطه ښودل کيږي.

مربع تابع څه شي دی؟

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

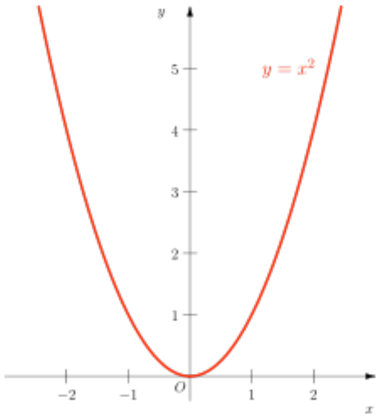
که موږ له مربع واورو، نو سملاسي مو د هندسي مربع ته پام اوړي، خو په رياضي کې د دوه په توان تابع ته مربع تابع وايي او د دري په توان تابع ته مکعب تابع، او دا داسي ليکل کيږي

$f(x) = x^2$; $f(x) = x^3$

$f(x) = ax^2 + bx + c$ د $a \neq 0$ سره

او $f(x) = x^2$ دالاندي ګراف لري: ګورو چي دا کږه(منحني) ده او نه سطحه.

زموږ سر او کار د داسي ليکنوسره دی. ما پورته وويل، چي جمع، ... د فنکشن په څير ليکلی شو، خو اوس دلته د ښوونځي لپاره دا کار نه کوو.



ګورو، چي دلته د سطحي څخه څه نه ليدل کيږي او نه د حجم څخه.

زه نه پوهيږم، چي ګران ليکونکي دا له کومه ځايه ليکي؟

ګورو، چي په دايره کي ساين او... فنکشنونه دي، خو د هغي سره موږ دلته سر او کار نه لرو، هغه په خپل ځای کي څيرلکيږي، ځکه چي هغه الجبري فنکشنونه يا توابع نه دي.

د تابع تعريف: که چيري د يوه سټ هر توکي د يوه بل سټ ټيک له يوه توکي سره ترتيب يا په نظم کي راشي، نو دا فنکشن (تابع) بلل کيږي. نورو ځايونو کي هم دا تعريف راغلی.

تاسو دا لاندي د پورته تعرف سره پرتله کړی، وبه ګوری، چي هغه تعريف، چي ګران ليکونکي راوړی د سټ تعريف دی او نه متحولي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

متحول او ثابت (variable and constant): متحول يو سمبول (Symbol) دی چې د يوه غير خالي سټ د هر عنصر په ځای وضع کيږي. د مثال په ډول که

$A = \{x / x \in \mathbb{N}$ او $x \leq 10\}$ وي.

نو د A په سټ کې x له يوه څخه تر 10 پورې د طبيعي عددونو قيمتونه اخيستلای شي. x ، ته متحول(Variable) وايي. عموماً متحولونه د انګليسي ژبې د کوچنيو تورو لکه z, y, x او نورو په واسطه ښودل کيږي.

د يوه عدد قيمت تغير نه کوي، لکه د 4 عدد هيڅکله له 5 يا 3 او يا کوم بل عدد سره مساوي کيدای نه شي، نو ټول حقيقي عددونه ثابت (Constants) دي.

د حقيقي عددونو سربيره د انګليسي د ژبې توري لکه ...a, bc او نور هم د ثابتو پر ځای کارول کيږي.

الجبري افاده (Algebraic Expression): کيدای شي الجبري افاده له يوه ثابت، يو متحول او يا د ثابتو او متحولونو له ترکيب څخه جوړه شوې وي. د الجبري افادو لاندې مثالونه وګورئ.

$5\sqrt{x}$ ، $4x+5+\frac{15}{t^2}$ ، $\sqrt{3}x$ ، x^2-x+1 ، x ، -12 ، 12 او داسې نور.

په مثال کې د متحولې د جذر لاندې نيول يې الجبري افاده نه ده.

۴ مخ

په $3x^2$ الجبري افاده کې 3 ته **ضريب** (Coefficient) وايي. په $-\frac{1}{2}y$ کې د $-\frac{1}{2}$ عدد او په x کې (1) ضريب دی. $-3x^5y^5$ او $15x^5y^5$ **مشابه حدونه** (Liketerms) دي چې مشابه متحولونه او مساوي توانونه لري، يوازې عددي ضريبونه يې سره توپير لري.

د الجبري افادو ډولونه: الجبري افادې په دريو ډولو دي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د الجبري افادو ډولونه: الجبري افادې په دریو ډولو دي.

1- پولینومي الجبري افادې (Polynomial algebraic expressions)

پولینوم: هغه یوه یا څو حده الجبري افاده، چې د تورو توانونه یې د مکملو عددونو په سټ ک

شامل وي، پولینوم نومیږي. x^3-x+1 ، $2x^2+x-1$ ، $x-1$ ، 12 او نور پولینومونه دي، خ

$x^{-2}+x-1$ ، $\frac{1}{x}+x$ او $x^3+\sqrt{x}+\frac{y}{x^2}$ پولینومونه، نه دي، یا د پولینوم مشخصې دا دي:

- د ټولو متحولونو توانونه یې مکمل عددونه وي.
- په مخرج کې متحول ونه لري.
- متحول تر جذر لاندې نه وي.

لومړی مثال: په $a)\sqrt{2}x$ ، $b)2\sqrt{x}$ ، $c)\frac{1}{y^2}-\frac{2}{x^3}$ ، $d)x^{\frac{1}{2}}$ ، $e)x^{-3}+x^2$

$f)8p^2+p^{22}$ $g)9x^2-\frac{7}{x^2}$ ، $h)88$ ، $i)6a^2-4a$ افادو کې:

h، a او i پولینومونه دي، خو b, c, d, e, f او g پولینومونه، نه دي. په یاد ولرئ چې هر پولینو

یوه ناطقه الجبري افاده ده، خو هره ناطقه الجبري افاده پولینوم نه دی. د مثال په ډول:

$x^3+\frac{y}{x^2}+\frac{y}{x}+y^3$ یوه ناطقه الجبري افاده ده، خو پولینوم نه دی.

12 هم یو پولنیوم دی ځکه چې: $12=12x^0$ دی او صفر هم د مکملو عددونو په سټ کې شام

دی، خو $5\sqrt{x}$ او $\frac{5}{x^3}$ پولینومونه نه دي، ځکه $5\sqrt{x}=5x^{\frac{1}{2}}$ ، $\frac{5}{x^3}=5x^{-3}$ چې $\frac{1}{2}$ او 3-

د مکملو عددونو په سټ کې شامل نه دي.

پولینوم د یو توري په واسطه لکه P ښودل کیږي، یو پولینوم چې له یو متحول څخه جوړ شوی و

۵ او ۶ مخونه

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

عمومي شکل يې په لاندې ډول دی.

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_1 x + a_0$$

n يو مکمل عدد او $a_1, a_2, \ldots a_{n-1}, an$ ضريبونه دي چې حقيقي عددونه دي. که $a_n \neq 0$ نو n د پولينوم درجه ده.

