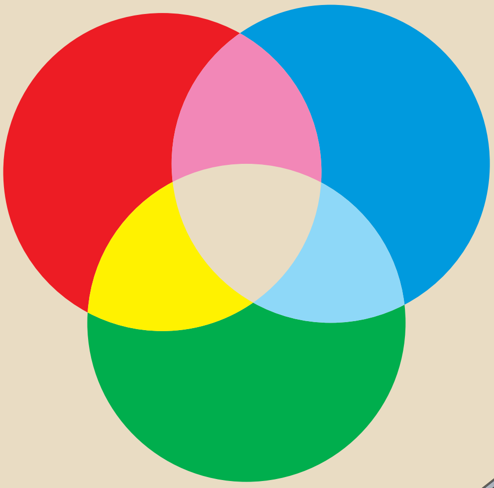
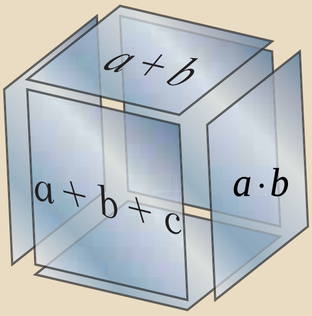
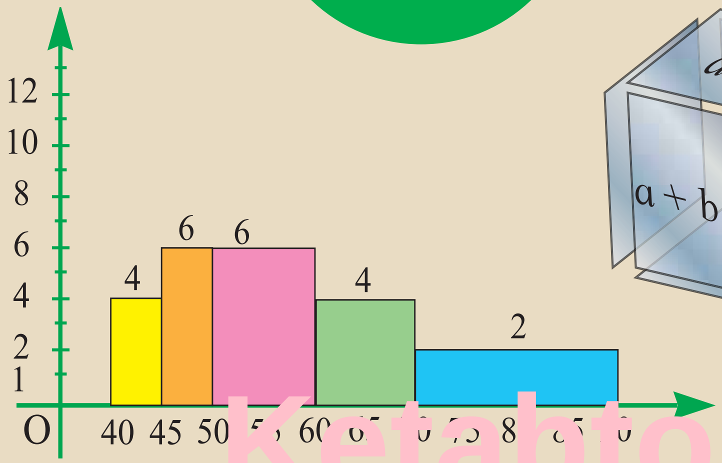
د پوهنې وزارت
د تعليمي نصاب، د ښوونکو د روزنې
او د ساينس د مرکز معينيت
د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي
کتابونو د تاليف رياست

رياضي

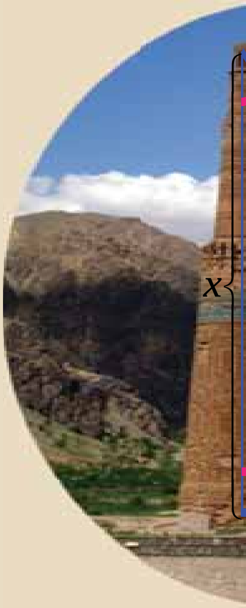
نهم ټولگی







نهم ټولگی



ISBN 978-9936-25-068-0

۱۳۹۰ هـ. ش.

Ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

رياضي
نهم ټولګی

۱۳۹۰
هـ.ش

مولفین

- پوهیالی حمدالله شیرزی وردګ د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- پوهنمل طلاباز حبیب زی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- پوهندوی خالقداد فیروز کوهی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- دکتور ماخان شینواری د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- سرمولف میرنقیب الله د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف ریاست علمي غړی

ژباړونکي

- پوهیالی حمدالله شیرزی وردګ د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- استاد مختار نوید د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف ریاست علمي غړی

علمي اډیټور

- پوهنمل طلاباز حبیب زی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی

د ژبې اډیټور

- سرمحقق نعمت الله اندړ د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی

دیني، سیاسي او فرهنګي کمیټه:

- مولوي عبدالصبور عربي
- دکتور محمد یوسف نیازی
- حبیب الله راحل د پوهنې وزارت سلاکار د تعلیمي نصاب په ریاست کې.

د څارنې کمېټه:

ـ دکتور اسدالله محقق د تعلیمي نصاب د پراختیا، د ښوونکو د روزنې او د ساینس مرکز معین.

ـ دکتور شېرعلي ظریفي د تعلیمي نصاب د پراختیا د پروژې مسؤول.

ـ د سرمؤلف مرستیال عبدالظاهر ګلستاني د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف لوی رئیس.

کمپوز او ډیزاین

- ولید نوید نسیمي
- محمد اشرف امین

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

ملي سرود

دا وطن افغانستــان دی
کور د سولې کور د تورې
دا وطن د ټولو کور دی
د پښتـــون او هزاره وو
ورسره عرب، گوجـر دي
براهوي دي، قزلباش دي
دا هیــواد به تل ځلیږي
په سینـه کې د اسیـا به
نوم د حق مو دی رهبـر

دا عزت د هــر افغـان دی
هر بچی یې قهرمـــان دی
د بـلوڅـــو د ازبکـــو
د ترکمنـــو د تــاجکـــو
پامیـریان، نورستانیـــان
هم ایمــاق، هم پشـه یـان
لکـه لمــر پر شنه اسمـان
لکــه زړه وي جـاويـدان
وایو الله اکبر وایو الله اکبر

بسم الله الرحمن الرحيم

د پوهنې د وزير پيغام

گرانو ښوونکو او زده کوونکو،

ښوونه او روزنه د هر هېواد د پراختيا او پرمختگ بنسټ جوړوي. تعليمي نصاب د ښوونې او روزنې مهم توکی دی چې د معاصر علمي پرمختگ او ټولنې د اړتياوو له مخې رامنځته کېږي. څرگنده ده چې علمي پرمختگ او ټولنيزې اړتياوې تل د بدلون په حال کې وي. له دې امله لازمه ده چې تعليمي نصاب هم علمي او رغنده انکشاف ومومي. البته نه ښايي چې تعليمي نصاب د سياسي بدلونونو او د اشخاصو د نظريو او هيلو تابع شي.

دا کتاب چې نن ستاسو په لاس کې دی، پر همدې ارزښتونو چمتو او ترتيب شوی دی. علمي گټورې موضوعگانې پکې زياتې شوې دي. د زده کړې په بهير کې د زده کوونکو فعال ساتل د تدريسي پلان برخه گرځېدلې ده.

هيله من يم دا کتاب له لارښوونو او تعليمي پلان سره سم د فعالې زده کړې د ميتودونو د کارولو له لارې تدريس شي او د زده کوونکو ميندې او پلرونه هم د خپلو لوڼو او زامنو په باکيفيته ښوونه او روزنه کې پر له پسې گډه مرسته وکړي چې د پوهنې د نظام هيلې ترسره شي او زده کوونکو او هېواد ته ښې برياوې ور په برخه کړي.

پر دې ټکي پوره باور لرم چې زموږ گران ښوونکي د تعليمي نصاب په رغنده پلي کولو کې خپل مسؤوليت په ريښتوني توگه سرته رسوي.

د پوهنې وزارت تل زيار کاږي چې د پوهنې تعليمي نصاب د اسلام د سپېڅلي دين له بنسټونو، دوطن دوستۍ د پاک حس په ساتلو او علمي معيارونو سره سم د ټولنې د څرگندو اړتياوو له مخې پراختيا ومومي.

په دې ډگر کې د هېواد له ټولو علمي شخصيتونو، د ښوونې او روزنې له پوهانو او د زده کوونکو له ميندو او پلرونو څخه هيله لرم چې د خپلو نظريو او رغنده وړانديزونو له لارې زموږ له مؤلفانو سره د درسي کتابونو په لا ښه تاليف کې مرسته وکړي.

له ټولو هغو پوهانو څخه چې د دې کتاب په چمتو کولو او ترتيب کې يې مرسته کړې، له ملي او نړيوالو درنو مؤسسو او نورو دوستو هېوادونو څخه چې د نوي تعليمي نصاب په چمتو کولو او تدوين او د درسي کتابونو په چاپ او وېش کې يې مرسته کړې ده، مننه او درناوی کوم.

ومن الله التوفيق

فاروق وردگ

د افغانستان د اسلامي جمهوريت د پوهنې وزير

(c) ketabton.com: The Digital Library

فهرست

مــخ

لومړی څپرکی: دایره ۱

- د دایرې عناصر، د یوې مستقیمې کرښې حالتونه، دایرې موقعیت نظر یو بل ته
- په دایره پورې اړوند زاویې
- د دایرې د وتر او شعاع څانګړتیاوې
- د دایرې محیطي او مماسي زاویې

دویم څپرکی: په یوه دایره کې د اوږدوالی اړیکې
۲۷

- د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته
- دایرې مماس کرښه، د دایرې داخلي او خارجي زاویه
- محیطي او محاطي دایره
- په دایره کې د مرسوم څلور ضلعی څانګړتیاوې (خواص)
- د منظمې مضلع ترسیم، د د ایرې مساحت او محیط

دریم څپرکی: تحلیلي هندسه ۵۵

- د دوو ټکو تر منځ فاصله یا واټن
- د یوې قطعه خط د منځنی ټکي مختصات
- د مستقیمې کرښې میل، د موازي او عمود کرښو میلونه
- د مستقیمې کرښې معادله، د هغې مستقیمې کرښې معادله چې میل او یو ټکی یې معلوم وي
- د مستقیمې کرښې عمومي معادله
- د خطي معادلاتو سیستم
- د خطي معادلاتو د سیستم حل د تعویضي او افنا په لاره (طریقه)
- تغییر مکان، انتقال، انعکاس او دوران

څلورم څپرکی: مثلثات ۹۵

د تالس قضیه

- د حاده زاویې ساین، کوساین او تانجنت
- د ځینو خاصو زاویومثلثاتي نسبتونه، د میل او تانجنت تر منځ اړیکې
- مثلثاتي جدول، د قایم الزاویو مثلثونو حل

(c) ketabton.com: The Digital Library

- مثلثاتي معادلې

فهرست — مـخ

پنځم څپرکی: څو جمله یي ګاني ۱۲۷
- په فکتورونو تجزیه
- د الجبري افادو ضرب، د مکعبونو مجموعه او تفاضل
- کوچني ګډ مشترک مضرب
- د الجبري افادو وېش
- په الجبري افادو کې د عملیو د سرته رسولو ترتیب

شپږم څپرکی: نامساوات ۱۵۱
- د خطي غیر مساواتو حل
- فاصله یا انټروالونه
- د بینوم د علامې ټاکل، د کسر افادې اشاره ټاکل
- کسري نامساواتونه، دوه متحوله خطي نامساوات
- د نامساواتو سیستمونه

اووم څپرکی: یو مجهوله دویمه درجه معادلې ۱۷۵
- د دویمې درجې معادلو حل
- غیر خطي اړیکې
- په هندسي لاره د دویمې درجې معادلو حل د محمد بن موسی فورمول، تکمیل مربع

اتم څپرکی: احصائیه ۱۹۵
- د data د دسته بندي لاره، د نبنتو یا پیوسته data ګانو دسته بندي او وزني اوسط
- مستطیلي او دایروي ګرافونه
- میانه، د تحول ساحه او د انحراف اوسط

نهم څپرکی: احتمالات ۲۲۱
- د ناخاپه پېښو اتحاد او تقاطع
- کلي او مکمله سټ
- په ستونو مدل جوړول

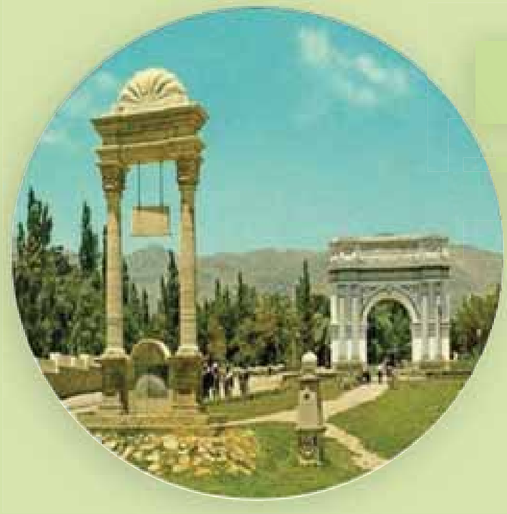
(c) ketabton.com: The Digital Library

لومڕی څپرکی
دایـــــره

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

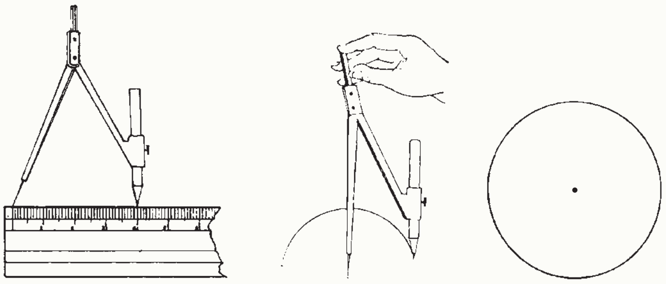
دایـره
CIRCLE



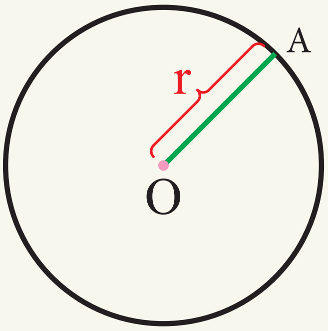
شکل ته پام وکړئ هغه هندسي شکلونه چـې پـه تصویر کـې وینـئ نومونـه یې واخلئ.

فعالیت

یوه ټکی د کاغذ پر مخ وټاکئ، ددې ټکي شاوخوا ته د 1cm په اوږدوالی د پرکار خوله خلاصه او هغه ته یو بشپړ دوران ورکړئ، لاسته راغلی شکل او ټاکل شوی ټکی څه نومیږي؟



تعریف



په یو مستوي کې د هغو ټولو ټکو سټ چې له یوه ټاکلی ټکي نه مساوي واټن(فاصله) ولري دایره نومیږي، یا په بل عبارت دایره دیوې تړلي منحنی څخه عبارت ده چې له یوه ټاکلي ټکي څخه مساوي واټن ولري.

تړلې منحنی ته د دایرې محیط او ټاکلي ټکي ته د دایرې مرکز وایي چې په $C(O,r)$ ښودل کیږي.

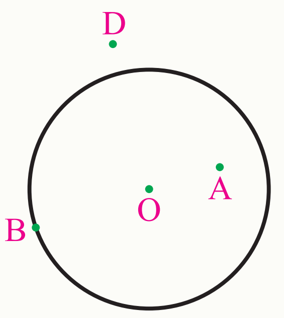
د دایرې مرکز په شکل کې O او شعاع یې د r په توګه ښودل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت

- په لاندې شکل کې د A ، B او D د ټکو ځایونه(موقعیت) نظر O دایرې ته وټاکې.
- د هغو ټکو واټن د دایرې د مرکز څخه اندازه او د دایرې د شعاع له اوږدوالی سره پرتله کړې.
- په خپله خوښه درې نور ټکي چې په دایره کې دننه او له دایرې څخه بهر پراته وي په پام کې ونیسئ. ایا لاسته راغلې اړیکې د دې ټکو لپاره هم سمې دي؟



پایله:

1- د هغو ټکو ست چې فاصله یې د دایرې له مرکز څخه د دایرې د شعاع څخه کوچنۍ وي، د دایرې داخلي ساحه(منځ) بلل کیږي، یا $I = \{A / |\overline{OA}| < r\}$

2- د هغو ټکو ست چې فاصله یې د دایرې له مرکز څخه د دایرې له شعاع سره مساوي وي، د دایرې محیط یا مخ ویل کیږي، یا $C = \{B / |\overline{OB}| = r\}$

3- د هغو ټکو ست چې فاصله یې د دایرې له مرکز څخه د دایرې د شعاع څخه لوی وي، د دایرې د خارجي یا باندنۍ ساحې په نامه یادیږي، یا $E = \{D / |\overline{OD}| > r\}$

4- د مستوي هغه برخه چې د دایرې د محیط او دهغې د اخلي سطحې په واسطه جلا شوې وي، د دایرې د سطحې په نوم یادیږي.

پوښتنې

1- یوه دایره د $2cm$ په شعاع رسم کړئ. دلاندې ټکو څخه کوم یو یې د دایرې په داخل، خارج او په محیط کې پروت دی:

- د A ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه $1.4cm$ دی.
- د B ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه $2.3cm$ دی.
- د C ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه صفر دی.
- د D ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه $\frac{4}{2}cm$ دی.

2- په کوم حالت کې یو ټکی د دایرې پر محیط پروت وي.

د دايرې عناصر
Elements of a Circle

شکل ته پام وکړئ د کيک مخ کوم هندسي شکل را ښيي او پرې شوې برخه يې د دايرې کوم عنصر رانښيي؟

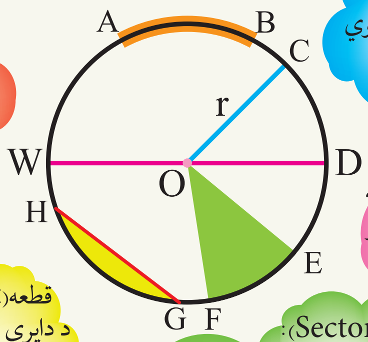
د دايرې د عناصرو تعريف

لومړی شکل او د دايرې د عناصرو تعريفونه خپلو کتابچوته نقل او ورسته لاندې تعريفونه د شکل له اړوند عناصرو سره په خپلو کتابچو کې ونښلوئ.

قوس(Arc): د دايرې د محيط يوه برخه د دايرې د قوس په نوم يادېږي.

شعاع(Radius): هغه کرښه چې د دايرې مرکز د محيط له يو ټکي سره ونښلوي د دايرې شعاع بلل کېږي.

وتر(Chard): هغه قطعه خط چې د دايرې محيط دوه ټکي ونښلوي د دايرې وتر بلل کېږي.



قطر(Diameter): هغه وتر چې د دايرې د مرکز څخه تير شي، د دايرې قطر بلل کېږي او اوږوالی يې د شعاع دوه برابر وي.

قطعه(Segment): د دايرې د سطحې يوه برخه چې د وتر په واسطه د دايرې له سطحې څخه جلا شوې وي د دايرې د قطعې په نوم يادېږي.

قطاع(Sector): د دايرې د سطحې يوه برخه چې د دوو شعاعګانو يا ورانګو او اړوند قوس په واسطه د دايرې له سطحې څخه جلا شوې وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت

- د 4cm شعاع په اندازه يوه دايره رسم او له کاغذ څخه هغه پرې کړئ.
- د غه دايره داسې قات کړئ چې دواړه نيمې دايرې يو پر بل منطبقې شي.
- کاغذ خلاص کړئ، د کاغذ پر مخ قات شوې کرښه د څه په نامه يادېږي.
- دا ځل دوه نيمې دايرې بيا قات او قات کاغذ داسې خلاص کړئ، چې څلور مساوي برخې لاسته راغلې وي. څو قطعه خطونه(ټوټه کرښې)وينئ. هر يو د څه په نامه يادېږي؟
- څلور لاسته راغلې زاويې اندازه کړئ، او وواياست چې يو له بل سره څه اړيکې لري؟
- د يوې دايرې د قطر او شعاع تر منځ اړيکې څه دي؟
- دايره داسې قات کړئ چې دوه نامساوي برخې جوړې شي، هغه خلاصه کړئ جوړه شوې کرښه د څه په نامه يادېږي؟ د هغې اوږدوالی د دايرې د قطر سره پرتله کړئ.

پايله:

- ومو ليدل چې په هره دايره کې که چيرې د دايرې د محيط دوه ټکي ونښلوو د دايرې وتر لاسته راځي.
- په هره دايره کې ترټولو لوی وتر، د دايرې قطر دی چې د شعاع دوه برابره دی.
- د يوې دايرې هر قطر، وتر اما هر وتر قطر نه دی.
- هغه قوس چې د يوې دايرې د محيط له نيمايي څخه کوچنی وي د کوچنی قوس (minor Arc) په نوم يادېږي.
- هغه قوس چې د يوې دايرې د محيط له نيمايي څخه لوی وي د لوی قوس (major Arc) په نوم يادېږي.

پوښتني

1- د $C(0,4)$ دايره رسم کړئ.

a) د دايرې شعاع يا وړانګه، قطر، قطعه او قطاع په شکل کې و ښيئ.

b) د دايرې د قطر اوږدوالی وټاکئ.

c) د دايرې محيط په څلور مساوي برخو وويشئ، ددې څخه پايله په لاس راځي؟

d) د دايرې داخلي ناحيه، خارجي ناحيه او د دايرې محيط د مختلفو رنګونو، په واسطه په نښه کړئ.

د دايرې سره د يوې مستقيمې کرښې حالتونه

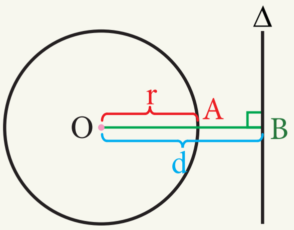
مخامخ شکل ته پام وکړئ او وواياست چې قلمونه او هندسي بکس له دايرې سره څه اړيکې لري هره يوه توضيح کړئ؟

فعاليت

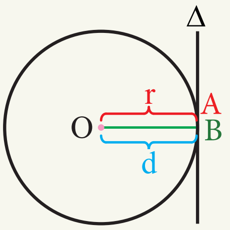
- يوه دايره او مستقيمه کرښه داسې رسم کړئ چې د دايرې سره يوټکی، دوه ټکي او هيڅ ګډ(مشترک) ټکی و نلري.
- د دايرې له مرکز څخه په هره مستقيمه کرښه باندې عمودي کرښې رسم کړئ، د دايرې د مرکز اوکرښې تر منځ واټن اندازه کړئ او هر حالت د دايرې د شعاع له اوږوالي سره پرتله کړئ.

د پورتني فعاليت د کړنې څخه ليدل کېږي چې يو مستقيمه کرښه او دايره نظر يو بل ته درې لاندې حالتونه لري:

1- که چيرې مستقيمه کرښه له دايرې سره ګډ ټکي و نلري، مستقيمه کرښه له دايرې نه بهر پروت دی، په دې حالت کې د مستقيمې کرښې واټن د دايرې له مرکز څخه د دايرې د شعاع څخه لوی دی يعني: $d > r$

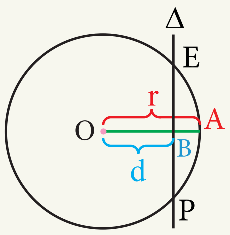


2- که چيرې مستقيمه کرښه د دايرې سره يو ګډ ټکی ولري نو مستقيمې کرښې ته پر دايره مماس وايي. په دې حالت کې د مستقيمې کرښې واټن د دايرې له مرکز څخه د دايرې د شعاع سره برابر ده يعني: $d = r$

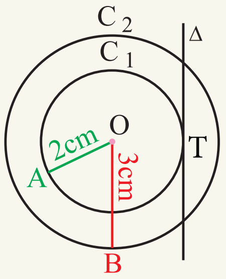


(c) ketabton.com: The Digital Library

3- که چیرې یو مستقیم د دایرې سره دوه ګډ(مشترک) ټکي ولري، مستقیم ته د دایرې غوڅې(قاطع) وایي، په دې حالت کې د مستقیم واټن د دایرې له مرکز څخه د دایرې له شعاع څخه کوچنی دی، یعنې $d < r$



مثال(بېلګه): د (O) ټکی په پام کې نیسو، د (O) په مرکز د 2 او 3 سانتي متره په شعاع دوې متحدالمرکز دایرې رسم کړئ د مستقیمې کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه د C_1 او C_2، دوو دایرو له ورانګو سره څه اړیکې لري؟



حل: په شکل کې لیدل کیږي چې د Δ مستقیم واټن د C_1 دایرې له مرکز څخه د هغې دایرې د ورانګې یا شعاع سره برابر دی یعنې: $d = r$

د Δ مستقیم واټن د C_2 دایرې له مرکز څخه د هغې دایرې له ورانګې یا شعاع څخه کوچنی دی یعنې: $d < r$

پوښتنې

د $3cm$ شعاع په اوږدوالی یوه دایره رسم کړئ، په دې دایره کې کرښې په لاندینیو راکړل شویو واټنو رسم او حالتونه یې څرګند کړئ:

الف: د کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه $2.5cm$ وي.

ب: د کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه $4cm$ وي.

ج: د کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه د دایرې له شعاع سره برابره وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دایرو موقعیت نسبت یو بل ته

مخامخ شکل ته په پام سره ووایئ چې:

1- د بایسیکل ټایرونه کوم هندسي شکل لري؟

2- ټایرونه یو بل سره څو حالتونه غوره کولای شي؟ توضیح یې کړئ.

فعالیت

- دوې دایرې داسې رسم کړئ چې:

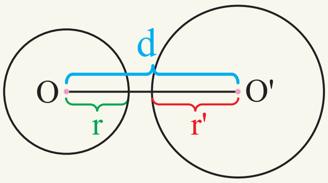
1: یو له بل سره یو ګډ ټکی ولري.

2: دوه ګډ ټکي ولري.

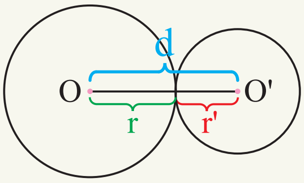
3: یو بل سره ګډ ټکی و نلري.

- د دایرو د مرکزونو تر منځ اوږدوالی په پورته حالتونو کې د هغو له شعاع سره پرتله کړئ.

د پورتني فعالیت څخه لاندې پایلې په لاس راځي چې:

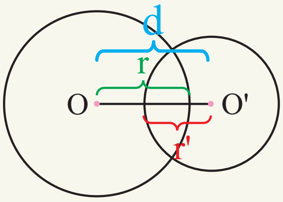


که چیرې د دوو دایرو د مرکزونو ترمنځ واټن، دهغو د شعاع د مجموعې له اوږدوالي څخه زیات وي په دې حالت کې دایرو ته ناپریکړې یا نا متقاطع دایرې وایي، یعنې $d > r + r'$

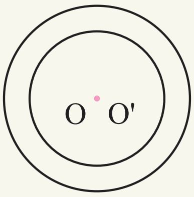


که چیرې د دوو دایرو د مرکزونو تر منځ واټن د هغو د شعاع له مجموعې سره مساوي وي. په دې حالت کې دایرو ته خارجا مماس وایي، یعنې $d = r + r'$

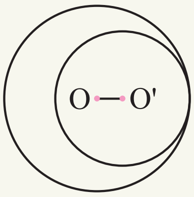
(c) ketabton.com: The Digital Library



که د دوو دایرو د مرکزونو تر منځ واټن، د هغو د شعاعګانو د مجموعې د اوږدوالي څخه کوچنی او د شعاع ګانو د تفریق د حاصل د مطلقه قیمت څخه لوی وي. دایرې یو له بل سره متقاطع دي، یعني $|r-r'|<d<r+r'$



که د دوو دایرو د مرکزونو تر منځ واټن صفر وي، دایرې د متحدالمرکز په نامه سره یادیږي، یعني $d=0$

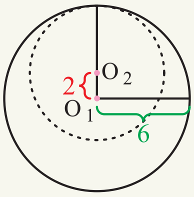


که د دوو دایرو د مرکزونو ترمنځ واټن د هغو د شعاع ګانو د تفریق حاصل له مطلقه قیمت سره مساوي وي. دایرو ته له دننه مماس وايي، یعني $d=|r-r'|$

مثال(بیلګه): دوې دایرې داسې رسم کړئ، چې د لومړی دایرې شعاع $6cm$، د دویمې دایرې او لومړی دایرې مرکزونو تر منځ واټن $2cm$ او د دویمې دایرې شعاع د لومړی دایرې د شعاع $\frac{2}{3}$ برابره وي، په دې حالت کې د دې دوو دایرو موقعیت نظر یو بل ته پیدا کړئ؟

حل: که د لومړنی دایرې شعاع r_1 او د دویمې دایرې شعاع r_2 ونوموو نو لرو:

$$\left.\begin{array}{l} r_1 = 6cm \\ r_2 = \frac{2}{3}r_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} r_2 = \frac{2}{3}\times 6 \\ r_2 = 4cm \end{array}$$



$$d=|r_1-r_2|=|6-4|=|2|=2$$

څرنګه چې:

نو له دایرې سره داخلاً مماس دي.

پوښتنې

۱- دوې دایرې د $٦cm$ او $٤cm$ په شعاع په پام کې ونیسئ او په لاندې توګه یې رسم کړئ.

الف: دایرې خارجاً (له باندې) سره مماس دي.

ب: دایرې داخلاً(له دننه) سره مماس وي.

ج: دایرې سره غیر متقاطع(ناپرېکړې) وي.

د: دایرې سره غیر متقاطع(غوڅو نه) وي.

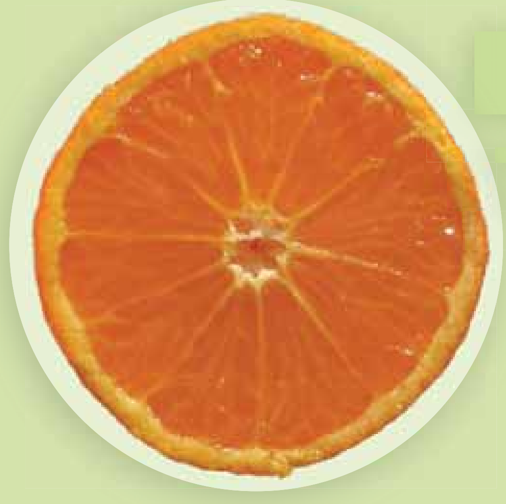
هـ: دایرې متحدالمرکزه(ګډ مرکز) وي.

و: پورتنې حالتونه په خپله ژبه ووایئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

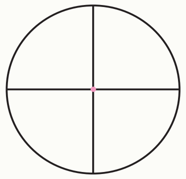
(c) ketabton.com: The Digital Library

د دایرې اړوند زاويې
Angle of a Circle



تصوير ته پام وکړئ هغه هندسي شکلونه چې په هغه کې ليدل کېږي نوم يې واخلئ؟

فعاليت

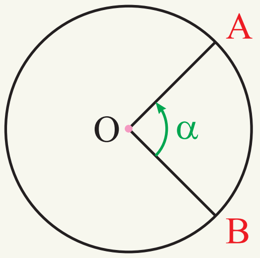


- په پورتني شکل کې څو زاويې ليدلای شئ.
- د دې زاويو ګډ خاصيتونه کوم دي بيان يې کړئ؟
- د $C(0,3)$ دايره رسم کړئ.
- په دې دايره کې يو پر بل دوه عمود قطرونه رسم کړئ.
- څو مرکزي زاويې لاسته راځي؟ د هرې زاويې د مقابل قوس اندازه څو درجې دی؟
- د دې دايرې محيط څو درجې دی؟

د پورتني فعاليت له نتيجې څخه ليکلای شو چې:
د يو قوس اوږدوالی د هغه د مرکزي زاويې په پراخوالی پورې اړه لري، يعني:

$$\frac{\hat{AOB}}{360^\circ} = \frac{\text{طول قوس}}{\text{محيط دايره}}$$

تعريف



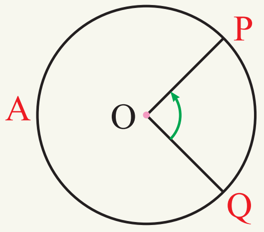
هغه زاويه چې راس يې د دايرې په مرکز پروت، او ضلعې يې د دايرې شعاعګانې وي مرکزي زاويه بلل کېږي لکه: د $\hat{AOB}$ يا د $\hat{\alpha}$ زاويه:

هره مرکزي زاویه له دایرې څخه یو قوس بېلوي، چې دغه قوس د خپلې مخامخ مرکزي زاویې مساوي اندازه لري، لکه: د $\overset{\frown}{AB}$ قوس چې د α زاویې سره مساوي دی.

د قرارداد له مخې ویلای شو چې په یوه دایره کې د مخامخ قوس اندازه د درجې له مخې د مرکزي زاویې سره مساوي ده یعنې: $\hat{AOB} = \overset{\frown}{AB} = \hat{\alpha}$

لومړی مثال: که د C(O , r) په دایره کې لوی قوس(major) د کوچنی قوس(minor) پنځه برابره وي نو د کوچني قوس، لوی قوس او د هغې د مرکزي زاویو اندازه پیدا کړئ.

حل: که کوچنی قوس $\overset{\frown}{PQ}_{minor} = x$ وي، نو لوی قوس یې $\overset{\frown}{PAQ}_{major} = 360^\circ - x^\circ$ دی نو لیکلای شو، چې:



$\overset{\frown}{PQ} + \overset{\frown}{PAQ} = 360^\circ$

$\overset{\frown}{PAQ}_{maj} = 5\overset{\frown}{PQ}_{min}$

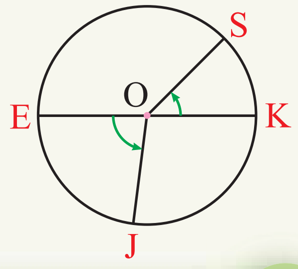
$x + 5x = 360^\circ$

$6x = 360^\circ$

$x = 60^\circ \quad \Rightarrow \hat{POQ} = x = 60^\circ$

$\overset{\frown}{PAQ} = 5x = 5 \times 60 = 300^\circ$

دویم مثال: په لاندې شکل کې که $\hat{KOS} = 31^\circ$ ، $\overline{EK}, \hat{EOJ} = 82^\circ$ د دایرې قطر وي. د $\overset{\frown}{SJ}, \overset{\frown}{KJ}, \overset{\frown}{SK}$ د $\overset{\frown}{EK}$ قوسونه په درجه پیدا کړئ.



د مرکزي زاویې مخامخ قوس .....

$\overset{\frown}{SK} = \hat{SOK} = 31^\circ \quad \Rightarrow \overset{\frown}{SK} = 31^\circ$

$\hat{KOJ} = 180^\circ - \hat{EOJ} = 180^\circ - 82^\circ = 98^\circ$

$\hat{KOJ} = \overset{\frown}{KJ} = 98^\circ$

$\overset{\frown}{SJ} = \overset{\frown}{SK} + \overset{\frown}{KJ} = 31^\circ + 98^\circ = 129^\circ$

$\overset{\frown}{JE} = \hat{EOJ} = 82^\circ$

$\overset{\frown}{EK} = \hat{EOK} = 180^\circ$

پوښتنې

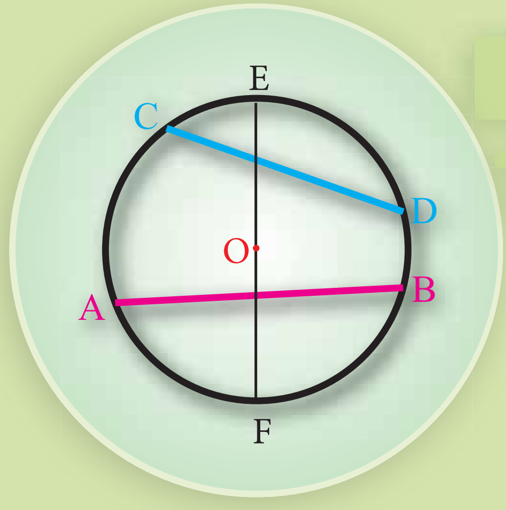
1- د B, A او C درې ټکي د $C(O,r)$ پر دایره داسې پراته دي، چې $\hat{BOC} = 136^\circ$ ، $\hat{AOB} = 75^\circ$ زاویې د OB دواړو خواوو ته پرتې وي $\overset{\frown}{AC}$ حساب کړئ.

2 - یوه مرکزي زاویه د 180° په اندازه رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې د وتر خواص



شکل ته پام وکړئ؛ د $\overline{AB}$ ، $\overline{CD}$ او $\overline{EF}$ مستقيمې کرښې په څه نامه ياديږي د $\overline{EF}$ کرښې ځانګړتيا څه ده؟ او له $\overline{AB}$ کرښې سره څه اړيکه لري؟

فعاليت

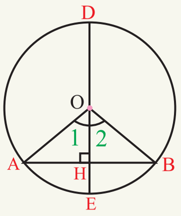
- د $C(O,r)$ په دايره کې د $\overline{AB}$ وتر رسم کړئ.
- د دايرې د $\overline{ED}$ قطر داسې رسم کړئ چې د $\overline{AB}$ په وتر د H په نقطه عمود وي.
- د (O) ټکی د A او B سره ونښلوئ، لاسته راغلی مثلث څه ډول مثلث دی.
- په لاندې تش ځايونو کې د($=,<$ يا $>$) ور نښې وليکئ.

$\overline{OA}\ \square\ \overline{OB}\quad,\quad \overset{\frown}{AE}\ \square\ \overset{\frown}{EB}\quad,\quad \overline{AH}\ \square\ \overline{HB}$

د دې فعاليت د پايلې څخه کولای شو لاندې قضيه بيان او ثبوت کړو.

قضيه: په هره دايره کې په وتر عمود قطر، وتر او د هغې مقابل قوس نيمموي.

ثبوت:د $\overset{\Delta}{BOH}$ او $\overset{\Delta}{AOH}$ دوه مثلثونو څخه ليکلی شو چې:



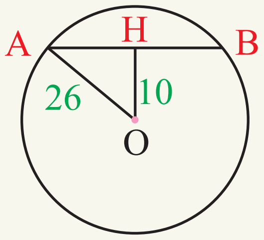
$$\left.\begin{array}{l} \overline{OA}=\overline{OB}\text{.........} \text{ د دايرې شعاع} \\ \hat{H}_1=\hat{H}_2\text{..........} \text{ قايمه} \\ \overline{OH}=\overline{OH}\text{........} \text{ مشترک} \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{AOH}\cong\overset{\Delta}{OHB}$$

نو د دوه مثلثونو د تساوي څخه داسې پايله لاسته راځي، چې: $\overline{AH}=\overline{HB}$ او د $\overset{\Delta}{AOH}$ او $\overset{\Delta}{BOH}$ مرکزي زاويې سره مساوي دي په پايله کې $\overset{\frown}{AE}=\overset{\frown}{EB}$ دی.

مثال: د $C(O,26)$ دايره راکړل شوې ده، که چيرې پر وتر د عمود اوږدوالی د دايرې له مرکز څخه (۱۰) واحده وي د $\overline{AB}$ وتر اوږدوالی حساب کړئ.

حل: د $\overset{\Delta}{OAH}$ په مثلث کې د فیثاغورث د قضیې له مخې لرو چې:

$$\overline{OA}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{OH}^2$$
$$(26)^2 = \overline{AH}^2 + (10)^2$$
$$\overline{AH}^2 = (26)^2 - (10)^2$$
$$\overline{AH}^2 = 676 - 100 = 576$$
$$\overline{AH} = 24$$
$$\overline{AB} = 2\overline{AH} = 2 \times 24 = 48\,\text{unit}$$



فعالیت

- د $C(0,3)$ دایره رسم کړئ.
- په دایره کې د $\overline{PQ}$ او $\overline{ER}$ دوه مساوي وترونه رسم کړئ.
- د دایرې له مرکز څخه د $\overline{PQ}$ او $\overline{ER}$ په وترونو عمود کرښې رسم او اوږدوالی یې معلوم کړئ.

د دې فعالیت له پایلې څخه لاندې قضیه بیان او ثبوتوو.

قضیه: په هره دایره کې د هغې مساوي وترونه، د دایرې له مرکز څخه مساوي واټن لري.

ثبوت: د $\overset{\Delta}{RON}$ او $\overset{\Delta}{POM}$ د دوو مثلثونو څخه لرو چې:

$\overline{OP} = \overline{OR}$ ....د دایرې شعاع

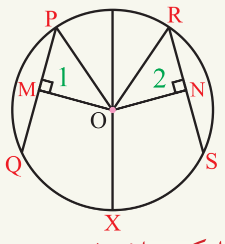
$\hat{1} = \hat{2}$ ....قایمه

$\overline{PQ} = \overline{RS}$ .... مساوي وترونه

$\dfrac{\overline{PQ}}{2} = \dfrac{\overline{RS}}{2} \Rightarrow \overline{PM} = \overline{RN}$

$\Longrightarrow$ $\overset{\Delta}{POM} \cong \overset{\Delta}{RON}$

$\overline{OM} = \overline{ON}$



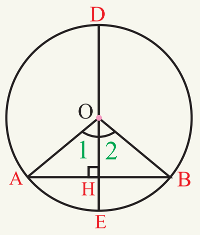
په پایله کې ویلای شو چې په هره دایره کې مساوي وترونه له مرکز څخه مساوي واټن لري.

پوښتنې

1- د $C(0,13)$ په دایره کې د $\overline{AB}$ وتر د دایرې له مرکز څخه 5 واحده واټن لري د $\overline{AB}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

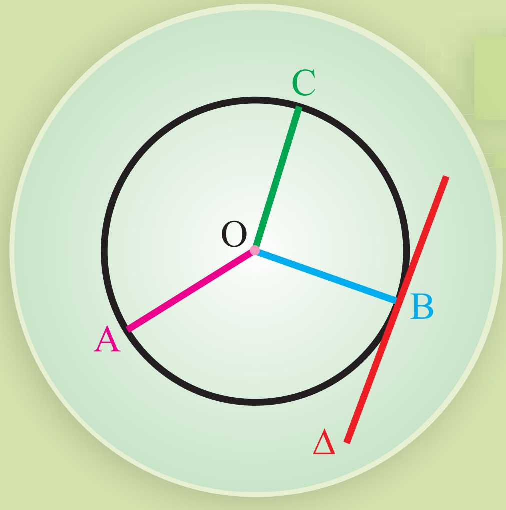
2- که چیرې د یوې دایرې قطر د وتر له نیمایي څخه تیر شي، ثبوت کړئ چې پر وتر عمود دی.

3- په یوه دایره کې $\overline{AB} = 8cm$ وتر رسم کړئ. که چیرې د وتر عمودي فاصله له مرکز څخه $\overline{OH} = 3cm$ وي د دایرې قطر او محیط محاسبه کړئ.