فعاليت

له -8 ، $-8x^2$ ، $\sqrt{8}x^3$ ، $\frac{1}{x}$ ، x ، $2x^3 - x^2$ او $8\sqrt{x}$ الجبري افادو څخه کومه يوه يې پولينوم دی او کومه يوه پولينوم نه دی؟

دويم مثال: د $P(x) = -5x^3 + x^2 - x + 12$ په پولينوم کې، $n = 3$ ، $a_n = -5$ ، $a_1 = -1$ و $a_0 = 12$ دی. او د $11x^2 - 1$ په پولينوم کې، $n = 2$ ، $a_n = 11$ ، $a_1 = 0$ ، او $a_0 = -1$ دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

له -8، $-8x^2$، $\sqrt{8}x^3$، $\frac{1}{x}$، x، $2x^3-x^2$ او $8\sqrt{x}$ الجبري افادو څخه کومه یوه یې پولینوم دی او کومه یوه پولینوم نه دی؟

دویم مثال: د $P(x)=-5x^3+x^2-x+12$ په پولینوم کې، $n=3$، $a_n=-5$، $a_1=-1$ و $a_0=12$ دی. او د $11x^2-1$ په پولینوم کې، $n=2$، $a_n=11$، $a_1=0$، او $a_0=-1$ دی.

2- ناطقه الجبري افاده (Rational algebraic expression):

که یوه الجبري افاده د $\frac{p}{q}\ (q\neq 0)$ په شکل ولیکلای شو چې p او q پولینومونه وي. داسې الجبري افادې ته ناطقه الجبري افاده وايي. د مثال په ډول $x^2-\frac{1}{x^2}$ چې د $\frac{x^4-1}{x^2}$ په شکل یې هم لیکلای شو چې یو متحول لري یوه ناطقه الجبري افاده ده. څرنګه چې هرې الجبري افادې ته یو مخرج ورکولای شو، نو (x^2-1) هم یوه ناطقه الجبري افاده ده، څکه چې $x^2-1=\frac{x^2-1}{1}$ دی.

3- غیر ناطقه الجبري افاده (Irrational algebraic expression):

داسې یوې الجبري افادې ته چې د دوو پولینومونو د خارج قسمت په بڼه یې نه شو لیکلای، غیر

331 seit

شپږم مثال: $2x-3y+6=0$ معادله په نورمال شکل واړوئ.

حل: د معادلې دواړه خواوې په $\sqrt{2^2+(-3^2)}=\pm\sqrt{13}$ باندې ویشو. ددې لپاره چې ښي خوا مثبت وي د $\sqrt{13}$ علامه باید منفي ونیول شي:

$$\frac{2x-3y+6}{-\sqrt{13}}=0 \text{ یا } -\frac{2}{\sqrt{13}}x+\frac{3}{\sqrt{13}}-\frac{6}{\sqrt{31}}=0$$

نو θ په دویمه ناحیه (ربعه) کې ده.

د مثلثاتي جدول څخه لرو چې $\theta=123^\circ 40'$ ده نو ددې مستقیم خط نورمال معادله عبارت ده له:

$$x\cos 123^\circ 40' + y\sin 123^\circ 40' - \frac{6}{\sqrt{13}}=0$$

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

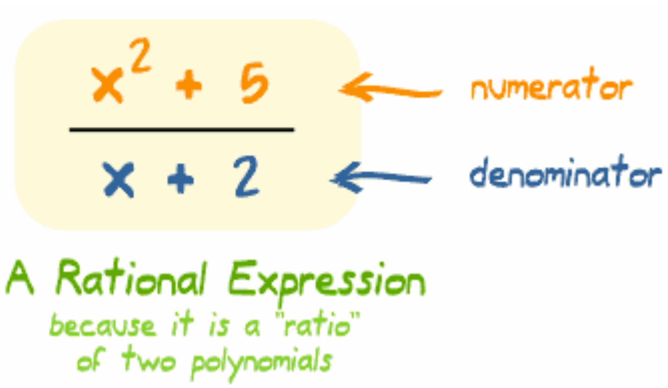
ناطقه الجبري افاده وايي، لکه: $\sqrt{xy}$، $\frac{1}{\sqrt{x^2+5}}$ او $\sqrt{y^2+1}$ د غير ناطقو الجبري افادو مثالونه دي.

يوه الجبري افاده کيدای شي چې ناطقه، غير ناطقه او يا پولينومي الجبري افاده وي. پولينوم هغه يو يا څو حده الجبري افاده ده چې د تورو توانونه يې د مکملو عددونو په سټ کې شامل وي.

دا لاندې انګرېزي ستونځې حل کوي.

Rational Expressions

An expression that is the ratio of two polynomials :



It is just like a fraction, but with polynomials.

Other Examples:

$$\frac{x^3+2x-1}{6x^2} \qquad \frac{2x+9}{x^4-x^2}$$

Also

$$\frac{1}{1-x^2}$$

The top polynomial is "1" which is fine.

$$2x^2+3$$

Yes it is! As it could also be written:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{2x^2+3}{1}$$

But Not

✖	$\frac{2-\sqrt{x}}{4-x}$	the top is not a polynomial (a square root of variable is not allowed)
✖	$\frac{1-x}{1+\frac{1}{x}}$	1/x is not allowed in a polynomial

In General

A rational function is the ratio of two polynomials P(x) and Q(x) like this

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$$

Except that Q(x) cannot be zero (and anywhere that **Q(x)=0** is undefined)

كه تاسو په كمپيوتر(شميروني) كې ايراشنل الجبرايک اكسپرېشن وركړي، نو پرته له راشنل به بل څه په كې پيدا نه كړی. نه پوهيږم، چې ليكونكي به دا له كومه ځايه ليكلي وي. دا مې په ډېرو كتابونو او نت كې وكتل.
ما په انګليس ادبياتو كې يوځای ولوستل چې: ايراشنل الجبرايک اكسپرېشن هغه دی، چې د پولينوم وېش له لارې نه شي ليكل كيدی. بيلګه يې هم نه وه او په پورته له ماخخه راوړ شوي تعريف كې هم نه شته.
الجبري

يوه الجبري افاده كيدای شي چي ناطقه، غير ناطقه او يا پولينومي الجبري افاده وي. پولينوم هغه يو يا څو حده الجبري افاده ده چي د تورو توانونه يې د مكملو عددونو په سټ كې شامل وي.

په لاندې به د كوم توري توان موخه وي
$a^3x^2+b^3x+c$
پورته ټول توري دي، نو كوم يو به د پولينوم درجه وي؟ رياضي يو ډېر څرګند علم دی او بايد هر څه يې څرګند روښانه وركړل شوي وي.

موږ رياضي كې اوس له ځانه څه نه ليكو، دا مو يا بايد له نورو كتابونو زده كړي وي او يا مو له نورو كتابون را اخستي وي................

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

له ۳۹۳ - ۳۹۵ پورې

د رياضي منطق

دا لاندې درې مخونه ما د رياضي له منطق څخه رانيولي. زه نه پوهېږم، چې دلته ده څه او څنګه ليکلي، خو د رياضي منطق په کې نه شته او زورول دي. زه نه پوهېږم، چې ،،د شهودي درک استدلال،، او همداسې د ،، استقرايي استدلال،، په ګران ليکونکي له کومه ځايه رانيولي وي. که دا بيا يوبل ډول منطق وي، نو په هغې بيا زه نه پوهېږم، د رياضي له منطق سره سر او کار نه لري.