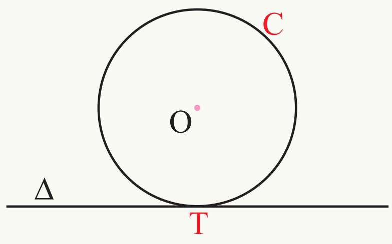
(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې د شعاع خواص



شکل ته په پام د OA، OB او OC کرښې څه نوميږي او د Δ کرښه د دايرې او د OB ورانګې سره څه اړيکې لري؟

فعاليت



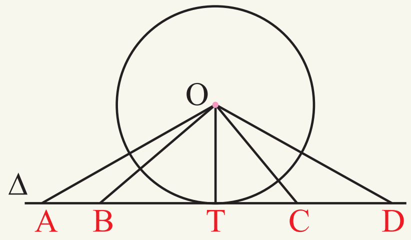
- په مخامخ شکل د(Δ) مستقيمه کرښه د $C(0,2)$ دايرې د T په ټکي کې مماس دی د A, B, C او D ټکي د مماس پر مخ د T ټکي دواړو خواوو کې وټاکئ او د دايرې له مرکز سره يې ونښلوئ.
- ټوټه کرښې يا قطعه خطونه د خط کش په مرسته اندازه کړئ.
- د دايرې د مرکز او مماس تر منځ لنډې واټن وښايئ.

تر ټولو کوچنی فاصله د يوه ټکي او يوې مستقيمې کرښې تر منځ کومه فاصله ده؟

- د پورتنيو دوو حالتونو څخه څه پايله لاسته راوړئ.

د دې فعاليت د پايلې څخه په لاندې توګه قضيه بيان او ثبوتوو.

قضيه: د دايرې شعاع د تماس په ټکي کې پر مماس عمود دی.



پايله: په لاندې شکل کې ليدل کيږي، چې:

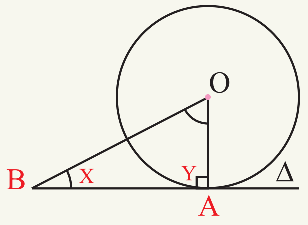
$\overline{OT} < \overline{OB} < \overline{OA}$

$\overline{OT} < \overline{OC} < \overline{OD}$

پوهيږو چې تر ټولو کوچنی فاصله د يوه ټکي او مستقيم ترمنځ عمودي فاصله ده. په پايله کې ويلای شو چې مستقيمې کرښې: $\overline{OT} \perp \Delta$ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: په لاندې شکل کې د Δ مستقیمه کرښه د A په ټکي د $C(O,r)$ پر دایره مماس دی. که چیرې د $\hat{AOB}$ مساوي 60° وي، د x زاویه پیدا کړئ.



$OA \perp BA \Rightarrow \hat{y} = 90^\circ$

$\hat{o} + \hat{x} + \hat{y} = 180^\circ$

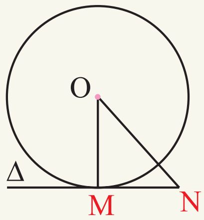
$60^\circ + \hat{x} + 90^\circ = 180^\circ$

$x = 180^\circ - 150^\circ$

$x = 30^\circ$

دویم مثال: په لاندې شکل کې د Δ مستقیمه کرښه د $C(O,r)$ پر دایره مماس دي، که $\overline{OM} = 4unit$ او $\overline{ON} = 5unit$ اوږدوالی ولري د $\overline{MN}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

حل: پوهیږو چې د دایرې شعاع د تماس په ټکي پر مماس عمود دی په پایله کې د $\overset{\Delta}{OMN}$ په قایم الزاویه مثلث کې د فیثاغورث د قضیې په اساس لرو چې:



$\overline{ON}^2 = \overline{OM}^2 + \overline{MN}^2$

$\overline{MN}^2 = \overline{ON}^2 - \overline{OM}^2$

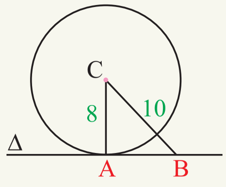
$\overline{MN}^2 = 5^2 - 4^2 = 9$

$\overline{MN} = 3$

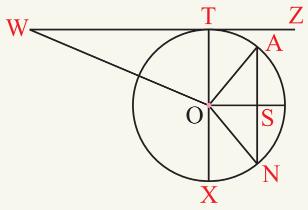
- د دایرې شعاع د تماس په ټکي کې پر مماس عمود وي.
- هر مماس په هغه شعاع چې د تماس د ټکي څخه تیریږي عمود دی.

پوښتنې

1- په مخامخ شکل کې د Δ د $P(C,r)$ پر دایرې مماس دی، که $\overline{AC} = 8unit$ او $\overline{BC} = 10unit$ اوږدوالی ولري. د $\overline{AB}$ اوږدوالی پیدا کړئ.



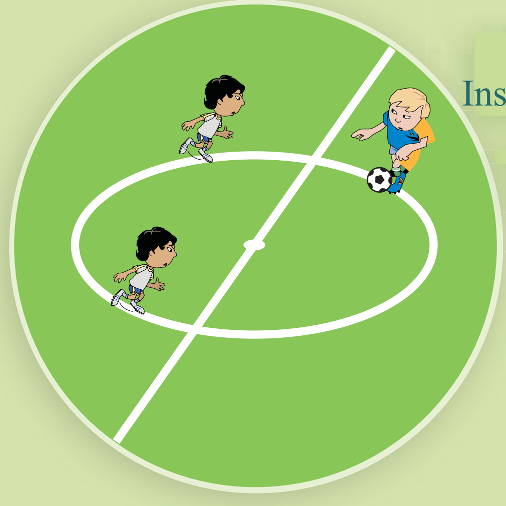
2 - په مخامخ شکل کې که $\overline{WZ}$ د T په ټکي د $C(O,r)$ پر دایرې مماس وي، $\overline{OS} = 1unit$ ، TW=3unit وي د $\overline{OA}, \overline{AS}, \overline{SN}, \overline{OW}$ او $\overline{TX}$ اوږدوالی پیدا کړئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

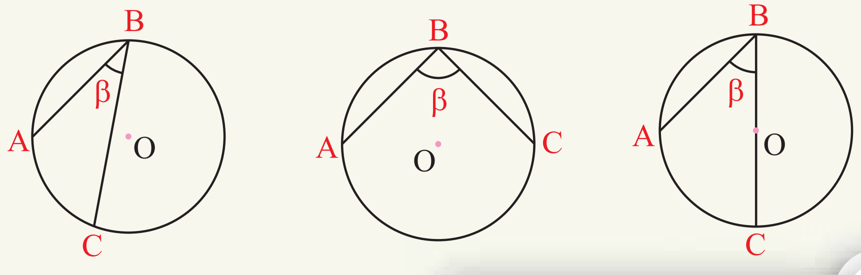
د دایرې محیطي زاویه
Inscribed Angel of a Circle



د فوټبال د میدان په مرکزي دایره کې حسیب الله، بلال ته او بلال الیاس ته توپ پاس کړ. هغه شکل چې د توپ د شوټ د مسیر څخه جوړېږي څه ډول دی؟

تعریف

هغه زاویه چې راس یې د دایرې پر محیط او ضلعې یې د دایرې دوه وترونه وي محیطي زاویه بلل کېږي. لکه: د $\hat{ABC}$ یا د $\hat{\beta}$.



فعالیت

- د $C(O,r)$ په دایره کې د $\hat{ABC}$ محیطي زاویه، چې د $\overline{BC}$ ضلع د دایرې له مرکز څخه تیره شي رسم کړئ.
- د A ټکی د دایرې له مرکز (O) سره ونښلوئ څرنګه مثلث لاسته راځي.
- د $\hat{A}$ او $\hat{B}$ زاویې د $\hat{OAB}$ په مثلث کې یو له بل سره څه اړیکې لري؟
- د $\hat{AOC}$ زاویه د $\hat{A}$ او $\hat{B}$ زاویو سره څه اړیکې لري؟

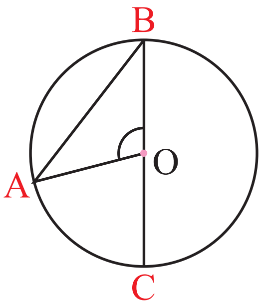
> **په یاد ولرئ چې:**
> - د مرکزي زاویې پراخوالی د خپل مخامخ قوس سره مساوي دی.
> - په هر مثلث کې د خارجي زاویې پراخوالی د دوو داخلي پرته له مجاورې زاویې له مجموعې سره مساوي دی.

د مخکینی مخ فعالیت د پایلې څخه په لاندې توګه قضیه بیان او ثبوتوو.

قضیه: د هرې محیطي زاویې پراخوالی د خپل مخامخ قوس نیمایي دی.

دلته قضیه په هغه حالت کې ثبوتوو چې د محیطي زاویې یوه ضلع د دایرې قطر وي. د دوو نورو حالتونو ثبوت د کورنۍ دندې په توګه زده کوونکو ته پاتې شو.

ثبوت: د $\hat{AOC}$ زاویه د $\overset{\Delta}{AOB}$ د مثلث خارجي زاویه ده، لیکلای شو چې:



مرکزي زاویه ..... $\hat{AOC} = \overset{\frown}{AC}$

$\hat{AOC} = 2\hat{B}$

نو: $\overset{\frown}{AC} = 2\hat{B}$

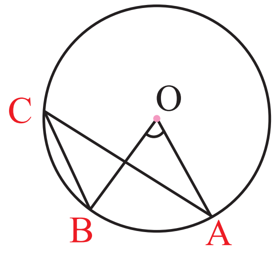
په پایله کې $\hat{ABC} = \frac{\overset{\frown}{AC}}{2}$

$$\left.\begin{array}{l}\hat{AOC} = \hat{A}+\hat{B} \\ \hat{A} = \hat{B} \text{ ..... ولې} \\ \hat{AOC} = \hat{B}+\hat{B} \\ \hat{AOC} = 2\hat{B}\end{array}\right\} \Rightarrow$$

د $\hat{ABC}$ د محیطي زاویې پراخوالی د $\overset{\frown}{AC}$ $\frac{1}{2}$ سره برابر دی.

مثال: د $C(O,r)$ په دایره کې چې مرکزي زاویه $\hat{AOB} = 60^\circ$ وي د $\hat{ACB}$ محیطي زاویې مخامخ قوس $\overset{\frown}{AB}$ یې پیدا کړئ.

حل: په یوه دایره کې د مرکزي زاویې او د هغې د مخامخ قوس د اړیکو څخه لیکلی شو چې:



$$\left.\begin{array}{l}\hat{AOB} = 60^\circ \\ \hat{AOB} = \overset{\frown}{AB}\end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\frown}{AB} = 60^\circ$$

$$\left.\begin{array}{l}\overset{\frown}{AB} = 60^\circ \\ \hat{ACB} = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2}\end{array}\right\} \Rightarrow \hat{ACB} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

پوښتنې

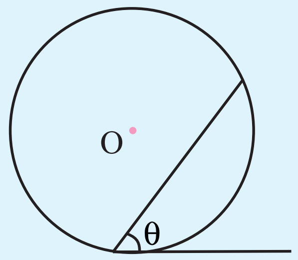
1 - په یوه دایره کې د 90° په اندازه محیطي زاویه رسم کړئ.

2 - د دایرې پر محیط د A او B دوه ټکي په پام کې ونیسئ. د $\overset{\frown}{AB}$ د قوس په مقابل کې، څو محیطي زاویې رسمولای شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

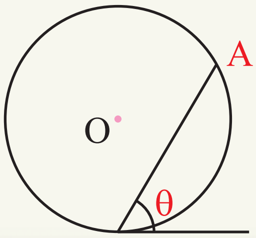
د دایرې مماسي زاویه



شکل ته پام وکړئ، هغه مستقیمې کرښې چې د θ زاویه یې جوړه کړې ده نوم واخلئ او د زاویې راس چېرته پروت دی.

تعریف

هغه زاویه چې یوه ضلع یې پر دایره مماس او دویمه ضلع یې د دایرې وتر وي او راس یې د تماس په ټکي کې پروت وي مماسي زاویه بلل کېږي، لکه: د θ زاویه



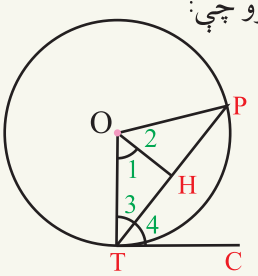
فعالیت

- د $C(0,6)$ دایره رسم کړئ.
- په دې دایره کې یوه مماسي زاویه رسم کړئ.
- د دایرې د وتر انجامونه د دایرې له مرکز سره ونښلوئ څه ډول مثلث لاسته راځي.
- د دایرې له مرکز څخه پر وتر عمود رسم کړئ.
- د $T\hat{O}P$ مرکزي زاویه او د $P\hat{T}C$ مماسي زاویې سره څه اړیکي لري.

د دې فعالیت د پایلې څخه لاندې قضیه ثبوتولی شو.

قضیه: په یوه دایره کې د مماسي زاویې پراخوالی د هغې د مخامخ قوس نیمایي په اندازه دی.

ثبوت: د $\overset{\Delta}{OHT}$ قایم الزاویه مثلث او $O\hat{T}C$ قایمې زاویې څخه لرو چې:

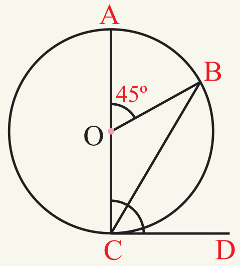


$$\left.\begin{array}{l}\hat{3}+\hat{1}=90^\circ\\ \hat{3}+\hat{4}=90^\circ\end{array}\right\}\Rightarrow \hat{3}+\hat{1}=\hat{3}+\hat{4}\Rightarrow \hat{1}=\hat{4}$$

$$\hat{1}=\frac{P\hat{O}T}{2}=\frac{\overset{\frown}{PT}}{2}\Rightarrow P\hat{T}C=\frac{\overset{\frown}{PT}}{2}$$

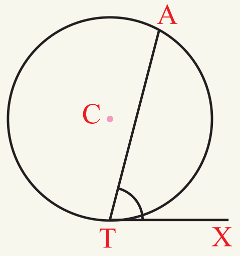
لومړی مثال: په لاندې شکل کې چې د $C(0,r)$ په دایره کې د هغې مرکزي زاویه 45° وي، د محیطي او مماسي زاویو پراخوالی پیدا کړئ.

حل: د مرکزي زاویې او دهغې د مخامخ قوس د اړیکو څخه په ګټه لیکلی شو چې:



دویم مثال: په لاندې شکل کې د $\overset{\frown}{AT}$ قوس اندازه $(2\alpha-6)^\circ$ ده، د $\hat{ATX}$ مماسي زاویې اندازه پیدا کړئ.

حل: د مماسي زاویې او دهغې د مخامخ قوس د اړیکو څخه د ګټې اخیستلو له مخې لیکلای شو، چې:



$$\hat{ATX}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AT}$$

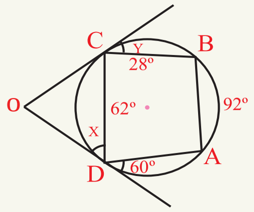
$$\hat{ATX}=\frac{1}{2}(2\alpha-6)^\circ$$

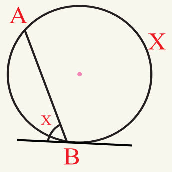
$$=(\alpha-3)^\circ$$

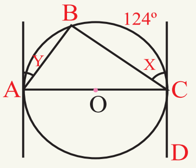
پایله: محیطي او مماسي زاویې چې د عین قوس په مقابل کې پرتې وي، سره مساوي دي.

پوښتنې

۱- د مماسي زاویو اندازه په لاندې شکلونو کې په لاس راوړئ.







(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړي څپرکي لنډيز

- د هغو ټکو سټ يا هندسي محل چې د يوه ټاکلي ټکي نه مساوي واټن ولري دايره بلل کېږي.
- د هغو ټکو سټ چې واټن يې د دايرې له شعاع څخه کوچنی وي د دايرې دننه ساحه بلل کېږي.
- د هغو ټکو سټ چې واټن يې د دايرې له مرکز او د دايرې له شعاع سره مساوي وي د دايرې محيط يا مخ بلل کېږي.
- د هغو ټکو سټ چې فاصله يې د دايرې له مرکز څخه نسبت د دايرې شعاع ته لوی وي د دايرې باندنی ساحه بلل کېږي.
- د مستوي هغه برخه چې د منحني او د دايرې د داخلي سطحې په واسطه ببله شوې وي د دايرې سطحه بلل کېږي.
- هغه کرښه چې د دايرې مرکز او د محيط يو ټکی نښلوي د دايرې شعاع بلل کېږي.
- هغه ټوټه کرښه چې د دايرې د محيط دوه ټکي سره نښلوي ددايرې وتر بلل کېږي.
- د دايرې هغه وتر چې له مرکز څخه تيرېږي د دايرې قطر بلل کېږي. هر قطر د شعاع دوه برابره دی.
- د دايرې د محيط يوه برخه چې د دوو ټکو په مرسته ببله شوې وي قوس بلل کېږي.
- هغه کرښه چې له دايرې سره يو ګډ ټکی ولري مماس بلل کېږي.
- د دايرې قطعه: د دايرې هغه برخه چې د دايرې د وتر او اړونده قوس تر منځ پرته وي د دايرې قطعه بلل کېږي
- د دايرې يوه برخه ده چې د دوو شعاعګانو او اړوند قوس په مرسته د دايرې له سطحې څخه ببله شوې وي.
- که يو مستقيم له يوې دايرې سره يو ګډ ټکی ولري د مماس او که چيرې دوه ګډې ټکي ولري د قاطع په نوم يادېږي.
- په هره دايره کې د دايرې له مرکز څخه پر وتر عمودي کرښه، وتر او مخامخ قوس نيمايي کوي.

- د دايرې شعاع د تماس په ټکي کې پر مماس عمود دی.
- د يوې دايرې مساوي وترونه د هغې له مرکز څخه مساوي واټن لري.

هغه زاويه چې راس يې د دايرې په مرکز پروت او ضلعې يې د دايرې شعاعګانې وي مرکزي زاويه بلل کېږي.

- د هرې مرکزي زاويې اندازه د هغې د مخامخ قوس سره مساوي ده.
- د مرکزي زاويې د مخامخ قوس اوږدوالی د دې رابطې $\hat{AOB} \over 360^\circ$ = د قوس اوږدوالی / د دايرې محيط څخه په لاس راځي.

هغه زاويه ده، چې راس يې د دايرې پر محيط او ضلعې يې د دايرې وترونه وي محيطي زاويه بلل کېږي.

- د هرې محيطي زاويې پراخوالی د هغې د مخامخ قوس له نيمايي سره مساوي دی.
- هره محيطي زاويه د هغې د مرکزي زاويې نيمايي ده، چې د عين قوس په مخامخ کې پر ته ده.

هغه زاويه ده، چې يوه ضلعه يې په دايرې مماس او بله يې د دايرې وتر او راس د تماس په ټکي کې د دايرې پر محيط پروت وي مماسي زاويه بلل کېږي.

- هره مماسي زاويه د هغې مرکزي زاويې نيمايي ده، چې د عين قوس په مخامخ پرته وي.
- د دوو دايرو حالتونه يو بل ته:

_ که د دوو دايرو د مرکز ونو د واټن اوږدوالی د هغو د شعاعګانو له مجموعې څخه لوی وي دايرې غير متقاطع بلل کېږي.

_ که د دوو دايرو د مرکزونو واټن اوږدوالی د هغو د شعاعګانو له مجموعې سره مساوي وي دايرې خارجاً(د يا له باندې خوا) مماس بلل کېږي.

_ که د دوو دايرو د مرکزونو اوږدوالی د هغو د شعاعګانو له اوږدوالی څخه کوچنی او د شعاعګانو د تفريق حاصل يې د مطلقه قيمت څخه لوی وي متقاطع بلل کېږي.

_ که د دايرو د مرکزونو تر منځ واټن د هغې د شعاعګانو د تفريق حاصل مطلقه قيمت سره مساوي وي دايرې داخلاً(دننه) مماس دي.

_ که د دايرو د مرکزونو تر منځ واټن صفر وي دايرې متحد المرکز(د يوه مرکز لرونکي) بلل کېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړي څپرکي پوښتنې

- په لاندې پوښتنو کې د هرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه ورکړل شوي، سم ځواب په نښه کړئ.

1– د يوې دايرې د قطر اوږدوالی مساوي دی په:

a) $3r$ b) π c) 2π d) $2r$

2– دايره په لاندې ډول ښودل کېږي:

a) 0 b) $(1,2)$ c) (b,a) d) $C(o,r)$

3- هغه مستقيمه کرښه چې له دايرې سره يو ګډ ټکی ولري:

a) د وتر په نوم يادېږي. b) د قوس په نوم يادېږي.
c) د مماس په نوم يادېږي. d) د محيط په نوم يادېږي.

4- د هغو ټکو سټ چې فاصله يې د دايرې له شعاع څخه لويه وي:

a) د دايرې مخ بلل کېږي. b) د دايرې خارج بلل کېږي.
c) دايره بلل کېږي. d) د دايرې داخل بلل کېږي.

5- هغه وتر چې د دايرې مرکز ته نږدې وي:

a) پنډ وتر دی. b) وړوکی وتر دی.
c) هيڅ يو. d) لوی وتر دی.

6- که يوه مستقيمه کرښه دايره په دوو ټکو کې پرې کړي هغه ته:

a) مستقيمه کرښه او دايره وايي. b) قاطع وايي.
c) مماس وايي. d) موازي وايي.

7- که د يوې دايرې مرکزي زاويه 80° وي د مخامخ قوس اندازه يې مساوي په:

a) 90° b) $70'$ c) $80''$ d) 80°

8- يوه مستقيمه کرښه له يوې دايرې سره څو حالتونه لري:

a) 3 b) 7 c) 4 d) 1

9- هغه زاويه چې راس يې د ايرې پر محيط او ضلعې يې دوه وترونه وي:

a) مرکزي زاويه ده. b) مماسي زاويه ده.
c) محاطي زاويه ده. d) محيطي زاويه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

• تش ځایونه په مناسبو کلمو ډک کړئ:

1- د دایرې هغه برخه چې د وتر په واسطه د دایری له سطحې څخه بېله شوې وي د .... په نوم یادېږي.

2- د دایرې تر ټولو لوی وتر .... دی.

3- د هغو ټکو سټ چې .... یې له مرکز څخه د دایرې له شعاع څخه کوچنی وي د دایرې .... ویل کېږي.

4- که مستقیمه کرښه له یوې دایرې سره هیڅ ګډ .... ونلري هغه ته .... دایره ویل کېږي.

5- په هره دایره کې .... قطر پر وتر، وتر نیمایي او .... قوسونه د هغې څخه بیلوي.

6- په هر قایم الزاویه مثلث کې د وتر .... د .... ضلعو د مربعاتو له مجموعې سره مساوي دي.

7- په هره دایره کې هغه وتر چې مرکز ته نژدې وي تر ټولو .... وتر دی.

8- د دایرې شعاع د تماس په ټکی پر .... عمود وي.

9- مرکزي زاویه هغه زاویه ده چې .... یې د دایرې په مرکز او ضلعې یې د دایرې.................. وي.

10- هغه زاویه چې یوه ضلع یې .... په دایره او بله یې د دایرې .... او راس یې د .... په ټکی پروت وي د .... زاویې په نوم یادېږي.

• په لاندې جملو کې سمې او نا سمې جملې د(س) او (ن) د تورو په مرسته په نښه کړئ.

1- (   ) د یوې مستوي د ټولو ټکو سټ چې د(O) د یو ټاکلی ټکي څخه د(r) مساوي فاصلې ولري دایره بلل کېږي.

2- (   ) دایره د خپل محیط په نامه یادېږي.

3- (   ) هغه قطعه خط یا ټوټه کرښه چې د دایرې د محیط دوه ټکي سره نښلوي د دایرې د قطر په نامه یادېږي.

4- (   ) په یوه دایره کې شعاع یا وړانګه د قطر نیمایي ده.

5- (   ) د دایرې قطعه د($\cap$) په علامه ښودل کېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- (   ) د هغو ټکو سټ چې د شعاع په اندازه مساوي فاصله ولري د دايرې خارجي ساحه بلل کېږي.

7- (   ) په يوه دايره کې عمود قطر په وتر، وتر نيمايي او دوه بېلابېل قوسونه منځ ته راوړي.

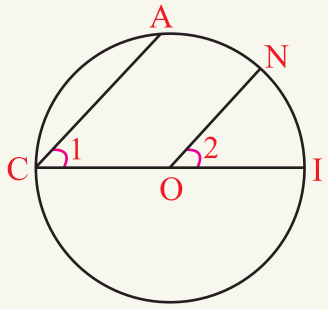
8- (   ) ټوله دايره د دايرې د قوس په نوم يادېږي.

9- (   ) د $d = \frac{r}{2}$ په رابطه کې d قطر او r د دايرې شعاع دی.

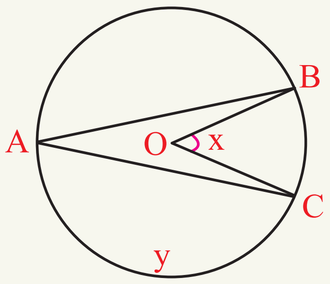
10- (   ) د يوې دايرې شعاع د تماس په ټکي پر مماس عمود وي.

- لاندې سوالونه په تفصيل سره حل کړئ.

1- په لاندې شکل کې که $\overline{CI}$ د دايرې قطر او $\overline{ON} \parallel \overline{CA}$ وي ثبوت کړئ چې $\overset{\frown}{AN} = \overset{\frown}{NI}$ دی.

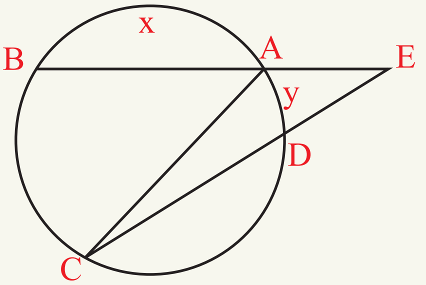


2- په لاندې $C(o,r)$ شکل کې که $y = 140^\circ$ او $\overset{\frown}{AB} = 48^\circ$ وي د $\hat{x}$ پيدا کړئ.

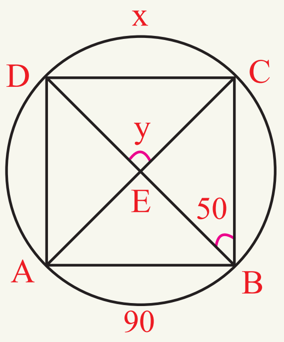


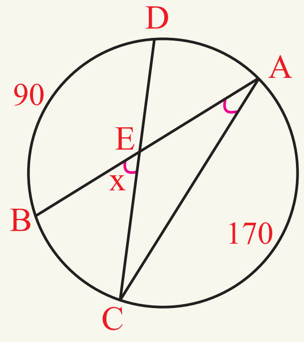
(c) ketabton.com: The Digital Library

3- په لاندې شکل کې چې $\hat{E} = 40^\circ$ او د $\overset{\frown}{AB}, \overset{\frown}{BC}$ او $\overset{\frown}{CD}$ مساوي اندازه اوږدوالی مساوي
وي د $A\hat{C}D$ اندازه معلومه کړئ.

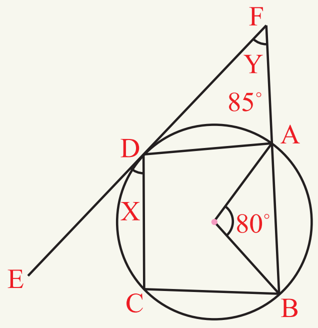


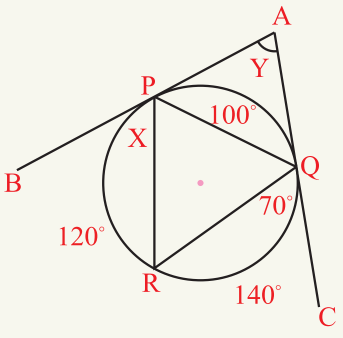
4- په لاندې شکلونو کې د x او y اندازه وټاکئ.





5- په لاندې شکلونو کې د x او y اندازې پیدا کړئ.





(c) ketabton.com: The Digital Library

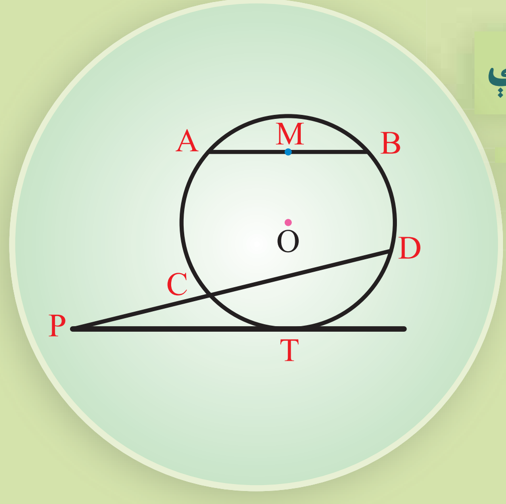
(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم څپرکی

په یوه دایره کې د اوږدوالی اړیکی

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دايره کې د اوږدوالي اړيکې



هغه توټه کرښې چې په مخاخ شکل کې وينئ نوم يې واخلئ.

تعريف

د اوږدوالي اړيکې: په يو هندسي شکل کې د کرښو د اجزاوو تر منځ اړيکې د اوږدوالي اړيکو په نوم ياديږي.

فعاليت

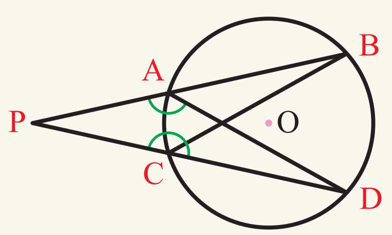
- د P له ټکي څخه چې د $C(O,r)$ دايرې په بهر کې پروت د $\overline{PAB}$ او $\overline{PCD}$ قاطع کرښې رسم کړئ.
- د A ټکي د D او B ټکي د C ټکي سره ونښلوئ.
- ويلای شئ چې د $\overset{\Delta}{PAD}$ او $\overset{\Delta}{PCB}$ مثلثونه مشابه دي؟
- په پورته دوو مثلثونو کې د تشابه نسبتونه وليکئ.

د دې فعاليت پايلې څخه لاندې قضيه څرګنديږي.

قضيه (۱ - ۲): که چيرې د يوې دايرې له بهرنيو ټکو څخه پر دايره دوه قاطع کرښې رسم شي، د يوې قاطع د قطعاتو د ضرب حاصل، د بل قاطع د قطعاتو د ضرب له حاصل سره مساوي دی.

يعنې: $\overline{PA}.\overline{PB} = \overline{PC}.\overline{PD}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ثبوت: د $\overset{\Delta}{PAD}$ او $\overset{\Delta}{PCB}$ مثلثونو تر منځ لاندې اړیکې موجود دي دي.

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$

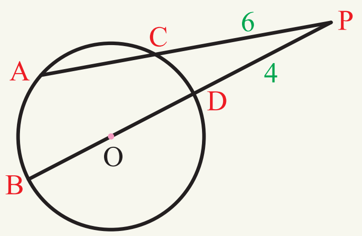
$\left.\begin{array}{ll} \hat{D}=\hat{B} & \text{د عین قوس محیطي زاویې} \\ \hat{P}=\hat{P} & \text{گډ} \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{A}=\hat{C}$

د پورتنیو دریو زاویو د تساوي څخه پوهېږو چې د $\overset{\Delta}{PAD}$ او $\overset{\Delta}{PCB}$ مثلثونه مشابه دي، نو لیکلی شو چې:

$$\overset{\Delta}{PCB}\sim\overset{\Delta}{PAD}\Rightarrow\frac{PA}{PC}=\frac{PD}{PB}\Rightarrow PA\cdot PB=PC\cdot PD$$

مثال: په لاندې شکل کې $\overline{PA}$ او $\overline{PB}$ د $C(O,r)$ د دایرې دوه قاطع کرښې دي. که $\overline{PA}=10cm$, $\overline{PC}=6cm$ او $\overline{PD}=4cm$ اوږدوالی ولري، د $\overline{PB}$ او $\overline{DB}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

حل: هغه قطعات(ټوټه کرښې) چې د P له ټکي څخه رسمېږي او د(۱-۲) قضیې په مرسته لیکلای شو، چې:



$\overline{PA}\cdot\overline{PC}=\overline{PB}\cdot\overline{PD}$

$10\cdot 6=\overline{PB}\cdot 4$

$60=4\overline{PB}$

$\overline{PB}=15cm$

$\overline{DB}=\overline{PB}-\overline{PD}$

$\overline{DB}=15-4$

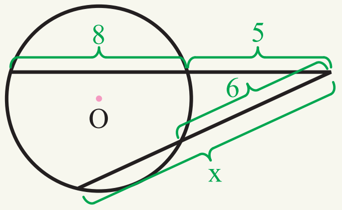
$\overline{DB}=11cm$

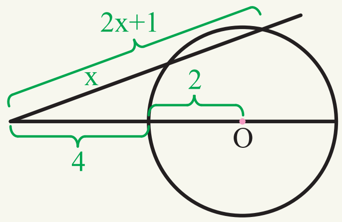
نتیجه

که چیرې د یوې دایرې له بهرنیو ټکو څخه پر دایره دوه قاطع کرښې رسم شي، د یوې قاطع د قطعاتو د ضرب حاصل، د بل قاطع د قطعاتو د ضرب له حاصل سره مساوي دی.

پوښتنې

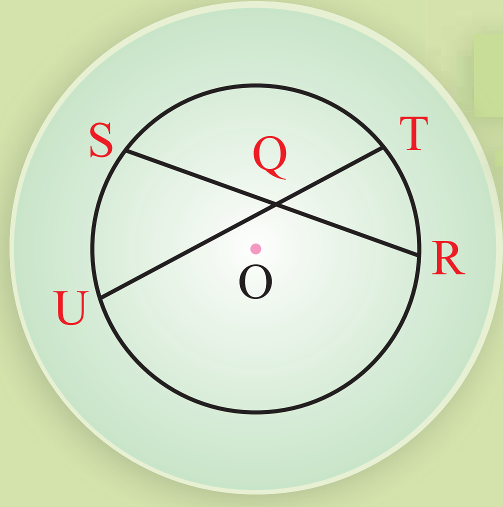
1-په لاندې شکلونو کې د x عددي قیمت پیدا کړئ.





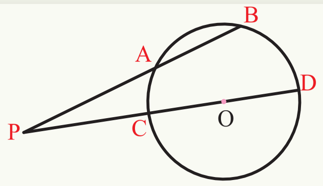
(c) ketabton.com: The Digital Library

د یو ټکی طاقت نظر دایرې ته



مخامخ شکل ته پاملرنه وکړئ. ویلاشی شئ چې د $\overline{QR}\cdot\overline{QS}=\overline{QU}\cdot\overline{QT}$ مساوات سم دي.

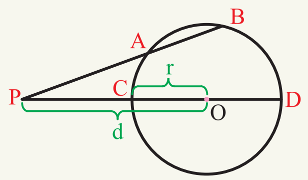
فعالیت



- د P له یو ټاکلی ټکي څخه چې C(O,r) د دایرې څخه بهر پروت دی پر هغه د $\overline{PAB}$ قاطع رسم کړئ.
- د P له بهرنی ټکي څخه د $\overline{PCD}$ قاطع داسي رسم کړئ چې د $C(O,r)$ دایرې له مرکز څخه تیر شي.
- د $\overline{PAB}$ او $\overline{PCD}$ د ټوټه کرښو ترمنځ اړیکي د (2-1) قضیې له مخې ولیکئ.
- په پورتنی اړیکه کې د $\overline{PC}$ او $\overline{PD}$ اوږدوالی د دایرې له مرکز څخه ولیکئ.
- که د P ټکی واټن د دایرې له مرکز څخه په (d) او شعاع یا وړانګه په (r) سره وښیو، پورتنی اړیکه د d او r تر منځ ولیکئ.

د پاسني فعالیت د پایلې څخه لاندې قضیه څرګندیږي.

قضیه (2-2): که د یو ټاکلی ټکي څخه دوې قاطع کرښې په یوه دایره داسې رسم کړئ چې، دویمه قاطع د دایرې له مرکز څخه تیره شي. د لومړی قاطع د ټوټه کرښو تر منځ د ضرب حاصل د یو ټاکلی اندازې (d^2-r^2) سره مساوي دي، (d) د ټاکلي ټکي او د دایرې د مرکز تر منځ واټن او (r) د دایرې شعاع یا وړانګه ده.



لومړی حالت: که چیرې ټاکلي ټکی د دایرې په بهر کې پروت وي.

ثبوت: که چیرې د P ټکی د دایرې په بهر کې او واټن له مرکز څخه په (d) او دایرې شعاع په (r) سره وښیو، د (2-1) قضیې

(c) ketabton.com: The Digital Library

له مخې ليکلای شو:
دوه نور حالتونو چې ټاکلی ټکي يې د دايرې پر محيط او دننه په دايره کې پراته وي، دا دګرانو زده کوونکو کورنی دنده ده.

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}....(2-1)$

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=(\overline{PO}-\overline{CO})(\overline{PO}+\overline{OD})$

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=(d-r)(d+r)$

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=d^2-r^2$

تعريف

د $\overline{PA}\cdot\overline{PC}=d^2-r^2$ رابطه د P د ټکي طاقت نظر د $C(o,r)$ دايرې ته وايي چې، ثابته اندازه ده چې د $P_{(o)}=d^2-r^2$ په شکل ښودل کيږي.

لومړی مثال: که د يوې دايرې قطر $10cm$ او د P ټکی د $13cm$ په اندازه د دايرې له مرکز څخه واټن ولري د P ټکي طاقت نظر $C(o,r)$ دايرې ته پيدا کړئ.

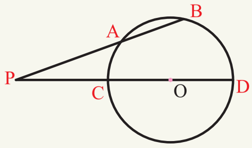
حل: څرنګه چې د دايرې قطر راکړل شوی دی لومړی د دايرې شعاع يا وړانګه وروسته د P ټکي طاقت نظر دايرې ته پيدا کړئ.

$r=\frac{D}{2}=\frac{10}{2}=5cm$

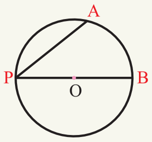
$P_{(O)}=d^2-r^2$

$P_{(O)}=(13)^2-(5)^2$

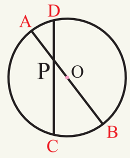
$P_{(O)}=169-25\Rightarrow P_{(O)}=144$



• که د يوه ټکي طاقت نظر يوې دايرې ته مثبت وي ټکی د دايرې نه بهر پروت دی، يا $P_{(o)}=d^2-r^2>0$ لکه د(2-2) قضيې شکل



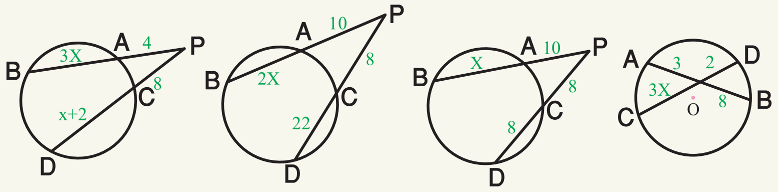
• که د يوه ټکي طاقت نظر دايرې ته صفر وي ټکی د دايرې پر محيط پروت دی، يعني $P_{(0)}=d^2-r^2=0\Rightarrow d^2=r^2$



• که د يوه ټکي طاقت نظر دايرې ته منفي وي ټکی د دايرې دننه پروت ده، يعني $P_{(0)}=d^2-r^2<0\ \Rightarrow d^2<r^2$

پوښتنې

1- په لاندې شکلونو کې د x قيمتونه پيدا کړئ.



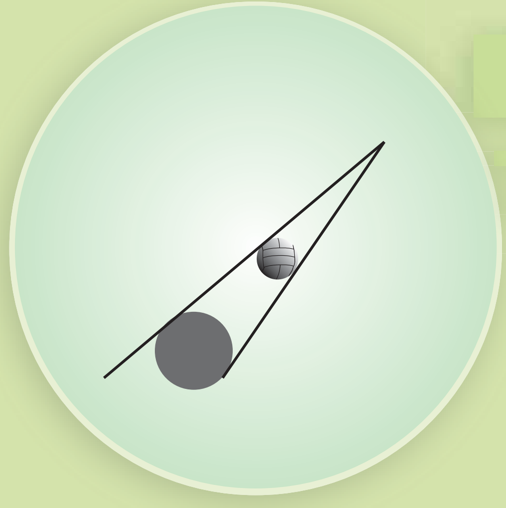
2- په لاندې حالتونو کې د يوه ټکي طاقت نظر يوې دايرې ته پيدا کړئ.

الف) که $d=7$ او $r=4$ وي. ب) که $d=3$ او $r=3$ وي. ج) که $d=3$ او $r=5$ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دايرې مماس کرښه



شکل ته پاملرنه وکړئ.
که چيرې د نور د وړانګې حرکت مسير مستقيمې کرښې ومنل شي، دغه کرښې نظر توپ او د هغه له سيوري سره څه اړيکې لري.

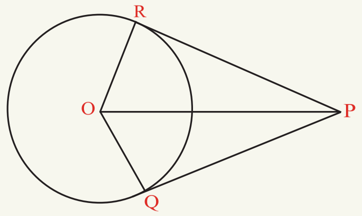
فعاليت

- د P له يوه بهرنۍ ټکي نه د $C(O,r)$ په دايره د $\overline{PR}$ او $\overline{PQ}$ دوه مماسونه رسم کړئ.
- که د Q او R ټکي پر دايره د تماس ټکي وي. ايا د P له ټکي پر دايره بل مماس رسمېدلای شي؟
- د O ټکي د Q، R او P ټکو سره و نښلوئ.
- لاسته راغلي مثلثونه سره څه اړيکې لري؟
- ايا رسم شوی مماسونه سره برابر دي؟

د دې فعاليت د پايلې څخه لاندې قضيه څرګندېږي.

قضيه (2-3): د يوې دايرې له بهرنی ټکي څخه پر دايره دوه مساوي مماسونه، رسمېږي.

ثبوت: په $\overset{\Delta}{POR}$ او $\overset{\Delta}{POQ}$ مثلثونو کې ليکلی شو چې:



$\overline{OR} = \overline{OQ}$.... د دايرې شعاع يا وړانګه

$\overline{PO} = \overline{PO}$ .... ګډ

$\hat{R} = \hat{Q}$..............90°

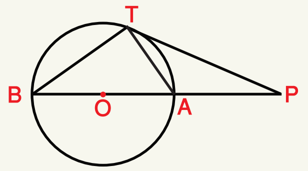
$\overset{\Delta}{POR} \cong \overset{\Delta}{POQ}$

$\overline{PR} = \overline{PQ}$

قضيه (2-4): که د يوې دايرې له بهرنی ټکي نه يو مماس او يو قاطع پر يوه دايره رسم شي ثبوت کړئ، چې د يوه ټکي طاقت نظر دايرې ته د مماس له مربع سره مساوي دی.

ثبوت: $C(O,r)$ په دايره کې $\overline{PT}$ مماس او $\overline{PAB}$ قاطع دی، که د T ټکی له A او B

ټکوسره ونښلوو، د $\overset{\Delta}{PTA}$ او $\overset{\Delta}{PTB}$ مثلثونو څخه ليکلای شو چې:



$P\hat{T}A = P\hat{B}T .....(I)$ محيطي زاويې او د عين قوس ګډ مماس

$\hat{P} = \hat{P} ....(II)$

$\overset{I \wedge II}{\Rightarrow} P\hat{T}B = P\hat{A}T$

$\Rightarrow \overset{\Delta}{PTB} \sim \overset{\Delta}{PTA}$

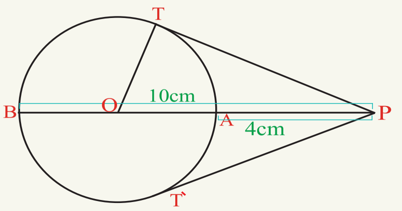
$$\frac{\overline{PA}}{\overline{PT}} = \frac{\overline{PT}}{\overline{PB}}$$

$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PT}^2 \Rightarrow \overline{PT}^2 = d^2 - r^2$$

په پايله کې ليکلای شو چې: $PT = PT'$

مثال: په لاندې شکل کې د $\overline{PT}$ او $\overline{PT'}$ اوږدوالی لاسته راوړئ.

حل:

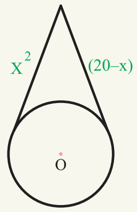


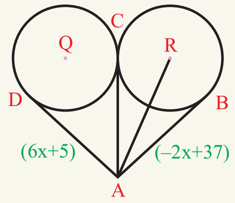
$PA = 4cm$ | $PT^2 = PA \cdot PB$
$PB = 10cm$ | $PT^2 = 4 \times 10 = 40$
$PT = ?$ | $PT = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

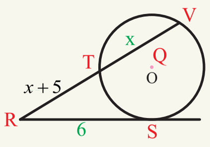
- د يوې دايرې له باندنې ټکي څخه پر هغې دوه مساوي مماسونه رسمولای شو.
که چيرې د يوې دايرې له بهرنې ټکي څخه پر دايره يو قاطع او يو مماس رسم شي، د يوه ټکي طاقت نظر دايرې ته د مماس له مربع سره مساوي دي.

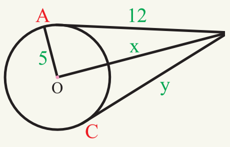
پوښتنې

په لاندې شکلونو کې د x قيمت لاسته راوړئ.



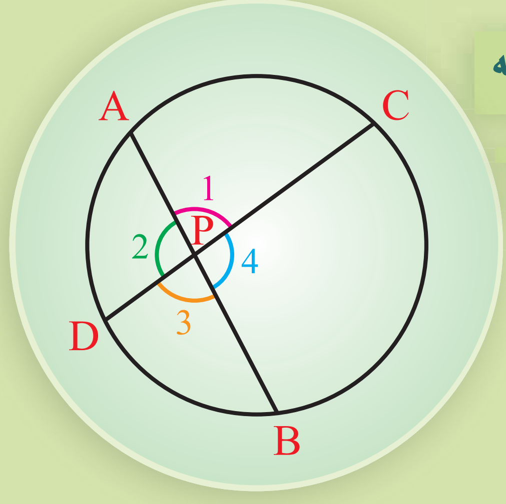






(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې دايرې دننۍ (داخلي) زاويه



د يـوې دايرې پـه دننه کـې دوه متقاطع وترونه رسـم کړئ او وواياست چې څو زاويې جوړوي، او څه يې نوموئ.

تعريف

هغه زاويې چې د دايرې په دننه کې د دوو وترونو د تقاطع په مرسته منځ ته راځي د دايرې دننۍ زاويې بلل کېږي، لکه په پورتني شکل کې د $\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4}$ زاويې.

فعاليت

- د $C(O,r)$ دايره رسم کړئ، په هغه کې د $\overline{AB}$ او $\overline{CD}$ دوه وترونه د اسې رسم کړئ چې د P په ټکي که يو بل پرې کړي هغه زاويې چې منځ ته راغلې د څه په نامه يادېږي؟
- د D او C ټکي د B سره ونښلوئ د $\hat{CPB}$ زاويه چې د $\overset{\Delta}{PBD}$ باندنۍ زاويه ده، د مثلث د دوو نګاونډيو زاويو سره څه اړيکه لري.

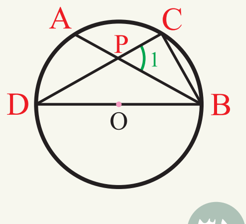
په ياد ولرئ:

- هره محيطي زاويه د مخامخ قوس نيمايي ده.
- پـه يـوه مثلث کـې د هرې خارجـي زاويـې پراخوالـې د دوو نګاونډيـو زاويـو د مجموعې سره برابر دی.

د دې فعاليت د پايلې څخه لاندې قضيه بيان او ثبوتوو.

قضيه (2-5): د يوې دايرې د هرې دننۍ (داخلي) زاويې پراخوالې، د هغو قوسونو د مجموعې له نيمايي سره مساوي دی، چې د د زاويو د اضلاعو د پرېکړې په مرسته منځ ته راغلی وي.

ثبوت: څرنګه چې د $\hat{B}$ او $\hat{D}$ د دايرې محيطي زاويې دي نو کولای شو چې وليکو:



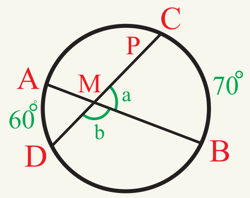
$$\left.\begin{array}{ll}\hat{B}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AD} & \text{د محيطي زاويې وسعت}\\ \hat{D}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{BC} & \text{د محيطي زاويې وسعت}\\ \hat{CPB}=\hat{B}+\hat{D} & \text{د هر مثلث خارجي زاويه}\end{array}\right\}\Rightarrow \hat{CPB}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AD}+\frac{1}{2}\overset{\frown}{BC}$$

$$\hat{CPB}=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{BC})$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: په لاندې شکل کې د $\hat{a}$ او $\hat{b}$ زاويې پيدا کړئ.

حل: څرنګه چې د يوې دايرې دننې زاويې پراخوالی د هغو قوسونو دمجموعې له نيمايي سره مساوي دی چې د زاويو په مخامخ کې پراته وي، يعنې:



$$C\hat{M}B = \hat{a} = \frac{\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{BC}}{2} = \frac{60+70}{2} = 65^\circ$$

$$\hat{b} = 180^\circ - a = 180^\circ - 65^\circ = 105^\circ$$

دويم مثال: په لاندې شکل کې د x او $N\hat{T}M$ زاويې پراخوالی وټاکئ.

حل: د يوې دايرې دننې زاويو د اړيکو له مخې ليکلی شو چې:

$$\overset{\frown}{NM} = 9x+17 \quad , \quad \overset{\frown}{PQ} = 10x-10$$

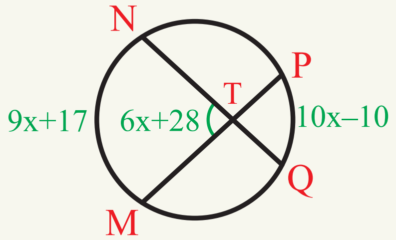
$$N\hat{T}M = 6x+28$$

$$6x+28 = \frac{9x+17+10x-10}{2}$$

$$12x+56 = 19x+7$$

$$-7x = -49$$

$$x = 7$$

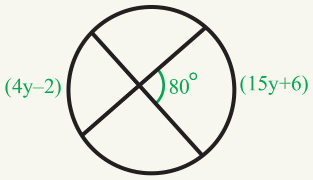


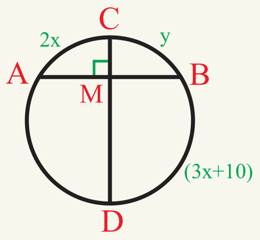
$$N\hat{T}M = 6x+28$$

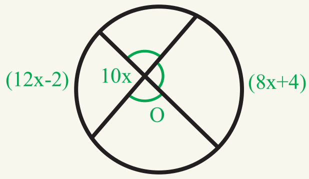
$$= 6\times7+28 = 42+28 \Rightarrow N\hat{T}M = 70^\circ$$

پوښتنې

1- په لاندې شکلونو کې د x او y اندازې معلوم کړئ.

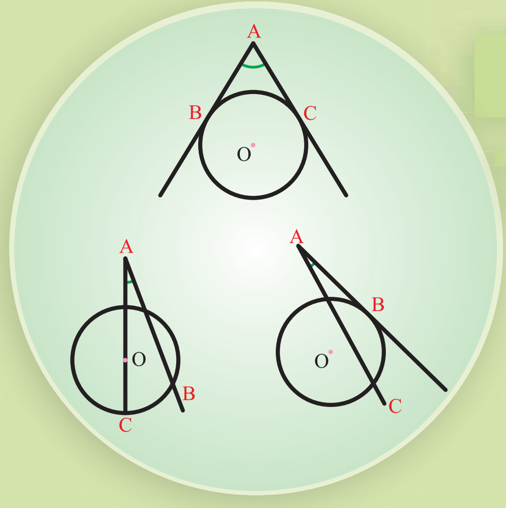






(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې باندنۍ زاويه



په مخامخ شکلونو کې د توپه کرښو او د زاويو نومونه واخلئ.

تعريف

هغه زاويه چې د دوو قاطع کرښو، دوو مماسونو يا د يو قاطع او يوه مماس د پرېکړې ځخه د دايرې په بهر کې منځ ته راغلې وي د دايرې باندنۍ زاويه بلل کېږي.

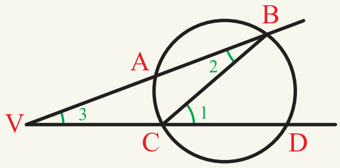
فعاليت

- د $C(O,r)$ په دايره کې د $\overline{AB}$ او $\overline{CD}$ دوه غير موازي وترونه غزوو تر څو د $B\hat{V}D$ خارجي زاويه منځ ته راشي د C ټکی له B سره ونښلوئ.
- د $B\overset{\Delta}{V}C$ مثلث باندنۍ زاويه يعني ($\hat{1}$) د مثلث د دوو ناګاونډيو زاويو سره څه اړيکې لري؟

د دې فعاليت له پايلې ځخه لاندې قضيه بيانېږي.

قضيه (6-2): د يوې دايرې د باندنۍ زاويې پراخوالی، د هغو قوسونو د توپير له نمايي سره مساوي دی، چې د وترونو د تقاطع ځخه منځ ته راغلي وي.

ثبوت: د B ټکی له C سره نښلوو او $V\overset{\Delta}{B}C$ مثلث کې لرو چې:



$\hat{1}=\hat{2}+\hat{3}$ د مثلث خارجي زاويې پراخوالی

$\hat{3}=\hat{1}-\hat{2}$

$\hat{1}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AD}$ د محيطي زاويې پراخوالی

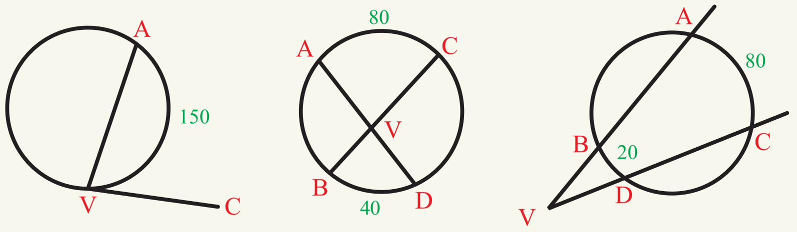
$\hat{2}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$ د محيطي زاويې پراخوالی

$$\Rightarrow \hat{3}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{BD}-\frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$$

$$B\hat{V}D=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{BD}-\overset{\frown}{AC})$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: په لاندې شکلونو کې د $\hat{AVC}$ زاویو پراخوالی پیدا کړئ.



حل: په دایره کې دننیو، باندنیو او مماسي زاویو پراخوالی څخه په ګټه اخستلو سره لیکلای شو چې:

a) $\hat{AVC} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AV} = \frac{1}{2}\cdot(150)^\circ$, $\hat{AVC} = 75^\circ$

b) $\hat{AVC} = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{BD}) = \frac{1}{2}\cdot(80+40)^\circ$, $\hat{AVC} = 60^\circ$

c) $\hat{AVC} = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{BD}) = \frac{1}{2}\cdot(80-20)^\circ$, $\hat{AVC} = 30^\circ$

دویمه مثال: د لاندې شکل څخه په ګټه اخستو سره د x او y ارزښتونه پیدا کړئ.

$\hat{ANB} = \frac{x+y}{2} \Rightarrow 70 = \frac{x+y}{2} \Rightarrow x+y = 140 ......I$

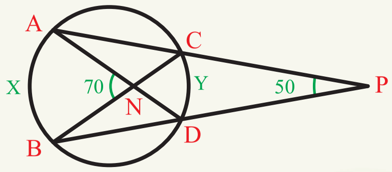
$\hat{APB} = \frac{x-y}{2} \Rightarrow 50 = \frac{x-y}{2} \Rightarrow x-y = 100 ......II$

که چیرې د I او II اړیکې خوا په خوا جمع کړو لرو چې:

$2x = 240$

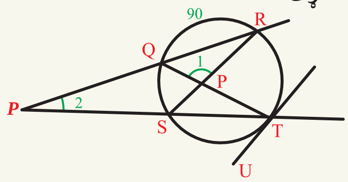
$x = 120^\circ$

$y = 20^\circ$



پوښتنې

په لاندې شکلونو کې نا معلوم کمیتونه پیدا کړئ.

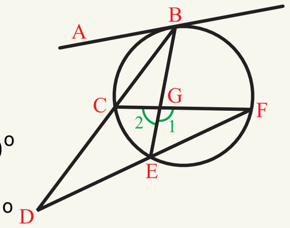


$\overset{\frown}{QR} = 90^\circ$

$\overset{\frown}{RT} = 150^\circ$

$\overset{\frown}{QS} = 50^\circ$

$\hat{STU} = ?$, $\hat{1} = ?$, $\hat{2} = ?$



$\overset{\frown}{BC} = 70^\circ$

$\overset{\frown}{BF} = 100^\circ$

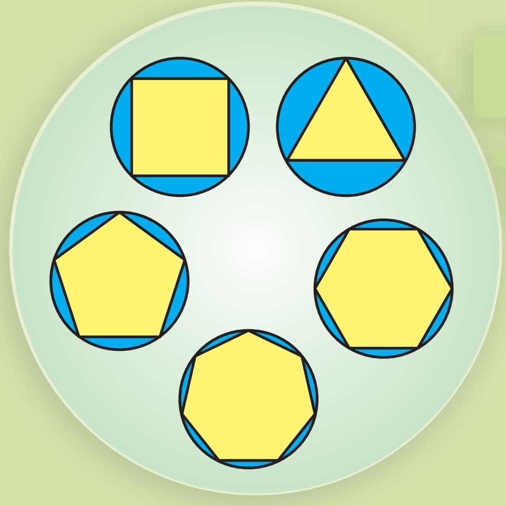
$\overset{\frown}{EF} = 130^\circ$

$\hat{1} = ?$, $\hat{2} = ?$, $\hat{D} = ?$, $\hat{ABC} = ?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

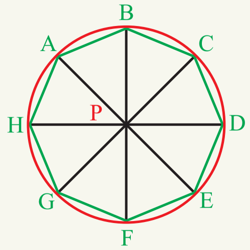
محيطي دايره



مخامخ شکل ته پاملرنه وکړئ، کوم هندسي شکلونه وينئ نومونه يې واخلئ.

تعريف

هغه دايره چې د مضلع د راسونو څخه تېره شوې وي محيطي دايره بلل کېږي او مضلع مرسوم په دايره بلل کېږي، لکه په مخامخ شکل:



د مثلث محيطي دايره: هغه دايره چې د مثلث د درې راسونو څخه تېره شوې وي د مثلث د محيطي دايرې په نامه يادېږي.

فعاليت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث رسم کړئ.
- د $\overline{AC}$ او $\overline{BC}$ د اضلاعگانو عمودي ناصفونه رسم کړئ.
- پورتني عمودي ناصفونه په څو ټکو کې پرې کوي؟ د هغې د تقاطع ټکې په O سره وښيې.
- د $\overline{OA}, \overline{OB}$ او $\overline{OC}$ اوږدوالي سره پرتله کړئ.
- که چيرې يوه دايره د O په مرکز او د $\overline{OA}$ په شعاع رسم شي ايا د B او C له ټکو تيرېږي او که نه ؟
- ايا دا دايره د B او C له ټکو څخه هم تيرېږي؟ ولې؟
- رسم شوی دايره د مثلث د څه په نامه يادېږي؟

په ياد ولرئ چې: هغه دايره چې د مضلع د راسونو څخه تيرېږي، مضلع ته مرسوم په دايره وايي.

ددي فعاليت د پايلې څخه په لاندې ډول لکلای شو:

پایله: د اضلاعګانو د وسطي عمودونو د پرېکړې ټکی د مثلث د محیطي زاویې مرکز دی.

مثال: د $\overset{\Delta}{ABC}$ قايم الزاويه مثلث داسې رسم کړئ چې د قايمو څنډو اوږدوالی په ترتيب سره $8cm$ او $6cm$ وي، د دې مثلث د محيطي دايرې شعاع(وړانګه) لاس ته راوړئ.

حل: پوهېږو چې په هر قايم الزاويه مثلث کې د هغې د محيطي دايرې مرکز پر وتر باندې پروت وي نو لومړی د قايم الزاويه مثلث د وتر اوږدوالی پيدا کوو چې د نيمايي ټکي يې د محيطي دايرې مرکز دی.

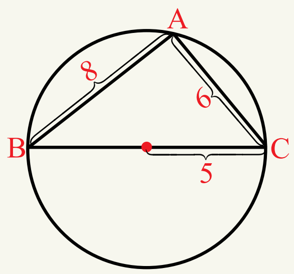
$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$

$$\overline{BC}^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

$$\overline{BC}^2 = \sqrt{100}$$

$$\overline{BC} = 10cm$$

$$r = \frac{BC}{2} \Rightarrow r = \frac{10}{2} = 5cm$$



• هغه دايره چې د مضلع د راسونو څخه تېرېږي د مضلع محيطي دايرې په نامه يادېږي او مضلع ته مرسوم په دايره وايي.

• د يو مثلث داضلاعو د منځنی(وسطي) عمودونو د پريکړې ټکی د مثلث د محيطي دايرې مرکز دي.

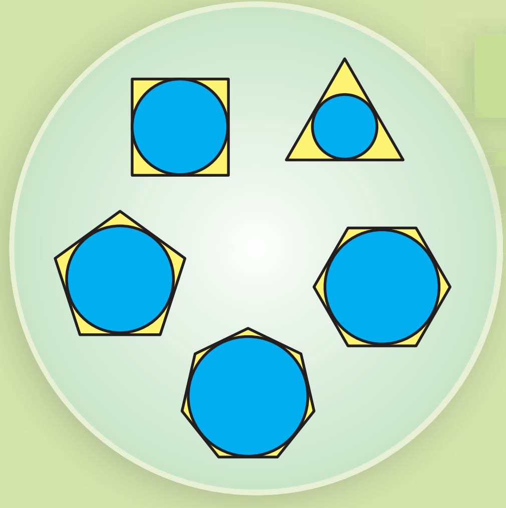
پوښتنې

1- يو مثلث چې د اضلاعو اوږدوالی يې په ترتيب سره $3cm$, $4cm$ او $5cm$ وي رسم کړئ د هغې د محيطي دايرې شعاع يا وړانګه حساب کړئ.

2 - د قايم الزاويه مثلث، متساوي الاضلاع او متساوي الساقين مثلثونو د محيطي دايرو مرکزونه په کومو ځايونو کې پراته دي په شکل کې يې وښيئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

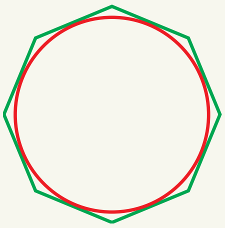
محاطي دايره



- هغه هندسي شکلونه چې په مخامخ شکل کې یې وينئ نومونه واخلئ.
- د شکلونو تر منځ څه اړيکي وينئ.

تعريف

هغه دايره چې د محيطي مضلع پر ضلعو مماس وي، د مضلع د محاطي دايرې په نامه يادېږي لکه مخامخ شکل چې د مضلع پواسطه احاطه شوې دی.



د مثلث محاطي دايره: هغه دايره چې د يو مثلث په درې ضلعو مماس وي د مثلث محاطي دايره بلل کېږي.

فعاليت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ يو کيفي مثلث رسم کړئ.
- د $\hat{A}, \hat{B}$ او $\hat{C}$ زاويو ناصفونه رسم او د پريکړې ټکی په (O) سره وښيئ.
- د (O) له ټکي څخه د مثلث پر اضلاعو د $\overline{OM}, \overline{ON}$ او $\overline{OP}$ عمود کرښې رسم کړئ.
- د $\overline{OM}, \overline{ON}$ او $\overline{OP}$ عمودونو اوږدوالي پرتله کړئ.
- ايا هغه دايره چې د (O) په مرکز او د $\overline{ON}$ په شعاع رسم شي د M او P له ټکو څخه تيرېږي؟ ولې؟
- رسم شوې دايره د څه په نامه يادېږي؟

مرسته: د يوه مثلث وسطي عمودونه د مثلث دننه په يوه ټکي کې پرېکوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پورتنی فعالیت پایله کولای شو چې په لاندې توګه څرګنده کړو.
د هر مثلث دننی ناصف الزاویو ترمنځ د پرېکړې ټکی، د مثلث د محاطي دایرې له مرکز څخه عبارت دي.

د مثلث باندنی محاطي دایره

فعالیت

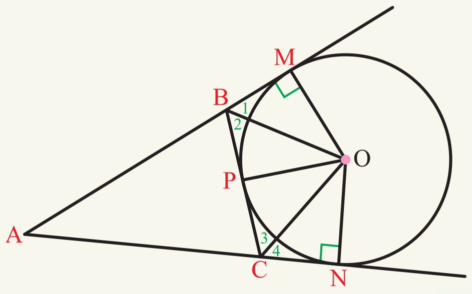
د مثلث باندنی دایره رسم کړئ.

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث رسم کړئ او $\overline{AB}$ او $\overline{AC}$ ضلعو ته امتداد ورکړئ.
- د مثلث د $\hat{B}$ او $\hat{C}$ زاویو باندنی ناصف الزاویې رسم او د پرېکړې ټکی په (O) سره وښیئ.
- ایا د (O) ټکی د مثلث د باندنی محاطي دایرې مرکز کېدلی شي؟ ولې؟
- د (O) له ثابت ټکی څخه د $\overline{OP}$, $\overline{OM}$ او $\overline{ON}$ عمودي کرښې د مثلث په یوه ضلعه او د هغه په امتداد رسم او وښیئ چې د O دایرې شعاع ګانې دي.

فکر او څېړنه وکړئ:
- که چیرې د یوې څلور ضلعي د مخامخ زاویو مجموعه 180° وي څلور ضلعي په دایره مرسوم دي.

په یاد ولرئ:
- هر منظمه مضلع محیطي او محاطي دایره لري.

د پورتنی فعالیت پایله کولای شو په لاندې توګه څرګنده کړو.
هغه دایره چې د یو مثلث په یوه ضلع او د دوو ضلعو پر امتداد مماس وي د هغه مثلث باندنی محاطي دایره بلل کېږي.



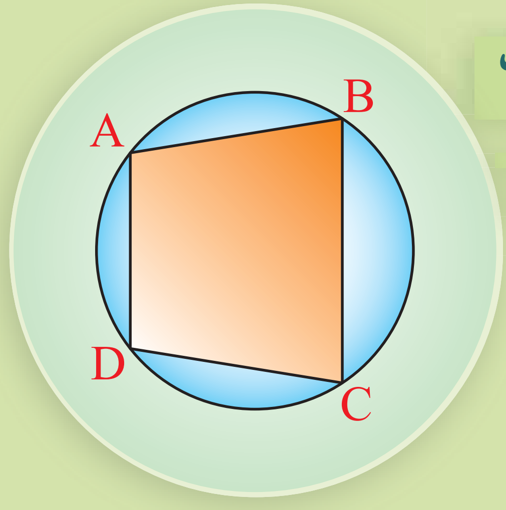
پوښتني

1- په کومو مثلثونو کې د محیطي دایرې او محاطي دایرې مرکزونه منطبق دي، رسم او په شکل کې یې وښیئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دايره کې د مرسوم څلورضلعي ځانګړتياوې(خواص)



په مخامخ شکل کې دايره د څلور ضلعي له راسونو سره څه اړيکه لري.

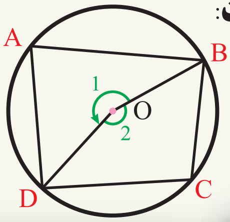
فعاليت

- د $ABCD$ يو کيفي څلور ضلعي مرسوم په دايره رسم کړئ.
- د محيطي دايرې منځ ته راغلې زاويې څه نوميږي؟
- د دايرې مرکز د څلور ضلعي د دوو مخامخ راسونو سره ونښلوئ، د منځ ته راغلی مرکزي زاويې مجموعه څو درجې دی؟
- د مرکزي او محيطي زاويو اړيکې چې د عين قوس مخامخ پرتې وي د پورته مرکزي زاويو لپاره وليکئ.

د دې فعاليت د پايلې څخه لاندې قضيه بيانولای شی:

قضيه: په يوه دايره کې د مرسوم څلور ضلعي د مخامخ زاويو مجموعه 180° ده.

ثبوت:



$$\hat{O}_1+\hat{O}_2=360^\circ$$

$$D\hat{C}B=\frac{1}{2}\hat{O}_1$$

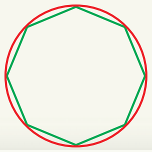
$$D\hat{A}B=\frac{1}{2}\hat{O}_2$$

$$D\hat{C}B+D\hat{A}B=\frac{1}{2}(\hat{O}_1+\hat{O}_2)=\frac{360^\circ}{2}=180^\circ$$

فعاليت

- منظم درې ضلعي د څه په نامه يادېږي، د هرې زاويې پراخوالي څو درجې ده؟
- منظم څلور ضلعي څرنګه ونوموو؟
- د هغې د هرې زاويې پراخوالی څو درجې دی؟

تعریف



هغه مضلع چې اضلاع او زاويې يې يو له بل سره مساوي وي منظمه مضلع بلل کيږي.

فعاليت

- په خپله خوښه يوه پنځه ضلعي رسم کړئ.
- يو راس يې د هغې له ناګاونډه راس سره ونښلوئ، څو مثلثونه منځ ته راځي؟
- د دې مثلثونو دننيو زاويو مجموعه څو درجې ده؟
- د پنځه ضلعي دننی زاويو مجموعې په هکله څه فکر کوئ؟
- دغه فعاليت د يو شپږ ضلعي په هکله تکرار کړئ.
- که چيرې n ضلعي مضلع ولرو د هغې دننی زاويو مجموعه به يې څو درجې وي؟

که چيرې د يوې مضلع د ضلعو شمېر په n او د هغې دننيو زاويو مجموعه په S_n وښيو نو د هر n ضلعي دننيو زاويو مجموعه $S_n = (n-2)180^\circ$ درجې ده.

مثال: د يو څلور ضلعي او لس ضلعي دننيو زاويو مجموعه پيدا کړئ.

حل: د هر مضلع دننيو زاويو مجموعه د $S_n = (n-2)180^\circ$ اړيکې له مخې تاکل کيږي.

$$S_n = (n-2)(180^\circ)$$
$$S_4 = (4-2)(180^\circ) \Rightarrow S_4 = 360^\circ$$
$$S_{10} = (10-2)(180^\circ) \Rightarrow 8 \times 180 \Rightarrow S_{10} = 1440^\circ$$

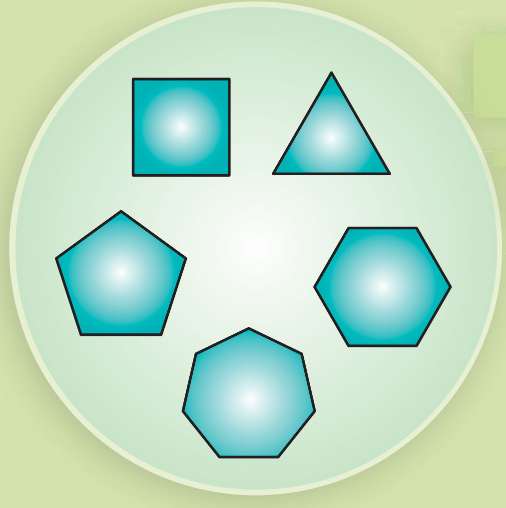
په ياد ولرئ چې:

- د قطرونو تعداد د n ضلعي له يو راس څخه د n-3 اړيکې په مرسته لاس ته راځي.
- له يو راس څخه د مضلع په منځ کې د مثلثونو شمېر د n-2 اړيکې په مرسته لاسته راځي.
- په يوه دايره کې د مرسوم څلور ضلعي د مخامخ زاويو مجموعه 180° دي.
- هغه مضلع چې د ضلعو اوږدوالي يې سره مساوي وي منظم مضلع بلل کيږي.

پوښتنې

1- د يوې منظمې شپږ ضلعي مضلع د زاويو پراخوالی څو درجې دي؟
2- د يوې منظمې n ضلعي مضلع د زاويو اندازه څو درجې دي؟
3- په يوه لس ضلعي مضلع کې د قطرونو په مرسته د يوه راس څخه څو مثلثونه منځ ته راځي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

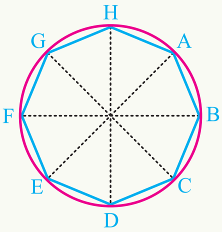


د منظمې مضلع ترسیم

- پاملرنه وکړئ.
- په شکل کې څه ډول مضلع ګانې ګورئ.
- ستاسې په نظر دغه مضلع ګانې په څه ډول رسم شوې دي؟

فعالیت

- د $C(O,r)$ دایره رسم کړئ د هغې په مرکز کې (8) مساوي مرکزي زاویې رسم کړئ.
- که چیرې n د مضلع د اضلاعو شمېر او θ د مخامخ ضلعې مرکزي زاویه وي ایا د $\hat{\theta} = \frac{360^\circ}{n}$ اړیکه سمه ده؟
- یو 8 ضلعي مضلع د $C(O,r)$ په دایره کې رسم کړئ.
- د دایرې محیط سره د مرکزي زاویو د ضلعو د پرېکړې ټکي ونښلوئ.
- ایا د منځ ته راغلې مضلع ضلعې سره مساوي دي؟ ولې؟
- منځ ته راغلې مضلع څه ډول ده؟ د مضلع د هرې ضلعې د مخامخ مرکزي زاویې پراخوالی څو درجې ده؟



د یو منظم n ضلعي مضلع د هر ضلع مخامخ د مرکزي زاویې پراخوالی مساوي په $\hat{\theta} = \frac{360^\circ}{n}$ دی.

فعالیت

- د $C(O,r)$ په دایره کې یوه منظمه شپږ ضلعي رابنده ده.
- د دایرې مرکز د مضلع له شپږو راسونو سره ونښلوو. څو مثلثونه منځ ته راځي؟
- د شپږ ضلعي د مخامخ ضلعو د مرکزي زاویو پراخوالی څو درجې دي؟
- منځ ته راغلي مثلثونه څه ډول مثلثونه دي؟

د پورتني فعالیت پایله کولی شو په لاندې توګه څرګنده کړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې شپږ ضلعي د هرې ضلعې اوږدوالی د هغې د محيطي دايرې له شعاع سره مساوي دی.

مثال: هغه دايره چې شعاع يې $2cm$ دی، څرنګه کولی شو چې هغه په يوه منظم شپږ ضلعي مضلع محاط کړو؟

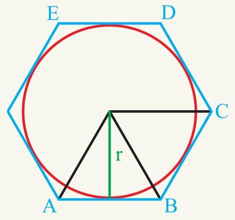
حل: پوهېږو چې د هرې منظمې شپږ ضلعي مضلع هره ضلع د هغې د محيطي دايرې له شعاع سره مساوي ده نو د پرکار خوله د $2cm$ په اندازه خلاصوو او په پرله پسې توګه د دايرې له محيط څخه مساوي قوسونه جلاکوو د ټاکل شويو ټکو د نښلولو څخه منظم شپږ ضلعي منځ ته راځي؟

د محاطي دايرې د شعاع له مخې د منظمې مضلع مساحت

فعاليت

- د $C(O,r)$ محاطي دايره او د $ABCDEF$ منظمه مضلع رسم کړئ.
- د O ټکی د B, A او C راسونو سره ونښلوئ. د $\overset{\Delta}{OAB}$ او $\overset{\Delta}{OBC}$ مثلثونه چې منځ ته راغلي دي انطباق منونکي دي؟ ولې؟
- د $\overset{\Delta}{AOB}$ په مثلث کې د $\overline{AB}$ د ضلعې جګوالی(ارتفاع) د محاطي دايرې له شعاع سره مساوي دي. ولې؟
- د پورتني مثلثونو مساحت له کومې رابطې څخه په لاس راځي؟
- ايا د منظمې n ضلعي مضلع مساحت د n انطباق منونکو مثلثونو څخه جوړ دی؟
- د منظمې مضلع محيط د $P = AB \cdot n$ اړيکې يا رابطې څخه لاسته ته راځي. ولې؟

که چيرې د منظمې مضلع مساحت په A، محيط يې په P او د يوې منظمې n ضلعي مضلع د محاطي دايرې شعاع په r سره وښيو نو د مضلع مساحت عبارت دی له: $A = \frac{1}{2}P \cdot r$ چې په لاندې ډول ثبوتېږي:



$$A = \frac{1}{2}AB \cdot r \cdot n$$

$$P = AB \cdot n \text{ د مضلع محيط } \Rightarrow A = \frac{1}{2}P \cdot r$$

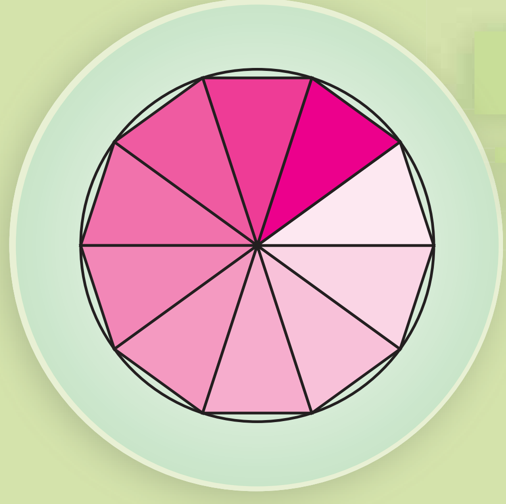
پوښتنې

1- په يوه دايره کې چې شعاع يې $3cm$ وي يو متساوي الاضلاع مثلث داسې رسم کړئ، چې محاط په دايرې وي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دایرې محیط او مساحت



په راکړل شوي شکل کې د مثلثونو مجموعي مساحت د دایرې او د مثلثونو د یو شمیر ضلعو د مجموع اوږدوالی د دایرې محیط سره پرتله کړئ.

د $C(O,r)$ په دایره کې چې قطر په (d) او محیط یې د (C) په توروو ښودل شي د دایرې د دې دوو غړو تر منځ لاندې اړیکه وجود لري؟

$$\frac{\text{د دایرې محیط}}{\text{د دایرې قاعده}} = \frac{c}{d} = \text{constant}$$

$$\frac{c}{d} = \pi \Rightarrow c = \pi d \; .... (I) \quad [\pi \approx 3.14159\cdots]$$

پوهېږو چې $r = \frac{d}{2}$ یا $d = 2r$ که چیرې په (I) اړیکه کې د (d) پر ځای د (2r) قیمت ولیکو، د دایرې محیط د لاندې اړیکی څخه لاسته راځي:

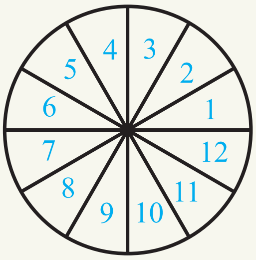
$$C = \pi d$$

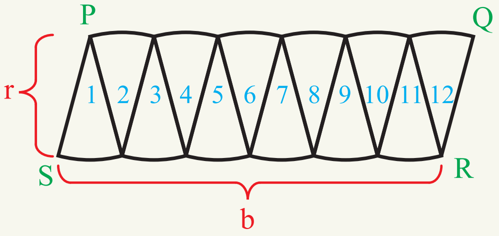
$$C = 2\pi r$$

د دایرې د مساحت د ثبوت او محاسبې لپاره پرمختللی ریاضي ته اړ یو، نو په دې ډول د دایرې د مساحت محاسبې لپاره په لاندې توګه عمل کوو:

یوه دایره د هغې د قطرونو په مرسته په (12) مساوي برخو وېشو او هره برخه یې د 1 څخه تر 12 پورې شمېرو سره ونښیو که چیرې د دایرې دغه مثلثي ټوټې غوڅ او بیا هغوی څنګ په څنګ د لاندې شکل په څېر ترتیب کړو.

په روښانه ډول لیدل کېږي، چې متوازي الاضلاع ته ورته شکل منځ ته راځي.





پوهېږو چې د b قاعده د دايرې د محيط نيمايي ده. ولې؟ نو:

جګوالی × قاعده = د متوازي الاضلاع مساحت

$= \frac{1}{2}Cr$ د متوازي الاضلاع مساحت

له بلې خوا پوهېږو چې($C = 2\pi r$ = د دايرې محيط)دی، نو لرو چې:

$= A = \frac{1}{2}\cdot 2\pi r \cdot r = \pi r^2$ د متوازي الاضلاع مساحت

پوهېږو چې د متوازي الاضلاع مساحت او دايرې سره ډېر نږدې دي، نو ليکلای شو: $A = \pi r^2$

په پايله کې ويلی شو چې د دايرې مساحت د $A = \pi r^2$ اړيکی او محيط يې د $C = 2\pi r$ اړيکی په مرسته په لاس راځي.

لومړی مثال: د يوې دايرې وړانګه(شعاع) $14cm$ ده د دايرې مساحت پيدا کړئ.

حل: د دايرې د مساحت د اړيکې څخه په ګټو اخستو سره يعنې $A = \pi r^2$ لرو چې:

$$A = \pi r^2$$
$$A = (3.14159)$$
$$A = (3.14159)\cdot 196cm^2 \Rightarrow A = 615.75\ cm^2$$

دويمه مثال: که چيرې د دايرې قطر $70cm$ وي د دايرې شعاع او مساحت پيدا کړئ.

حل:څرنګه چې د دايرې محيط راکړل شوي دی، نو اول شعاع، وروسته مساحت پيدا کوو.

$$r = \frac{d}{2} \Rightarrow r = \frac{70}{2} = 35$$
$$A = \pi r^2 \Rightarrow A = 3.14159(35)^2 \Rightarrow A = 3848.4\,cm^2$$

دريمه مثال: که چيرې د دايرې محيط $14\pi cm$ وي د دايرې شعاع او مساحت پيدا کړئ.

حل: څرنګه چې د دايرې محيط راکړل شوي دی، نو د مساحت پيدا کولو لپاره اول شعاع پيدا کوو.

$$C = 14\pi cm$$
$$2\pi r = 14\pi \Rightarrow 2r = 14 \Rightarrow r = \frac{14}{2} = 7$$
$$A = \pi r^2 \Rightarrow (3.14159)\cdot 7\cdot 7 \Rightarrow A = 153.93\ cm^2$$

- د يوې دايرې مساحت د r په شعاع د $A = \pi r^2$ له اړيکې څخه لاس ته راوړو.
- د يوې دايرې محيط د r په شعاع د $C = 2\pi r$ له اړيکې څخه لاس ته راوړو.

پوښتنې

1- که چيرې دايرې محيط $41cm$ وي د دايرې شعاع يې لاس ته راوړئ.

2- د يوې دايرې محيط، چې شعاع يې د اوږدوالی يو واحد وي لاس ته راوړئ.

3- د يوې دايرې مساحت، چې شعاع يې د اوږدوالی يو واحد وي لاس ته راوړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوهم څپرکی لنډيز

- هغه اړيکې چې د يو هندسي شکل د کرښو د اجزاوو تر منځ موجودې وي، د اوږدوالی د اړيکو په نامه يادېږي.
- که چيرې د يوې دايرې له بهرنيو ټکو څخه پر دايره دوه قاطع کرښې رسم شي، د يوې قاطع د قطعاتو د ضرب حاصل، د بل قاطع د قطعاتو د ضرب له حاصل سره مساوي دی.

يعنې: $\overline{PA}.\overline{PB} = \overline{PC}.\ \overline{PD}$

- که چيرې د يوه ټکي څخه دوه قاطع کرښې پر يوه دايره داسې رسم شي، چې دويم قاطع د دايرې له مرکز څخه تير شي، نو د قاطع او د هغه د بهرنی قطعی د ضرب حاصل له يوې ټاکلي اندازې يعنې: $d^2 - r^2$ سره مساوي دی.
- د يوه باندنی ټکي څخه پر يوې دايرې دوه مساوي مماسونه رسميدلای شي.
- که چيرې $d^2 - r^2 > 0$ يا $d^2 > r^2$ وي ټکی د دايرې په بهر کې پراته دی.
- که چيرې $d^2 = r^2 = 0$ يا $d^2 = r^2$ يا $d = r$ وي، ټکی د دايرې پر محيط پروت وي.
- که چيرې $d^2 - r^2 < 0$ يا $d^2 < r^2$ وي ټکی د دايرې په دننه کې پروت دی.

هغه زاويې چې دقاطع کرښو په مرسته د دايرې په دننه کې منځ ته راځي د دايرې دننی زاويې بلل کېږي.