د شهودي درک استدلال:

پخوا تر ډيرو پېړيو پورې خلکو فکر کاوه چې ځمکه هواره ده او ستورې د ځمکې پر شاوخوا څرخيږي.

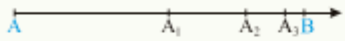
ايا پوهيږې چې ځمکه کروي ده؟

ايا لمر دځمکې پر شاوخوا او که ځمکه د لمر پرشاوخوا څرخيږي؟

تعريف: هغه طبيعي يا حسي پوهه چې ذهن په مرسته ديوې موضوع سموالی يا حقيقت او يا يو مفهوم پر ته له استدلاله قبلوو، له شهودي درک څخه عبارت ده چې کيدلی شي، دوخت په مختلفو مرحلو کې يوله بله سره توپير ولري.

فعاليت

د لاندې شکل په نظر کې نيولو سره د مستقيم خط پر مخ د A او B دوې نقطې په پام کې ونيسئ:



يو سړی غواړي چې ددې مستقيم خط پر مخ د A له نقطې څخه په دې ډول د B نقطې ته لاړشي چې د $\overline{AB}$ د قطعه خط منځنی نقطه A_1 کې توقف وکړي او بل وار چې د A_1 نقطې ته رسيدلی دی، ددې لپاره چې د B نقطې ته ورسيږي، بياد A_2 په نقطه (د $\overline{A_1B}$ د قطعه خط دتنصيف نقطه) کې توقف وکړي، که په همدې ډول دوام ورکړي، نو لاندې پوښتنو ته ځوابونه ورکړئ:

- ايا په پورته ډول چې د خط پر مخ د هرو دوو نقطو په منځنی نقطه کې توقف وکړي، پای لری؟
- که په همدې ډول تر پايه دوام ورکړئ، دا سړی به د B نقطې ته ورسيږي؟
- که دا سړی توقف و نه کړي او يا له لارې بېرته راونه ګرځي، نو نه يوازې چې د B نقطې ته به ورسيږي، بلکې ترې تير به هم شي. په دې اساس ددې مسلئې د واقعيت او ستاسو د شهودي درک ترمنځ څه توپير شته؟

- دويم زده کوونکي هم شوخي کړې ده.
- ناروغه دی، نه غواړي چې په ټولګي کې واوسي.

له تعريف او د زده کوونکو له فعاليت څخه لاندې نتيجه پلاس راځي:

نتيجه: قياس يا تمثيل په حقيقت کې د مختلفو مفهومونو په منځ کې دورته والي پيداکول دي. له دې سببه تمثيلونه کيدای شي، د ډيرو مفهومونو يا درياضي د قضيو د درک کولو لپاره شهودي زمينه پيداکړي. تمثيلي استدلال د ثبوت په حيث نه شمارل کيږي، بلکې د ثبوت لپاره زمينه برابروي.

لومړی مثال: په عامه ژ به(مارخوړلی له برګ پرې څخه داريږي) دا يو قياسي استدلال دی، څکه چې برګ پرې د مارسره پر تله شوی دی او دهغوی په منځ کې ورته والی ليدل شوی دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

استقرايي استدلال:

يو زده کوونکی په لومړني صنفي ازموينه کې 100 نمرې اخلي او په دويم او دريم صنفي ازموينوکې هم 100 نمرې اخلي.
په اخرني ازموينه کې څه نتيجه اخيستلای شئ چې دا زده کوونکی به څونمرې واخلي؟

فعاليت

د مسلسلو طاقو طبيعي عددونو د جمعې حاصل په پام کې نيسو، ددې کار لپاره د يو 1 له عدد څخه پيل وکړئ او خالي خليونه ډک کړئ

$1+3= \square = (\quad)^2$

$1+3+5= \square = (\quad)^2$

$1+3+5+7= \square = (\quad)^2$

$1+3+5+7+9= \square = (\quad)^2$

پورتنيو پوښتنو ته په پاملرنې سره ليدل کيږي چې د طاقو طبيعي عددونو د جمعې حاصل د طبيعي عددونو د شمير له پوره مربع سره مساوي دی.

- آيا کولای شو نتيجه واخلو چې هر وخت د طاقو مسلسلو عددونو د جمعې حاصل ددې عددونو د شمير له مربع سره مساوي دی؟
- کوښښ وکړئ له n طاقو مسلسلو عددونو د جمعې د حاصل لپاره فورمول په لاس راوړئ.

د پورتني فعاليت د سرته رسولو په اساس لاندې نتيجه په لاس راځي.

نتيجه: استقرايي استدلال د يو شمير مشاهد و پر بنسټ د عمومي نتيجې اخيستنې طريقه ده. په حقيقت کې يوې کوچنۍ نمونې ته په لويه نمونه عموميت ورکول دي.

لومړی مثال: (موږ د خروار نمونه ده) داخبره استقرايي استدلال ته اشاره کوي، ځکه په دې مثال

په هر صورت داپورته د پوهيدلو لپاره پوره ستونځې لري. د رياضي منطق خورا ساده دی او زه له دې امله وړانديز هم کوم، چې د اووم ټولګي په سر کې دې راشي.

Was ist eigentlich ein algebraischer Ausdruck?

Statt Ausdruck kann man auch Term sagen: Es sind Summen und Produkte, die Variablen enthalten. Bei einem "algebraischer Ausdruck" kommen von den Variablen auch Potenzen vor. Haben alle Potenzen einen natürlichen Exponenten nennt man den algebraischen Ausdruck auch ganzrationalen Ausdruck oder Polynom in einer bestimmten Variable. Ein Bruch von zwei ganzrationalen Ausdrücken heisst ein gebrochen rationaler Ausdruck.

An algebraic expression that cannot be written as a quotient of polynomials.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

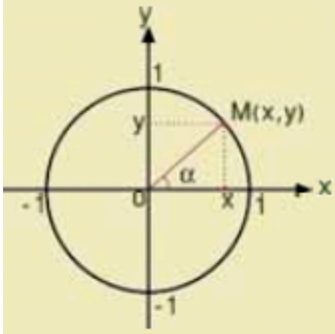
يولسم ټولګی
د ۱۱ – م ټولګي په درس کې د ترادفونو درس هم شامل دی. په ترادفونو کې هغه غوره او اصلي د څیړني موخه يې د ترادفونو پولي ته تلنه یا نه تلنه یا په انګریزي يې کونورګنت او ديوګنت دي، چې محترم ليکونکي دا هلته نه دي څیړلي.

مثلثاتي مطابقتونه

Trigonometry identities

پــوهيږو چــې $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ يــو الجبــري مطابقــت دی، ځکــه د a او b پــه ټولــو قيمتونــو ســره د مساوات داوړه خواوې برابريږي.

آيا $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ يو مثلثاتي مطابقت کیدلی شي؟



فعاليت

- په لاندې جدول کې د α د مختلفو قيمتونو لپاره د A او B افادو قيمتونه بشپړ کړئ.