- د يوې دايرې د هرې دننی زاويې پراخوالی د هغې د مخامخ قوسونو د مجموعې له نيمايي سره مساوي دی. $\hat{\alpha} = \frac{\overset{\frown}{a}+\overset{\frown}{b}}{2}$

- هغه زاويه چې د دوو قاطع کرښو، دوو مماسونو، يا يو قاطع او يو مماس د پريکړې څخه د دايرې په بهر کې منځ ته راغلې وي د دايرې باندنی زاويه بلل کېږي.

- د يوې دايرې د هرې باندنی زاويې پراخوالی د هغې د مخامخ قوسونو، تفاضل له نيمايي سره مساوي دی، يعنې: $\hat{A} = \frac{\overset{\frown}{a}-\overset{\frown}{b}}{2}$

......

- هغه شکل چې د څو ټوټه کرښو په مرسته احاطه شوی وي مضلع بلل کېږي.

په دې شرط چې:

- دوه ضلعې يې يوازې په خپلو انجامونو کې سره پرېکړئ.
- دوه ګاونډی ضلعې د يوې مستقيمې کرښې په اوږدوالی پرتې نه وي.
- هغه مضلع چې ضلعې او زاويې يې سره مساوي وي، منظم مضلع بلل کېږي.

.... هغه دايره چې د مضلع د راسونو څخه تيره شي، د مضلع محيطي دايره بلل کېږي.

.... هغه دايره چې د مضلع پر ضلعو مماس وي، د مضلع محاطي دايره بلل کېږي.

.... هغه دايره چې د مثلث پر يوه ضلعه او د دوو نورو ضلعو په امتداد مماس وي، د مثلث بهرنی محاطي دايره بلل کېږي.

- د دوو متقاطع دايرو د مرکزونو ترمنځ کرښه په ګډ وتر عمود ده.
- که چيرې يوه څلور ضلعې مرسوم په دايره وي، د هغې د مخامخ زاويو مجموعه 180° دي.
- د دايرې محيط د مخامخ اړيکی په مرسته لاس ته راځي: $C = 2\pi r$
- د دايرې مساحت د مخامخ اړيکی په مرسته لاسته راځي: $A = \pi r^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دویم څپرکي پوښتني

- په لاندي سوالونو کې د هر سوال لپاره څلور ځوابونه ورکړل شوي دي د سم ځواب څخه دایره تاو کړئ.

1- که چیرې د P ټکی د دایرې پر محیط پروت وي د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته عبارت دی له:

a) 1   b) 2

c) 0   d) درې واړه ځوابونه سم دي.

2- که چیرې د P یو ټکی د دایرې په دننه کې پروت وي، د دې نقطې طاقت نظر یوې دایرې ته عبارت دی له:

a) د P دټکي طاقت مثبت دی.   b) د P ټکي طاقت منفي دی.

c) د P ټکي طاقت صفر دی.   d) درې واړه ځوابونه سم نه دي.

3-که دP ټکي د دایرې څخه د باندې پروت وي، دP ټکي طاقت نظریوې دایرې ته عبارت دی له:

a) $d-r$ b) d^2-R^2

c) $r-d$ d) R^2-d^2

4- که چیرې د یوې دایرې شعاع R او د دایرې دننی ټکی او مرکز واټن په d سره وښیو، د نوموړی ټکي طاقت نظر دایرې ته عبارت دی له:

a) $R^2=d^2$ b) $d^2=R^2$

c) دواړه ځوابونه سم دي.   d) دواړه ځوابونه نا سم دي.

5- یو ټکی د $13cm$ په اندازه د $C(O,r)$ دایرې له مرکز څخه واټن لري که د دایرې قطر $10cm$ وي د قاطع د بهرنی برخې اوږدوالی د نوموړې ټکي څخه عبارت دی له:

a) 13 cm   b) 10 cm

c) 12 cm   d) 8 cm

6-که چیرې د P له ټکي څخه د یو مماس اوږدوالی د $C(O,r)$ دایرې سره $12cm$ او قطر یې $10cm$ وي د P او O د ټکو تر منځ واټن عبارت دی له:

a) 13 cm   b) 12 cm

c) 10 cm   d) 5 cm

7- که چیرې د $C(O,r)$ د دایرې د $\overline{AB}$ وتر د P ټکي پورې امتداد ورکړو داسې چې: $\overline{AP}=8cm$ او $\overline{BP}=2cm$ د $\overline{PT}$ د مماس اوږدوالی عبارت دی له:

a) 4 cm   b) 8 cm

c) 2 cm   d) درې واړه ځوابونه نا سم دي.

● په لاندې پوښتنو کې تش ځایونه په وړ کلمو ډک کړئ.

1- $d^2 - r^2$ د یوه ټکي .... نظر یوې دایرې ته دی.

2- که چیرې $\overline{PT}$ د $C(O,r)$ پر دایره مماس وي، د P د ټکي طاقت نظر $C(O,r)$ دایرې ته عبارت دی له .... $\overline{PT}^2$ دی.

3- که چیرې د P ټکی د دایرې پر محیط پروت وي، نو د ټکي طاقت نظر دایرې ته .... دی.

4- که ټکی د دایرې په دننه کې وي، نو د ټکي طاقت نظر دایرې ته .... دی.

5- که ټکی د دایرې څخه د باندې وي، نو د ټکي طاقت نظر دایرې ته .... دی.

6- که $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ وي، د C, B, A او D د .... پر محیط پرتې وي او د P ټکی د .... په دننه او یا بهر پروت دي.

7- که د B, A او T ټکي د دایرې پر محیط پراته وي، B, A او P د یوې کرښې په امتداد دی او د P ټکی د دایرې بهر کې دی په دې توګه ....= $\overline{PT}^2$ دی.

● د سمو جملو په مخامخ کې د(س) او د ناسمو جملو مخامخ کې د(ن) توری ولیکئ.

1- (   ) د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته د ټکي او د دایرې مرکز واټن له مربع سره مساوي دی.

2- (   ) که ټکی د دایرې پر محیط پروت وي د ټکي طاقت نظر دایرې ته صفر دی.

3- (   ) که ټکی د دایرې په دننه کې وي د ټکي طاقت نظر دایرې ته منفي دی.

4- (   ) که ټکی د د دایرې په بهر کې وي دټکي طاقت نظر دایرې ته مثبت دی.

5- (   ) د یوه ټکي طاقت نظر هرې دایرې ته مثبت دی.

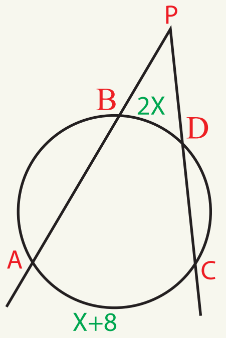
6- (   ) د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته $d^2 - r^2$ دي که د d د ټکي واټن دایرې ته او r د دایرې وړانګه وي.

7- (   ) که دوه دایرې مماس وي د هغوی طاقت نظر ګډ مماس ته په هر ټکي کې مساوي وي.

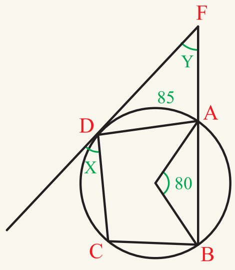
(c) ketabton.com: The Digital Library

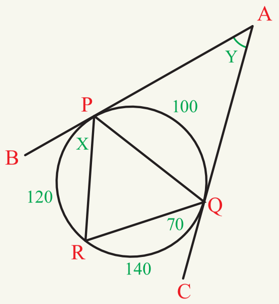
● لاندې پوښتنې په تفصیل سره حل کړئ.

1- په لاندې شکل کې $\hat{P}=(x+1)$ او مخامخ قوسونه یې په ترتیب سره $(2x)^0$ او $(x+8)^0$ وي د $A\hat{P}C$ د زاویې پراخوالی پیداکړئ.

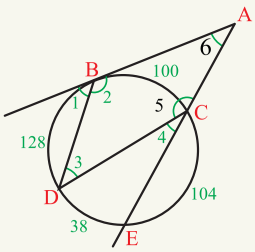


2- د $\hat{x}$ او $\hat{y}$ د زاویو پراخوالی په لاندې شکلونو کې پیداکړئ.



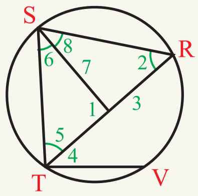


3- په لاندې شکل کې $\overline{AB}$ پر دایره مماس دی که $\overset{\frown}{DB}=128^{\circ}$ او $\overset{\frown}{CE}=104^{\circ}$ وي د $\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5}$ او $\hat{6}$ زاویو پراخوالی پیداکړئ.

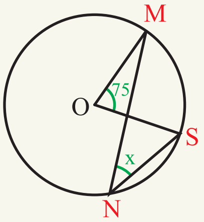


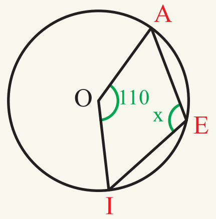
(c) ketabton.com: The Digital Library

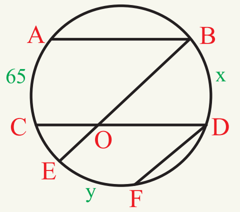
4- د $C(O,r)$ پــه دايــره کــې $\hat{RTS}=70^\circ$, $RS \parallel TV$ او RT د دايــرې قطــر دی د $\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5},\hat{6},\hat{7}$ او $\hat{8}$ زاويو اندازه پيدا کړئ.



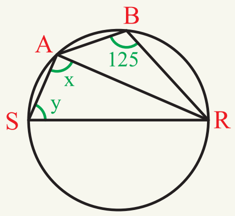
5- د $\hat{x},\hat{y}$ زاويو اندازه په لاندې شکلونو کې وټاکئ.

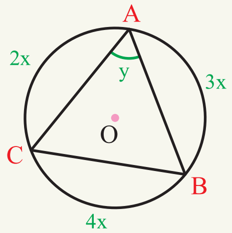


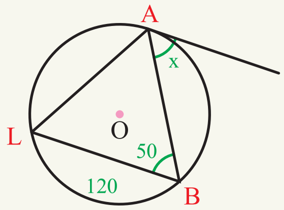




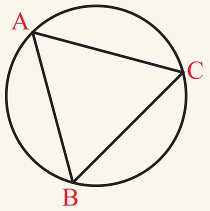
6- د $\hat{x}$ او $\hat{y}$ زاويو اندازه په لاندې شکلونو کې پيدا کړئ.



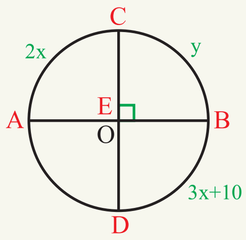


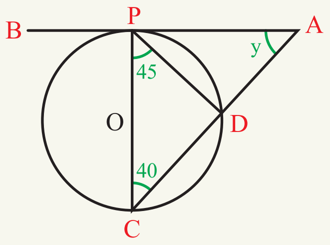


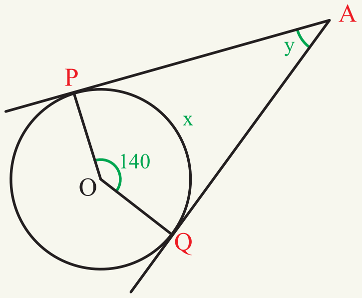
7- د محاطي دايرې د تعريف له مخې وښيئ چې د هر مثلث دننيو زاويو مجموعه 180° وي.



8- په لاندې شکلونو کې د $\hat{x}$ او $\hat{y}$ زاويو اندازه پيدا کړئ.







(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم څپرکی

تحليلي هندسه

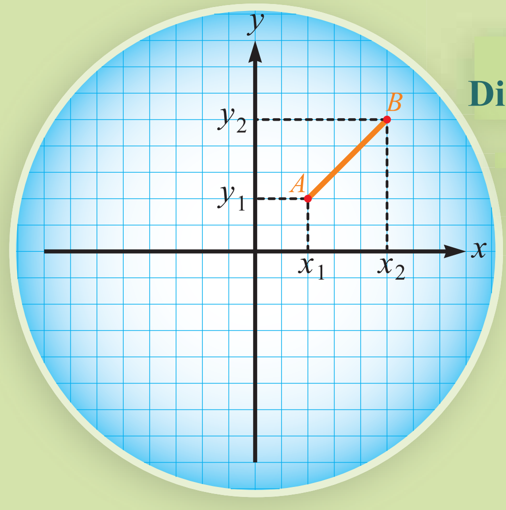
تحلیلي هندسه

Analytic Geometry

د الجبر ا و هندسې تر منځ اړیکې له تحلیلي هندسې څخه عبارت دی. چې د الجبري معادلو او هندسي شکلونو په مرسته تر بحث لاندې نیول کېږي، فرانسوي ریاضي پوه دیکارت د لومړی ځل لپاره د ټاکلو هندسي اشکالو او الجبري معادلو ترمنځ اړیکه و څېړله ویې ویل، چې ځینې الجبري معادلې یو ټاکلی هندسي شکل لري. څرنګه چې د هندسې د علم بنسټ ټکی او دالجبري معادلو بنسټ عدد جوړوي نو لدې کبله لومړی د ټکي او عدد ترمنځ اړیکي تر څېړنې لاندې نیسو، دیکارت د عدد او ټکي ترمنځ د اړیکو د څېړنې لپاره د قایم مختصاتو د محورونو داسې یو سیستم راوپیژند چې تراوسه د دکارت په نامه یادیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library



د دوو ټکو ترمنځ واټن یا فاصله
Distance between two Point

د $A(x_1,y_1)$ او $B(x_2,y_2)$ دوه ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې د AB یوه ټوټه کرښه ټاکي ستاسې په اند څرنګه کولای شوچې د A او B ټکو ترمنځ واټن(فاصله) حساب کړو.

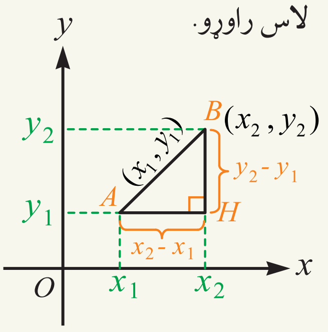
فعالیت

- د A(3,5) او B(5,4) ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وښیئ.
- د AB کرښه رسم کړئ.
- د A او B ټکو ترمنځ واټن(فاصله) حساب کړئ.

د پورتني فعالیت څخه کولای شو په عمومي ډول د $A(x_1,y_1)$ او $B(x_2,y_2)$ دوو ټکو ترمنځ واټن(فاصله) په لاندې ډول په لاس راوړو.

په لاندې شکل کې $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث یوقایم الزاویه مثلث دی. ولې؟

د فیثاغورث د قضیې په مرسته کولای شو د A او B ټکو ترمنځ واټن په لاندې ډول په لاس راوړو.



$$\overline{AB}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{BH}^2 \quad \text{.......د فیثاغورث د قضیې}$$

$$\left.\begin{aligned}\overline{AH} &= x_2 - x_1\\ \overline{BH} &= y_2 - y_1\end{aligned}\right\} \Rightarrow \overline{AB}^2 = (x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$$

لومړی مثال: د $A(1,7)$ او $B(5,4)$ ټکو ترمنځ واټن(فاصله) پیداکړئ.

حل: د دوو ټکو له فاصلې د فورمول څخه په ګټه اخستنې لیکلای شوچې:

$$\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$\overline{AB}=\sqrt{(5-1)^2+(4-7)^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}$$

$$\overline{AB}=5\ unit$$

دویم مثال: د $A(3,4)$ ټکي واټن(فاصله) له مبدا څخه حساب کړئ.

حل:پوهیږوچې د مبدا مختصات $O(0,0)$ دی نو دووټکوترمنځ د واټن د فورمل څخه په لاس راځي: $\overline{0A}=\sqrt{x^2+y^2}$

$$\overline{OA}=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}\Rightarrow\overline{OA}=5$$

د $A(x_2 y_2)$ او $B(x_2,y_2)$ واټن عبارت له: $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

د $P(x,y)$ یو اختیاري ټکی واټن د قایمو کمیاتو له مبدا څخه عبارت دی له:

$$\overline{OA}=\sqrt{x^2+y^2}$$

پوښتنې

1- د $A(0,3)$ او $B(2,0)$ ټکو ترمنځ واټن پیداکړئ.

2- کـه $A(4,6)$ ، $B(-2,4)$ او $C(-8,2)$ د یوه مثلث دراسونو مختصات وي د مثلث ډول وټاکئ.

3- د K عددی قیمت داسې وټاکئ چې د $A(2,3)$ او $B\ (5K,6)$ ټوټه کرښې اوږدوالی پنځه برابره شي.

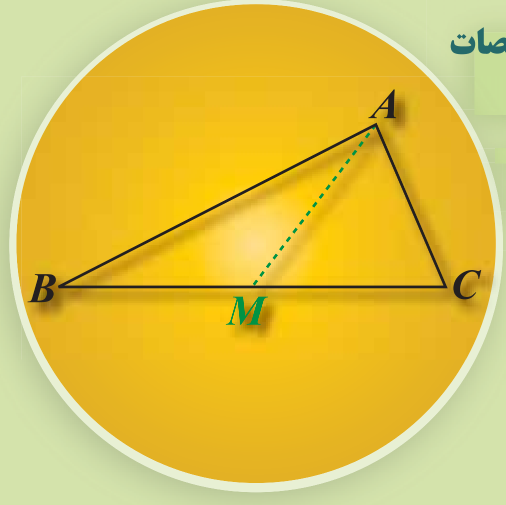
4- د $P(1,\sqrt{3})$ او $Q(-1,1+\sqrt{3})$ ترمنځ واټن پیداکړئ.

5- کـه $A(-1,4)$, $B(-3,-7)$ او $C(1,9)$ د یوه مثلث د راسونومختصات وي د مثلث محیط حساب کړئ.

6- د هغه مثلث مساحت پیداکړئ، چې راسونه یې د $A(2,0)$ ، $B(6,2)$ او $C(1,2)$ په ټکوپراته وي.

7- کـه $A(10,5)$ ، $B(3,2)$ او $C(6,-5)$ د یوه مثلث د شوکو(راسونه) مختصات وي د مثلث ډول وټاکئ.

د يوه قطعه خط دمنځنى ټکي مختصات



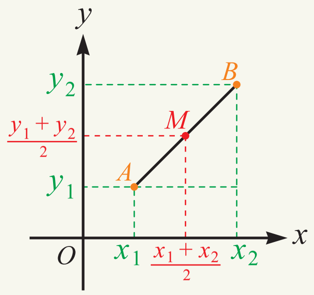
د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې د $\overline{AM}$ قطعه خط د مثلث ميانه ده، د ميانې ځانګړتيا بيان کړئ.

فعاليت

- د $D(2,0)$ او $E(6,0)$ ټکي دوضيعه کمياتو په سيستم کې وټاکئ.
- که چيرې د C ټکى د $\overline{DE}$ ټوټه کرښې منځنى ټکى وي، د هغې مختصات وليکئ.
- د C ټکي مختصات د D او E ټکو له مختصاتوسره څه اړيکه لري؟
- د $P(0,1)$ او $Q(0,4)$ ټکي د وضعيه کمياتو په سيستم کې وټاکئ.
- که چيرې د R ټکى د $\overline{PQ}$ ټوټه کرښې منځنى ټکى وي د هغې مختصات په لاس راوړئ.
- د R ټکي مختصات د P او Q ټکو د مختصاتوسره څه اړيکه لري؟

د پورتني فعاليت پايله کولاى شوچه په بشپړډول داسې بيان کړو: که $A(x_1,0)$ او $B(x_2,0)$ دوه ټکو د x په محورو پراته وي نو د M ټکي مختصات چې د $\overline{AB}$ ټوټه کرښې منځنى ټکى دى داسې په لاس راځي: $M(\frac{x_1+x_2}{2},0)$

که $P(0,y)$ او $Q(0,y_2)$ دوه ټکي د y په محور پراته وي د M د ټکي مختصات چې د $\overline{PQ}$ ټوټه کرښه منځنى ټکى دى داسې په لاس راوړو: $M(0,\frac{y_1+y_2}{2})$

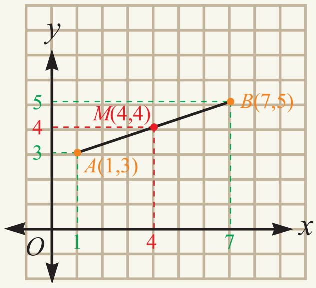


په بشپړ ډول $A(x_1,y_1)$، $B(x_2,y_2)$ د وضعيه کمياتو په سيستم کې دوه ټکي او M د $\overline{AB}$ کرښې منځنى ټکى وي نو د M ټکي مختصات داسې په لاس راځي: $M(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: که چیرې $A(1,3)$ او $B(7,5)$ د $\overline{AB}$ ټوټه کرښې د پیل اوپای مختصات وي د ټوټه کرښې د منځنۍ ټکي مختصات په لاس راوړئ.

حل: دیوې ټوټه کرښې د منځنی ټکی د مختصاتوخخه په ګټه اخیستنه لیکلای شوچې:



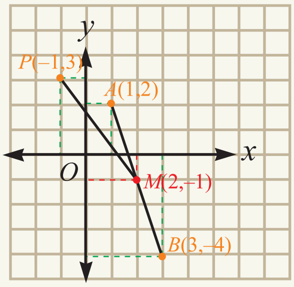
$$M(\frac{x_1+x_2}{2} \ , \ \frac{y_1+y_2}{2})$$

$$M(\frac{1+7}{2} \ , \ \frac{3+5}{2})$$

$$M(4,4)$$

دویم مثال: د $P(-1,3)$ ټکی واټن د هغې مستقیمې کرښې له منځنی ټکي خخه پیداکړئ چې د $A(1,2)$ او $B(3,-4)$ ټکو خخه تیرشي.

حل: د P ټکي واټن د AB مستقیمې کرښې له منځنی ټکي د پیداکولولپاره لومړی د AB منځنی ټکي مختصات په لاس راوړو، نولیکلای شوچې:



$$M_{\overline{AB}} = (\frac{x_1+x_2}{2} \ , \ \frac{y_1+y_2}{2})$$

$$= (\frac{1+3}{2}, \frac{2-4}{2}) = (2,-1) \Rightarrow M_{\overline{AB}} = (2,-1)$$

$$\overline{PM} = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} = \sqrt{(2+1)^2+(-1-3)^2}$$

$$\overline{PM} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25}$$

$$\overline{PM} = 5 \text{ unit}$$

پوښتنې

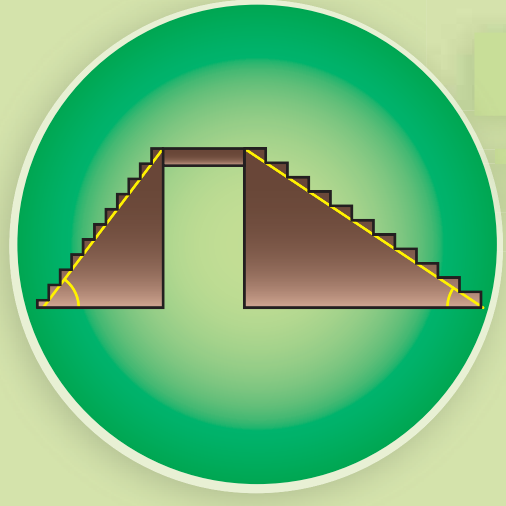
1- د یوه مثلث درې راسونه $A(5,-2)$، $B(3,-1)$ او $C(1,5)$ راکړل شوي دي د $\overline{AM}$ د میانې اوږدوالی پیداکړئ.

۲- که چیرې $A(2,4)$، $B(5,9)$، $C(14,9)$ او $D(11,4)$ ټکي د یوه متوازي الاضلاع راسونه وي د متوازي الاضلاع د قطرونو د پرېکړې د ټکو مختصات پیداکړئ.

۳- که چیرې $A(-1,4)$، $B(-3,-7)$ او $C(1,9)$ د یوه مثلث راسونه وي د هغه د میانې یا مینځنۍ کرښې اوږدوالی پیداکړئ چې د BC په ضلع رسمیږي.

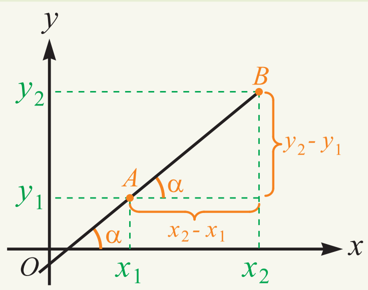
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مستقیمې کرښې میل



شکل ته وګورئ په کومه زینه په اسانۍ سره ختلی شئ ولې؟ دلیل یې بیان کړئ.

که $A(x_1, y_1)$ او $B(x_2 y_2)$ د $\overline{AB}$ مستقیمې کرښې دوه اختیاري ټکي وي د $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ نسبت ته د مستقیمې کرښې میل وایي او په لاندې ډول یې لیکي: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$



لومړی مثال: د هغې مستقیمې کرښې میل پیداکړئ چې د $A(3,5)$ او $B(4,6)$ ټکو څخه تیرشي.

حل: پوهیږو چې د مستقیمې کرښې میل د $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ رابطې څخه لاسته راځي نولرو چې:

$$m_{\overline{AB}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-5}{4-3} = 1$$

دویم مثال: هغه مستقیم چې د $A(2,5)$ او $B(4,k)$ ټکو څخه تیریږي د k قیمت په هغه کې داسې وټاکئ چې د مستقیمې کرښې میل ۳ وي.

حل: د k قیمت د لاسته راوړلو لپاره ددې رابطې $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ څخه په لاندې ډول ګټه اخلو:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$3 = \frac{k-5}{4-2}$$

$$k - 5 = 6 \Rightarrow k = 11$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم مثال: د هغه مستقیمې کرښې میل پیداکړئ چې د $P(2,3)$ ټکي او د وضیعه کمیاتو له مبدأ څخه تیرشي.

حل: څرنګه چې مستقیمه کرښه د وضیعه کمیاتو له مبدا څخه تیریږي نود مبدا مختصات $O(0,0)$ دی، نومیل یې په لاندې ډول په لاس راورو:

$$m_{\overline{PO}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3}{2}$$

$$m_{\overline{PO}} = 1.5$$

فعالیت

- د $A(2,3)$ او $B(4,6)$ ټکی د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وښیئ.
- هغه مستقیم چې د A او B ټکوڅخه تیریږي رسم کړئ او په Δ_1 سره یې وښیئ.
- د Δ_1 مستقیم میل په لاس راوړئ.
- د Δ_1 مستقیم د x محور له مثبت جهت سره څه ډول زاویه جوړوي.
- د $M(1,5)$ او $N(4,2)$ ټکي په همغه وضیعه کمیاتوکې په بل رنګ وټاکئ.
- هغه مستقیم چې د M او N ټکوڅخه تیریږي هغه ته Δ_2 ووایئ.
- د Δ_2 مستقیم میل په لاس راوړئ.
- د Δ_2 مستقیم د x محور د مثبت جهت سره څه ډول زاویه جوړوي؟
- د تشکیل شویو زاویو او کرښوترمنځ څه ډول اړیکه شته.

د پورتني فعالیت څخه لاندې پایلې په لاس راځي.

د هرې مستقیمې کرښې میل په هغه زاویه پورې اړه لري، چې مستقیمه کرښه یې د x له محور سره جوړوي.

که یوه مستقیمه کرښه د x محور له مثبت جهت سره حاده زاویه جوړه کړي، میل یې یومثبت عدد دی.

که یوه مستقیمه کرښه د x محور له مثبت جهت سره منفرجه زاویه جوړه کړي میل یې یو منفي عدد دی.

پوښتنې

۱- د هغه مستقیمې کرښې میل په لاس راوړی چې د $A(1,1)$ او $B(-1,-1)$ ټکوڅخه تیرشي.

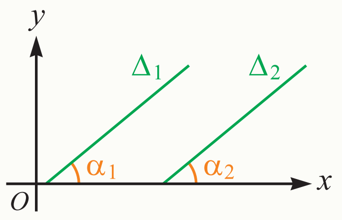
۲- هغه مستقیم چې د $A(-2,2\sqrt{3})$ او $B(1,a)$ ټکوڅخه تیریږي، د a عددي قیمت داسې و ټاکئ چې د مستقیم میل $\sqrt{3}$ وي.

۳- که چیرې $B(3,-1), A(5,-2)$ او $C(1,5)$ ټکي د یوه مثلث راسونه وي د $\overline{BC}$ ضلعې د میانې میل پیداکړئ.

د موازي کرښو میل

په ورکړل شوي شکل کې زینه په پام کې ونیسئ د هغې د بازوګانو تر منځ څه ډول اړیکه شتون لري.

فعالیت



- د راکړل شویو وضیعه کمیاتو په سیستم کې د Δ_1 او Δ_2 موازی کرښې یو له بل سره داسې رسم کړئ چې د x محور له مثبت جهت سره حاده زاویې جوړې کړي.
- د Δ_1 او Δ_2 کرښو میلونه حساب او یو بل سره یې پرتله کړئ، کرښې یوبل سره څه اړیکی لري؟
- که چیرې د Δ_1 مستقیم د x محور له مثبت جهت سره د α_1 زاویه د Δ_2 مستقیم د x محور له مثبت جهت سره د α_2 زاویه جوړه کړي نو α_1 او α_2 یو له بل سره څه اړیکه لري.

په عمومي ډول د پورتنی فعالیت پایله په لاندې ډول بیانوو:
موازي کرښې د مساوي میلونو لرونکې دي.
که چیرې دوه مستقیمه کرښې مساوي میلونه ولري په پایله کې هغه زاویې چې د x محور له مثبت جهت سره یې جوړوي یو له بل سره مساوي دي.

مثال: که چیری د Δ_1 مستقیم د $A(2,5)$ او $B(-6,-11)$ ټکو او د Δ_2 مستقیم د $C(-4,-6)$ او $D(3,8)$ ټکو څخه تیرشي، د Δ_1 او Δ_2 کرښې یوه له بلې سره څه اړیکه لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left.\begin{array}{l} m_{\overline{AB}} = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ m_{\Delta_1} = \dfrac{-11-(5)}{-6-2} = \dfrac{-16}{-8} = 2 \Rightarrow m_{\Delta_1} = 2 \\ m_{\Delta_2} = \dfrac{8+6}{3+4} = \dfrac{14}{7} = 2 \Rightarrow m_{\Delta_2} = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow m_{\Delta_1} = m_{\Delta_2} \Rightarrow \Delta_1 \parallel \Delta_2$$

خرنگه چې د Δ_1 او Δ_2 میلونه سره مساوي دي نو نومړي کرښې یوه له بلې سره موازي دي.

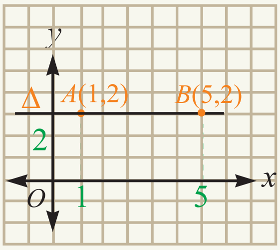
فعالیت

- د $A(1,2)$ او $B(5,2)$ ټکي د وضیعه کمیاتو په مستوي کې وټاکئ.
- هغه مستقیمه کرښه چې له A او B ټکوڅخه تیریږي رسم او په Δ یې ونوموئ.
- د Δ مستقیم د x محور له مثبت جهت سره څه ډول زاویه جوړوي.
- د Δ مستقیم میل حساب کړئ.

د پورتنی فعالیت پایله په لاندې ډول بیانوو:

که چیرې A او B دوه اختیاري ټکي او مساوي ترتیبونه ولري، لکه: $A(x_1,a), B(x_2,a)$

هغه کرښې چې د A او B ټکوڅخه تیریږي د x له محورسره موازي دی. اومیل یې له صفرسره مساوي دی. یعنې: $m = \dfrac{a-a}{x_2 - x_1} = 0$



(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعاليت

- د $M(3,2)$ او $N(3,5)$ ټکي د وضيعه کمياتو په مستوي کې وټاکئ.
- هغه مستقيمه کرښه چې د M او N ټکوڅخه تيريږي رسم او په Δ يې ونوموئ.
- د Δ مستقيمه کرښه د x له محور سره څه ډول زاويه جوړ وي د Δ مستقيم ميل په اړه څه ويلای شئ؟

د پورتني فعاليت څخه دې پايلې ته رسيږو هغه مستقيمه کرښه چې د x له محورسره قايمه زاويه جوړه کړي نشوکولای د هغې ميل حساب کړو، په دې حالت کې ويل کيږي چې د Δ مستقيم خط معين يا ټاکلی ميل نه لري.

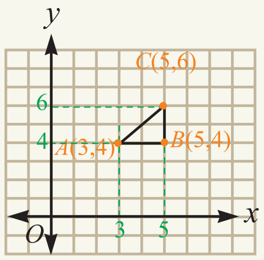
مثال: که چيرې د $A(3,4)$ ، $B(5,4)$ او $C(5,6)$ ټکي د يوه مثلث راسونه وي، د مثلث ډول وټاکئ اوهغه د وضيعه کمياتو په سيستم کې رسم کړئ.

حل: څرنگه چې د AB مستقيمه کرښه د x له محور سره موازي ده، نو ميل يې صفر دی.

$$m_{\overline{AB}}=\frac{4-4}{5-3}=\frac{0}{2}=0$$

په همدې ډول د BC مستقيمه کرښه د y له محور سره موازي نوميل يې نامعين(نه دی تعريف شوی)دی.

$$m_{\overline{BC}}=\frac{6-4}{5-5}=\frac{2}{0}=\infty$$



$$\overline{AB}^2=(5-3)^2+(4-4)^2=4$$
$$\overline{BC}^2=(5-5)^2+(6-4)^2=4$$
$$\overline{AC}^2=(5-3)^2+(6-4)^2=8$$
$$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=\overline{AC}^2$$

په پايله کې

څرنگه چې د فيثاغورث قضيه پکې تطبيق کيږي نو د $\overline{AB}$ مستقيمه کرښه د $\overline{AC}$ په مستقيمي کرښې عمود ده نود $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث قايمه الزاويه دی.

هغه مستقيمه کرښه چې د x محور سره موازي او يا د y په محور عمود وي ميل يې صفردی.
هغه مستقيمه کرښه چې د x په محور عمود يا د y له محور سره موازي وي ميل يې نه دی تعريف شوی.(معين عدد نه دی)

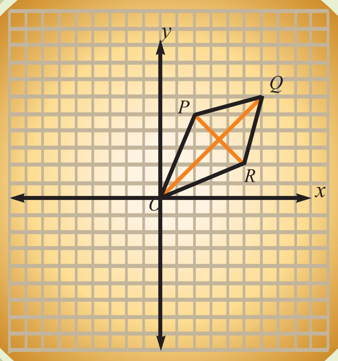
پوښتنې

1- که د $A(3,0)$ ، $B(0,5)$ ، $C(-3,0)$ او $D(0,-5)$ د يوې څلورضلعي راسونه وي:
الف: د څلورضلعي مخامخ ضلعې يوه له بلې سره څه اړيکې لري.
ب: د قطرونو ميلونه پيدا کړئ.
۲- $A(3,4)$, $B(-3,4)$, $C(3,-4)$ او $D(-3,-4)$ ټکې په پام کې ونيسئ.
الف: هغه مستقيمه کرښه چې د A او B ټکو څخه تيريږي له هغې کرښې سره چې د C او D ټکوڅخه تيريږي څه اړيکې لري؟
ب: هغه مستقيمه کرښه چې د A او B ټکو اوهغه کرښه چې د C او D ټکو څخه تيريږي څه اړيکه لري؟
ج: د $ABCD$ څلورضلعي څه ډول څلور ضلعي ده؟
د: د قطرونو ميل يې پيدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

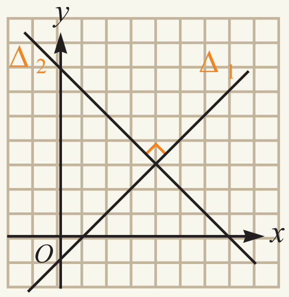
د یو پر بل عمود مستقیمو کرښو میل

$OPQR$ خلورضلعي یولوزي دی. کولای شئ د لوزی خانګړتیا د هغي د راسونو د مختصاتو په مرسته بیان کړئ.



تعریف

د Δ_1 او Δ_2 دوه مستقیمي کرښې چي میلونه یې m_1 او m_2 دي هغه وخت یو پربل عمود دي چي لاندې رابطه د هغوی ترمنځ موجوده ده. $m_1 \cdot m_2 = -1$



لومړی مثال: هغه مستقیمه کرښه چي د A(7,5) او B(1,1) او هغه چي د C(0,5) او D(2,2) ټکو څخه تیریږي له یوبل سره څه اړیکه لري.

حل:

$$m_{\overline{AB}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-5}{1-7} = \frac{-4}{-6} = \frac{2}{3}$$

$$m_{\overline{CD}} = \frac{2-5}{2-0} = \frac{-3}{2}$$

$$m_{\overline{AB}} \cdot m_{\overline{CD}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{-3}{2} = -1$$

په پایله کې د $\overline{AB}$ او $\overline{CD}$ مستقیمې کرښې یو پربل عمود دي.

فعالیت

- د C(4,4), B(1,3), 0(0,0) او D(3,1) ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کی وښیئ.
- د OBCD شکل رسم کړئ.
- د $\overline{OB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ او $\overline{DO}$ ضلعو اوږدوالي پیدا کړئ.

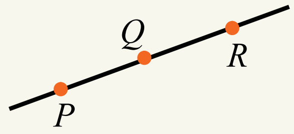
(c) ketabton.com: The Digital Library

- د $\overline{OBCD}$ خلورضلعي څه ډول خلورضلعي ده؟
- وښيئ چې د $\overline{OC}$ او $\overline{BC}$ قطرونه يو پر بل عمود دي.

پوهيږو چې په يوه مستوي کې د دوو ټکوڅخه يوازې يو مستقيم تيريږي په کوم حالت کې له دريو ټکو څخه يومستقيم خط تيريدلای شي؟

تعريف

د Q, P او R ټکي هغه وخت پر يوه مستقيم پراته دي چې د $\overline{PQ}$ ميل د $\overline{QR}$ له ميل سره مساوي وي.



دويم مثال: د $A(0,-1)$, $B(2,3)$ او $C(-1,-3)$ دري ټکي په پام کې ونيسئ، وښيئ چې دا دري واړه ټکي په يوه مستقيمه کرښه پراته دي.

حل: د AB ميل عبارت دی له:

$$m_{\overline{AB}} = \frac{3+1}{2-0} = \frac{4}{2} = 2$$

$$m_{\overline{AC}} = \frac{-3-(-1)}{-1-0} = \frac{-2}{-1} = 2$$

د AC ميل عبارت ده له :
$$m_{\overline{BC}} = \frac{-3-3}{-1-2} = \frac{-6}{-3} = 2$$

څرنگه چې د $\overline{AB}, \overline{AC}$ او $\overline{BC}$ کرښو ميلونه سره مساوي دي نوېه پايله کې د B, A او C ټکي په يوه مستقيمه کرښه پراته دي.

- که چيرې د دوو کرښو د ميلونو د ضرب حاصل (−1) وي نو کرښې يوپربل عمودي دي.
- درې ټکي هغه وخت په يوه کرښه پراته وي چې د توټه کرښو ميلونه سره مساوي وي.

پوښتنې

۱- که د $A(6,1)$ ، $B(8,3)$ او $C(6,5)$ ټکي د يوه مثلث څوکې يا راسونه وي وښيئ چې نوموړی مثلث قايم الزاويه دی.

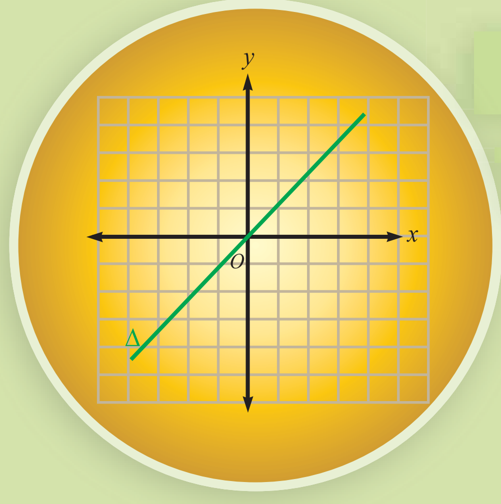
۲- هغه توټه کرښه چې د $(7,5)$ او $(1,1)$ ټکو څخه تيريږي له هغه توټه کرښې سره چې د $(0,5)$ او $(2,2)$ ټکوڅخه تيريږي ،اړيکې يې يو له بل سره وڅيرئ؟

۳- يوه کرښه چې د $(2,4)$ او $(7,5)$ ټکو اوبله د $(1,-4)$ او $(-3,-5)$ ټکوڅخه تېريږي د دواړو کرښوحالت يو له بل سره بيان کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مستقیمې کرښې معادله



په مخامخ شکل کې د مستقیمې کرښې پرمخ څو ټکي وګورئ.
د کرښې پرمخ د ټاکل شویو ټکو د فاصلې اوترتیب ترمنځ څه اړیکه وینئ.

فعالیت

- د $A(1,-1)$, $B(-2,2)$, $C(4,-4)$ او $D(-3,3)$ ټکي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- ددې ټکو د ترلوڅخه کوم شکل لاسته راځي.
- د $A(1,1)$ او $B(0,0)$ ټکي د شکل پرمخ پراته دي اوکه نه؟ ولې؟

د پورتنی فعالیت پایله په عمومي ډول داسې بیانوو:

د $y = x$ او $y = -x$ رابطې چې د یوې کرښې پرمخ د ټکو د فاصلې اوترتیب ترمنځ اړیکه راښیي د مستقیمې کرښې معادله بلل کیږي.

پوهیږو چې د هرو دوو ټکو څخه چې په یوه مستوي کې پرتې وي یوازې او یوازې یوه مستقیمه کرښه تیریږي. اوس غواړو چې د هغې مستقیمې کرښې معادله پیدا کړو چې له دوو اختیاري ټکو څخه تیریږي.

فعالیت

- د $A(1,3)$ او $B(3,5)$ دوه ټکي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- هغه مستقیمه کرښه رسم کړئ، چې له A او B ټکو څخه تیر شي.

ددې لپاره چې د $M(x, y)$ اختیاري ټکي د $\overline{AB}$ کرښې پر مخ پروت وي، کوم شرط لازمي ده؟
د $\overline{AM}$ او $\overline{AB}$ ټوټه کرښو میلونو له مساویتوب څخه کومه اړیکه لاسته راځي.

د پورتنی فعالیت پایله کولای شو په عمومي ډول داسې بیان کړو.

د هغې کرښې معادله چې د $A(x_1,y_1)$ او $B(x_2,y_2)$ له دوو ټکو څخه تیره شي داسې په لاس راځي:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

لومړی مثال: د هغې مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د $A(3,4)$ او $B(2,-1)$ له ټکو څخه تیره شي.

حل: د هغې مستقیمې کرښې د معادلې په مرسته چې دوه ټکي یې معلوم وي لیکلای شو چې:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

$$\frac{y-4}{x-3}=\frac{-1-4}{2-3}\Rightarrow\frac{y-4}{x-3}=\frac{-5}{-1}=5$$

$$y-4=5(x-3)$$

$$y=5x-15+4=5x-11$$

دویم مثال: د هغې مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د x محور په فاصله د $x=-3$ ټکي کې او د y محور په ترتیب د $y=4$ ټکي کې پرې کړي.

حل: څرنګه چې مستقیمه کرښه د x محور په $x=-3$ ټکي کې پرې کوي نو د مختصاتو په سیستم کې ددې ټکی د پریکړې مختصات $(-3,0)$ دی. په همدې ډول د y له محور سره د پریکړې د ټکو د مختصات د وضعیه کمیاتو په سیستم کې $(0,4)$ دی، اوس دیوه مستقیم د دوو ټکو پیژندلو په مرسته کولای شو د مستقیمې کرښې معادله داسې ولیکو:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\Rightarrow\frac{y-0}{x-(-3)}=\frac{4-0}{0-(-3)}$$

$$\frac{y}{x+3}=\frac{4}{3}\Rightarrow 3y=4(x+3)$$

$$3y-4x=12$$

پوښتنې

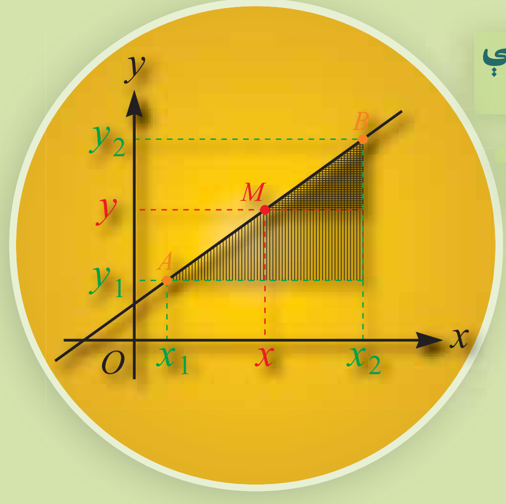
1- د هغې مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د $A(2,-1)$ او $B(3,4)$ له ټکو څخه تیره شي.

۲- د هغه مثلث د $\overline{AM}$ میانې معادله ولیکئ چې راسونه یې $A(1,3)$, $B(-1,4)$ او $C(5,6)$ وي.

۳- د هغې مستقیمې کرښې معادله پیدا کړئ چې د x محور په $A(3,0)$ او د y محور په $B(0,-2)$ ټکي کې پرې کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هغه مستقیمې کرښې معادله چې میل او یو ټکی یې معلوم وي



په مخامخ شکل کې د $\overline{AB}$ میل د $\overline{MA}$ له میل سره څه اړیکه لري؟

بله هره ټوټه کرښه چې ددې ټوټه کرښې پرمخ وټاکو د $\overline{AB}$ له میل سره برابر میل لري، ولې؟

پوهیږو چې د هغې کرښې معادله چې د $A(x_1, y_1)$ او $B(x_2, y_2)$ دوه ټکي ښکاره کوي عبارت ده له:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

یا

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

څرنګه چې $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ د مستقیمې کرښې میل راښیي نو پورتنی معادله لاندې شکل غوره کوي. $y-y_1=m(x-x_1)$

وروستنی معادلــه د هغې کرښــې معادلــه ده چې میل ئی (m) او د $A(x_1, y_1)$ لــه نقطه څخه تیریږي.

لومړی مثال: د هغې مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د $(2,3)$ ټکی څخه تیر شي او میل یې $\frac{1}{2}$ وي.

حل: څرنګه چې د مستقیمې کرښې میل او یو ټکی راکړل شوي ده نو د $y-b=m(x-a)$ معادلې څخه لیکلای شو:

$$y-3=\frac{1}{2}(x-2)$$

$$2(y-3)=(x-2)$$

$$2y-6=x-2$$

$$2y-x=4 \Rightarrow y=\frac{1}{2}x+2$$

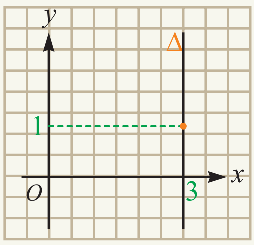
(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم مثال: هغه مستقیمه کرښه چې د $(3,1)$ ټکي څخه تیره او د x له محور سره موازي وي ولیکئ.

حل: څرنگه چې مستقیمه کرښه د x له محور سره موازي ده نومیل یې صفر دی. په پایله کې یې معادله په لاندې ډول ده .

$$y-b=m(x-a)$$
$$y-1=0\ (x-3)$$
$$y-1=0 \Rightarrow y=1$$

دریم مثال: د هغه مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د $(3,1)$ ټکي څخه تیره او د y له محور سره موازي وي.



حل: څرنگه چې مستقیم د y له محور سره موازي ده نومیل یې نه دی تعریف شوی (معین میل نه لري) ځکه پوهیږو چې ددې کرښې پرمخ دهر ټکي واټن یافاصله د $(3,1)$ ټکي سره مساوي ده چې معادله یې په دې ډول $x=3$ ده.

په عمومي ډول هغه کرښه چې د (a,b) ټکي څخه تیره او د x له محور سره موازي وي عبارت له $y=b$ سره ده.

هغه کرښه چې د (a,b) ټکي څخه تیریږي او د y له محور سره موازي وي عبارت له $x=1$ سره ده.

څلورم مثال: د Δ توټه کرښه د عمودي ناصف معادله پیداکړئ چې د $A(2,-4)$ او $B(-2,4)$ ټکوڅخه تیره شي.

حل: د عمودي ناصف د معادلې د پیداکولو لپاره لومړی د $\overline{AB}$ توټه کرښې میل په لاس راوړو او بیا د هغې د منځ د $\overline{AB}$ د منځنې ټکي مختصات په لاس راوړو.

$$m_{\overline{AB}}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{4+4}{-2-2}=-2 \quad \Rightarrow \quad m_\Delta=-\frac{1}{m_{\overline{AB}}}=\frac{1}{2}$$

$$m_{\overline{AB}}=(\frac{x_1+x_2}{2}\ ,\ \frac{y_1+y_2}{2})=(\frac{0}{2},\frac{0}{2})=(0,0)$$

$$y-y_1=m(x-x_1) \quad \Rightarrow \quad y-0=\frac{1}{2}(x-0) \Rightarrow y=\frac{1}{2}x$$

پوښتنې

1- د هغه مستیمې کرښې معادله پیداکړئ چې میل یې 4 او y محور د 3 په ټکي کې پرې کړي.

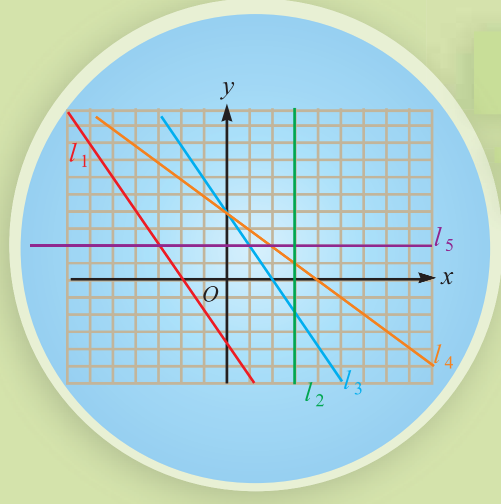
۲- د هغه مستقیمې کرښې معادله پیداکړئ چې د $P(5,-4)$ ټکي څخه تیره او میل یې ۲- وي.

۳- د $3x+4y-7=0$ معادله کې د مستقیم میل او د y له محور سره یې د غوڅوونې ټکی پیداکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مستقيمي کرښي عمومي معادله



د l_1 , l_2 , l_3 , l_4 څلورکرښې نسبت يو بل ته کوم وضعيتونه لري؟

د يوې کرښې الجبري معادله د هغه تکي د مختصاتو اړيکه چې په مستقيمه کرښه پروت دی راښيي په عمومي ډول د يوې مستقيمې کرښې معادله په لاندې ډول بيانوو:

په معياري يا سټنډرډ ډول د يوې مستقيمې کرښې معادله په لاندې ډول ده.

$y = \frac{-a}{b}x - \frac{c}{b}$ يا $ax + by + c = 0$ ، b,a او c حقيقي عددونه او $b \neq 0$ دی.

په پورتنۍ معادله كې $\frac{-a}{b}$ د کرښې ميل او $\frac{-c}{b}$ د y له محور سره د پرېکړې ټکی يا تقاطع بلل کيږي.

نو ويلای شوچې د هرې کرښې معادله په يوه مستوي کې په لاندې ډول ده:

$y = mx + h$ چې m د مستقيمې کرښې ميل او h د y محور سره د پرېکړې ټکی يا ترتيب دی په عمومي ډول هره خطي اړيکه د x او y له جنسه چې په هغه کې د x او y توان يو وي د مستقيمې کرښې معادله بلل کيږي.

فعاليت

- د $2x + 3y - 6 = 0$ او $y - x = 2$ دوې مستقيمې کرښې د وضيعه کمياتو په مستوي کې رسم کړئ.
- د هريوه مستقيم ميل پيدا کړئ.
- دا دوې کرښې يوله بل سره څه وضعيتونه لري.

له پورتني فعاليت څخه پايله په لاندې ډول بيانوو:

كه د دوو کرښو ميلونه سره مساوي نه وي نوکرښو يوه بله پرې کړې دي.

په عمومي ډول که د $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ او $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ دوې کرښې يوه بله پرې کړي. وي نو ميلونه يې سره مساوي نه دي له دې نه داسې پايله په لاس راځي.

$$\frac{b_1}{b_2} \neq \frac{a_1}{a_2} \text{ يا } \frac{a_2}{b_2} \neq \frac{a_1}{b_1}$$

فعالیت

- د $-3x+y-5=0$ او $6x-2y+1=0$ مستقیمي کرښې د قایمو وضیعه کمیاتو په مستوي کې رسم کړئ.
- ددې مستقیمي کرښې میل په لاس راوړئ.
- دا دوې مستقیمي کرښې نسبت یو بل ته څه وضعیت لري؟ ولې؟

په عمومي ډول د $a_1x+b_1y+c_1=0$ او $a_2x+b_2y+c_2=0$ دوه مستقیمي کرښې هغه وخت موازي دي چې میلونه یې سره مساوي وي له دې ځایه دا پایله په لاس راځي چې د هغوی د متحولینو د ضریبونوترمنځ لاندې اړیکه موجوده ده.

$$\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}\Rightarrow\frac{a_1}{a_2}\frac{b_1}{b_2}$$

که د متحولینو د ضریبونو ترمنځ $\frac{a_1}{b_1}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$ اړیکه وجود ولري په دې حالت کې کرښې یو پر بل پرتې(منطبق) دي یاسره یو دي.

لومړی مثال: د $3x+4y=5$ او $4x-3y=-1$ د مستقیمونو اړیکې نظر یو بل ته بیان کړئ.

حل: د دوو کرښو د معادلاتو د ثابتوضریبونو نه په ګټه اخیستنه لروچې:

$a_1=3$ $\quad b_1=4$ $\quad c_1=-5$

$a_2=4$ $\quad b_2=-3$ $\quad c_2=1$

1- څرنګه چې $\frac{4}{-3}\neq\frac{3}{4}$ نو $\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{a_1}{a_2}$ دی په دې صورت کې کرښې یوبل غوڅوي.

2- څرنګه چې $\frac{4}{-3}\times\frac{3}{4}=-1$ نو $\frac{b_1}{b_2}\times\frac{a_1}{a_2}=-1$ دي نو د کرښو د پریکړې په ټکی کې یوپربل عمود دي.

دویم مثال: په لاندې معادلوکې د k عددي قیمت داسې وټاکئ چې مستقیمونه یوبل سره عمودې وي $2x-6y+3=0$ او $kx+3y-1=0$

حل: د عمودیت شرط څېړو:

$$kx+3y-1=0\ ,2x-6y+3=0$$
$$a_1.a_2+b_1.b_2=0$$
$$2\cdot k+(-6)3=0\Rightarrow k=9$$

پوښتنې

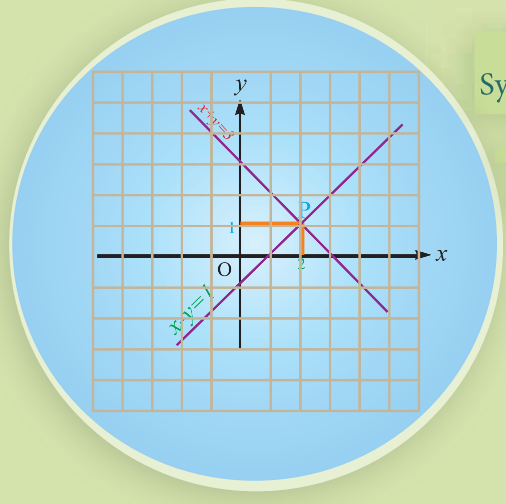
۱- د $4x+3y-1=0$ او $8x+6y+5=0$ کرښوحالت یوبل ته بیان کړئ.

۲- د $8x-4y+10=0$ او $4x-2y+5=0$ کرښو حالت یو بل ته بیان کړئ.

۳- د $(k+1)x+ky=0$ او $2x-3y+5=0$ معادلوکې د k قیمت داسې وټاکئ چې کرښې یوه له بلې سره موازي وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خطي معادلو سیستم
System of liear equation



شکل ته پام وکړئ ایا د P ټکي مختصات د کرښو په دواړو معادلو کې صدق کوي؟

فعالیت

- د $y = 4x - 2$ او $y = 3x + 5$ کرښو میلونه پیداکړئ.
- داکرښې نظر یوبل ته څه اړیکې لري؟ ولې؟
- پورتنی دواړې کرښې د وضعیه کمیاتو په سیستم کې رسم کړئ؟ د رسم شویو کرښو تر منځ څه اړیکه لیدل کیږي؟

په پورتنی فعالیت کې لیدل کیږي د هغو دوو کرښو چې میلونه یې مساوي نه وي یو بل د P په ټکي کې پرې کوي.

څرنګه چې د پریکړې ټکي د دواړو کرښو په مخ پراته دي نو د هغې ټکي مختصات د کرښو په معادلو کې صدق کوي. که د پریکړې د ټکي مختصات په P(x,y) وښیو نو: $y = -3x + 5$ او $y = 4x - 2$ معادلو څخه لیکلای شو، چې:

$$4x - 2 = -3x + 5$$
$$7x = 7$$
$$x = 1$$

د کرښو په معادلو کې د x قیمت په وضع کولو سره د y قیمت په لاس راوړلای شو:

$$y = 4x - 2 \Rightarrow y = 4(1) - 2 \Rightarrow y = 2$$

نو د پریکړې د ټکي مختصات عبارت دي له $P(1,2)$ په پایله کې ویلای شو، چې $P(1,2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټکی داسې ټکی دی چې په دواړو معادلو کې حقیقت لري. چې د $\begin{cases} y = 4x - 2 \\ y = -3x + 5 \end{cases}$ خطي معادلو د سیستم حل دی.

فعالیت

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \quad .... \quad I \end{cases}$$

- مخامخ د خطي معادلو سیستم په پام کې ونیسئ.
- a_1, b_1, c_1, a_2, b_2 او c_2 د څه په نامه یادیږي؟
- پورتنیو معادلو کې x او y ته څه ویل کیږي؟
- ایا ددې دوو کرښو د پریکړې د ټکي، د مختصاتو د سیستم یو حل کیدای شي؟

د خطي سیستم د حل لپاره د (I) سیستم داسې لیکو چې په هغه حالت کې چې b_1 او b_2 د صفر خلاف وي.

$$\begin{cases} y = -\dfrac{a_1}{b_1}x + \dfrac{c_1}{b_1} \\ y = -\dfrac{a_2}{b_2}x + \dfrac{c_2}{b_2} \end{cases}$$

نو لاندې درې حالتونه لرو:

1- که چیرې د دوو کرښو میلونه سره مساوي نه وي نو دا کرښې یو بل په یوه ټکي کې پرې کوي.

2- که چیرې د کرښو میلونه مساوي وي اما د y محوره یې د پریکړې ټکي مساوي نه وي هغه وخت دا دوه کرښې سره موازي دي.

3- که چیرې د کرښومیلونه او د y محور سره د پریکړې ټکي مساوي وي نو هغه دوه کرښې سره منطبق یا یو پر بل پراته وي.

لومړی مثال: د لاندې خطي معادولو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

حل: د دې سیستم د حل لپاره نوموړی سیستم په دې ډول لیکو:

$$\begin{cases} y = 7 - x \quad \Rightarrow y = -x + 7 \\ y = 5 - 2x \Rightarrow y = -2x + 5 \end{cases}$$

لیدل کېږي چې د پورتنیو کرښو د معادلو میلونه 1- او 2- دي څرنګه چې د دوو خطونو میلونه مساوي نه دي نو کرښې یو بل په یوه ټکي کې پرې کوي، چې د پریکړې د ټکي د مختصاتو د پیدا کولو لپاره په لاندې ډول عمل کوو:

$$-x+7=-2x+5$$
$$-x+2x=5-7 \quad \Rightarrow x=-2$$

د کرښو په یوه معادله کې د x پر ځای د 2- په وضع کولو سره لرو چې:

$$y=-x+7$$
$$y=-(-2)+7 \quad \Rightarrow y=9$$

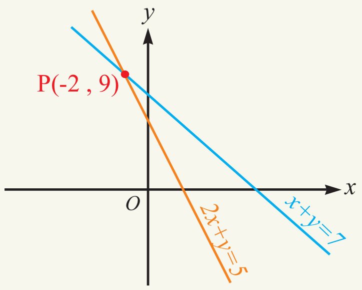
نو $(-2,9)$ د کرښو د معادلو د سیستم حل او د پریکړې ځای دی، چې په شکل کې لیدل کېږي.

$x+y=7$

x	0	7
y	7	0

$2x+y=5$

x	0	5/2
y	5	0



دویم مثال: د لاندې خطي معادلو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} 2x+\ \ y=5 \\ 12x+3y=6x+12 \end{cases}$$

حل: لومړی معادلې په لاندې ډول لیکو:

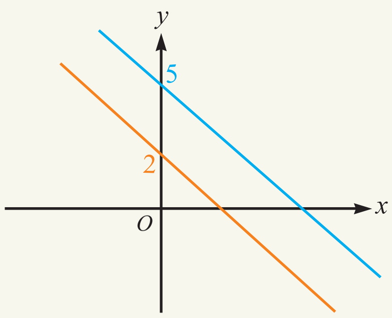
$$\begin{cases} y=-2x+5 \\ y=-\frac{6}{3}x+\frac{12}{3} \end{cases}$$

$y=-2x+5$

x	0	5/2
y	5	0

$y=-2x+4$

x	0	2
y	4	0



څرنګه چې د دواړو کرښو میل 2- دی په پایله کې کرښې خپل منځ کې موازي دي او یو بل نه پرې کوي یعنې د موازي کرښو د معادلو سیستم حل نه لري.

دریم مثال: د لاندې خطي معادلو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} x+y=7 \\ -28=-4x-4y \end{cases}$$

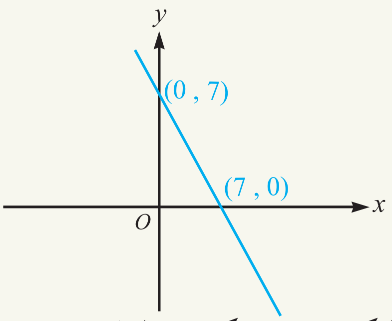
حل: لومړی د معادلاتو سیستم په لاندې ډول لیکو:

$$\begin{cases} y=-x+7 \\ y=\dfrac{-4}{4}x+\dfrac{28}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-x+7 \\ y=-x+7 \end{cases}$$

x	0	7
y	7	0

x	0	7
y	7	0



لیدل کېږي، چې د کرښو میل او د y په محور د پرېکړې ټکی سره برابر دي نو دواړه کرښې سره منطبق دي په دې حالت کې کرښې ډېر ګډ ټکي لري په پایله کې د خطي معادلو سیستم ډېر حلونه لري.

که a_1, b_1, c_1, a_2, b_2 او c_2 حقیقي عددونه x او y مجهولونه وي په دې حالت کې د خطي معادلو سیستم $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$ دی.

- که چیرې کرښې یوه له بلې په یوه ټکي کې پرې کړي معادلې یو حل لري.
- که چیرې کرښې یوه له بلې سره موازي وي معادلې حل نه لري.
- که چیرې کرښې یو پر بل منطبق وي معادلې بې نهایت حلونه لري.

پوښتنې

د لاندې خطي معادلو سیستمونه حل کړئ.

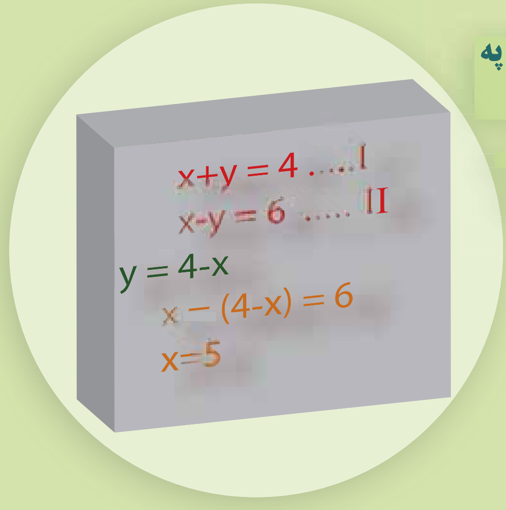
1) $\begin{cases} y=2x+5 \\ y=4x-3 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x-2=y \\ 3x-y=2 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y=-x+3 \\ y=2x-1 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x-3y=5 \\ 3x-2y=5 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 4x-y=6 \\ 8x-2y=6 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 3x-y=6 \\ -6x+2y=-10 \end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خطي معادلو د سیستم حل د تعویض په لاره(طریقه)



د خطي سیستم د معادلو حل ته پام وکړئ د x مجهول عددي قیمت ستاسو په هاند څنګه په لاس راغلی دی.

فعالیت

- د یوه مثلث د دوو زاویو مجموعه 100° او د تفریق حاصل یې 20° دی الجبري معادلې یې ولیکئ.
- د معادلاتو دا سیستم څو مجهوله لري؟ د هر یوه عددي قیمت پیدا کړئ.
- په لاس راغلي قیمتونه د معادلاتو په سیستم کې وازمایئ.

له پورتني فعالیت څخه د مسئلې حل او د خطي معادلو د سیستم د حل لاره په لاندې توګه داسې لیکو:

حل: که چیرې د مثلث زاویې په $\hat{A}$ او $\hat{B}$ ونوموو پورتنی عبارت د الجبري معادلو په بڼه داسې لیکو:

$$\hat{A}+\hat{B}=100^\circ \quad ....I$$
$$\hat{A}-\hat{B}=20^\circ \quad ....II$$

او د $\hat{A}$ زاویې قیمت د $\hat{B}$ زاویې له جنسه له لومړی معادلې څخه په لاس راوړو $\hat{A}=100^\circ-\hat{B}$ دا قیمت په دویمه معادله کې دی A په عوض وضع کووا و معادله حلوو:

$$100^\circ-\hat{B}-\hat{B}=20^\circ \Rightarrow -2\hat{B}=-80^\circ \Rightarrow \hat{B}=40^\circ$$

اوس د $\hat{B}$ قیمت د خطي معادلاتو په سیستم کې وضع کوو چې د $\hat{A}$ قیمت په لاس راځي.

$$\hat{A}-\hat{B}=20^\circ$$
$$\hat{A}-40^\circ=20^\circ \Rightarrow \hat{A}=20^\circ+40^\circ \Rightarrow \hat{A}=60^\circ$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم مثال: لاندې د دوه مجهوله معادلو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} 2x+3y=0 \\ 3x+2y=10 \end{cases}$$

حل: لومړی د یوه مجهول قیمت د بل مجهول له جنسه د یوې معادلې څخه په لاس راوړو او په بله معادله کې یې وضع کوو:

$$2x+3y=0 \quad \Rightarrow 2x=-3y \quad \Rightarrow x=-\frac{3}{2}y$$

$$3x+2y=10$$
$$3(-\frac{3}{2}y)+2y=10$$
$$-\frac{9}{2}y+2y=10$$
$$\frac{-9+4}{2}y=10$$
$$-5y=20 \quad \Rightarrow y=-4$$

$$x=-\frac{3}{2}y$$
$$x=-\frac{3}{2}(-4)$$
$$x=-3(-2)$$
$$x=6$$

د دوه مجهوله لومړۍ درجو معادلو د سیستم د حل لپاره په لاندې ډول عمل کوو:
- د یوه مجهول قیمت د بل مجهول له جنسه د یوې معادلې څخه په لاس راوړو او هغه په بله معادله کې د هغه په عوض وضع کوو.
- په لاس راغلې یو مجهوله لومړۍ درجه معادله حلوو او د مجهول قیمت په لاس راوړو.
- دا په لاس راغلي مجهول قیمت د سیستم په معادلو کې وضع او د بل مجهول قیمت په لاس راوړو.
- په لاس راغلي قیمتونه د سیستم په معادلو کې وضع کوو که سم له لاسه په دواړو معادلو کې یې حقیقت ولري د معادلې حل سم، او پرته له هغه د معادلې حل نه او سم نه دی.

پوښتني

د لاندې سیستمونو حل د تعویضي په طریقه په لاس راوړئ.

1) $\begin{cases} y=2x \\ x+y=6 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 7x-2y=15 \\ 6x-y=10 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} a+2b=2 \\ 2a-3b=25 \end{cases}$

4) $\begin{cases} \frac{2x-1}{3}+\frac{y+2}{4}=4 \\ \frac{x+3}{3}=\frac{x-y}{3} \end{cases}$ 5) $\begin{cases} \frac{5}{x}-\frac{3}{y}=1 \\ \frac{2}{x}+\frac{1}{y}=7 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} \frac{2x}{3}+\frac{y}{5}=6 \\ \frac{x}{6}-\frac{y}{2}=-4 \end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خطي معادلو د سیستم حل د افنا په لاره (طریقه)

حمیرا، زحل ته وویل: که ته خپلې پیسې ما ته راکړې زه د 15 افغانیو خښتن کېږم، زحل حمیرا ته وویل: که ته د خپلو پیسو دریمه برخه ما ته راکړې زه د 5 افغانیو خښتنه کېږم، هره یوه څو افغانۍ لري؟

$$x + y = ?$$
$$\frac{1}{3}x + y = ?$$
$$x = ?$$
$$y = ?$$

فعالیت

- د معادلو یو سیستم ولیکئ چې دوه معادلې او دوې مجهوله ولري.
- نوموړی سیستم د ګراف په مرسته حل کړئ.
- نوموړې معادلې په تعویضي طریقه حل کړئ.
- ایا بله طریقه شته چې نوموړې معادلې پرې حل شي؟

یوه بله لاره چې د دوه مجهوله معادلو سیستم پرې حلولای شو د افنا طریقه یا لاره ده، چې په لاندې مثال کې یې څېړو.

مثال: د خطي معادلو دا سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} 7x+5y=41 \text{ .... I} \\ 5x-2y=7 \text{ .... II} \end{cases}$$

حل: لومړی معادلو ته داسې بدلون ورکوو، چې که هغوی خوا په خوا سره جمع یا تفریق کړو نو له مجهولونو څخه یو مجهول افنا یا له منځه لاړ شي، لکه د x مجهول وغواړو، چې افنا یې کړو د لومړی معادلې دواړه خواوې د دویمې معادلې د x په ضریب یعنې (5) کې ضربوو او د دویمې معادلې دواړه خواوې د لومړی معادلې د x په ضریب یعنې (7) کې ضربوو.

$$\begin{cases} 7x+5y=205 & \Rightarrow \quad 35x+25y=205 \\ 5x-2y=7 & \Rightarrow \quad 35x-14y=49 \end{cases}$$

په لاس راغلې معادلې چې په هغه کې د x ضریبونه مساوي دي یو له بل څخه تفریقوو.

$$\begin{array}{r} 35x+25y= \ 205 \\ 35x- \ \ 2y= \ \ 49 \\ - \quad + \quad\quad - \\ \hline 39y=156 \end{array} \quad \Rightarrow y=\frac{156}{39} \Rightarrow \ y=4$$

د y په لاس راغلي قیمت د سیستم په یوه معادله کې وضع کوو تر څو د بل مجهول قیمت په لاس راشي.

$$5x-2y=7$$
$$5x-2(4)=7 \Rightarrow 5x=15 \Rightarrow x=3$$

دویم مثال: د معادلو لاندې سیستم د افنا په طریقه حل کړئ.

$$\begin{cases}3x+2y=4\\2x-3y=-1\end{cases}$$

حل: لومړی یو مجهول له منځه وړو لکه y نو لومړۍ معادله په 3- کې او دویمه معادله په 3- کې ضربوو په لاس راغلي معادلې خواپخوا سره جمع کوو:

$$\begin{aligned}3x+2y&=4 &&\Rightarrow -9x-6y=-12\\2x-3y&=-1 &&\Rightarrow \underline{\ \ 4x\mp 6y=\mp 2}\\ & && \ \ -13x+0=-10\\ & && \qquad x=\frac{10}{13}\end{aligned}$$

$$3\left(\frac{10}{13}\right)+2y=4 \Rightarrow \frac{30}{13}+2y=4$$
$$2y=4-\frac{30}{13} \Rightarrow 2y=\frac{52-30}{13}$$
$$2y=\frac{22}{13} \Rightarrow y=\frac{11}{13}$$

د دوه مجهوله معادلو د سیستم حل د افنا په طریقه کې په لاندې ډول عمل کوو.

- هر مجهول چې وغواړو هغه افنا کړو د هغې ضریبونه په پام کې نیسو. لومړی معادله د دویمې معادلې د افنا شوی مجهول په ضریب کې او دویمه معادله د لومړۍ معادلې د افنا شوی مجهول په ضریب کې ضربوو.
- په لاس راغلی معادلې یوه له بلې څخه تفریق یا جمع کوو چې د یوه مجهول قیمت په لاس راځي دا په لاس راغلي قیمت د سیستم په یوه معادله کې وضع کوو چې د بل مجهول قیمت په لاس راځي.

پوښتني

د معادلو لاندې سیستم د افنا پع طریقه حل کړئ.

1) $\begin{cases}x+y=3\\2x-y=10\end{cases}$

2) $\begin{cases}x+y=-39\\x-y=9\end{cases}$

3) $\begin{cases}x+2y=2\\x-4y=1\end{cases}$

4) $\begin{cases}\frac{2}{x}-\frac{5}{y}=5\\\frac{3}{x}+\frac{10}{y}=18\end{cases}$

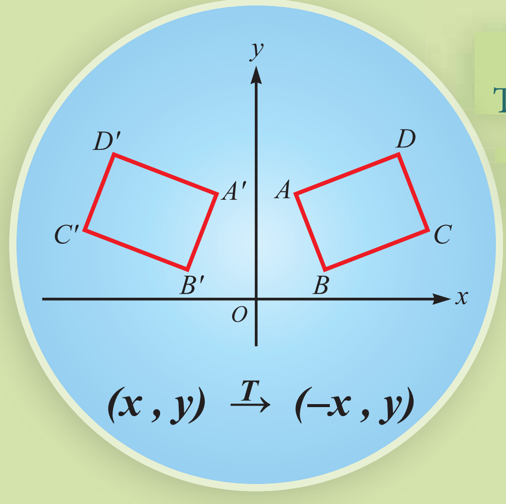
5) $\begin{cases}y+x-1=0\\2x+y-9=0\end{cases}$

6) $\begin{cases}10x+3y=26\\8x+3y=18\end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځای بدلون(تغیرمکان)
Transformation



په مخامخ شکل کې څه ټوپیرونه اوخه یووالی وینئ؟

فعالیت

په مخامخ شکل کې څه توپیرونه او څه یووالی وینئ

- د A(1,2)، B(−2,3) او C(2,−4) ټکي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- ددې ټکو د x په مختصه باندې ۲ واحد ورزیات کړئ.
- په لاس راغلي ټکي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وښیئ.

په پورتني فعالیت کې ولیدل شول چې هراختیاري ټکی (x, y) په یوه مستوي کې کولای شو د $(x+2, y)$ ټکي ته په دې ډول بدلون ورکړو، په دې حالت کې ویلای شو چې په لاس راغلي ټکي د راکړل شوی ټکي خیرې یا تصویر د $(x+2, y)$ تر بدلون لاندې دی، هغه اړیکه چې د مستوي د هر ټکي د وضیعه کمیاتو په مستوي کې یوازې او یوازې یوه نوی ټکی ته نسبت ورکړئ په مستوي کې د ځای یا ټکي بدلون بلل کیږي.

لومړی مثال: د D(1,2)، E(4,1) او C(2,4) ټکو خیرې یا تصویر د لاندې بدلونې په اساس د وضیعه کمیاتو په مستوي کې په لاس راوړئ.

$a: \quad (x,y)\xrightarrow{T_1}(-x,y)$ $\qquad b: \quad (x,y)\xrightarrow{T_2}(x,-y)$

$c: \quad (x,y)\xrightarrow{T_3}(y,x)$ $\qquad d: \quad (x,y)\xrightarrow{T_4}(x+2,y+3)$

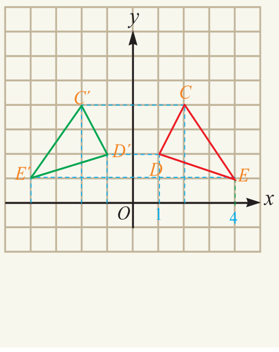
حل: لومړی راکړل شوی ټکی د وضیعه کمیاتو په سیستم کې ټاکو.

a: د $(x,y)\xrightarrow{T_1}(-x,y)$ تربدلونې لاندې لرو چې:

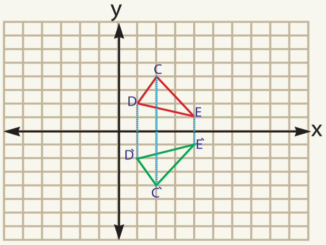
$T(4,1)=(-4,1)$

$T(1,2)=(-1,2)$

$T(2,4)=(-2,4)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

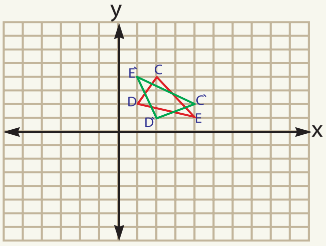


b: د $(x, y) \xrightarrow{T_2} (x, -y)$ تربدلون لاندې لرو چې:

$R(4,1) = (4,-1)$

$R(1,2) = (1,-2)$

$R(2,4) = (2,-4)$



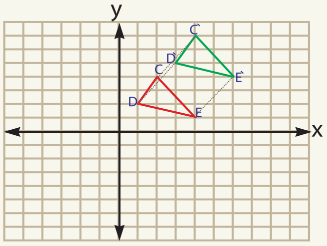
c د $(x, y) \xrightarrow{T_3} (y, x)$ تربدلون لاندې لرو چې:

$(1,4)$

$M(4,1) = (1,4)$

$M(1,2) = (2,1)$

$M(2,4) = (4,2)$



d: د $(x, y) \xrightarrow{T_4} (x+2, y+3)$ تربدلون لاندې لرو چې:

$S(4,1) = (6,4)$

$S(1,2) = (3,5)$

$S(2,4) = (4,7)$

په پورتنيو مثالونوکې ښودلای شوچې د ورکړل شويو بدلونونو د ټکو فاصله توپيرنه کوي.
د مثال په ډول که $T(c) = c'$ او $T(E) = E'$ وي نو $EC = E'C'$ ده.
هغه بدلونونه چې د ټکوترمنځ واټن(فاصله) ساتی، ايزومتری (*Isometry*)، بلل کيږي.
که يوشکل دايزومتری په ډول، خپل ځای بدل کړي نو د اصل ځيرې يا شکل سره انطباق منونکي دي.

پوښتنې

1- د $(1,-1), (-2,-2), (-3,1)$ او $(3,3)$ ټکو تصوير د لاندې بدلونو په اساس د وضيعه
1- د $(1,-1), (-2,-2), (-3,1)$ او $(3,3)$ ټکو تصوير د لاندې بدلونونو په اساس د وضيعه کمياتو په سيستم کې په لاس راوړئ.

a: $(x, y) \xrightarrow{T} (x-1, y+2)$

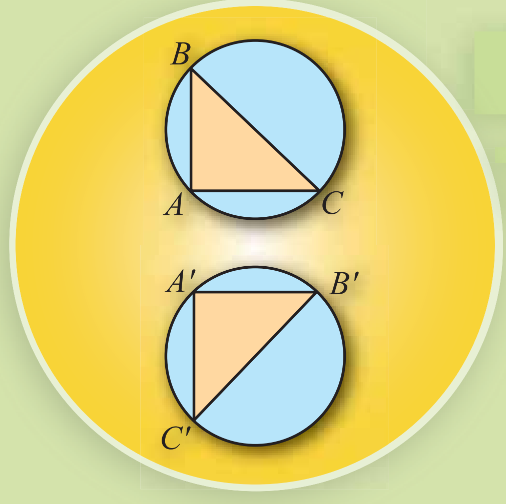
b: $(x, y) \xrightarrow{D} (2x, y)$

c: $(x, y) \xrightarrow{K} (x+5, 0)$

d: $(x, y) \xrightarrow{R} (0, y-2)$

e: $(x, y) \xrightarrow{P} (3x-1, y+2)$

انتقال
Translation



په مخامخ شکل کې د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث چې په مستوي کې یې له لومړي حالته دوم حالت $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ غوره کړی دی، تاسو کولای شئ چې ددې حرکت د ځای بدلون شرح کړئ.

فعالیت

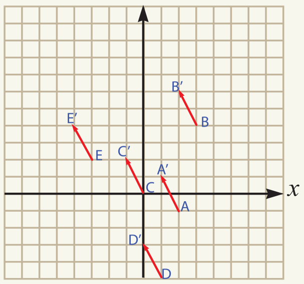
- د وضیعه کمیاتو په مستوئ کې د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث رسم او مختصات یې ولیکئ.
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث راسونه د محور په مثبت جهت د (2) واحده په اندازه او د y محور په مثبت جهت د (1) واحد په اندازه حرکت ورکړئ نوبوحاصل شوو ټکوته B', A' او C' ووایئ.
- د B', A' او C' ټکي یو له بل سره وترئ او د $\overset{\Delta}{ABC}$ او $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ مثلثونه د اضلاعو د اوږدوالي او ظاهري شکل له مخې پرتله کړئ.

که چیرې د یوه شکل یاخیرې ټول ټکي په یوه ټاکلې جهت(لوری) او یو واټن(فاصل) حرکت ورکړو په لاس راغلی شکل له لومړي شکل سره انطباق منونکی دی، دې حرکت ته انتقال وایي او هغه په دې ډول ښودل کیږي: $T(x, y) = (x+h, y+K)$
په داسې حال کې چې h او k حقیقي عددونه دي.

لومړی مثال: د $A(2,-1), B(3,4), C(0,0), D(1,-5)$ او $E(-3,2)$ ټکی د وضیعه کمیاتو په سیستم کې د $T(x, y) = (x-1, y+2)$ انتقالي رابطې په اساس وښیئ.

حل: لومړی راکړل شوي ټکي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وښیئ اوبیا هغه ټکي چې د $T(x, y) = (x-1, y+2)$ اړیکې څخه لاسته راځي په لاس راوړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library



$A(2,-1), T_A(2-1,-1+2)=(1,1)$
$B(3\ ,\ 4), T_B(3-1\ ,\ 4+2)=(2,6)$
$C(0\ ,\ 0), T_C(0-1\ ,\ 0+2)=(-1,2)$
$D(1\ ,-5), T_D(1-1\ ,-5+2)=(0,-3)$
$E(-3\ ,2), T_E(-3-1\ ,2+2)=(-4,4)$

په پورتنی مثال کې د ټکو د ترلوځخه د شکل څیره لاسته راځي لیدل کیږي چې د $\overline{AA'}, \overline{BB'}, \overline{CC'}, \overline{DD'}$ او $\overline{EE'}$ یو له بل سره موازي او مساوي دي.

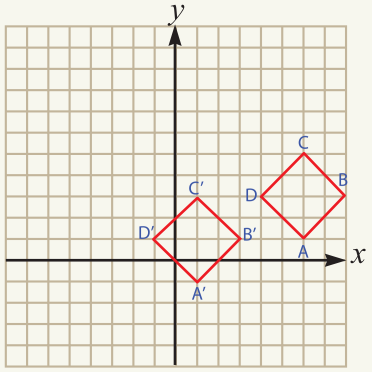
دويم مثال: که چیرې $A(6,1), B(8,3), C(6,5)$ او $D(4,3)$ د یوې مربع راسونه وي هغه د وضعیه کمیاتو په سیستم کې ترديي $T(x,y)=(x-5,y-2)$ اړيکه لاندې رسم کړئ.

الف: د مربع د اضلاعګانو اوږدوالی اوتصویر نظر یوبل ته پرتله کړئ.

ب: د مربع د اضلاعګانو میل اوڅیره یی نظر یوبل ته پرتله کړئ.

حل: د ABCD منطقه مربع ترانتقال لاندې د $\boxed{A'B'C'D'}$ څلور ضلعي ده.

$A(6,1), T_A=(6-5\ ,1-2) \quad \Rightarrow A'=(1,-1)$
$B(8,3), T_B=(8-5\ ,3-2) \quad \Rightarrow B'=(3,1)$
$C(6,5), T_C=(6-5,5-2) \quad \Rightarrow C'=(1,3)$
$D(4,3), T_D=(4-5,3-2) \quad \Rightarrow D'=(-1,1)$



د (الف) او (ب) جزونو د شاګردانوکورنی دنده ده.

انتقال یو ایزومتري رابطه ده.