α	$A = \dfrac{\cot\alpha}{\csc-1}$	$B = \dfrac{\csc\alpha+1}{\cot\alpha}$

تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاويې په ټولو قيمتونو سره ، د مساوات دواړه خــواوې برابــرې شــي، مثلثاتي مطابقت بلل کيږي،لکه: $\dfrac{\cot\alpha}{\csc\alpha-1} = \dfrac{\csc\alpha+1}{\cot\alpha}$

دا برخه يې پوره نیمګړې پرېښودې ده.
د وکتور شمیرنه يې هم پوره او مناسب نه ده څیړلې.
زه د ۱۱ – م ټولګي کتاب کې هندسي برخې ته داسې لړ ګوته نيسم:

۶۳ – مخ

ورکړشوی عنوان:
مثلثاتي معادلې

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د β د مختلفو قیمتونو لپاره د $1+\tan^2\beta=\sec^2\beta$ او $1-2\sin\beta=0$ ترمنځ څه ډول اړیکې شتون لري.

_ آیا $1+\tan^2\beta=\sec^2\beta$ یو مطابقت دی، که یوه معادله؟

_ آیا $1-2\sin\beta=0$ یو مطابقت دی، که یوه معادله؟

له پورتني فعالیت څخه لاندې تعریف په لاس راځي.

تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاویې په ځینو قیمتونو سره د مساوات دواړه خواوې مساوي کېږي، مثلثاتي معادله بلل کېږي.

هر مثلثاتي مطابقت یوه معادله کېدلی شي، خو هره مثلثاتي معادله، مثلثاتي مطابقت نه شي کېدلای.

هره مثلثاتي معادله له لاندې څلورو حالتونو څخه په یو حالت باندې حلولای شو.

مطابقت خو مساوات یا معادله ده، نو دا پوښتنه ولې؟ پوښتنه هم باید د پوښتنې منطق ولري.
پورته تعریف څخه داسې پوهیږو:
هغه مثلثاتي مساوات، چې ... د مساوات دواړه خواوې مساوی کیږي(د مساوات دواړه خواوې مساوي وي، دا د مساوات تعریف دی) مثلثاتي مساوات(معادلې) بلل کیږي.
مثلثاتي مساوات خو طبعاً مثلثاتي مساوات دي، که نه مثلثاتي مساوات مثلثاتي مساوات نه وي، نو بیا به څه وی؟

پورته پوښتنه شوې او له پوښتنې څخه یې لاس ته راوړنه بیا اعلان کړې. دا په دې معنا چې ګوندې د پوښتنې له ځواب یې وروسته بیاتعریف ترې لاس ته راوړي، او همداسې دا پورته تعریف کې چې څه راغلي، نه ژبه ده او نه ریاضي.
روښانه ونه: که چیرې دوه الجبري افادې (دلته مثلثاتي افادې) د مساوات نخښې له لارې سره تړلې وي، مساوات بلل کیږي. دلته مثلثاتي مساوات.

له یوې خوا مساوات او معادله همغه معنا ورکوي، خو چې موږ یې په افغانستان کې سره بیلوو، دا به ومنو، خو دا د مخه جمله وګوری:،، مساوات...و چې .. د مساوات دواړه خواوې مساوي وي. ،،. دا خو هیڅ نه وایي پرته له دې چې مساوات، چې ... مساوات ... مساوات معادله بلل کیږي.
که د پورته توپیر چا د دې لاندې سره و ښود- دا د مخه راغلی- نو ډېر به تکړه وي. زه خو نه پرې پوهیږم او دا چې دې لیکي په دې هم نه پوهیږم.

تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاویې په ټولو قیمتونو سره ، د مساوات دواړه خواوې برابرې شي، مثلثاتي مطابقت بلل کېږي،لکه: $\dfrac{\cot\alpha}{\csc\alpha-1}=\dfrac{\csc\alpha+1}{\cot\alpha}$

توپیر یې دا دی، چې په یوه کې ځنې او په بل ټول قیمتونه راغلي، خو مساوات خو لا له ورایه دي.
۶۵ ـــ م مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $\frac{\sin\alpha\cos\alpha\cdot\tan\alpha\cot\alpha}{1-\sin^2\alpha}$ مثلثاتي افاده ساده کړئ.

حل:

$$\frac{\sin\alpha\ \cos\alpha\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cdot\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}{\cos^2\alpha}=\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{\cos^2\alpha}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$$

دويم مثال: د $\sin^2\beta\cdot\cot^2\beta+\cos^2\beta\cdot\tan^2\beta+\tan^2\beta=1+\tan^2\beta$ مثلثاتي مطابقت ثبوت کړئ.

حل: په لاندې ډول افاده ساده کوو:

$$\sin^2\beta\cot^2\beta+\cos^2\beta\tan^2\beta+\tan^2\beta=\sin^2\beta\frac{\cos^2\beta}{\sin^2\beta}+\cos^2\beta\cdot\frac{\sin^2\beta}{\cos^2\beta}$$
$$+\tan^2\beta=\cos^2\beta+\sin^2\beta+\tan^2\beta=1+\tan^2\beta$$

دريم مثال: لاندې افاده د $\cos\beta$ له جنسه حساب کړئ.

$$(1-\sin^2\beta)\ \ (1+\sec^2\beta)=?$$

حل: $(1-\sin^2\beta)(1+\sec^2\beta)=\cos^2\beta(1+\frac{1}{\cos^2\beta})=\cos^2\beta(\frac{\cos^2\beta+1}{\cos^2\beta})=\cos^2\beta+1$

تريگونومتريکي مساوات:
يو تريگونومتريکي مساوات هغه دی،، چې په هغه کې د ټاکلکيدو متحوله د تريگونومتريکي توابعو په مستقله متحوله کې منځ ته راشي.

بيلگه:
تريگونومتريکي مساوات

$$\sin\ x=\cos\ x$$

کې کيدی شي سړی د $\cos x=\sqrt{1-\sin^2\ x}$ اړيکو د بڼه بدلون له لارې و

$$\sin\ x=\sqrt{1-\sin^2\ x}.$$

واړوي.

د مربع کولو له لارې لرو

$$\sin^2\ x=1-\sin^2\ x$$

نو دی

$$\sin\ x=\pm\sqrt{\frac{1}{2}}$$

د دې حل سره

$$x=45^\circ\pm k\cdot 90^\circ\quad (k=0,1,2,...)$$

همداسې د قوس اندازې له لارې

$$x=\frac{\pi}{4}\pm k\cdot\frac{\pi}{2}\qquad (k=0,1,2,...).$$

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا چې مربع بنه بدلون ورته يا اکويوالنت بنه بدلون نه دی، نو دا حل بايد په وتونمساوات کې رښتيا وګڼل شي. له دې سره په وتونمساوات کې لاندې حل لاس ته راځي

$$x = \frac{\pi}{4} \pm 2k \cdot \frac{\pi}{2} \qquad (k = 0, 1, 2, ...).$$

۷۰ ـــم مخ

لومړی حالت: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادله د پورتنی معادلې په حل کې د مناسب ځواب د پیدا کولو لپاره لاندې مثالونه په پام کې ونيسئ.

پورته ليکنه د پوهيدلو نه ده. همداسې دالاندې هم د پوهيدلو څه نه لري.

۷۳ – م مخ

څلورم حالت: د $\cot\ x + b = 0$ معادله، د معادلې د عمومي حل لپاره لاندې مثالونو ته پام وکړئ.

لومړی مثال: د $\cot\ x - 1 = 0$ معادله حل کړئ.

د سمون: لپاره به نسبتآ ښه وای که داسې يې ليکلي وای: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادلې د عمومي حل لپاره لاندې مثالونه په پام کې ونيسی.

مساوات

له يوې خوا څخه خو مساوات او معادله (Equation) همغه معنا ورکوي، خو چې موږ يې په افغانستان کې سره بيلوو، دا به ومنو، خو دا د مخه جمله وګورئ:،، مساوات...و چې .. د مساوات دواړه خواوي مساوي وي. ،،. دا خو هيڅ نه وايي پرته له له دې چې مساوات، چې ... مساوات ... مساوات معادله بلل کيږي.
بيا يې راوړو:

تعريف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاويې په ځينو قيمتونو سره د مساوات دواړه خواوې مساوي کېږي، مثلثاتي معادله بلل کېږي.

دا به بې له رياضي داسې ووايو: زردالو ميوه، چې د دې ونې زردالو دی يا د دې ونې څخه راشکول شوی زردالو دی، وښايې، چې دا د دې ونې زردالو د دې ونې مندته ده (موږ زردالو ته مندته وايو) .

۷۰ ـــم مخ

لومړی حالت: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادله د پورتنی معادلې په حل کې د مناسب ځواب د پیدا کولو لپاره لاندې مثالونه په پام کې ونيسئ.

۷۳ – م مخ

څلورم حالت: د $\cot\ x + b = 0$ معادله، د معادلې د عمومي حل لپاره لاندې مثالونو ته پام وکړئ.

لومړی مثال: د $\cot\ x - 1 = 0$ معادله حل کړئ.

دا پورته ټول يو ډول بې څه وينې بيلګې دي.

۹۸ – م مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

له یو بل سره د دوو مستقیمو کرښو نسبي حالت:

1- که چیرې دوه مستقیم خطونه په یوه مستوي کې شـامل وي، نوموړي خطونـه د همغې مـستوي خطونـه بلل کیږي، او یو له لاندینیو حالتونو(وضعیتونو)څخه لري.

۱۰۰ ــ م مح

اوضاع نسبی دو خط مستقیم با یکدیگر

هر گاه دو خط مستقیم دریک مستوی قرار گیرند، خطوط مذکور هم مستوی نامیده شده ویکـی از وضعیت های زیر را دارا می باشند:

تر اوسه زموږ کار په مستوي کې دئ او بل څه مو زده کړئ ته نه دي رامنځ ته کړي، نو دا لیکنه ولې؟

۱۰۴

د قضیې پایله:

i) که په ترتیب سره د دوو زاویو ضلعې موازي او هم لوري وي، نوموړي زاویې یو له بل سره مساوي دي.

ii) که د دوو زاویو یوه، یوه ضلع مـوازي او هـم جهتـه وي او د هغو یـوه، یـوه ضـلع یـې مـوازي او مختلـف جهتونه(لوري) ولري، د دغو دوارو زاویو پراخوالي 180° دی.(ثبوت یې د زده‌کوونکو دنده ده).

د دوو متنافر و مستقیمو کرښو ترمنځ زاویه:

تعریف: په فضاکې د دوو متنـافر و مـستقیمونو تـرمنځ زاویـه لـه هغې زاویـې څخـه عبـارت ده چې د یـوې مستوي په یوه اختیاري نقطه کې له هغو سره د دوو موازي مستقیمونو د رسمولو په واسطه حاصلیږي

۱۰۶-م مخ ګران لیکونکی د هندسۍ څیرو غړیږي، مګر عکس یې هیڅ ځای کې نه شته، چې دا پخپله درس د ناسمون سره مخامخ کوي او دا پورته د ،، قضیې پایله،، ناسمه ده. دا ۱۸۰ درجې نه ده. که چیرې ګرام لیکونکی دې د دې څیره وباسي، نو وزته روښانه به شي..

غوره یادونه: په زیاتو هندسي درسونو کې څیرې نه شته، چې دا هغه غوره نیمګړتیا بلل کیږي. دا په دې معنا چې درس ناسم دی.

نتایج قضیه:

I- اگر اضلاع دو زاویه بالترتیب موازی و هم جهت باشند زوایای مذکور باهم مساوی می باشند.

II- اگر یک یک ضلع دو زاویهٔ موازی و هم جهت و یک یک ضلع دیگر آنهـا مـوازی و دارای جهات مخالف باشند. مجموع وسعت این دو زاویه 180° است، شاگردان نتایج را ثبوت کنند.

زاویه بین دو خط مستقیم متنافر

تعریف: زاویه بین دو خط مستقیم متنافر درفضا عبارت از زاویه است کـه توسـط ترسـیم دو خـط مستقیم موازی به آنها از یک نقطهٔ اختیاری دریک مستوی حاصل می گردد.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۸۵ ـم مخ

پایله: که چیرې دیوه نامعلوم قیمت د پیداکولو لپاره چې ددوو معلومو عددونو تر منځ پروت وي، د معلوموعـددونو په مرسته نامعلوم عدد پیداکړو، په دې صورت کې نوموړې طریقه د خطي انټرپولیشن په نامه یادیږي.
که یو څلور رقمي عددلکه: 1.234 ولرو، نه شوکولای د هغه لوګاریتم له درې رقمي جدول څخه پـه لاس راوړو، نو د دې ډول عددونو لوګاریتم د خطي انټرپولیشن په واسطه پیداکولای شو.

۱۵۵ ـ مخ

د اکسپوننشیل تابع خاصیتونه: له تیرو معلوماتو څخه په ګټه اخیستنې سره د اکسپوننشیل تابع خواص پـه لانـدې ډول بیانوو

1. د هرې اکسپوننشیل تابع د تعریف ناحیه ټول حقیقي عددونه او د قیمتونو ناحیه یې مثبت حقیقي عددونه دي.
2. هره اکسپوننشیل تابع یویه یو (injective) ده یعنې د هر

$x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$

$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$

دا پورته ادعا چې ګران لیکونکي د اکسپوننشل تابع لپاره کوي بیخي ناسمه ده. دا کیدی شي په هغه حالت کې صدق وکړي، چې برابر بنسټونه ولري. په داسې حال کې بیا د داسې ادعا راوړل نا اړین دي.
که دا یوه الجبري تابع وي، نود اینجکتیویتي لپاره یې هم دا راوړنه ناسمه ده، چې زه یې سمون په لاندې انګریزي متن کې راوړم. ژباړې ته به یې اړتیا نه وي.
یادونه: اکسپوننشل تابع الجبري تابع نه ده. دې ته ترانسنډنت تابع وایي.