پوښتنې

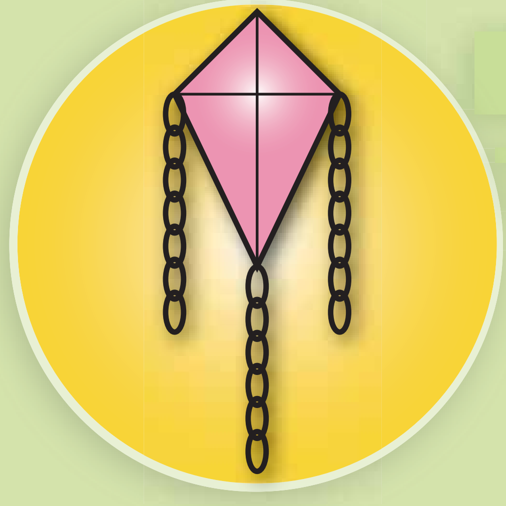
۱-که د $M(1,-1), N(2,-5)$، $O(2,5)$ او $P(3,3)$ یوه څلور ضلعي وي څلور ضلعي او د هغې تصویر تر دې رابطې $T(x,y)=(x+9,-y)$ لاندې رسم کړئ.

۲-که $L(7,0), I(5,0)$ او $0(5,3)$ د یوه مثلث راسونه وي مثلث او د هغې تصویر یاڅیره د $F(x,y)=(-y+3,x-3)$ بدلون په اساس رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

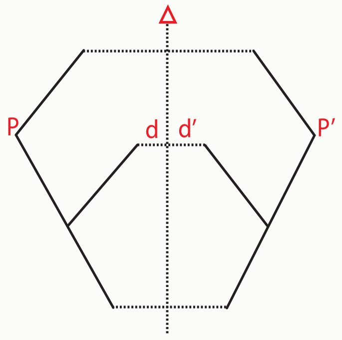
(c) ketabton.com: The Digital Library

انعکاس
Reflection



د پتنګ(کاغذ پران) خیري ته پاملرنه وکړئ، ستاسو په نظر دا کاغذپران(پتنګ) نسبت کوم یوه قطر ته متناظردی.

فعالیت



- د یوې صفحې په نمایي کې یوشکل رسم کړئ.
- د شکل ټولې کرښې په داسې رنګ رسم کړئ، چې په کاغذ کې ژر جذب نه شي.
- کاغذ په منځ داسې قات کړئ چې د قات شوې لیکې یوې خوا ته شکل پروت وي.
- صفحه خلاصه کړئ، ووایئ چې کوم شکل د اصلي شکل مخامخ پروت او د دوی ترمنځ څه توپیر دی.

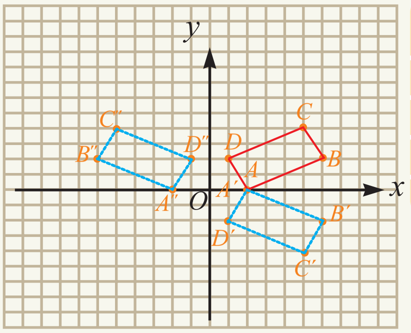
تعریف

که چیرې د P شکل یا خیرې هر ټکی د p' شکل یاخیرې په هر ټکی داسې بدل شی چې د P شکل یاخیرې د هر ټکي فاصله نظر Δ محورته د p' د شکل د هر ټکی فاصله سره مساوي وي، دې تبدیل ته نظر Δ محورته انعکاس وایي او Δ محور ته د انعکاس محوروایي.

لومړی مثال: که چیرې د A(2,0)، B(6,2)، C(5,4) او D(1,2) ټکي د یوه مستطیل راسونه وي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې مستطیل رسم خیره او تصویر یې نظر x او y محورته رسم کړئ.

حل: که چیرې د $\overline{ABCD}$ مستطیل خیره نظر د y محور ته رسم کړو په دې حالت کې یوازې د x مختصه یې په $(-x)$ بدلیږي او که چیرې خیره یا تصویر یې نسبت x محورته رسم کړو

يوازې د y مختصه يې په $(-y)$ بدليږي خرنګه چې په شکل کې ليدل کيږي.



ټکی (x, y)	نظر x محورته انعکاس $(x, -y)$	نظر y محور ته انعکاس $(-x, y)$
$A(2, 0)$	$A'(2, 0)$	$A''(-2, 0)$
$B(6, 2)$	$B'(6, -2)$	$B''(-6, 2)$
$C(5, 4)$	$C'(5, -4)$	$C''(-5, 4)$
$D(1, 2)$	$D'(1, -2)$	$D''(-1, 2)$

د $T(x, y) = (-x, y)$ ليږدونه نسبت y محورته يو انعکاس دی.

د $T(x, y) = (x, -y)$ ليږدونه نسبت x محورته يو انعکاس دی.

د $T(x, y) = (x, y)$ ليږدونه نسبت $y = x$ مستقيم ته يو انعکاس دی.

پوښتني

1- که $(A(3,1)$, $B(7,1)$ او $C(3,1)$ د يوه مثلث راسونه وي، مثلث او د هغې تصوير ياخيره د لاندي ورکړل شويو د انعکاس اړيکو په اساس رسم کړئ

$a: R_1(x, y) = (-x, y)$ $\quad$ $b: R_2(x, y) = (x, -y)$

$c: R_3(x, y) = (y, x)$ $\quad$ $d: R_4(x, y) = (-y, -x)$

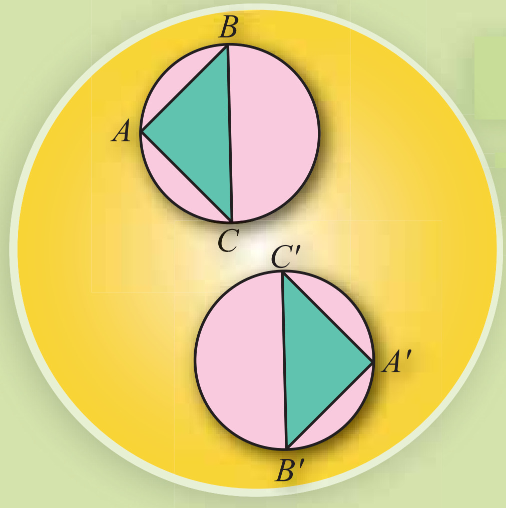
2- که چيرې $A(0,2)$, $(B(-5,0)$, $C(-3,-5)$ او $D(2,-3)$ د يوې مربع راسونه وي مربع او د هغې تصوير د $R(x, y) = (-x, -y)$ انعکاس اړيکې په اساس رسم کړئ.

۳- د $(A(1,4)$, $B(3,-2)$ او $C(5,1)$ ديوه مثلث راسونه وي، د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث تصويرياخيره تر انعکاس لاندې نسب لاندې کرښو ته:

- $x + 2 = 0$ رسم کړئ او په $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ يې ونوموئ.
- $y + 3 = 0$ رسم کړئ او په $\overset{\Delta}{A''B''C''}$ يې ونوموئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

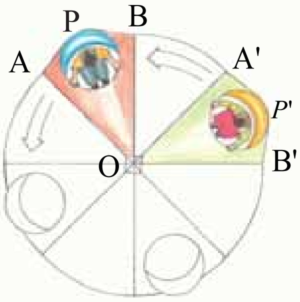
دوران
Rotations



په مخامخ شکل کې د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث په مستوي کې حرکت کړی او د $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ نوی ځای یې نیولی دی تاسي کولای شئ د دې ډول بدلون حرکت شرح کړئ.

فعالیت

مخامخ مدل د ماشومانو د لوبو د خرخ دوه بیلابیل ځایونه راښیي.



- د شکل څخه لیدل کېږي چې A' د A ټکی متناظر او B' د B ټکی متناظر دی د $A\hat{O}A'$ او $B\hat{O}B'$ زاویې اندازه کړئ او یوه له بلې سره یې پرتله کړئ.
- اوس د خرخ د چوکۍ په لومړي ځای یوټکی وټاکئ اوهغه په P ونوموئ.
- د P ټکي متناظر ټکی د څوکۍ په دویم ځای کې پیدا کړئ او هغه p' ونوموئ.
- د $P\hat{O}P'$ زاویه اندازه کړئ.

د پورتني فعالیت په پام کې نیولو سره دوران په مستوي کې د لیږدوني په عنوان داسې تعریفوو:

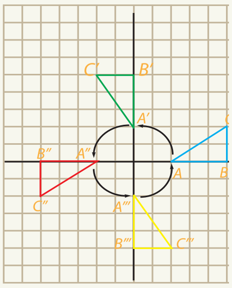
که یوشکل په یوه مستوي کې د یوټاکلي ټکي په شاوخوا د $\hat{\alpha}$ زاویې په اندازه دواران وکړي ټول ټکي یې د $\hat{\alpha}$ زاویې په اندازه دوران کوي په دې حالت کې د O ثابت ټکی د دوران مرکز او د $\hat{\alpha}$ ثابته زاویې ته د دوران زاویه وایي.

مثال: د $A(2,0)$, $B(5,0)$ او $C(5,2)$ د یوه مثلث راسونه دي د وضعیه کمیاتو په مستوي کې د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث او د هغه خیره یاتصویر د لاندې د تبدیل د ورکړ شویو اړیکو په اساس رسم او بیا هریو بدلون شرح کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

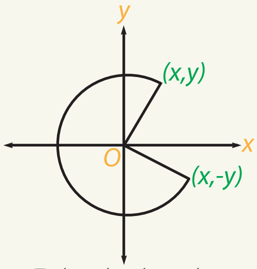
الف: $R_1(x,y)=(-y,x)$ ب: $R_2(x,y)=(-x,-y)$ ج: $R_3(x,y)=(y,-x)$

حل:

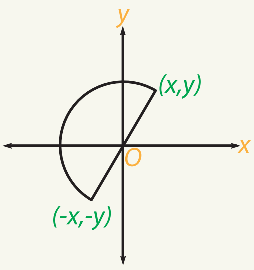


تکی	څېره(تصویر)		
(x,y)	$(-y,x)$	$(-x,-y)$	$(y,-x)$
$A(2,0)$	$A'(0,2)$	$A''(-2,0)$	$A'''(0,-2)$
$B(5,0)$	$B'(0,5)$	$B''(-5,0)$	$B'''(0,-5)$
$C(5,2)$	$C'(-2,5)$	$C''(-5,-2)$	$C'''(2,-5)$

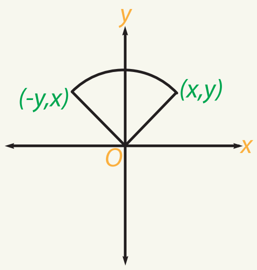
د شکل څخه لیدل کېږي چې د R_1, R_2 او R_3 بدلونونه د وضعیه کمیاتو د مبدأ په مرکز دورانونه په ترتیب د $90°, 180°$ او $270°$ زاویوسره دي.



R(x,y)=(x,-y)
د دوران مرکز (0,0)
د دوارن زاویه 270°



R(x,y)=(-x,-y)
د دوران مرکز (0,0)
د دوارن زاویه 180°



R(x,y)=(-y,x)
د دوران مرکز (0,0)
د دوارن زاویه 90°

پوښتني

1- که $A(0,0)$، $B(6,-2)$ او $C(7,1)$ د یوه مثلث راسونه وي.

الف: د $R(x,y)=(-y,x)$ ترتبدیل لاندې د ABC مثلث شکل اوتصویر رسم کړئ.

ب: د مثلث د اضلاعګانو اوږدوالی د هغه له تصویر یا څېرې سره پرتله کړئ. ایا دا دوران یو ایزومتري دی؟

2- که $(A(-1,-2), B(7,2), C(5,6)$ او $D(-3,2)$ د یو مستطیل راسونه وي.

الف: $R(x,y)=(-y,-x)$ تر دوران لاندې مستطیل او د هغه تصویریا څېره رسم کړئ.

ب: د مستطیل د اضلاع ګانو اوږدوالی اومساحت د هغه له تصویر یاڅېرې سره پرتله کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دریم څپرکي لنډیز

- په یوه مستوي کې چې دوه افقي اوعمودي محوررونه یوبل عموداً پرې کړي د وضیعه کمیاتو د سیستم په نامه یادیږي.
- د وضیعه کمیاتو په سیستم کې افقي محورته د فاصلې یا واټن محور اوعمودي محورته د ترتیب محور اود پریکړې ټکي ته یې مبدا وایي.
- د A او B دوو ټکوترمنځ واټن د $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ اړیکې څخه لاسته راځي.
- د یوې کرښې د منځ ټکی مختصات د $M(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$ څخه لاسته راځي.
- هغه کرښه چې د y مختصه یې صفروي د منځ د ټکی مختصات یې $M(\frac{x_1+x_2}{2},0)$ دی.
- هغه کرښه چې د x مختصه یې صفر وي د منځ د ټکي مختصات یې $M(0,\frac{y_1+y_2}{2})$

د هرې مستقیمې کرښې میل د $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ رابطې څخه لاسته راځي.
- د هر مستقیم خط میل په هغه زاویه پورې اړه لري چې مستقیم یې د x محور له مثبت جهت سره جوړه وي.
- هر مستقیم چې د x محور د مثبت جهت سره حاده زاویه جوړه کړي میل یې مثبت او که منفرجه زاویه جوړه کړي میل یې منفی دی.
- موازی مستقیمونه د مساوي میلونو لرونکي دي.
- هر مستقیم خط چې له x محور سره موازي وي میل یې صفر او هر مستقیم خط چې پر x محور عمود وي میل نه دی تعریف شوی.
- دوه مستقیم خطونه هغه وخت یو پربل عمود دي چې د میلونو د ضرب حاصل یې (-1) وي.
- درې ټکي هغه وخت په یوې کرښې پراته دي چې د هر قطعه خط میلونه یې سره مساوي وي.
- د وضیعه کمیاتو په مستوي کې د یوه ټکي هغه اړیکه چې یوازې او یوازې یوه نوي ټکي ته نسبت ورکړې یوه لیږدونه یاتغیر مکان بلل کیږي.
- که چیرې د یوه شکل ټولو ټکو ته په یوه ټاکلي جهت او یوه فاصله حرکت ورکړو په لاس راغلی شکل د لومړي شکل سره انطباق منونکی دی او دې حرکت ته انتقال وایی.
- که یوشکل په یوه مستوي کې د یو ټاکلی ټکي په شاوخواد $\hat{\alpha}$ زاویې په اندازه دوران ورکړو

(c) ketabton.com: The Digital Library

د درېم څپرکي پوښتنې

ټول ټکي يې په عين زاويه دوران کوي دې حرکت ته دوران وايي.

● په لاندې سوالونوکې هر سوال ته څلورځوابونه ورکړ شوي دي صحيح ځواب وټاکئ.

1- د دوو عمودي کرښو د ميلونو د ضرب حاصل:

a) (1) دی. b) صفر دی. c) ∞ دی. d)منفي يو دی.

2- د مستقيمې کرښې معادله چې د y محور سره يې د پرېکړې ټکی او ميل يې ښکاره وي عبارت له:

a) $y = mx + c$ b) $y = b$ c) $y = mx + b$ d) $m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$

3- د هغه کرښې معادله چې دوه ټکي يې ښکاره وي عبارت له:

a) $y = mx + b$ b) $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$ c) $\frac{y - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x - x_1}$ d) $y = mx$

4- د $A(0, y_1)$ او $B(0, y_2)$ دوو ټکو د منځنی ټکی مختصات عبارت له:

a) $M(\frac{x_1 + x_2}{2}, 0)$ b) $M(\frac{y_2 + y_1}{2}, 0)$ c) $M(0, \frac{y_1 + y_2}{2})$ d) $M(0,0)$

٥- د $A(x_1,0)$ او $B(x_2,0)$ دووټکو د منځنی ټکی مختصات عبارت له :

a) $M(\frac{x_1 + x_2}{2}, 0)$ b) $M(\frac{y_2 + y_1}{2}, 0)$ c) $M(0, \frac{y_1 + y_2}{2})$ d) $M(0,0)$

6- د A او B دوو ټکو ترمنځ واټن عبارت دی له:

a) $AB = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2}$ b) $AB = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - (y_1 + y_2)^2}$

c) $AB = \sqrt{(x_2 + y_2)^2 + (x_2 - y_1)^2}$ d) $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

7- د يوه ټکی او د وضيعه کمياتو د مبدآ ترمنځ واټن يافاصله عبارت ده له:

a) $AB = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ b) $AB = \sqrt{y_1^2 + y_1^2}$

c) $AB = \sqrt{x^2 + y^2}$ d) $AB = \sqrt{x^2 - y^2}$

8-د يو مستقيمې کرښې ميل عبارت له:

a) $m = \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$ b) $m = \frac{y_2 + y_1}{x_2 + x_1}$ c) $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ d) $m = \frac{x_2 + x_1}{y_2 + y_1}$

9- دوه مستقيمونه هغه وخت يو له بل سره موازي وي چې:

a: د هغو ميلونه سره مساوي وي. b: ميلونه ئې مساوي نه وی.

c: د میلونو د ضرب حاصل یې منفي یو وي.　　d: ټول ځوابونه سم دی.

- خالي ځایونه په مناسبوکلماتو ډک کړئ.

۱- د وضیعه کمیاتو په سیستم کې د x محورته د .... او محورته د .... وایي.

۲- په دویمه ناحیه کې هغه ټکي پراته دي چې x یې .... او y یې .... دی.

۳- په دریمه ناحیه کې هغه ټکي پراته دي چې x او y دواړه .... دی.

٤- هغه مستقیم چې د x محور د مثبت جهت سره مساوي حاده زاویه جوړه کړي میل یې .... دی.

٥- دوه موازي مستقیمې کرښې چې د x محورد مثبت جهت سره مساوي .... جوړه وي.

٦- د x محورسره د هر موازي مستقیم میل .... دی.

٧- درې ټکي هغه وخت په یوه مستقیمه کرښه پراته وي چې د ټوټه کرښو .... سره مساوي وي.

٨- که د دووکرښو میلونه یوبل سره مساوي نه وي دا کرښې .... دی.

- لاندې جملې کومې سمې اوکومې یې ناسمې دي د سموپه مخ کې د(س) توری اود ناسمې په مخ کی د(ن) تورې ولیکئ.

1- (　) که د وضیعه کمیاتو په مستوي کې د هر ټکی لپاره یوازې او یوازې یوه نوي ټکي ته نسبت ورکړئ په مستوي کې بدلون بلل کیږي.

2- (　) که د p شکل هر ټکی د P' شکل په یوه ټکي داسې تبدیل شي چې د p د شکل د هر ټکی واټن نظر یوه محورته د P' د شکل له هر ټکي سره مساوي وي دې بدلون ته انعکاس وایي.

3- (　) د $T(x, y) = (-x, y)$ بدلون نسبت y محورته یوانعکاس دی.

4- (　) د $T(x, y) = (x, -y)$ بدلون نسبت x محورته یو انعکاس دی.

5- (　) د $T(x, y) = (y, x)$ بدلون نسبت $y = x$ مستقیم ته یوانعکاس دی.

6- (　) انتقال هغه تغیرمکان یالیږدونه دی چې په هغه کې د واټونو یا فاصلو جهت اود زاویو پراخوالی ثابت پاتې شي.

7- (　) که په مستوي کې یوشکل(O) ټاکلي ټکي په شاوخوا د $\hat{\alpha}$ زاویې په اندازه دوران وکړي د هغې ټول ټکي په عین زاویه دوارن کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- لاندې سوالونه حل کړئ

1- لاندې ټکي چې وضعیه کمیات یې ورکړ شوی دی د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.

$1:\ (0,1)\qquad 2:\ (2,3)\qquad 3:\ (0,-4)\qquad 4:\ (5,0)$

2- د لاندې ټکو د جوړو ترمنځ واټن چې وضیعه کمیات یې ورکړی شوی ښکاره کړئ.

$1:\ (0,9),(-5,4)\qquad 2:\ (4,1),(3,-2)\qquad 3:\ (-7,4),(1,-11)$

3-وښیئ چې لاندې ټکي د یوه قایم الزاویه مثلث راسونه دي او هم د مثلث مساحت پیدا کړئ.

$1:\ (0,9)\ ,\ (-4,-1)\ ,\ (3,2)\qquad 2:\ (3,-2)\ ,\ (-2,3)\ ,\ (4,-4)$

4-وښیئ چې لاندې ورکړی شوی ټکي په یوه مستقیمه کرښه دپاسه پراته دي.

$1:\ (0,4)\ ,\ (3,-2)\ ,\ (-2,8)\qquad 2:\ (1,2)\ ,\ (-3,10)\ ,\ (4,-4)$

5-د یوې مستقیمې کرښې میل اویو ټکی په لاندې ډول ورکړل شوی د هغې معادله په لاس راوړئ.

$1:\ (2,3)\ ,\ m=-\frac{1}{2}\qquad 2:\ (-4,1)\ ,\ m=-\frac{2}{3}\qquad 3:\ (-1,-4)\ ,\ m=-2$

6- که د یوه مستطیل راسونه $(-3,1),(-1,3),(3,-1)$ او $(1,-3)$ وي مساحت یې پیدا کړئ.

7- که د یوه متوازي الضلاع راسونه $(2,4),(5,9),\ (4,9)$ او $(1,4)$ وي د قطرونو اوږدوالی یې پیدا کړئ.

8- وښیئ چې د $(-3,1),(-9,4),(12,0)$ او $(6,3)$ د یوه متوازي الضلاع راسونه دي.

9- که $(5,0),(-3,2)$ او $(-3,1)$ د یوه مثلث راسونه وي د اضلاعگانو د منځنی ټکي کمیات وضیعه په لاس راوړئ.

10- ثبوت کړئ:

الف: چې د مربع قطرونه یو پربل عمود دي.

ب: چې د مستطیل قطرونه یوبل نیمايي کوي.

11- هغه مستقیم چې د $A(3,-1)$ او $B(5,3)$ ټکوڅخه تیریږي د وسطي عمود معادله یې پیدا کړئ.

12- د هغه مستقیم معادله پیدا کړئ چې $P(4,5)$ ټکي څخه تیر شي او په ترتیب سره د x او y له محورونو سره موازي وي.

13- که چیرې $A(5,0), B(7,0)$ او $C(5,3)$ د یوه مثلث راسونه وي.

الف: د $T(x,y)=(-y+3,x-3)$ ترتیب لاندې مثلث او د هغه تصویر یاڅیره رسم کړئ.

ب: د ABC مثلث تصویر د $R(x,y)=(-y,x)$ تر دوران لاندې پیدا کړئ او هغه ته $A'B'C'$ ووایئ وروسته د $T(x,y)=(x+3,y-3)$ تصویر یا څیره د ترانتقال یالیږدونې لاندې وټاکئ.

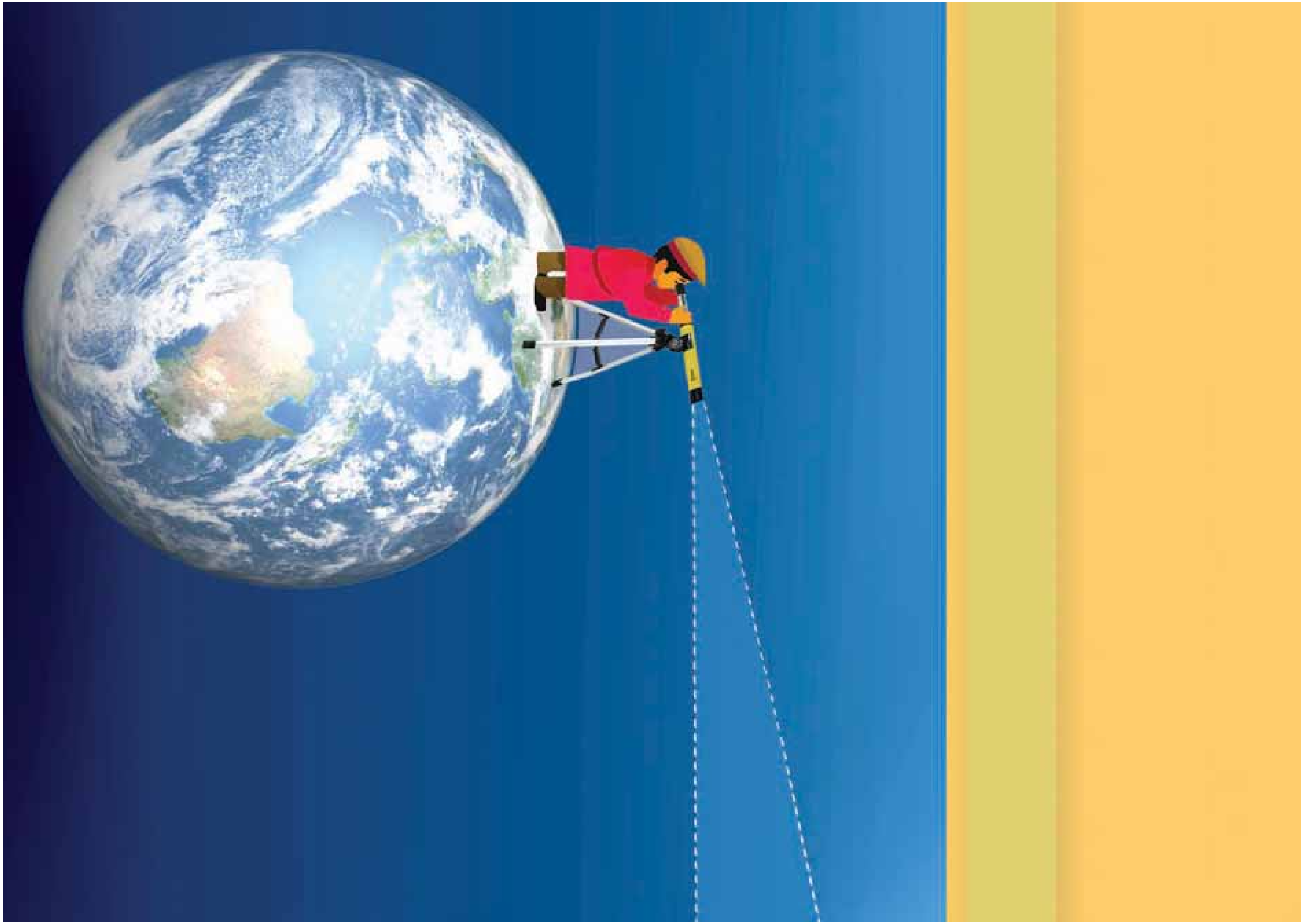
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم څپرکی

مثلثات

(c) ketabton.com: The Digital Library

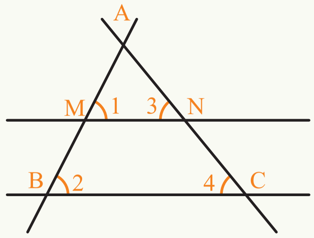


په مثلث کې د تالس قضیه

دوه زده کوونکي یو له بل سره خبرې کوي چې د یوې ونې جګ والي څنګه اندازه کړي یو بل ته داسې وړاندیز وکړ او په خپله په ځمکه اوږد پریوت، هغه له خپل ملګري څخه وغوښتل چې دومره حرکت وکړي چې د ده سر او د ونې څوکه په یوه مستقیمه کرښه سره ووینې. د زده کوونکي د وړاندیز په سموالي سوچ وکړئ.

فعالیت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې $\overline{MN} // \overline{BC}$ دی. د هر ټوټه کرښې اندازه په تش ځایونو کې ولیکئ.



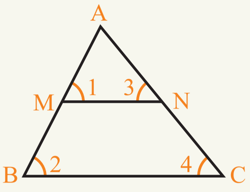
$\frac{\overline{MN}}{\overline{BC}} = \ ___ = \ ___$, $\frac{\overline{AN}}{\overline{AC}} = \ ___ = \ ___$, $\frac{\overline{AM}}{\overline{AB}} = \ ___ = \ ___$

- هغه زاویې چې یو له بل سره مساوي دي وښیئ.
- د $\frac{MN}{BC}$ ، $\frac{AN}{AC}$ او $\frac{AM}{AB}$ نسبتونه پیدا او یو له بل سره څه اړیکه لري؟

د پورتني فعالیت څخه د تالس قضیه داسې بیانوو؟

قضیه: که د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث په یوې ضلعې یا ځنډې موازي کرښه رسم کړو د تشکیل شوي مثلث د اضلاعو نسبت د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث پر اضلاعو یو له بل سره مساوي دي. دا قضیه په مثلث کې د تالس قضیې په نامه یادیږي.

ثبوت: څرنګه چې د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې $\overline{MN} // \overline{BC}$ دي نو کولای شو ولیکو چې:



$\hat{1} = \hat{2}$....... متوافقه

$\hat{3} = \hat{4}$....... متوافقه

$\hat{A} = \hat{A}$..... مشترک

$\Rightarrow \overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{AMN}$

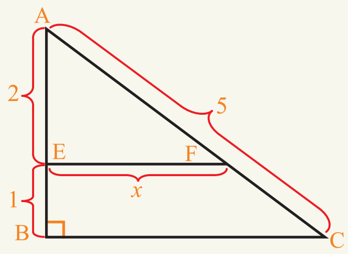
$\frac{\overline{AN}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AM}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{MN}}{\overline{BC}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $\overset{\Delta}{ABC}$ په قایم الزاویه مثلث کې چې که $\overline{EF}$ له $\overline{BC}$ سره موازي دي په پام کې ونیسئ د قایمو اضلاعو اود $\overline{EF}$ موازي کرښې اوږدوالی پیدا کړئ.

حل: څرنګه چې د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې $\overline{EF}//\overline{BC}$ سره دي نو د تالس د قضیې په اساس دا دوه مثلثونه سره ورته یا متشابه دي نو کولای شو ولیکو چې:



$$\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{EF}}{\overline{BC}} \qquad \frac{2}{3}=\frac{x}{3} \qquad x=2$$

$$\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{AF}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{EF}}{\overline{BC}}$$

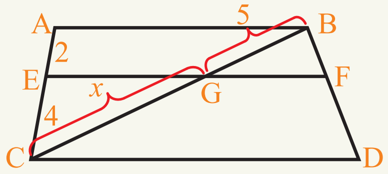
$$AC^2=BC^2+AB^2$$

$$5^2=BC^2+3^2$$

$$BC^2=25-16=9$$

$$\boxed{BC=3}$$

دویم مثال: په لاندې ذوذنقه کې $\overline{EF}//\overline{BA}$ دي د x مقدار وټاکئ.



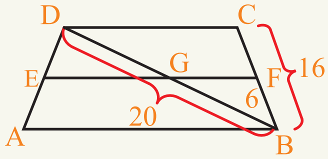
$$\frac{\overline{CG}}{\overline{GB}}=\frac{\overline{CE}}{\overline{AE}} \text{ یا } \frac{\overline{CG}}{\overline{CE}}=\frac{\overline{GB}}{\overline{AE}}$$

$$\frac{x}{4}=\frac{5}{2} \Rightarrow x=\frac{4\cdot 5}{2}=\frac{20}{2}$$

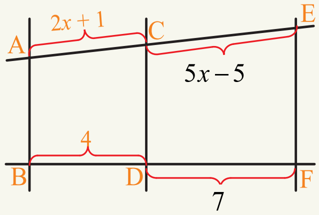
$$x=10$$

پوښتنې

1- د ذوذنقو په لاندې شکلونو کې د x مقدار وټاکئ.



2- په لاندې شکل کې چې که $\overline{CD}//\overline{EF}$ او $\overline{AB}//\overline{CD}$ وي د x مقدار وټاکئ.

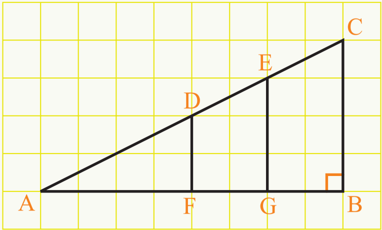


د یوې حاده زاویې ساین

که یو کاغذ پران په هوا کې د الوتلو په حالت کې وي، کولای شئ واتن یې د ځمکې څخه په لاس راوړئ؟

فعالیت

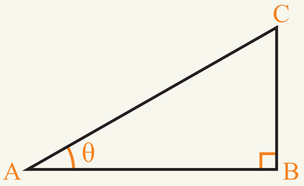
- په قایم الزاویه مثلث کې د $\overline{AC}$ په وتر باندې د D او E ټکي ټاکل شوي دي. د دې ټکو څخه د مثلث په $\overline{BC}$ ضلعه موازي رسم کړئ او د پریکړې ټکي یې په وار سره F او G نوموو.
- د خط کش څخه په ګټه اخیستنه د مثلث اضلاعوې اندازه او د $\frac{\overline{DF}}{\overline{DA}} = \frac{\overline{EG}}{\overline{AE}}$ او $\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$ نسبتونه محاسبه او پرتله یې کړئ.



- ایا د D او E ټکو د ځای په بدلون سره د $\frac{\overline{DF}}{\overline{DA}} = \frac{\overline{EG}}{\overline{AE}}$ او $\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$ نسبتونه هم بدلون کوي؟ دیوه ټکي په ټاکلو سره هغه وڅیرئ.
- د AC د ځای په بدلون د $\hat{A}$ زاویې په مقدار کې بدلون رامنځ ته کیږي.
- اوس $\overline{AC}$ ثابت پریږدئ او د $\hat{A}$ زاویې ته زیاتوالی ورکړئ. سوچ وکړئ چې په پورتنیو مساوي نسبتونو کې څه پیښیږي؟ ویې څیرئ؟

تعریف

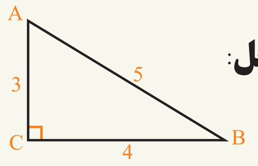
په هر قایم الزاویه مثلث کې د یوې حاده زاویې د مخامخ ضلعې او پردوالی دوتر پر اوږدوالی تل مساوي له یو ثابت مقدار سره دی چې د حاده زاویې په اندازه پورې اړه لري. دې نسبت ته $Sin\theta$ (د حاده زاویې ساین) ویل کیږي.



$$\sin\theta = \frac{\text{د } \theta \text{ حاده زاویې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}} = \frac{BC}{AC}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: په لاندې شکل کې $SinA$ او $SinB$ په لاس راوړئ.

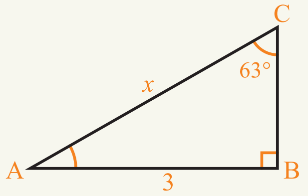


حل:

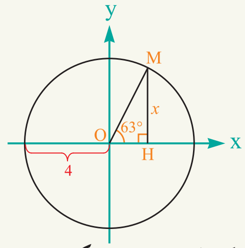
$$\sin A = \frac{\text{د A زاویې د مخامخ څنډې یا ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}} = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin\hat{A} = 0.8$$

$$\sin B = \frac{\text{د B زاویې د مخامخ څنډې یا ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}} = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5} = 0.6$$

دویم مثال: که $Sin63^o$ مساوي په 0,891 وي، په لاندې شکلونو کې د x اندازه پیدا کړئ.



شکل (الف)



شکل (ب)

حل:

د الف جزء: د یوې حادې زاویې د تعریف څخه په ګټه اخیستنه کولای شو ولیکو چې:

$$\sin 63^\circ = \frac{AB}{AC}$$

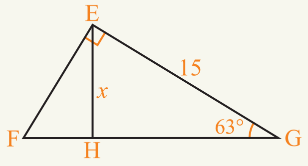
$$0.891 = \frac{3}{x} \Rightarrow x = \frac{3}{0.891} \quad \Rightarrow \quad x \approx 3.37$$

د ب جزء:

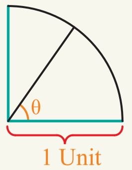
$$\sin 63^\circ = \frac{MH}{OM}$$

$$0.891 = \frac{x}{4} \Rightarrow x \approx 3.56$$

پوښتنې



1- که $Sin63^o$ مساوي په 0,891 وي، په مخامخ شکل کې د x عددي قیمت پیدا کړئ.



2- د دایرې د څلورمې برخې شکل په پام کې ونیسئ.

الف: که د θ زاویه لویه شي $Sin\theta$ څرنګه بدلون مومي؟

ب: که د θ زاویه صفر ته نږدې شي، $Sin\theta$ کوم عدد ته نږدې کېږي.

ج: که زاویه 90° ته نږدې شي، $Sin\theta$ کوم عدد ته نږدې کېږي.

3- د $80^o, 40^o$ او 65° زاویې په وار سره رسم او بیا په هره زاویه یو قایم الزاویه مثلث کې رسم کړئ د کرښې یا خط کش څخه په ګټه اخیستنه د مثلث اضلاعو اندازه او $Sin80^o, Sin65^o$ او $Sin40^o$ پیدا کړئ او یو له بل سره یې پرتله کړئ.

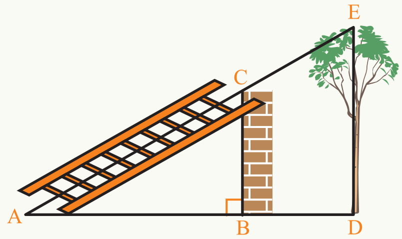
4- یو متساوي الساقین مثلث چې قاعده یې 8 واحده او $\hat{B} = 54^\circ$ وي رسم کړئ که یوه څنډه یا ضلعه یې 5 واحده وي د B زاویې Sin ساین پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې حاده زاويې کوساين

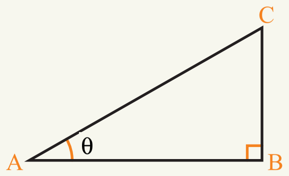
ديوه ديوال شاته د ناجو يوه ونه ولاړه ده.
يو زده کوونکی غواړي و پوهيږي چې ونه
له ديواله څومره واټن لري. د دې کار لپاره
يې يوازې يوه لنډه زينه درلوده. فکر وکړئ
هغه څه سوچ کوئ؟

فعاليت



- په مخامخ شکل کې د تشکيل شويو مثلثونو نومونه واخلئ.
- $\overline{BC}$ او $\overline{DE}$ يو له بل سره څه اړيکه لري؟ ولې؟
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ او $\overset{\Delta}{ADE}$ مثلثونه يو بل سره څه اړيکه لري.
- د زينې واټن تر ديوال او بيا يې تر ونې پورې پيدا کړئ.
- د تالس د قضيې په مرسته لاندې مساوات تکميل او د $\overline{AE}$ اوږدوالی په لاس راوړئ.
- دا مقدار په څه پورې تړلی دی. $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{....}{AE}$

په عمومي ډول د $\overset{\Delta}{ABC}$ په قايم الزاويه مثلث کې چې يوه حاده زاويه يې θ ده، د دې زاويې د ګاونډې يا مجاورې ضلعې د اوږدوالي او دوتر د اوږدوالي نسبت ته کوساين وايي.



$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\text{د } \theta \text{ زاويې د ګاونډې ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}} \cos\theta$$

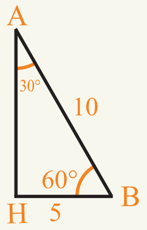
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: د AHB په مثلث کې چې $\hat{A}=30^\circ$ او $\hat{B}=60^o$ وي وښيئ چې

$\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$ او $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$, $\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$ دی.

حل: د فیثاغورث د قضیې څخه په ګټه اخیستنه د AH جګوالی کولای شو ولیکو چې:



$$\overline{AB}^2=\overline{AH}^2+\overline{HB}^2$$

$$10^2=\overline{AH}^2+5^2 \Rightarrow \overline{AH}^2=100-25=75$$

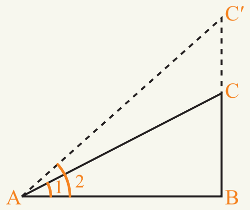
$$\overline{AH}=\sqrt{75} \Rightarrow \overline{AH}=5\sqrt{3}$$

$$\sin 60^\circ=\frac{\overline{AH}}{\overline{AB}}=\frac{5\sqrt{3}}{10}=\frac{\sqrt{3}}{2} \quad , \quad \cos 60^\circ=\frac{\overline{BH}}{\overline{AB}}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$$

$$\sin 30^\circ=\frac{\overline{BH}}{\overline{AB}}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2} \quad , \quad \cos 30^\circ=\frac{\overline{AH}}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

پوښتنې

1- که یوه حاده زاویه لویه شي، د کوساین په اندازه کې څه بدلون راځي؟ ولې؟
د مخامخ مثلث او مثلثاتي دایرې په مرسته خپل نظر بیان کړئ.

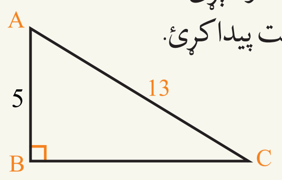


- د $CosA_1$ لپاره یو نسبت ولیکئ.
- د $CosA_2$ لپاره یو نسبت ولیکئ.
- په تشو ځایونو کې مناسبې علامې ولیکئ.

$\overline{AC'}$		$\overline{AC}$
$\cos A_2$		$\cos A_1$

2- د 30°, 45° او 60° زاویو لپاره $Sin^2A+Cos^2A=1$ اریکه وڅېړئ؟

3- په لاندې قایم الزاویه مثلث کې د $SinA$ او $CosA$ عددي قیمت پیدا کړئ.



4- د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې چې د اضلاعو یا ځنډو اوږدوالی یې 8,6 او ۱۰ واحده وي د $SinA$ او $CosA$ مثلثاتي نسبتونه محاسبه کړئ.

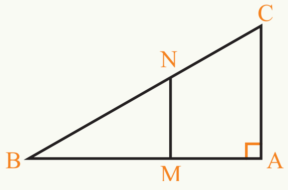
(c) ketabton.com: The Digital Library

د حاده زاويې تانجنت

يو زده کوونکی د بيرغ مخکې ولاړ دی. سوچ کوي چې د بيرغ د ميلې اوږدوالی څنګه پيدا کړي؟

فعاليت

د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث چې د $\hat{A}$ زاويه يې قايمه ده د $\hat{B}$ زاويې مثلثاتي نسبتونه $(\cos\hat{B}, \sin\hat{B})$ په پام کې ونيسئ چې د $\overline{MN}$ توټه کرښه په $\overline{AC}$ موازي رسم شوې ده.



- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث په پام کې نيولو سره $\sin\hat{B}$ او $\cos\hat{B}$.