د لاندې انګرېزي ژباړه: f دې یوه تابع وي، چې تعریفست یې Aده. تابعf د ټولو a او b لپاره چې په A کې دي ، اینجکتیو ده ټیک هلته او هلته (ژباړې: یا هلته او په ځت یا دران جای و برعکس) که f(a) = f(b)وي، ځکه چې a=bده، دا دی، له f(a) = f(b) لرو a = b . دې ته ورته یا دې ته ایکویوالنت یا هم ارزښته، که $a \neq b$ ، نو $f(a) \neq f(b)$.
سیمبولیک،

$$\forall a, b \in A, \quad f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

کوم چې منطقي ایکویوالنت یا برابرارزښته دی و کونترا پوزیتیو یا برعکس ته

$$\forall a, b \in A, \quad a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$$

څیره یې لاندې شته

Definition[edit]

For more details on notation, see function(mathematics) § notation.

Let *f* be a function whose domain is a set *A*. The function *f* is **injective** if and only if for all *a* and *b* in *A*, if *f*(*a*) = *f*(*b*), then *a* = *b*; that is, *f*(*a*) = *f*(*b*) implies *a* = *b*. Equivalently, if *a* ≠ *b*, then *f*(*a*) ≠ *f*(*b*).

Symbolically,

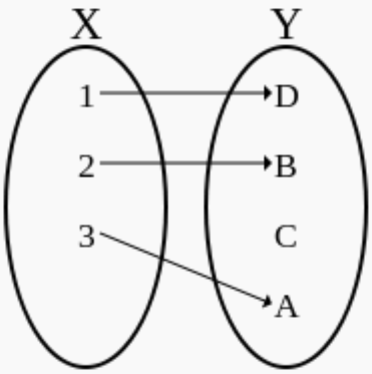
$$\forall a, b \in A, \quad f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

which is logically equivalent to the contrapositive,

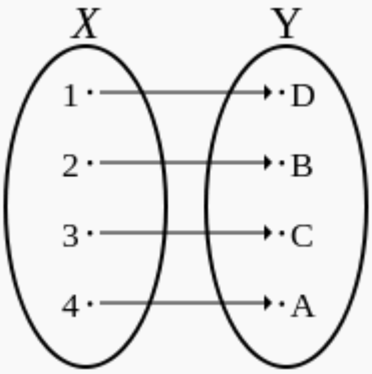
Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\forall a,b \in A,\ \ a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$$



An injective non-surjective function (not a bijection)



وايي چي موټی د خروار نمونه ده. دا بسيا کوي. نورې ليکنې هم په همدې توګه دي.

د ۱۲ ټولګي کتاب منځپانګې ته داسي ځغلند نظر او ټيکاوی يې:

دا چي ليکوالانو د دې لپاره، چي له پولي يا ليميټ څخه پيل وکړي، له رديفون يا ترادفونو(پرله پسيو) څخه يې پيل کړي او د همدې د پيل مخ څخه يې ناسم ليکلی.
دا موضوع بايد په يولسم ټولګي کې په پوره پيمانه څېړل شوې وی، مګر هلته هم دا کار پوره نيګړی شوی. د پرلپسيو څيرنه ځکه اړينه ده، چي و پوهيږو، د ناپای غړو (دوی يې حدونه او يا جملې بولي) سره ترادف چيرته ځي، يوې پولې ته ځي، له ټولو پولو اوړي او که مبهمه يا ناټاکلي پولي لري.
په دې هکله د يولسم ټولګي ليکوالانو دا برخه پوره نيمګړې پرېښودلې يا هغه اړيين څه يې هيڅ نه دي راوړي، چي زه دلته اوس په دې هکله پوره خبرې نه کوم او راځم د ۱۲ ـم ټلګي کتاب ته.

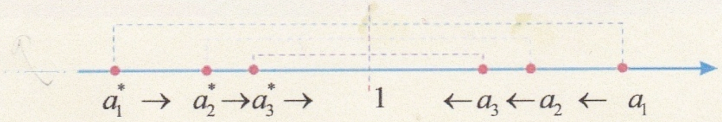
د دولسم ټولګي کتاب:
لومړي: په دولسم ټولګي کې پيل له ترادفونو شوی او په سر کې يې دوه ترادوفونه راوړي او دا يې بيا په يوه ګراف يا کرښه د ښې او کيڼې لورې يوې پولې ته ځغلولې.
د کتاب ۳ ـم مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

پایله:لیدل کېږي، چې د a_n ترادف له ښي لوري څخه د 1 او د a_n^* ترادف له کیڼ لوري څخه د 1 عدد ته د n په زیاتېدو سره نږدې کېږي، یعنې:

ـ د a_n ترادف کله چې n بې نهایت ته تقرب وکړي، مساوي په(1) سره کېږي او همداشان د a_n^* د ترادف $n-$ام حد که n بې نهایت ته نږدې شي هم مساوي له (1) سره کېږي.



ددې لپاره چې د لېمیټ مفهوم مو ښه څرګند کړی وي، په لومړی پړاو کې هغه په څو ترادفونو کې د ګراف په پام کې نیولو سره تر څېړنې لاندې نیسو.

زه پوهیږم، چې دا کار دې درنو لیکوالانو ولې کړی؟
له همدې پیله روښانیږي، چې محترم لیکونکي د درس سره کومه بلدتیا نه لري.
په پورته کې دا دوه پرلپسې هیڅکله له) ۱ « سره نه برابریږي، لکه ښاغلی لیکوال چې لیکي.
پسې یې بیا د پرلپسي یا ردیفونو لپاره بیل بیل ګرافونه کښلي.
په پرلپسیو یا ردیفونوکې چې موږ لیمټ راوړو، نو موخه تري د پرلپسي کونورګنت او ډیورګنت دي. په پرلپسي کې اړین نه ده، چې د کونورګنت حالت کې دې پرلپسي له دواړو لورو پولې ته لاړ شي، خو داسي پرلپسي شته او هغه یو ترادف دی نه دوه.
دویم: دا لاندې څه چې راغلي، هم کوم درس پورې اړوندوالی نه لري، همداسې څه یې لیکلي. دی د ناسم د ترادف درس څخه سملاسي داسې یوې موضوع ته راغلی او بیا د ښې او کیڼ لوري لیمیټ ته راځي او که وکتل شي، نو په لیکنو کې کوم توپیر نه شته. دلته د زده کړې څه نه لیدل کیږي او دا اخره کرښه یې داسې ده، چې په دې موضوع کې کومه پوهه هم نه لري.
که چیرې دا ټیک هم وي، نو ځای یې بې ځایه ځکه راوړي، چې د ښې او کیڼې لور لیمټونه، چې هلته هم ناسم دي، په اووم مخ کې څیړل(که چیرې څیړنه یې وبولو)

په لاندې کې ،، د متحول تقرب،، یعنې څه؟ دا هیڅ مفهوم یا ترې پوهیدنه نه لري. که ... ترادف وي هم باید د ترادف په ډول ولیکل شي او که تابع وي هم باید د تابع په ډول ولیکل شي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د متحول تقرب: ویل کېږي چې د x متحول د a عدد ته تقرب کوي، په داسې حال کې چې x په اختیاري ډول د a عدد ته نږدې کېږي، یعنې د x او a ترمنځ تفاوت له هر کوچني عدد($\delta > 0$) څخه کوچني دی یا په لاندې ډول:

$$\forall \delta > 0: |x-a| < \delta \quad \text{یا} \quad \lim_{x \to a} x = a \quad \text{یا} \quad x \to a \quad \text{یا} \quad |x-a| \to 0$$

له ښي لوري د متحول تقرب: ($x \to a^{+}$) که چیرې د x د قیمتونو یو متناقص ترادف موجود وي په داسې حال کې چې په تدریجي ډول د a اختیاري عدد ته نږدې شي.

$$x: a+0.1,\ a+0.01\ ,\ a+0.001\ ,\ a+0.0001\ ,\ \dots \to a^{+}$$

له کیڼ لوري د متحول تقرب: ($x \to a^{-}$) که چیرې د x د قیمتونو یو متزاید ترادف موجود وي په داسې حال کې چې x په تدریجي ډول د a اختیاري عدد ته نږدې شي.

$$x: a-0.1,\ a-0.01\ ,\ a-0.001\ ,\ a-0.0001\ ,\ \dots \to a^{-}$$

نو د x د متحول تقرب د a عدد ته معادل دی د x د متحول تقرب له ښي لوري او د x د متحول تقرب له چپ لوري؛ یعنې:

$$x \to a \iff (x \to a^{+}\ ,\ x \to a^{-})$$

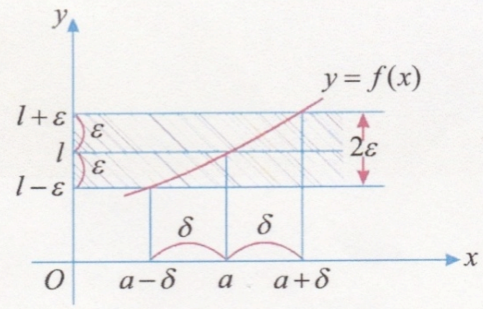
د

$$\forall \delta > 0: |x-a| < \delta \quad \text{یا} \quad \lim_{x \to a} x = a \quad \text{یا} \quad x \to a \quad \text{یا} \quad |x-a| \to 0$$

ډول لیکنو سره ګران لیکونکي بلدتیا نه لري او نه داسې څه د مخه راغلي، چې روښانه شوې وي
داسې لیکنې د ښوونځیو لپاره ستونځمنې دي. له دې امله ماهم په خپلو لیکنو کې نه وې راوړې. ګورو چې د کتاب
ناسموونکي هم دا څه ناسم یا بې له تشریح کارولي.
په دې هکله زما لیکنه په لاندې کې شته.

دریم: په لاندې تعریف کې د پوهیدلو څه نه شته او په دې ریاضیکي تعریف خو نه پوهیږي، خکه چې په لاندې یې د پوښتنې د حل نتیجه راوستلې او دا بحث له دې سره په رښتیا کې هیڅ سر او کارنه لري.

تعریف: که چیرې د $f(x)$ تابع په یوه غیر تړلي انټروال کې چې د a عدد په هغې کې ګډون لري کیدای شي چې تابع په a کې نه وي تعریف شوی. که چیرې د x متحول د a عدد ته نږدې شي نو د $f(x)$ تابع د l عدد ته نږدې کېږي، نو ویل کېږي چې د $f(x)$ تابع لیمیټ عبارت له l څخه دی، کله چې د x متحول د a عدد ته تقرب وکړي نو داسې یې لیکو: $\lim_{x \to a} f(x) = l$ یا $\begin{matrix} x \to a \\ f(x) \to l \end{matrix}$



$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \ : |x-a| < \delta \ \Rightarrow \ |f(x)-l| < \varepsilon$$

$$\lim_{x \to a} f(x) = l \iff (|x-a| \to 0 \Rightarrow |f(x)-l| \to 0)$$

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا سومبولونه $\forall$، او $\exists\delta$ نه دې ښوول شوي، چې څه شی دی او څه بلل کیږي.
ښاغلي لیکونکی په اووم مخ کې بیلګه راوړې او بیا دا ښایي، ښي او کیڼې لورې لیمیټ یې شمیري.

باید د $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}=6$، لپاره $x \neq 3$ ولیکي،چې هلته فنکشن تعریف نه دی. دی بیا په ناسمه توګه په جدول کې لیکي. دا چې دا باید څنګه ولیکل شي، زماپه لیکنو کې شته.

دویمه بېلګه: و ښیئ چې $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}=6$ سره دی.

حل: د ښي او کیڼي خوا لېمیتونه تر څېړنې لاندې نیسو:

x	3.5	3.1	3.01	3.001	...	3^+
$f(x)$	6.5	6.1	6.01	6.001	...	6

$$\Rightarrow \lim_{x\to 3^+}\frac{x^2-9}{x-3}=6$$

x	2.5	2.9	2.99	2.999	...	3^-
$f(x)$	5.5	5.9	5.99	5.999	...	6

$$\Rightarrow \lim_{x\to 3^-}\frac{x^2-9}{x-3}=6$$

لیدل کېږي چې د ښی خوا او کیڼې خوا لېمیتونه سره مساوي دي، نو $6=\lim_{x\to 3}=\frac{x^2-9}{x-3}$ دي.

په پورته کې xد 3 قیمت نه شي اخستلی، هلته فنکشن تعریف نه دی، نو له دې امله په جدول کې، نه د ښی لورې او نه د کیڼې لورې دا ارزښت 3 اخستلی شي، هلته 3 ته ور نږدې کیږي.
د بیلګې حل یې هم بیا سم نه دی کړي، په هغه ورسره بلده لار.
دا هغه د کاغي او د زړکې خبره ده.........

دویمه طریقه: د لېمیټ د تعریف په پام کې نیولو سره فرضوو چې د هر اختیاري کوچني عدد ε لپاره یو δ شتون لري داسې چې:

$$\forall \varepsilon>0 \quad \exists \delta>0 : \ |x-a|<\delta \ \Rightarrow \ |f(x)-l|<\varepsilon$$

$$|x-3|<\delta \ \Rightarrow \left|\frac{x^2-9}{x-3}-6\right|=\left|\frac{(x-3)(x+3)}{x-3}-6\right|=|x+3-6|=|x-3|<\varepsilon$$

$$\Rightarrow \varepsilon=\delta$$

د بیلګې د حل نتیجه
$\varepsilon = \delta$
دا د دی بحث سره سر او کار نه لري یعنې دا مو موخه نه ده، نو باید ووایم، چې درونډ لیکونکي د موضوع څخه بوي هم نه وړي.(بخښنه دې وي، که زما لیکنې داسې لږ توندې برېښي)
او بې ځایه مخ ته ځي، چې څه ترې پوهیدل کیږي هم نه.

له پورتنی اړیکې څخه دا معلومېږي چې ε له δ سره اړیکه لري، که δ ته قیمت ورکړو ε قیمت اخلي او که ε ته قیمت ورکړو δ قیمت اخلي، بنا پر دې هغه تعریف چې د لېمیټ لپاره موجود دی سم دی او تابع لېمیټ لري، یعنې: $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}=6$

دې پورته ته په لنډه توګه زما نوره لیکنه او ټیکاوی:

د کتاب په پیل کې راوړل شوې د ترادف یا پرلپسې موضوع باید د یوولسم ټولګې کتاب کې پوره څیړل شوې وی، مګر هلته یې یوائې دا نومونه راوړل شوي او نور لیکونکي – بې له دې، چې د موضوع اړیین څه راوړي - له موضوع څخه تیر شوی.