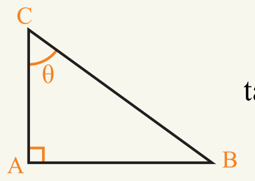
د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث اضلاعو يا د څنډو له مخې وليکئ.

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث اضلاعو يا له مخې د $\dfrac{\sin\hat{B}}{\cos\hat{B}}$ نسبت وليکئ.
- د $\overset{\Delta}{BMN}$ مثلث څخه په ګټه اخيستنه او داضلاعو يا څنډو له مخې $\dfrac{\sin\hat{B}}{\cos\hat{B}}$ وليکئ.

د $\overline{MN}, \overline{BC}, \overline{AC}$ او $\overline{BN}$ کرښو د مخامخ اندازه کولو په مرسته پورتني دوه نسبتونه سره پرتله کړئ.

- سوچ وکړئ که چېرې $\dfrac{CosB}{SinB}$ پيدا کړو نو دا نسبت د مخامخ څنډو يا اضلاعو د اوږدوالي سره تړاو لري يا يوازې د زاويې په مقدار پورې تړاو لري.

لومړۍ پايله: په يوه قايم الزاويه مثلث کې د يوې حاده زاويې د مخامخ څنډې يا ضلعې اوږدوالي او د هغه زاويې د ګاونډې ضلعې د اوږدوالي نسبت يو ثابت مقدار دی چې د (د حاده زاويې تانجنت) په نامه ياديږي.

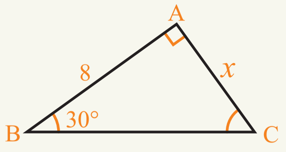


$$\tan\theta = \frac{\text{د } \hat{\theta} \text{ زاويې د مخامخ ضلعې اوږدوالی } \overline{AB}}{\text{د } \hat{\theta} \text{ زاويې د ګاونډې ضلعې اوږدوالی } \overline{AC}}$$

دویمه پایله: د θ حاده زاویې تانجنت د حاده زاویې ساین پر کوساین له نسبت سره مساوي دی:

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

دریمه پایله: $\frac{Cos\theta}{Sin\theta}$ یو بل مقدار دی چې د حاده زاویې کوتانجنت (Cotangentθ) یا د θ زاویې دګاونډې یا مجاورې ضلعې اوږدوالي د θ زاویې د مخامخ څنډې یا مقابلې ضلعې پر اوږدوالي ته کوتانجنت $Cot\theta$ وایي. دا نسبت د نورو نسبتونو په شان یوازې د زاویې په پراخوالي پورې اړه لري.



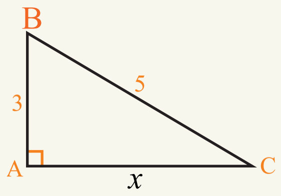
لومړی مثال: په لاندې مثلث کې چې $x = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ دی د $\tan 30°$ عددي قیمت په لاس راوړئ.

حل: د $\tan\theta$ تعریف څخه په ګټه اخیستنه کولای شو ولیکو چې:

$$\tan 30^\circ = \frac{x}{8} \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{8\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{1}{8} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

دویم مثال: د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث چې لاندې رسم شوی دی، په دې مثلث کې $\tan c, \cos c, \sin c$ او $\cot c$ په لاس راوړئ او د $\tan c$ رابطه د $\cos c$ او $\sin c$ نسبتونو سره پرتله کړئ.

حل: لومړی د فیثاغورث د قضیې په مرسته د ABC په مثلث کې د AC اوږدوالی پیدا کوو.



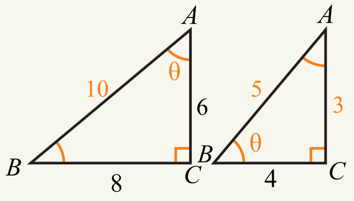
$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$

$$5^2 = 3^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 25 - 9 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$$

$$\sin C = \frac{3}{5} \quad \cos C = \frac{4}{5} \quad , \quad \tan C = \frac{3}{4} \quad , \quad \cot C = \frac{4}{3}$$

$$\frac{\sin C}{\cos C} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{5} \div \frac{4}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{3}{4} \qquad \tan C = \frac{3}{4} \Rightarrow \tan C = \frac{\operatorname{Sin} C}{\operatorname{Cos} C}$$

پوښتنې



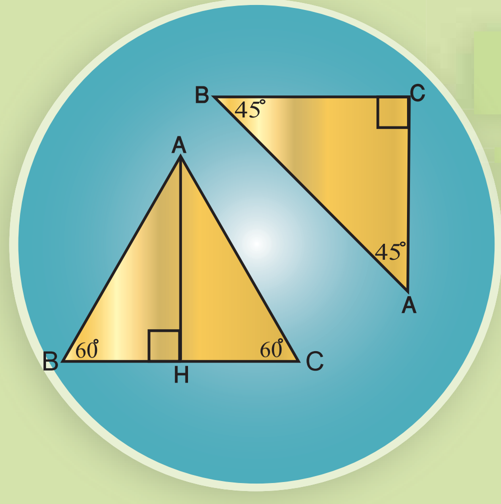
1- په مخامخ شکلونو کې $Sin\theta, Cos\theta, \tan\theta$ او $Cot\theta$ پیدا کړئ.

2- د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې چې ضلعې یې سره مساوي دي $\tan A$ او $\tan B$ پیدا کړئ.

3- که د یوه قایم الزاویه مثلث قاعده ثابته وساتو او حاده زاویه یې لویه شي د $\tan\theta$ په نسبت کې څه بدلون پېښیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځانګړو زاويو مثلثاتي نسبتونه
($30°$، $60°$، $45°$ او $90°$)



مخامخ مثلثونه څه ډول مثلثونه دي د اضلاعګانو اوږدوالي يې وټاکئ.

فعاليت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ يو متساوي الاضلاع مثلث رسم کړئ.
- د $\overline{AH}$ ارتفاع يا جګوالی رسم کړئ، په دې ډول مثلثونو کې جګوالی کومې ځانګرتياوې لري.
- د فيثاغورث د قضيې څخه په ګټه اخيستنه د جګوالي يا ارتفاع اوږدوالی يا د مثلث جګوالی پيدا کړئ.
- ايا کولای شئ چې د $30°$ او $60°$ زاويو مثلثاتي نسبتونو عددي قيمت پيدا کړئ.
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ يو متساوي الساقين، قايم الزاويه مثلث رسم کړئ، چې د هرې ضلعې يا څنډې اوږدوالی يې يو واحدوي.
- هره حاده زاويه څو درجې ده؟ ولې؟ د وتر د اوږدوالي اندازه يې حساب کړئ.
- د $45°$ زاويې مثلثاتي نسبتونه په لاس راوړئ.

د پورتني فعاليت څخه لاندې جدول جوړ ولای شو.

زاويې / مثلثاتي نسبتونه	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	ناټاکلی (نا معين)

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: په لاندې اړیکو یا رابطوکې د x او y عددي قیمت پیدا کړئ.

1) $x=\sin 60^{\circ}+\sin 30^{\circ}$
2) $y=\cos 60^{\circ}+\cos 30^{\circ}$
3) $\tan 60^{\circ}-\sin 30^{\circ}=?$
4) $y=\tan 30^{\circ}-\cos 60^{\circ}$
5) $\tan 45^{\circ}-\sin 45^{\circ}=?$
6) $y=\tan 30^{\circ}+\tan 60^{\circ}$

حل: په پورتنیو اړیکو کې د هر مثلثاتي نسبت په ځای عددي قیمت وضع کوو:

1) $x=\sin 60^{\circ}+\sin 30^{\circ}=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

2) $y=\cos 60^{\circ}+\cos 30^{\circ}=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

3) $x=\tan 60^{\circ}-\sin 30^{\circ}=\sqrt{3}-\frac{1}{2}=\frac{2\sqrt{3}-1}{2}$

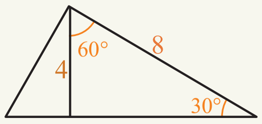
4) $y=\tan 30^{\circ}-\cos 60^{\circ}=\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{1}{2}=\frac{2\sqrt{3}-3}{6}$

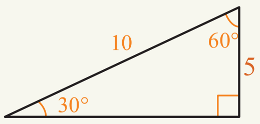
5) $x=\tan 45^{\circ}-\sin 45^{\circ}=1-\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{2-\sqrt{2}}{2}$

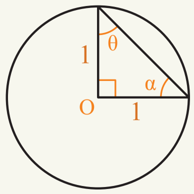
6) $y=\tan 30^{\circ}+\tan 60^{\circ}=\frac{\sqrt{3}}{3}+\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}+3\sqrt{3}}{3}$

پوښتنې

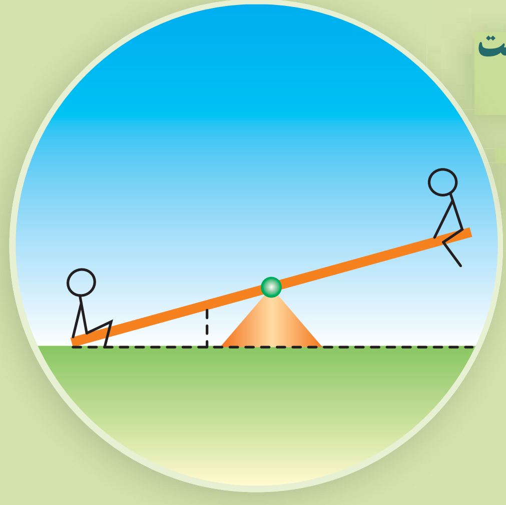
په لاندې شکلونو کې د $30^{o}, 45^{o}$ او 60° زاویو د $Sin, Cos, \tan$ او Cot مثلثاتي نسبتونه پیدا کړئ.







د يوه مستقيم خط د ميل او تانجنت اړيکه



د رافعې ميل ښــي ياکيڼــې خوا ته په څه پورې اړه لري؟

فعاليت

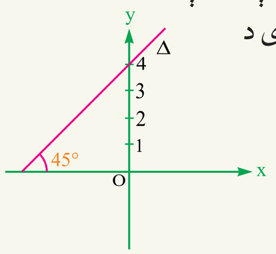
- د $A(1,3)$ او $B(0,0), C(1,0)$ ټکي د وضعيه کمياتو په مستوي کې وښيئ، هغه مثلث چې راسونه د دې ټکو څخه جوړېږي څه ډول مثلث دی؟ ولې؟
- د $\overline{AB}$ مستقيمې کرښې ميل په لاس راوړئ.
- د $\overline{AB}$ مستقيمې کرښې معادله د $y = mx + h$ په شکل وليکئ.
- $\tan A$ په لاس راوړئ د $\overline{AB}$ د مستقيمې کرښې د ميل سره څه اړيکه لري؟
- د $\overline{AB}$ په مستقيم دوه اختياري ټکي په پام کې ونيسئ، د دې ټکو په لرلو سره د مستقيمې کرښې ميل پيداکړئ. ايا د $\tan B$ د مستقيمې کرښې د ميل برابرې ليدل کيږي؟

د پورتني فعاليت څخه ليدل کيږي، چې د هغې مستقيمې کرښې ميل چې د x له محور سره حاده زاويه جوړوي، د هغې زاويې له تانجنت سره چې د کرښې او د x محور مثبت جهت سره يې جوړوي برابره ده. د $y = mx + h$ معادله کې $m = \tan A$ دی.

لومړی مثال: د Δ مستقيمه کرښه د y محور په 4 کې پريکوي او د x محور له مثبت جهت سره 45° زاويه جوړوي، که $\tan 45^o = 1$ وي د Δ مستقيمې کرښې معادله وليکئ.

حل: پوهيږو چې د مستقيمې کرښې معادله $y = mx + h$ ده نو لومړی د مستقيمې کرښې ميل په لاس راوړو:

$$\left.\begin{aligned} m &= \tan\theta \\ m &= \tan 45^o \\ m &= 1 \\ h &= 4 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} y &= mx + h \\ y &= x + 4 \end{aligned}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم مثال: د $\sqrt{3}y - x = 2\sqrt{3}$ مستقیمې کرښې په معادله کې د مستقیمې کرښې میل، د میل زاویه او د y له محور سره د پرېکړې ټکي په لاس راوړئ.

حل: لومړی د مستقیمې کرښې معادله په ستندرډ شکل $y = mx + h$ بدلوو چې وروسته یې میل او له محور سره د پرېکړې ټکي په اسانۍ سره پیدا کولای شو.

$$\sqrt{3}y - x = 2\sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}y = x + 2\sqrt{3} \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 2$$

$$m = \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = 30^\circ \qquad , \qquad h = 2$$

ایا کولای شئ د فیثاغورث د قضیې او مثلثات ترمنځ اړیکه پیدا کړئ.

فعالیت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ یو قایم الزاویه مثلث چې قایمې جوړونکې ضلعې یې 6 او 8 دي رسم او قایمه زاویه یې په A وښیئ.
- sinB ، cosB ، $(\sin B)^2$ ، $(\cos B)^2$ او $(\sin B)^2 + (\cos B)^2$ حساب کړئ.
- sinB ، cosB ، $(\sin B)^2$ ، $(\cos B)^2$ او $(\sin B)^2 + (\cos B)^2$ د AC, AB او BC اضلاعو له جنسه ولیکئ څه پایله ترې اخلئ.

د پورتني فعالیت څخه ښکاري چې د یوې حاده زاویې د ساین او کوساین د مربعاتو جمع مساوي له 1 سره ده. $(\sin A)^2 + (\cos A)^2 = 1$

ځیني وخت د مثلثاتي نسبت د توان علامه په لاندې ډول سره ښودل کېږي.

$$(\sin A)^2 = \sin^2 A$$

پاملرنه وکړئ چې د 2 توان د زاویې په ساین پورې اړه لري نه په زاویه پورې $SinA^2 \neq Sin^2 A$

پوښتنې

1- د هغه مستقیمې کرښې معادله په لاس راوړئ چې د x محور له مثبت جهت سره 60° زاویه جوړه کړي او د y محور په (0,5) ټکي کې پرې کړي.

2- د $y = x + 4$ کرښې په معادله کې میل، د میل زاویه او د y له محور سره د پرېکړې ټکي پیدا کړئ.

a) $\frac{(\sin\theta + \cos\theta)^2}{1 + 2\sin\theta\cos\theta} = 1$

b) $1 + (\frac{\sin\theta}{\cos\theta})^2 = \frac{1}{\cos^2\theta}$

c) $\frac{\tan^2\theta - \sin^2\theta}{\cos\theta} = \sin\theta \times \tan^3\theta$

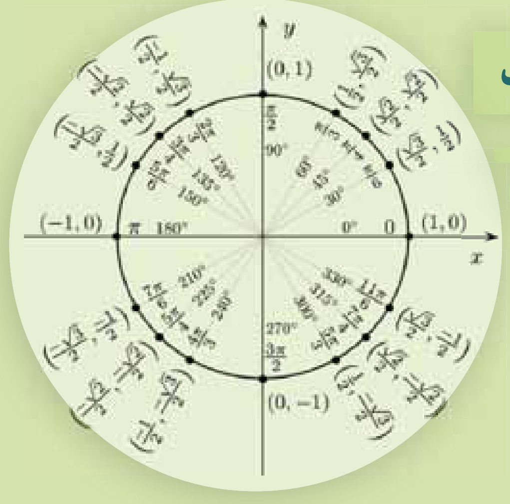
d) $\frac{(\sin A + \cos A)^2 - 1}{2\sin A} = \cos A$

e) $\sin^4 A + \cos^2 A \times \sin^2 A + \cos^2 A = 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثلثاتي جدول او دهغې استعمال



په مخامخ مثلثاتي دايرې په شکل کې د نومورو زاويو مثلثاتي نسبتونه ښودلای شئ.

فعالیت

- يو متساوي الاضلاع مثلث رسم او هرې زاويې پراخوالی يې وټاکئ.
- په يو مثلث کې د 30° او 60° زاويو مثلثاتي نسبتونه پيداکړئ.
- د زاويې مثلثاتي نسبتونه په يوه مثلث کې وټاکئ.
- ايا د هرې زاويې مثلثاتي نسبتونه په پورته شکل پيداکولای شو؟

د پورتنی فعاليت پايله داسې بيانوو:

پايله:

د ځينوزاويو مثلثاتي نسبتونه کولای شو په أسانی سره په لاس راوړو خو د يو شمېر نورو زاويو د مثلثاتي نسبتونو محاسبه ګران کار دی نو ددې کار لپاره د ځينو پوهانو لخوا مثلثاتي جدولونه د خاصو فورمولونو په واسطه جوړ شوی چې ددې ډوله جدول په مرسته د هرې زاويې مثلثاتي نسبتونه پيداکولای شو.

د يادونې وړ ده چې د جدول په ترتيب کې په يوه قايم الزاويه مثلث کی د θ او $(\frac{\pi}{2}-\theta)$ يا $(90-\theta)$ زاويو د اړيکو څخه ګټه اخيستل شوی ده.

مثلثاتی جدول

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
0° 00′	0.0000	1.0000	0.0000	∞	**90°** 00′
10	0.0029	1.0000	0.0029	343.77	50
20	0.0058	1.0000	0.0058	171.89	40
30	0.0087	1.0000	0.0087	114.59	30
40	0.0116	0.9999	0.0116	85.940	20
50	0.0145	0.9999	0.0145	68.750	10
1° 00′	0.0175	0.9998	0.0175	57.290	**89°** 00′
10	0.0204	0.9998	0.0204	49.104	50
20	0.0233	0.9997	0.0233	42.964	40
30	0.0262	0.9997	0.0262	38.188	30
40	0.0291	0.9996	0.0291	34.368	20
50	0.0320	0.9995	0.0320	31.242	10
2° 00′	0.0349	0.9994	0.0349	28.636	**88°** 00′
10	0.0378	0.9993	0.0378	26.432	50
20	0.0407	0.9992	0.0407	24.542	40
30	0.0436	0.9990	0.0437	22.904	30
40	0.0465	0.9989	0.0466	21.470	20
50	0.0494	0.9988	0.0495	20.206	10
3° 00′	0.0523	0.9986	0.0524	19.081	**87°** 00′
10	0.0552	0.9985	0.0553	18.075	50
20	0.0581	0.9983	0.0582	17.169	40
30	0.0610	0.9981	0.0612	16.350	30
40	0.0640	0.9980	0.0641	15.605	20
50	0.0669	0.9978	0.0670	14.924	10
4° 00′	0.0698	0.9976	0.0699	14.301	**86°** 00′
10	0.0727	0.9974	0.0729	13.727	50
20	0.0756	0.9971	0.0758	13.197	40
30	0.0785	0.9969	0.0787	12.706	30
40	0.0814	0.9967	0.0816	12.251	20
50	0.0843	0.9964	0.0846	11.826	10
5° 00′	0.0872	0.9962	0.0875	11.430	**85°** 00′
10	0.0901	0.9959	0.0904	11.059	50
20	0.0929	0.9957	0.0934	10.712	40
30	0.0958	0.9954	0.0963	10.385	30
40	0.0987	0.9951	0.0992	10.078	20
50	0.1016	0.9948	0.1022	9.7882	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
6° 00′	0.1045	0.9945	0.1051	9.5144	**84°** 00′
10	0.1074	0.9942	0.1080	9.2553	50
20	0.1103	0.9939	0.1110	9.0098	40
30	0.1132	0.9936	0.1139	8.7769	30
40	0.1161	0.9932	0.1169	8.5555	20
50	0.1190	0.9929	0.1198	8.3450	10
7° 00′	0.1219	0.9925	0.1228	8.1443	**83°** 00′
10	0.1248	0.9922	0.1257	7.9530	50
20	0.1276	0.9918	0.1287	7.7704	40
30′	0.1305	0.9914	0.1317	7.5958	30′
40	0.1334	0.9911	0.1346	7.4287	20
50	0.1363	0.9907	0.1376	7.2687	10
8° 00′	0.1392	0.9903	0.1405	7.1154	**82°** 00′
10	0.1421	0.9899	0.1435	6.9682	50
20	0.1449	0.9894	0.1465	6.8269	40
30	0.1478	0.9890	0.1495	6.6912	30
40	0.1507	0.9886	0.1524	6.5606	20
50	0.1536	0.9881	0.1554	6.4348	10
9° 00′	0.1564	0.9877	0.1584	6.3138	**81°** 00′
10	0.1593	0.9872	0.1614	6.1970	50
20	0.1622	0.9868	0.1644	6.0844	40
30	0.1650	0.9863	0.1673	5.9758	30
40	0.1679	0.9858	0.1703	5.8708	20
50	0.1708	0.9853	0.1733	5.7694	10
10° 00′	0.1736	0.9848	0.1763	5.6713	**80°** 00′
10	0.1765	0.9843	0.1793	5.5764	50
20	0.1794	0.9838	0.1823	5.4845	40
30	0.1822	0.9833	0.1853	5.3955	30
40	0.1851	0.9827	0.1883	5.3093	20
50	0.1880	0.9822	0.1914	5.2257	10
11° 00′	0.1908	0.9816	0.1944	5.1446	**79°** 00′
10	0.1937	0.9811	0.1974	5.0658	50
20	0.1965	0.9805	0.2004	4.9894	40
30	0.1994	0.9799	0.2035	4.9152	30
40	0.2022	0.9793	0.2065	4.8430	20
50	0.2051	0.9787	0.2095	4.7729	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
12° 00′	0.2079	0.9781	0.2126	4.7046	**78°** 00′
10	0.2108	0.9775	0.2156	4.6382	50
20	0.2136	0.9769	0.2186	4.5736	40
30	0.2164	0.9763	0.2217	4.5107	30
40	0.2193	0.9757	0.2247	4.4494	20
50	0.2221	0.9750	0.2278	4.3897	10
13° 00′	0.2250	0.9744	0.2309	4.3315	**77°** 00′
10	0.2278	0.9737	0.2339	4.2747	50
20	0.2306	0.9730	0.2370	4.2193	40
30	0.2334	0.9724	0.2401	4.1653	30
40	0.2363	0.9717	0.2432	4.1126	20
50	0.2391	0.9710	0.2462	4.0611	10
14° 00′	0.2419	0.9703	0.2493	4.0108	**76°** 00′
10	0.2447	0.9696	0.2524	3.9617	50
20	0.2476	0.9689	0.2555	3.9136	40
30	0.2504	0.9681	0.2586	3.8667	30
40	0.2532	0.9674	0.2617	3.8208	20
50	0.2560	0.9667	0.2648	3.7760	10
15° 00′	0.2588	0.9659	0.2679	3.7321	**75°** 00′
10	0.2616	0.9652	0.2711	3.6891	50
20	0.2644	0.9644	0.2742	3.6470	40
30	0.2672	0.9636	0.2773	3.6059	30
40	0.2700	0.9628	0.2805	3.5656	20
50	0.2728	0.9621	0.2836	3.5261	10
16° 00′	0.2756	0.9613	0.2867	3.4874	**74°** 00′
10	0.2784	0.9605	0.2899	3.4495	50
20	0.2812	0.9596	0.2931	3.4124	40
30	0.2840	0.9588	0.2962	3.3759	30
40	0.2868	0.9580	0.2994	3.3402	20
50	0.2896	0.9572	0.3026	3.3052	10
17° 00′	0.2924	0.9563	0.3057	3.2709	**73°** 00′
10	0.2952	0.9555	0.3089	3.2371	50
20	0.2979	0.9546	0.3121	3.2041	40
30	0.3007	0.9537	0.3153	3.1716	30
40	0.3035	0.9528	0.3185	3.1397	20
50	0.3062	0.9520	0.3217	3.1084	10
18° 00′	0.3090	0.9511	0.3249	3.0777	**72°** 00′
10	0.3118	0.9502	0.3281	3.0475	50
20	0.3145	0.9492	0.3314	3.0178	40
30	0.3173	0.9483	0.3346	2.9887	30
40	0.3201	0.9474	0.3378	2.9600	20
50	0.3228	0.9465	0.3411	2.9319	10
19° 00′	0.3256	0.9455	0.3443	2.9042	**71°** 00′
10	0.3283	0.9446	0.3476	2.8770	50
20	0.3311	0.9436	0.3508	2.8502	40
30	0.3338	0.9426	0.3541	2.8239	30
40	0.3365	0.9417	0.3574	2.7980	20
50	0.3393	0.9407	0.3607	2.7725	10
20° 00′	0.3420	0.9397	0.3640	2.7475	**70°** 00′
10	0.3448	0.9387	0.3673	2.7228	50
20	0.3475	0.9377	0.3706	2.6985	40
30	0.3502	0.9367	0.3739	2.6746	30
40	0.3529	0.9356	0.3772	2.6511	20
50	0.3557	0.9346	0.3805	2.6279	10
21° 00′	0.3584	0.9336	0.3839	2.6051	**69°** 00′
10	0.3611	0.9325	0.3872	2.5826	50
20	0.3638	0.9315	0.3906	2.5605	40
30	0.3665	0.9304	0.3939	2.5386	30
40	0.3692	0.9293	0.3973	2.5172	20
50	0.3719	0.9283	0.4006	2.4960	10
22° 00′	0.3746	0.9272	0.4040	2.4751	**68°** 00′
10	0.3773	0.9261	0.4074	2.4545	50
20	0.3800	0.9250	0.4108	2.4342	40
30	0.3827	0.9239	0.4142	2.4142	30
30′	0.3827	0.9239	0.4142	2.4142	30′
40	0.3854	0.9228	0.4176	2.3945	20
50	0.3881	0.9216	0.4210	2.3750	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
23° 00′	0.3907	0.9205	0.4245	2.3559	**67°** 00′
10	0.3934	0.9194	0.4279	2.3369	50
20	0.3961	0.9182	0.4314	2.3183	40
30	0.3987	0.9171	0.4348	2.2998	30
40	0.4014	0.9159	0.4383	2.2817	20
50	0.4041	0.9147	0.4417	2.2637	10
24° 00′	0.4067	0.9135	0.4452	2.2460	**66°** 00′
10	0.4094	0.9124	0.4487	2.2286	50
20	0.4120	0.9112	0.4522	2.2113	40
30	0.4147	0.9100	0.4557	2.1943	30
40	0.4173	0.9088	0.4592	2.1775	20
50	0.4200	0.9075	0.4628	2.1609	10
25° 00′	0.4226	0.9063	0.4663	2.1445	**65°** 00′
10	0.4253	0.9051	0.4699	2.1283	50
20	0.4279	0.9038	0.4734	2.1123	40
30	0.4305	0.9026	0.4770	2.0965	30
40	0.4331	0.9013	0.4806	2.0809	20
50	0.4358	0.9001	0.4841	2.0655	10
26° 00′	0.4384	0.8988	0.4877	2.0503	**64°** 00′
10	0.4410	0.8975	0.4913	2.0353	50
20	0.4436	0.8962	0.4950	2.0204	40
30	0.4462	0.8949	0.4986	2.0057	30
40	0.4488	0.8936	0.5022	1.9912	20
50	0.4514	0.8923	0.5059	1.9768	10
27° 00′	0.4540	0.8910	0.5095	1.9626	**63°** 00′
10	0.4566	0.8897	0.5132	1.9486	50
20	0.4592	0.8884	0.5169	1.9347	40
30	0.4617	0.8870	0.5206	1.9210	30
40	0.4643	0.8857	0.5243	1.9074	20
50	0.4669	0.8843	0.5280	1.8940	10
28° 00′	0.4695	0.8829	0.5317	1.8807	**62°** 00′
10	0.4720	0.8816	0.5354	1.8676	50
20	0.4746	0.8802	0.5392	1.8546	40
30	0.4772	0.8788	0.5430	1.8418	30
40	0.4797	0.8774	0.5467	1.8291	20
50	0.4823	0.8760	0.5505	1.8165	10
29° 00′	0.4848	0.8746	0.5543	1.8040	**61°** 00′
10	0.4874	0.8732	0.5581	1.7917	50
20	0.4899	0.8718	0.5619	1.7796	40
30	0.4924	0.8704	0.5658	1.7675	30
40	0.4950	0.8689	0.5696	1.7556	20
50	0.4975	0.8675	0.5735	1.7437	10
30° 00′	0.5000	0.8660	0.5774	1.7321	**60°** 00′
10	0.5025	0.8646	0.5812	1.7205	50
20	0.5050	0.8631	0.5851	1.7090	40
30	0.5075	0.8616	0.5890	1.6977	30
40	0.5100	0.8601	0.5930	1.6864	20
50	0.5125	0.8587	0.5969	1.6753	10
31° 00′	0.5150	0.8572	0.6009	1.6643	**59°** 00′
10	0.5175	0.8557	0.6048	1.6534	50
20	0.5200	0.8542	0.6088	1.6426	40
30	0.5225	0.8526	0.6128	1.6319	30
40	0.5250	0.8511	0.6168	1.6212	20
50	0.5275	0.8496	0.6208	1.6107	10
32° 00′	0.5299	0.8480	0.6249	1.6003	**58°** 00′
10	0.5324	0.8465	0.6289	1.5900	50
20	0.5348	0.8450	0.6330	1.5798	40
30	0.5373	0.8434	0.6371	1.5697	30
40	0.5398	0.8418	0.6412	1.5597	20
50	0.5422	0.8403	0.6453	1.5497	10
33° 00′	0.5446	0.8387	0.6494	1.5399	**57°** 00′
10	0.5471	0.8371	0.6536	1.5301	50
20	0.5495	0.8355	0.6577	1.5204	40
30	0.5519	0.8339	0.6619	1.5108	30
40	0.5544	0.8323	0.6661	1.5013	20
50	0.5568	0.8307	0.6703	1.4919	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
34° 00′	0.5592	0.8290	0.6745	1.4826	**56°** 00′
10	0.5616	0.8274	0.6787	1.4733	50
20	0.5640	0.8258	0.6830	1.4641	40
30	0.5664	0.8241	0.6873	1.4550	30
40	0.5688	0.8225	0.6916	1.4460	20
50	0.5712	0.8208	0.6959	1.4370	10
35° 00′	0.5736	0.8192	0.7002	1.4281	**55°** 00′
10	0.5760	0.8175	0.7046	1.4193	50
20	0.5783	0.8158	0.7089	1.4106	40
30	0.5807	0.8141	0.7133	1.4019	30
40	0.5831	0.8124	0.7177	1.3934	20
50	0.5854	0.8107	0.7221	1.3848	10
36° 00′	0.5878	0.8090	0.7265	1.3764	**54°** 00′
10	0.5901	0.8073	0.7310	1.3680	50
20	0.5925	0.8056	0.7355	1.3597	40
30	0.5948	0.8039	0.7400	1.3514	30
40	0.5972	0.8021	0.7445	1.3432	20
50	0.5995	0.8004	0.7490	1.3351	10
37° 00′	0.6018	0.7986	0.7536	1.3270	**53°** 00′
10	0.6041	0.7969	0.7581	1.3190	50
20	0.6065	0.7951	0.7627	1.3111	40
30	0.6088	0.7934	0.7673	1.3032	30
40	0.6111	0.7916	0.7720	1.2954	20
50	0.6134	0.7898	0.7766	1.2876	10
38° 00′	0.6157	0.7880	0.7813	1.2799	**52°** 00′
10	0.6180	0.7862	0.7860	1.2723	50
20	0.6202	0.7844	0.7907	1.2647	40
30	0.6225	0.7826	0.7954	1.2572	30
40	0.6248	0.7808	0.8002	1.2497	20
50	0.6271	0.7790	0.8050	1.2423	10
39° 00′	0.6293	0.7771	0.8098	1.2349	**51°** 00′
10	0.6316	0.7753	0.8146	1.2276	50
20	0.6338	0.7735	0.8195	1.2203	40
30	0.6361	0.7716	0.8243	1.2131	30
40	0.6383	0.7698	0.8292	1.2059	20
50	0.6406	0.7679	0.8342	1.1988	10
40° 00′	0.6428	0.7660	0.8391	1.1918	**50°** 00′
10	0.6450	0.7642	0.8441	1.1847	50
20	0.6472	0.7623	0.8491	1.1778	40
30	0.6494	0.7604	0.8541	1.1708	30
40	0.6517	0.7585	0.8591	1.1640	20
50	0.6539	0.7566	0.8642	1.1571	10
41° 00′	0.6561	0.7547	0.8693	1.1504	**49°** 00′
10	0.6583	0.7528	0.8744	1.1436	50
20	0.6604	0.7509	0.8796	1.1369	40
30	0.6626	0.7490	0.8847	1.1303	30
40	0.6648	0.7470	0.8899	1.1237	20
50	0.6670	0.7451	0.8952	1.1171	10
42° 00′	0.6691	0.7431	0.9004	1.1106	**48°** 00′
10	0.6713	0.7412	0.9057	1.1041	50
20	0.6734	0.7392	0.9110	1.0977	40
30	0.6756	0.7373	0.9163	1.0913	30
40	0.6777	0.7353	0.9217	1.0850	20
50	0.6799	0.7333	0.9271	1.0786	10
43° 00′	0.6820	0.7314	0.9325	1.0724	**47°** 00′
10	0.6841	0.7294	0.9380	1.0661	50
20	0.6862	0.7274	0.9435	1.0599	40
30	0.6884	0.7254	0.9490	1.0538	30
40	0.6905	0.7234	0.9545	1.0477	20
50	0.6926	0.7214	0.9601	1.0416	10
44° 00′	0.6947	0.7193	0.9657	1.0355	**46°** 00′
10	0.6967	0.7173	0.9713	1.0295	50
20	0.6988	0.7153	0.9770	1.0235	40
30	0.7009	0.7133	0.9827	1.0176	30
40	0.7030	0.7112	0.9884	1.0117	20
50	0.7050	0.7092	0.9942	1.0058	10
45° 00′	0.7071	0.7071	1.0000	1.0000	**45°** 00′
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت

- د جدول لومړي پرته لیکه یا سطر او ولاړه لیکه یا ستون څه راښیي؟
- د جدول د کیڼې او ښي خوا لومړي ولاړه لیکه یا ستون په کومه زاویه پیل او په کومه زاویه ختم شوی؟
- د جدول لومړی او وروستی کرښه څه را ښیي؟
- که یوه زاویه 45° او یا له هغه څخه کوچنۍ وي هغه د جدول کینه خوا کې د درجې په ستونو کې پیدا کوو او مثلثاتي نسبت یې له پورته خوا څخه لولو یا له ښکته خوا څخه او که زاویه له 45° څخه لویه وي څه کوو؟

د پورته فعالیت پایله داسې بیانوو:

که زاویه له 45° څخه کوچنۍ وي هغه دجدول د کیڼې خوا په لومړي ولاړه لیکه ستون کې، او مثلثاتي نسبت یې په پورته خوا لومړي پرته لیکه یا سطر کې ګورو.

که زاویه له 45° څخه لویه وي هغه زاویه د جدول دښي خوا په لومړي ولاړه لیکه یا ستون کې، او مثلثاتي نسبت یې په ښکته خوا څخه پورته خوا ته په وروستنی پرته لیکه یا سطر کې پیدا کوو. چې د پام وړ زاویې د اړوند کرښې او د مثلثاتي نسبت د اړوندې ولاړې لیکې یا ستون پرېکړه د زاویې مطلوب نسبت راکوي.

لومړی مثال: د $30^\circ\ 10'$ کوساین پیدا کړئ.

حل: لومړی د جدول د کیڼې خوا په لومړي ولاړه لیکه یا ستون کې مطلوبه زاویه $(30^\circ 10')$ پیدا کوو او د جدول په لومړی کرښه(سطر) کې مطلوب مثلثاتي نسبت پیدا کوو ددې ولاړې او پرتې لیکې(سطر اوستون) پرېکړه د 0,8646 عدد راکوي چې دا د $(30^\circ 10')$ زاویې کوساین دی.

$$\cos(30^\circ 10') = ? \qquad 30^\circ 10' \cdots\cdots 0{,}8646$$

(cos ..... °)

دویم مثال : د $84^\circ\ 50'$ ساین وټاکئ.

حل: لومړی د جدول د ښي خوا په لومړي ستون کې د پام وړ زاویه $84^\circ\ 50'$ پیدا کوو او د جدول په وروستنی کرښه(سطر) کې د پام وړ مثلثاتي نسبت پیداکوو ددې پرتې او ولاړو لیکو(سطر او ستون) پرېکړه د (0,9959) عدد راکوي چې د $84^\circ\ 50'$ زاویه کوساین دی.

$$\sin 84^\circ\ 50' = ? \qquad 0.9959 \cdots\cdots 84^\circ\ 50'$$

(sin)

یادونه

هغه جدول چې تر اوسه مو ترې کار واخسته د هغو زاویو مثلثاتي نسبتونه چې توپیر یې لس دقیقې وي راښیي د هرې زاویې مثلثاتي نسبت د دې جدول په مرسته نشو ټاکلی، نو اوس غواړو داسې طریقه بیان کړو چې ددې جدول په مرسته د هرې زاویې مثلثاتي نسبتونه په لاس راوړو چې دا طریقه د انټرپولیشن Interpolation په نامه یادیږي او په لاندې مثالونو کې یې ترې کار اخلو:

دریم مثال: د $\tan 42^\circ 35'$ زاویې تانجنت په لاس راوړئ.

حل: په جدول کې د $42^\circ 35'$ زاویې تانجنت نشته خو د $42^\circ 40'$ او $42^\circ 30'$ زاویو تانجانتونه په جدول کې شته دی چې د هغوی په مرسته $42^\circ 35'$ زاویې مثلثاتي نسبت داسې پیداکوو:

$$\left.\begin{array}{l}\tan 42^\circ 40' \\ \tan 42^\circ 35' \end{array}\right]5 \quad \begin{array}{l} = 0{,}9217 \\ = x \\ = 0{,}9163 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l}\tan 42^\circ 40' \\ \tan 42^\circ 30' \end{array}\right]10 \qquad \left.\begin{array}{l} 0{,}9217 \\ 0{,}9163 \end{array}\right]0{,}0054$$

د مثلثاتي نسبتونو توپیر		د دو زاویو توپیر
0.00054	:	10'
x	:	5'

لیدل کیږي چې د لومړۍ او دویمې زاویې فرق 5 او د لومړۍ او دریمې زاویې فرق 10 په همدې ترتیب سره د tan فرق یې x او 0,0054 دی یعنې که زاویه د 10 په اندازه فرق ولري نو tan یې د 0,0054 په اندازه فرق کوي او که زاویه د 5 په اندازه فرق وکړي نو tan د x په اندازه فرق کوي چې د تناسب په مرسته لیکو:

$$\frac{5}{10} = \frac{x}{0{,}0054} \Rightarrow x = 0{,}0027$$

د x قیمت د کوچنۍ زاویو له tan سره جمع کوو:

$$0{,}9163 + 0{,}0027 = 0{,}9190$$

$$\tan 42^\circ 35' = 0{,}9190$$

پوښتنې

د مثلثاتي جدول څخه په ګټې اخیستنې سره د $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\tan\alpha$ مثلثاتي نسبونه د $\alpha = 35^\circ 20'$ او $\alpha = 75^\circ 10'$ زاویو پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د قايم الزاويه مثلثونو حل

مخامخ شکل ته پام وکړئ د ځلي(منار) جګوالى څنګه پيداکولى شئ.

فعاليت

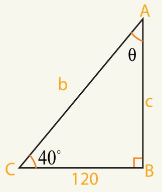
- که ديوه قايم الزاويه مثلث يوه زاويه $40'\ 30°$ وي بله زاويه يې پيدا کړئ.
- که د يوه قايم الزاويه مثلث يوه زاويه $29°$ او وتر يې $25cm$ وي د مثلث مجهول عناصر پيدا کړئ.
- که د قايم الزاويه مثلث دوې ضلعې يا يوه ضلعه او يوه حاده زاويه يې معلومه وي د مثلث نور عناصر څنګه پيداکولاى شو.

د پورتنى فعاليت پايله داسى بيانوو:

په هر قايم الزاويه مثلث کې که يوه حاده زاويه يا دوه ضلعې معلومې وي د مثلث پاتې اجزاوې د مثلثاتي توابعو په مرسته په لاس راوړو.

مثال: ديوه قايمة الزاوية مثلث يوه حاده زاويه $40°$ که ددې زاويې مجاور ضلعه 120 واحده د اوږوالي وي نوموړى مثلث حل کړئ.

حل: څرنګه چې د مثلث يوه زاويه او دوه ضلعې نا معلومې وي نو ددې معلومو اجزاو په مرسته نا معلومې اجزاوې په لاندې ډول په لاس راوړو:



1, $\theta = 90° - \hat{c} = 90° - 40° = 50°$

2, $\tan 40° = \dfrac{c}{120} \Rightarrow c = 120\tan 40° = 120 \cdot 0{,}8391 = 100{,}692$

3, $\cos 40° = \dfrac{120}{b} \Rightarrow b = \dfrac{120}{\cos 40°} = \dfrac{120}{0{,}7660} = 156.6579$

$b^2 = a^2 + c^2 \Rightarrow b = \sqrt{(120)^2 + (156.692)^2} = 156{,}6579$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم مثال: د یوه قایمه الزاویه مثلث وتر $49.7cm$ او یوه قایمه ضلعه یې $25cm$وي نوموړی مثلث حل کړئ.

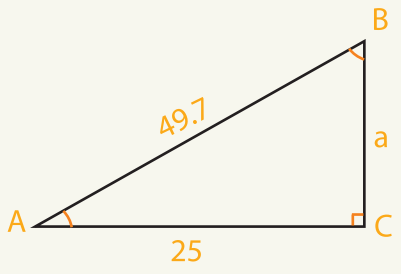
حل: لیدل کېږي چې د مثلث دوه عناصر معلوم وي نو نا معلوم عناصر یې داسې پیدا کوو:

$$1)\cos\hat{A} = \frac{25}{49,7} = 0,503$$

$$\cos\hat{A} = 0,503 \quad \Rightarrow \hat{A} = 59,8° = 59°,48'$$

$$2)B = 90° - \hat{A} \quad \Rightarrow B = 90 - 59,8° = 30,2° = 30°12'$$

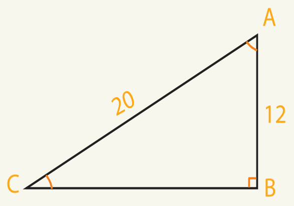
$$3)\tan\hat{A} = \frac{a}{25} \quad \Rightarrow a = \tan\hat{A} \cdot 25 = 25 \cdot 1,7182 = 43$$



پوښتنې

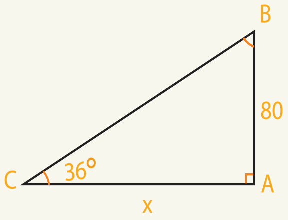
1 - د یوه قایمه الزاویه مثلث یوه حاده زاویه '50 °38 او د دې زاویې مجا وره ضلعه 311 واحده ده نو موړی مثلث حل کړئ.