د دې موعوع څخه موخه د ترادف پولې ته تلنه یا کونورګنت او له پولې اووښتنه یا ناپای ته تلنه یا ډیورګنت او... دي، چې بې له دې په رښتیا کې د ترادف یا پرلپسې څیړنه کوم غوره والی یا اهمیت نه لري، یعنې خپله موخه له لاسه

Downloaded from: ketabton.com

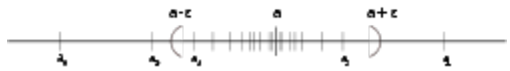
(c) ketabton.com: The Digital Library

ورکوي. دا د یوولسم ټوګي د ترادف درس، نو په رښتیا کې خپل غوره والی او اړینوالی له لاسه ورکوي. نور سموالي او ناسموالي ته یې ګوته نه نسم، همدا بسیا کوي، چې څه په کې نه دي ویل شوي یا لیکل شوي.

د ۱۲ ـم ټولګي کتاب ته:

یادونه: دا چې ګومان کیږي د داسې لیکنو سره به بلدتیا لږ وي، نو تشریح به راڅخه لږ ډېره شي.

د ،، پوله ارزښت،، په څیره کې ښوونه



که $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ د حقیقي اعدادو (ګڼونو) ترادف یا پرلپسي وي، نو عدد $a\in\mathbb{R}$ د دې ترادف یا پرلپسي پوله ارزښت بلل کیږي او پرلپسي a ته کونورګیر کیږي یا a ته هڅیږي یا نږدې کیږي، که د هر $\varepsilon>0$ لپاره په انتروال $(a-\varepsilon,a+\varepsilon)$ کې له یوه اندکس یا پیژند نخښې اخوا یا وروسته یا پسې د پرلپسي یا ترادف ټول غړي(دوي یې حدونه یا جملې بولي، نه پوهیږم ولې؟) د انتروال په دننه کې او فقط پای ډېر غړي له انتروال څخه دباندې پراته وي.

(دنورې اوږدې روښانه ونکې شننې څخه تیریږم)

لنډ پیژند یې:

عدد $a\in\mathbb{R}$ د ترادف $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ پوله بلل کیږي، که د ټولو $\varepsilon>0$ لپاره یو طبیعي یا پیداښتي عدد N شتون ولري، داسې چې $|a_n-a|<\varepsilon$ باور ولري، که $n\geq N.$ وي.

دا پیژند راکوي، چې: د هر $\varepsilon>0$ لپاره یو ایندکس N شته، داسې چې له دې ایندکس یا پیژندنخښې وروسته د پرلپسي(ترادف) ټول غړي د ε څخه په کم واټن له a لرې پراته دي یعني له ε څخه چې a ته څومره نږدې دی دا نور هم a ته نږدې دي.

د $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ د پولې ارزښت لیکلو لپاره خپل ځانله سومبول لرو: $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$

د دې لیکدود سره سم د یوې پرلپسي پوله ارزښت تعریف داسې رالنډولی شو:

$$\lim_{n\to\infty} a_n = a \quad\iff\quad \forall\varepsilon>0\;\exists N\in\mathbb{N}\;\forall n\geq N:\;|a_n-a|<\varepsilon$$

د داسې لیکنو لپاره د ε (لوستل: اپیسیلون) توری ورځنی یا مروج شوی.

بیلګه:

په یوه بیلګه کې یې روښانه کوو:

د دې لپاره چې د$\frac{1}{n}$ پرلپسي یا ردیف و 0 ته کونورګنت وښایو، یو د مخه ورکړ شوي ε ته یوه په خوښه طبیعي عدد یا ګڼN ټاکو، چې له $\frac{1}{\varepsilon}$ لوی وی، نو د ټولو $n>N$ لپاره باور لري:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$|a_n - 0| = \frac{1}{n} < \frac{1}{N} < \varepsilon$$

موضوع اوږدولی نه شم، ځکه چې دا يو درس نه دی، دا فقط په موضوع داسې لږ رڼا اچونه ده.

د فنکشن پوله ارزښت:

يادونه: د دې ۱۲ – م ټولګي د درس دا هغه اصلي موضوع ده.

د فنکشن پوله ارزښت په لاندې توګه پيژنو يا تعريفوو:

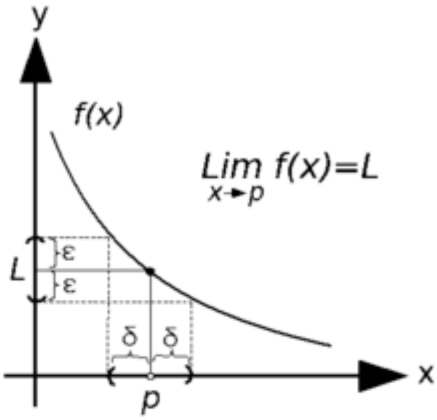
پيژند: د فنکشن f پوله ارزښت، د x لپاره چې p ته نږدې کيږي، L دی او داسې يې ليکو: $\lim_{x \to p} f(x) = L$

لوستل يې هم همداسې دي لکه پورته تعريف

داسې يې شميرپوهنيز ليک دود باندې تعريفوو:

فنکشن f پوله ارزښت L لري، که د هر $\varepsilon > 0$ لپاره يو $\delta > 0$ شتون ولري، داسې چې د هر x لپاه د $0<|x-p| < \delta$ سره $|f(x)-L| < \varepsilon$ هم باور ولري.

د پورته شميرپوهنيز يا رياضيکي فنکشن پوله ارزښت لپاره لاندې ځيره



پورته دوه تعريفونه برابر ارزښته دي يعنې له يوه څخه بل لاس ته راځي او په څټ يا برعکس يعنې ليکو:
تعريف: د فنکشن f پوله ارزښت، چې x و p ته نږدې کيږي، L دی، ټيک هلته يا هلته يا هلته او په څټ، يا له دې لاس ته راځي او په څټ يا برعکس چې د هر $\varepsilon > 0$ لپاره يو $\delta > 0$ شتون ولري، داسې چې د هر x لپاه د $0<|x-p| < \delta$ سره $|f(x)-L| < \varepsilon$ هم باور ولري.

دلته هم په همدومره بسيا کوو، که څه هم روښانه کيدل نورې شننې ته هم اړتيا لري.

دې ته دلته په اخر کې بيا ګوته نيسم، چې دا شميرپوهنيز يا رياضيکي ډول ليکنې ستونځمنې دي او بايد ترې تير شو، د ترادفونو او فنکشنونو لپاره.

دا نور پاتې درس هم په همدې ترتيب ګران ليکونکي ليکلی چې زه نور پرې نه غږيږم.
دا بسيا کوي، چې کتاب د ښوونځيو څخه راټول شي او له سره وليکل شي.

ستاسو له سرې سينې څخه – که ومو لوسته- ډيره مننه.

ستاسو ډاکتر ماخان شينواری.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

Downloaded from: ketabton.com

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library