2 - په لاندې شکلونو کې مجهول عناصر وټاکئ.



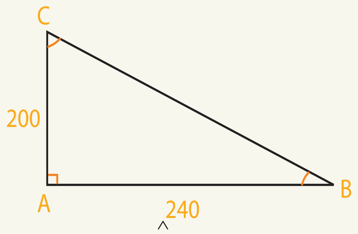
$x = ?$

$\hat{A} = ?$



$x = ?$

$\hat{B} = ?$



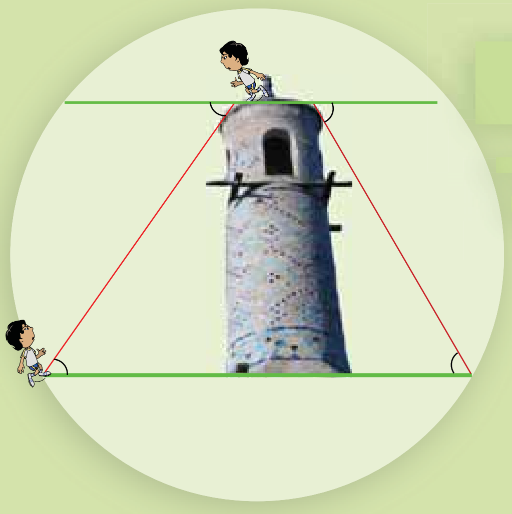
$\hat{B} = ?$

$\overline{BC} = ?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د میل یا ارتفاع او تنزیل زاویې



مخامخ شکل ته پام وکړئ د میل او تنزیل زاویې وښایئ.

فعالیت

- که احمد په یو جګوالی پروت وي دلید کرښه د افقي سطحې سره څه ډول زاویه جوړوي او دا زاویه په کوم نوم یا دېږي(د تحول ساحه یې کومه فاصله ده)؟
- که یو شی په یوه ښکته ځای کې پروت وي دلید کرښه د افقي سطحې سره څه ډول زاویه جوړوي او دا زاویه په کوم نامه یادیږي(د تحول ساحه یې په کومه فاصله ده)؟

دپورته فعالیت پایله داسې بیانوو:

1 - **د ارتفاع زاویه** Angle of Elevation

که یو شی په یوه ارتفاع پروت وي نو دلید کرښه له افق سره یوه زاویه جوړوي چې د جګوالي زاویه بلل کیږي لکه ورکړل شوي شکل کې د α زاویه.

2 - **د تنزیل زاویه** Angle of Depression

که یو شی په ټیټ ځای کې پروت وي د لید کرښه له شی سره یوه زاویه جوړوي چې د تنزیل زاویه بلل کیږي لکه په شکل کې د β زاویه.

د افق کرښه

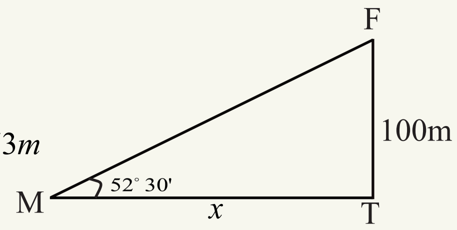
β P_1

د لید کرښه

α

P_2 د افق کرښه

لومړی مثال: د $\overset{\Delta}{MFT}$ قایمه الزاویه مثلث کې د جګوالی یا ارتفاع زاویه $52°\ 30'$ که د مثلث جګوالی $100m$ وي د مثلث وتر او قاعده يې پیدا کړئ.



$$\tan 52°30' = \frac{\overline{TF}}{\overline{MF}} = \frac{100}{X}$$

$$x = \frac{100}{\tan 52°30'} = \frac{100}{1.3092} \Rightarrow x = 76.73m$$

دویم مثال: د یوه کاغذ پران(پتنګ) د تار اوږ دوالی $120m$ وي ددې کاغذ پران(پتنګ) د جګوالی یا ارتفاع زاویه $45°$ ده د کاغذ پران(پتنګ) جګوالی وټاکی.

$$\frac{h}{120} = \sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow h = 60 \cdot \sqrt{2}m$$

دریم مثال: یو نوري(ترسد) برج له بحر څخه $120f$ جګوالی لري هغه نزولي زاویه چې د برج نه یو بېړی(کښتی) لیدل کېږي $15°$ درجې ده نوموړي بېړی له برج نه څومره فاصله لري .

$$\cot A = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$$

$$\cot 15 = \frac{\overline{AC}}{120}$$

$$\Rightarrow \overline{AC} = 120 \cdot \cot 15° = 120 \cdot 3{,}7 = 444\,ft$$

پوښتنې

1- د هغه ونې ارتفاع پیداکړئ چې د ارتفاع زاویه يې له $20°$ څخه $40°$ واوړي نو په هغه صورت کې به لیدونکی $75\,ft$ ونې ته نږدی شي.

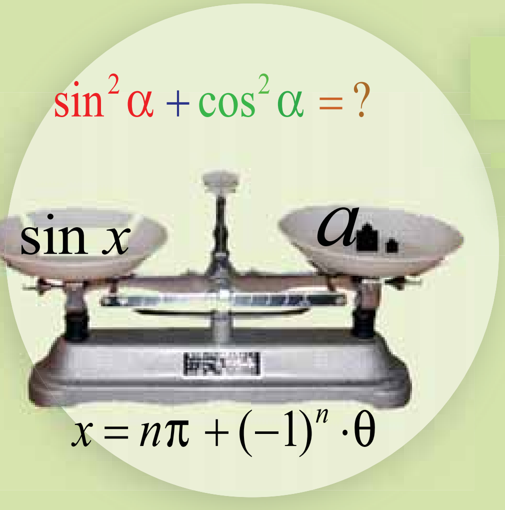
2- یوه ونه باد له پورته خواڅخه داسې ماته کړې چې د ونې تنه او ماته برخه يې یو قایمه الزاویه مثلث له ځمکې سره جوړه کړې که ماته برخه له ځمکې سره $50°$ زاویه جوړه کړې وي او د ونې تنه $20\,ft$ وي د ونې جګوالي پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثلثاتي معادلې

مخامخ مثلثاتي اړيکې له څه سره مساوي دي وضاحت ورکړئ.



پوهېږو چې مطابقت هغه مساوات دی چې د متحول د ټولو قیمتونو لپاره د مساوات دواړه خواوې سره برابرې شي او معادله هغه مساوات دی چې د متحول د ځینې قیمتونو لپاره د مساوات دواړه خواوې سره برابرې شي.

فعالیت

- د فیثاغورث د قضیې او مثلثات ترمنځ اړیکه وښیئ ایا دا اړیکه مطابقت دی که معادله؟
- مطابقت او معادله څه توپیر لري دا توپیر په مثلثاتي اړیکو کې وڅېړئ.
- د $\sin x = 1$ رابطه کې x مجهول دی که $\sin x$
- داسې قوسونه یا زاویې چې یو شان مثلثاتي نسبتونه ولري وښیئ.

د پورته فعالیت پایله په یو تعریف کې په لاندې ډول بیانوو:

تعریف:

هره معادله چې په هغې کې یو یاځو مثلثاتي نسبتونه ګډون ولري مثلثاتي معادله بلل کېږي لکه $\sin x - 1 = 0$ یا $2\cos x - 1 = 0$

- هغه قوس یا زاویه چې د هغې مثلثاتي نسبت مطلوب وي اصلي مجهول بلل کېږي لکه په پورتنیو معادلو کې x اصلي مجهول دی.

- د اصلي مجهول مثلثاتي نسبت ته فرعي مجهول وایي لکه په پورتني معادلو کې $\cos x$ او $\sin x$ فرعي مجهول دی.

-هغه زاویې چې مثلثاتي نسبتونه یې یو شان دي پریودیک توابع بلل کېږي، چې فورمولونه یې

لاندې ډول دي:

1- د $\sin\theta$ مثلثاتي نسبت عمومي فورمول $x = n\pi + (-1)^n \cdot \theta,\ n = 0,1,2....$

2- د $\cos\theta$ مثلثاتي نسبت عمومي فورمل $x = 2n\pi \pm \theta\ ,n = 0,1,2....$

3- د $\tan\theta$ مثلثاتي نسبت عمومي فورمول $x = n\pi + \theta\ ,\ n = 0,1,2....$

د مثلثاتي معادلو د حل لپاره په لاندې ډول عمل کوو:

1 - د الجبري معادلو د حل په مرسته د فرعي مجهول قیمت په لاس راوړو.

2- د مثلثاتي نسبتونو د جدول په مرسته د اصلي مجهول قیمت په لاس راوړو.

3- څرنګه چې مثلثاتي معادلې پریودیک معادلې دي نو ډېر حلونه لري نو د هغو زاویو د فورمولونو په مرسته چې یوشان نسبتونه لري د معادلې حلونه دي.

مثال: د $2\sin x - \sqrt{2} = 0$ او $\cos x + \frac{1}{2} = 1$ مثلثاتي معادلو حلونه پیدا کړئ.

$$\cos x + \frac{1}{2} = 1 \qquad\qquad 2\sin x - \sqrt{2} = 0$$

$$\cos x = 1 - \frac{1}{2} \qquad\qquad 2\sin x = \sqrt{2}$$

$$\cos x = \frac{1}{2} \qquad\qquad \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = 30^\circ = \frac{\pi}{6} \qquad\qquad x = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$

$$x = 2n\pi \pm \theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{6} \qquad\qquad x = n\pi + (-1)^2(\frac{\pi}{4})$$

پوښتنې

دې لاندې معادلو حل پیدا کړئ.

c) $2\cos 4x - \sqrt{2} = 0$ b) $2\sin 3x + \sqrt{3} = 0$ a) $\sqrt{3}\cot x - 1 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د څلورم څپرکي لنډیز

- مثلثات له دوو یوناني کلمو څخه چې ټرایگون او متري چې د مثلث د اندازه کولو معنی لري جوړ شوی دی او له هغه علم څخه عبارت دی چې د مثلث د عناصرو ترمنځ اړیکې څیړي.
- که په یوه ضلعه د مثلث یوه موازي کرښه رسم شي پرېکړې ضلعې په مناسبو ټوټو وېشي دا قضیه د تالس د قضیې په نامه یادیږي.
- په هر قایم الزاویه مثلث کې د حاده زاویې د مخامخ ضلعې اوږدوالی دوتر په اوږدوالي د حاده زاویې د ساین sine په نامه یادیږي.
- په هر قایم الزاویه مثلث کې د حاده زاویې د ګاونډي یا مجاورې ضلعې اوږدوالی د وتر په اوږدوالي د حاده زاویې د کوساین cosine په نامه یادیږي.
- په هر قایم الزاویه مثلث کې د حاده زاویې د مخامخ څنډې یا ضلعې اوږدوالی د ګاونډې یا مجاورې څنډې یا ضلعې په اوږدوالي د حاده زاویې د تانجنت tangent په نامه یادیږي.
- په هر قایم الزاویه مثلث کې د حاده زاویې د $\sin\theta$ او $\cos\theta$ نسبتونو نسبت د حاده زاویې د $\tan\theta$ په نامه یادیږي $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$.
- په هر قایم الزاویه مثلث کې د حاده زاویې د $\cos$ او $\sin$ نسبتونو نسبت د حاده زاویې د cot په نامه یادیږي $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$.
- هغه زاویه لکه(α)چې مستقیمه کرښه یې د x محور له مثبت جهت سره جوړوي د میل زاویې په نامه یادیږي او د دې کرښې میل د $\tan\alpha$ سره مساوي ده $m = \tan\alpha$.
- په هر قایم الزاویه مثلث کې د $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ اړیکه ربښتیاده.
- د $\sin x, \cos x$ او $\tan x$ مثلثاتي نسبتونه پرته له زاویې معنا نلري.
- د $y = mx + b$ معادله کې، m دهغه زاویې تانجنت دی چې مستقیمه کرښه یې د محور له مثبت جهت سره جوړوي او h د y محور سره د پرېکړې ټکی دی.
- $Sin30^o$ له $Cos60^o$ سره برابردی.
- $Cos30^o$ له $\sin 60^o$ سره برابر دی.
- $Cos45^o$ له $Sin45^o$ برابر دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د څلورم څپرکي پوښتني

• په لاندې سوالونو کې هر سوال ته څلور ځوابونه ورکړل شوي دي چې يو يې سم دی. سم ځواب په نښه کړئ.

1- د يوې حاده زاويې $\sin\alpha$ عبارت له:

a) $\dfrac{\text{د حاده زاويې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}{\text{وتر اوږدوالی}}$

b) $\dfrac{\text{وتر اوږدوالی}}{\text{د حاده زاويې دګاونډي(مجاورې) ضلعې اوږدوالی}}$

c) $\dfrac{\text{د حاده زاويې دګاونډي(مجاورې) ضلعې اوږدوالی}}{\text{وتر اوږدوالی}}$

d) $\dfrac{\text{وتر اوږدوالی}}{\text{د حاده زاويې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}$

2- د $\tan\alpha$ نسبت مساوي دی په:

a) $\dfrac{\sin x}{\cos x}$ b) $\dfrac{\cos x}{\sin x}$ c) $\dfrac{1}{\sin x}$ d) $\dfrac{1}{\cos x}$

3- د $2y = 2x - 3$ په معادله کې د مستقيمې کرښې ميل عبارت له:

a) $\dfrac{3}{2}$ b) -1 c) 1 d) b او a

4- د هغې مستقيمې کرښې معادله چې د y محور په (۳ ، ۰) کې پرېکړي او د x محور له مثبت جهت سره 45° زاويه جوړه کړي برابره ده له:

a) $y = x + 3$ b) $2y = 2x - 3$ c) $2x - y = 0$ d) هيڅ يو

5- د $\sin^2 30 + \cos^2 30$ افادې قيمت برابر دی له:

a) 1 b) 2 c) -2 d) -1

6- $\sin 45^o$ او $\cos 45^o$ برابردي له:

a) 1 b) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\dfrac{2}{\sqrt{2}}$ d) $\sqrt{2}$

7- د $\dfrac{\sin 30^o - \cos 60^o}{\cos 60^o + \sin 30^o}$ افادې قيمت برابر دي له:

a) 0 b) 1 c) -1 d) درې واړه ځوابونه سم دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

• تش ځایونه په مناسبو بیانونو ډک کړئ.

1- په یوه قایم الزاویه مثلث کې د دوو نورو حاده زاویو مجموعه .... ده.

2- که د یوه متساوي الضلاع مثلث یوه ځنډه $10cm$ وي جګوالی یې.............. دی.

3- دیو حاده زاویې ساین عبارت له............................ .

4- Triganometry له دوو کلمو.............. او .... څخه جوړه شوې ده.

5- $\tan\theta \cdot \cot\theta$ برابر په .... دي.

• د لاندي جملو څخه کومه سمه او کومه ناسمه ده، دسمې په مخ کې د (س) توري او د ناسمې په مخ کې د (ن) توري ولیکې.

1- (   ) د $\sin x$ نسبت مساوي په   دی.

2- (   ) $\sin 30^o$ او $\cos 60^o$ یو بل سره مساوي دي.

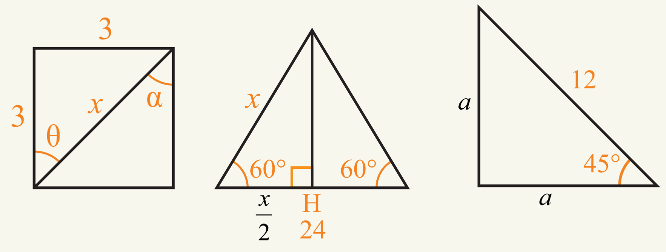
3- (   ) د $2y = 5x - 1$ معادلې د دې کرښې میل $\frac{2}{5}$ دی.

4- (   ) د $\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ نسبت د $\tan\theta$ سره برابر دی.

5- (   ) $1 + \cos^2\theta$ برابر په $\sin^2\theta$ دی.

• لاندې سوالونه حل کړئ.

1- په لاندې شکلونو کې د ورکړ شوو زاویو مثلثاتي نسبتونه پیدا کړئ.



۲- په لاندې سوالونو کې د A او B قیمتونه حساب کړئ.

1) $A = \cos 30^\circ - \sin 30^\circ$

2) $B = \cos 60^\circ - \sin 30^\circ$

3) $A = \tan 30^\circ - \tan 60^\circ$

4) $B = \cos 60^\circ + \sin 30^\circ$

5) $A = \frac{1}{2}(\tan 45^\circ - \cos 45^\circ)$

6) $B = \tan 45^\circ + \tan 60^\circ$

7) $A = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin 60^\circ + \cos 45^\circ)$

8) $B = 2 - \frac{1}{2}(\sin 45^\circ - \cot 45^\circ)$

9) $A = \sin 45^\circ + \cos 30^\circ - \tan 45^\circ$

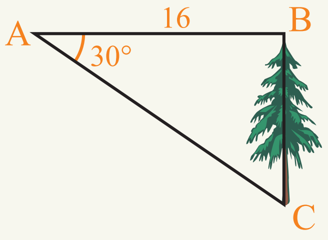
۳- دا $\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + \sin x \cos x} = \sin x - \cos x$ رابطه ثبوت کړئ.

۴- که $\sin x = \frac{7}{12}$ وي $\cos x$ او $\tan x$ پیداکړئ.

۵- که $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ وي $\sin x$ او $\tan x$ پیداکړئ.

۶- که چیرې α زاویه صفر ته نیږدې شي $\tan \alpha$، کوم عدد ته نږدې کیږي د شکل له مخې د خپلې وینا سموالی وښیئ.

۷- په لاندې شکل کې که $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ وي د $\overline{AC}$ او $\overline{BC}$ واټنونه حساب کړئ.



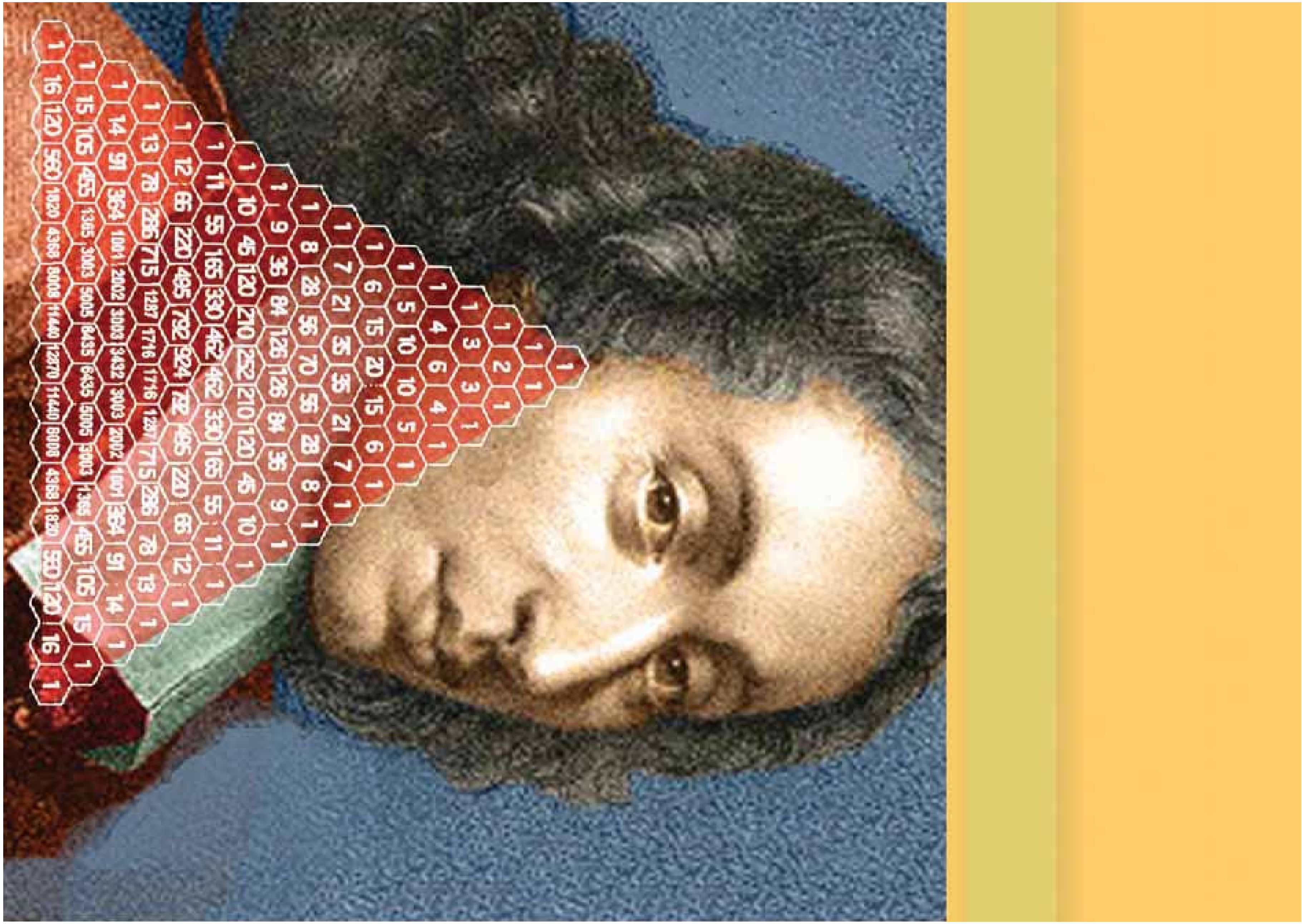
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم څپرکی

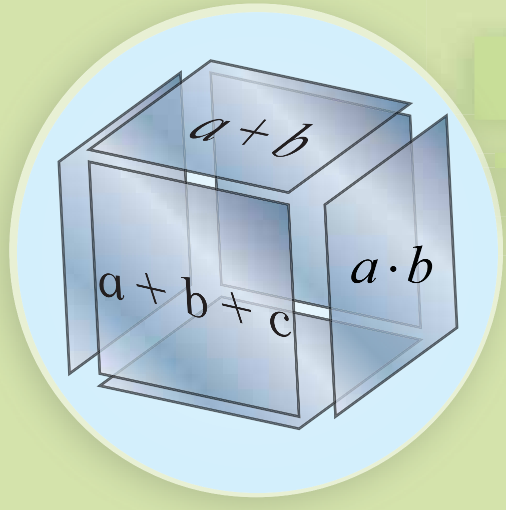
څو جمله يي

(c) ketabton.com: The Digital Library



الجبري افادې

د مخامخ شکل په سطحو لیکل شوي الجبري افادو نومونه واخلئ.



فعالیت

لاندې افادې په پام کې ونیسئ.

$a)\ 2x \qquad b)\ \frac{1}{3}xy^3 \qquad c)\ \sqrt{2}xym^t \qquad d)\ 9x^2$

$e)\ 5x \qquad f)\ 2xy^3 \qquad g)\ 3x^2 \qquad h)\ \frac{4x^2}{x-1}$

- یوبل ته ورته افادې په نښه کړئ.
- لاندې الجبري افادې تر ممکن حده ساده کړئ.

$a)\ 2x+6x^2+\sqrt{2}xym^4 \qquad b)\ 3x^2+6x^2 \qquad c)\ \frac{1}{3}xy^3+2x \qquad d)\ \frac{1}{3}xy^3+2xy^3$

- هغه افادې چې نشي ساده کیدای، څنګه باید ولیکل شي، د هر یوې لپاره کوم نوم لازم ګڼې؟
- په هرحالت کې د افادو تر ټولو لوړ توان نسبت x ته وټاکئ.

د پورتنی فعالیت څخه کولای شو ولیکو چې:

که چیرې په یوه الجبري افاده کې د مشابه جملاتو له ساده کولو څخه وروسته یوازې یو حد ولرئ، هغې ته یو حده،(Monomial) که جمع یا تفریق د دوحدونو ولرو هغې ته دوه حده یا (Bionomial) که جمع یا تفریق ددریوحدونولروهغې ته درې حده یا (Trinomial) اوکه له دریو حدونو څخه زیات حدونه ولرو پولینوم یا(Polinomila) په نامه یادیږي په دې شرط چه د تورو توانونه ئې مکمل عدودنه وی هره الجبري افاده کې تر ټولو لوړ توان نسبت یوه ځانګړی متحول ته د الجبري افادې درجه نظر هغه متحول ته بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: لاندې جدول بشپړکړئ.

درجه		مناسبې نومونې				الجبري افادې
نظر x ته	نظر y ته	یوه حده	دوه حده	درې حده	څو حده	
						$\sqrt{32}\,y^2 - 3y + 2y^3$
2			✓			$3x^2 - 7x$
						$6x^2 - 4x - 1$
						$0.4x^2y - 2x^4 + 16y^2$
						$13x - 2y^3 + 6x^3y$
						$3 - 5 + x^2 - y^3 - 2xy$
						$4x^2 - 2x + 6x^2 - 5x$

پوښتنې

1- لاندې الجبري افادې ساده اود هرې يوې درجه نسبت هرمتحول ته وټاکئ.

$a)\ x^2 - 3x + 6x^2 - \frac{3}{2}x$ $\qquad b)\ \sqrt{2}mn^2 - \frac{1}{2}m + 2\sqrt{2}n^2m + 3m$

$c)\ -4x^2 + 2x^2 + 14x - 8 + 4x^3 - 16x - 2x^2$ $\qquad d)\ 4 - x^3y - 2 + yx^3 - 4xy - 1$

2- لاندې الجبري افادې، څوجمله يي دي، دهرې يوې درجه نسبت هر متحول ته وټاکئ.

$a)\ 6x^2 - 4x - 12xy^6 - 2x^5$ $\qquad b)\ 8x^6 - 4xy^6 - 5x^2$

$c)\ 6x^2y^6m^9$ $\qquad d)\ \sqrt{3}x - y + 6x^2y^3 - 2y^2$

$e)\ 3pq^3 - 8p^4q^3 - 12q^4 - 0.5p^6$ $\qquad f)\ \dfrac{4m - 2n}{2m - n}$

3- د B, A او C په افادوکې ورته حدود وښيي اوافادې ساده کړئ.

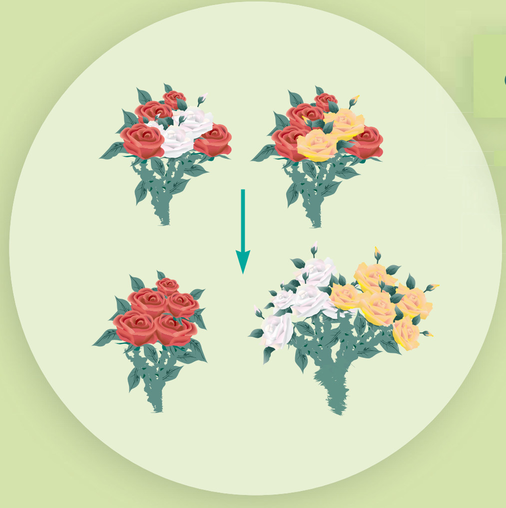
$$A = 4xy + 2x^2y - 3xy^2 - \sqrt{2}xy - 0.5x^2y - \frac{1}{2}xy^2$$

$$B = \frac{4}{3}a^2b - a^2 + b^2 - 0.7a^2b - 2a^2 - 3b^2 + xy$$

$$C = 2\sqrt{8x} + \sqrt{2} - 3\sqrt{8x} + \sqrt{32}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په فکټورونو تجزیه(فکتور نیونه)



په مخامخ شکل کې څو غونچې ګلونه وینئ؟
کومې غونچې یو بل ته ورته دي؟ یوه غونچه څو ګلانو څخه جوړه ده؟

فعالیت

- تش ځایونه ډک کړئ.

$$5x = (\ldots\ldots + \ldots\ldots)x = \ldots\ldots x + \ldots\ldots\ldots x$$

$$6y = (\ldots\ldots + \ldots\ldots)y = \ldots\ldots y + \ldots\ldots\ldots y$$

- پاسنيو اړيکو کې له کومې ځانګړتيا څخه ګټه اخيستل شوې ده.
- د ښي اړخ عددي ضريبونه د کيڼ اړخ د متحولينو له ضريبونوسره څه اړيکه لري.

$$3x + 2x = (\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots)x = \ldots\ldots\ldots x$$

$$ax + bx = (\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots)x = \ldots\ldots\ldots x$$

- اياکولای شو چې $a + b$ ساده کړو؟

په پور تنی فعاليت کې ليدل کېږی چې:
د ځينوالجبري افادو په تجزيه کې کولای شوچې د ضرب توزيعي خاصيت څخه پرجمع باندې ګټه واخلو. دګډعامل په پيژندلوسره په افاده کې کولای شوالجبري افادې تجزيه کړو.

لومړی مثال: لاندې الجبري افادې تجزيه کړئ.

$a)\ ab + ac - ad$ $\qquad b)\ x^4 - x^3y + x^2y^2$

$c)\ \frac{1}{2}m^2 - 2m$ $\qquad d)\ 3xy - 6x^2$

حل: په راکړل شويوافادوکې لومړی په ټولوحدونوکې ګډ حد پيداکوو او هغه د قوس مخکې ليکو وروسته ټول حدونه بېل بېل په جمله ويشو اوحاصل يې دقوس په منځ کې ليکو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

a) $ab+ac-ad = a(b+c-d)$

b) $x^4-x^3y+x^2y^2 = x^2(x^2-xy+y^2)$

c) $\frac{1}{2}m^2-2m = m(\frac{1}{2}m-2)$

d) $3xy-6x^2 = 3x(y-2x)$

دویم مثال: لاندې الجبري افادې تجزیه کړئ.

a) $Ax+Bx+Ay+By$　　b) x^2-4y^2+x+2y

c) $2x^2+2xy+3x+3y$　　d) $2x-2y+2x+2y$

حل: لومړی افاده داسې ترتیبوو چې ورته حدونه څنګ پر څنګ راشي او ورسته دافادې ګډ حدود پیداکوواوبیا یې تجزیه کوو.

a) $\underbrace{Ax+Bx}_{x}+\underbrace{Ay+By}_{y}$

$= x(A+B)+y(A+B)$

$= (A+B)(x+y)$

b) x^2-4y^2+x+2y

$= [x^2-(2y)^2]+(x+2y)$

$= (x-2y)(x+2y)+(x+2y)$

$= (x+2y)(x-2y+1)$

c) $2x^2+2xy+3x+3y$

$= 2x(x+y)+3(x+y)$

$= (x+y)(2x+3)$

d) $2x+2y+2x+2y$

$= 4x+4y$

$= 4(x+y)$

پوښتنې

لاندې افادې تجزیه کړئ.

1) $x^4-x^3y+x^2x$

2) $x(2x-3y)^2+8(2x-3y)$

3) $10ab-15ac$

4) $32x^2y-4xy^2$

5) $\sqrt{2}x^3y^2-\sqrt{8}xy$

6) $0.5mn^2-0.125m^4n^3$

7) $ab+b+b$

8) $\frac{3}{2}x^2-\frac{4}{6}x^2-\frac{1}{2}x^2-x^4$

9) $mab+my+ny+nab$

10) $ab(b+a+c)+ac(a+b+c)+bc(c+b+a)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

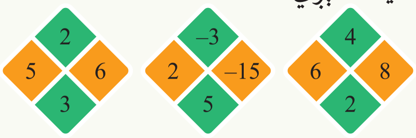
دالجبري افادوضرب چې يوه ګډه جمله ولري

د مخامخ قوسونو له ضرب څخه وواياست چې د دوو عددونو د جمعي او ضرب حاصل له کومو عددونو سره برابر دی.

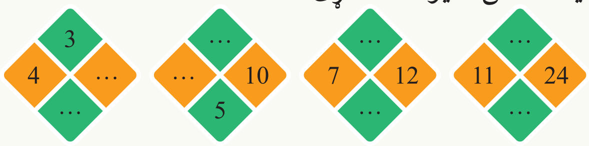
$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)\,x + ab$$

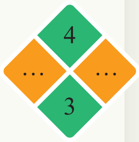
فعاليت

- په هره مربع کې، داعدادو ترمنځ څه ډول اړيکه ليدل کيږي؟

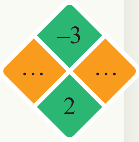


- ديورتنى اړيکې څخه په ګټه اخيستنه تش ځايونه ډک کړئ:



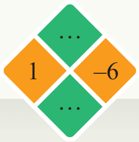


$(x+4)(x+3) = x^2 + ...x + ...x + ... = x^2 ....x + ...$



$(x-3)(x+2) = x^2 + ...x + ...x + ... = x^2 ....x + ...$

$x^2 + 8x + 12 = (x + ...)(x + ...)$



$x^2 + x - 6(x + ...)(x + ...)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له پورتني فعالیت څخه لیدل کېږي:

د دوو الجبري عبارتونوله ضرب څخه چې یوه ګډه جمله و لري لیکلای شوچې:

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+a\times b$

که چیرې وغواړو یوه ترینوم الجبري افاده د x^2+bx+c تجزیه کړونولومړی باید دوه عددونه داسې پیداکړوچې دضرب حاصل یې c او دجمع حاصل یې b شي، که دې اعدادوته m او n وویل شي، لروچې:

$x^2+bx+c=x^2+(m+n)x+m\cdot n$

مثال: د لاندې افادو ضرب اوتجزیه سرته ورسوئ:

a) $(t-4)(t+5)$ b) $(a+3)(a+4)$ c) $(x-0.4)(x+0.2)$

d) $(y+\frac{2}{3})(y+\frac{1}{2})$ e) $x^2+12x+32$ f) x^2+4x+3

g) $x^2-3x-28$ h) x^2-5x+6

حل:

a) $(t-4)(t+5)=t^2+(-4+5)t+(-4\times5)=t^2+t-20$

b) $(a+3)(a+4)=a^2+(3+4)a+(3\times4)=a^2+7a+12$

c) $(x-4)(x-2)=x^2+(-4-2)x+(-4\times-2)=x^2-6x+8$

d) $(y+\frac{2}{3})(y+\frac{1}{2})=y^2+(\frac{1}{2}+\frac{2}{3})y+\frac{2}{6}=y^2+\frac{7}{6}y+\frac{2}{6}$

e) $x^2+12x+32=x^2+4x+8x+32=x(x+4)+8(x+4)=(x+8)(x+4)$

f) $x^2+4x+3=x^2+3x+x+3=x(x+3)+(x+3)=(x+3)(x+1)$

g) $x^2-3x-28=x^2+(4-7)x+(4)(-7)=x^2+4x-7x-28$
$=x(x+4)-7(x+4)=(x-7)(x+4)$

h) $x^2-5x+6=x^2-2x-3x+6=x(x-2)-3(x-2)=(x-3)(x-2)$

پوښتنې

1- لاندې افادې تجزیه کړئ.

a) $x^2+7x+12$ b) m^2-6m-7

c) a^2+a-2 d) x^2-x-20

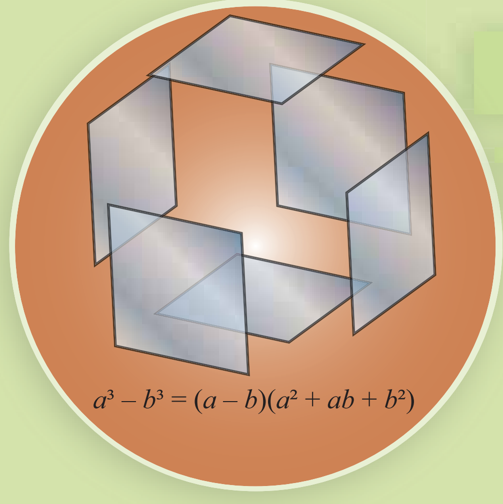
2- لاندې افادې ضرب کړئ.

a) $(2x-1)(x+3)$ b) $(\sqrt{2}+x^2)(x-\sqrt{2})$

c) $(a-3)(a+4)$ d) $(0.5xm-\frac{1}{2})(4xm+0.5)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مکعبونو مجموع او تفاضل



شکل ته پام وکړئ، ووایاست چې ددې سطحو څخه که سره نږدې شي، کوم جسم په لاس راځي.

فعالیت

لاندې جدول ډک کړئ:

a	b	$a^3 + b^3$	$(a + b)$	$a^2 - ab + b^2$	$(a + b)(a^2 - ab + b^2)$
5	2				
4	1				
−3	2				
3	−2				
4	4				

- د دوو $a^3 + b^3$ او $(a+b)(a^2 - ab + b^2)$ ولاړو لیکو ترمنځ څه اړیکی لیدل کېږي؟
- ایا کولای شئ یوه ورته رابطه د $a^3 - b^3$ لپاره ولیکئ.

دپورتني فعالیت څخه کولای شو دا پایله ولیکو:

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

دا رابطه کولای شو چې په الجبري ډول وښیو:

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a(a^2 - ab + b^2) + b(a^2 - ab + b^2)$$

$$= a^3 - a^2b + ab^2 + ba^2 - ab^2 + b^3$$

$$= a^3 + b^3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: لاندې الجبري افادې تجزیه کړئ.

$a)\ b^3-8$ $\quad b)\ a^6b^6-x^3y^3$ $\quad c)\ h^3+\frac{1}{h^3}$

حل: لومړی الجبري افاده د $a^3 \pm b^3$ مطابقت شکل ته اړه وو، وروسته د مطابقت په مرسته هغه تجزیه کوو:

$a)\ b^3-8=b^3-2^3=(b-2)(b^2+2b+4)$

$b)\ a^6b^6-x^3y^3=(a^2b^2)^3-(xy)^3=(a^2b^2-xy)(a^4b^4+a^2b^2xy+x^2y^2)$

$c)\ h^3+\frac{1}{h^3}=h^3+(\frac{1}{h})^3=(h+\frac{1}{h})(h^2-1+\frac{1}{h^2})$

دویم مثال: دیوه مکعب مستطیل حجم داسې $27x^3-\frac{1}{8}$ ښودل شوی دی، که د مکعب مستطیل جګوالی $3x-\frac{1}{2}$ وی ددې مکعب مستطیل دقاعدې مساحت به څومره وي؟

$$\text{د مکعب مستطیل حجم} = \text{د قاعدې مساحت} \times \text{ارتفاع} \Rightarrow \text{د قاعدې مساحت} = \frac{\text{د مکعب مستطیل حجم}}{\text{ارتفاع}}$$

$$\text{د قاعدې مساحت} = \frac{27x^3-\frac{1}{8}}{3x-\frac{1}{2}}=\frac{(3x)^3-(\frac{1}{2})^3}{3x-\frac{1}{2}}=\frac{(3x-\frac{1}{2})[(3x)^2+\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}]}{(3x-\frac{1}{2})}=9x^2+\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}$$

دریم مثال : د $\frac{x^3-y^3}{x^2+xy+y^2}$ افاده ساده کړئ:

حل : لومړی دصورت مطابقت په انکشافي یا غزیدلی بڼه لیکو:

$$\frac{x^3-y^3}{x^2+xy+y^2}=\frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{x^2+xy+y^2}=x-y$$

څلورم مثال :د $x^3+\frac{2}{x^3}$ افاده تجزیه کړئ:

$$x^3+\frac{2}{x^3}=x^3+\frac{(\sqrt[3]{2})^3}{x^3}=x^3+(\frac{\sqrt[3]{2}}{x})^3$$

$$=(x+\frac{\sqrt[3]{2}}{x})(x^2-\sqrt[3]{2}+\frac{\sqrt[3]{4}}{x^2})$$

پوښتنې

1- د $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$ مساوات صحت په الجبري بڼه وښیئ.

2- لاندې افادې تجزیه کړئ.

$a)\ a^6b^6+x^3y^3$ $\quad b)\ 8+b^3$ $\quad c)\ x^{12}-y^{12}$

$d)\ 125x^3+y^3$ $\quad e)\ 0.125x^3-1$ $\quad f)\ \frac{1}{x^3}+1$

$g)\ 8-64a^3b^6$ $\quad h)\ 8a^3-27b^3$ $\quad i)\ b^6-1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کوچنی ګډ مضرب (L.C.M)

د $\frac{5}{6}+\frac{3}{4}$ د کسرونو په حاصل کې د 6 او 4 د کوچنی ګډ مضرب یا دواړو کسرونو ګډ مخرج پیدا کولو لپاره مو یوه لاره درلوده د $\frac{2}{2x+2}+\frac{3}{x^2-1}$ جمعي د حاصل لپاره څه وړاندیزونه کوئ؟

فعالیت

- د $\frac{2}{8}$ او $\frac{3}{6}$ کسرونو د جمع حاصل لپاره مو لومړی د ۶ او ۸ کوچني ګډ مضرب یا دواړو کسرونو ګډ مخرج پیدا کولو پړاوونه توضیح کړئ.
- د $2x+2$ او x^2-1 افادي په ضربي عواملو تجزیه کړئ.
- ضربي ګډ او ناګډ عوامل یې وټاکئ.
- د $2x+2$ او x^2-1 کوچني ګډ مضرب پیدا کولو لپاره سوچ وکړئ څه باید وکړو.
- د $2x+2$ او x^2-1 کوچني ګډ مضرب څودی؟ هغه په لاس راوړئ.
- د $\frac{2}{2x+2}+\frac{3}{x^2-1}$ کسرونو د جمع حاصل په لاس راوړئ.

دوو یا څو الجبري افادو د کوچنی ګډ مضرب د پیدا کولو لپاره لومړی هغوی په لومړنیو ضربي عواملو تجزیه، وروسته هغه ګډ عوامل چې تر ټولو لوی توان لري د ناګډ عواملو سره ضربوو چې کوچنی ګډ مضرب په لاس راځي.

لومړی مثال: د $4x^2$، $2x+2$ او x^2-1 کوچني ګډ مضرب په لاس راوړئ.

حل: لومړی افادي جلاجلا تجزیه کوو

$$4x^2 = 2^2x^2$$
$$2x+2 = 2(x+1)$$
$$x^2-1 = (x-1)(x+1)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لیدل کېږي چې هغه ګډ عامل چې لوی توان لري $(x+2)$ او 2^2 دی، چې د ضرب حاصل یې د ناګډوعواملوسره برابر په $2^2(x+1)(x-1)x^2 = 4x^2(x^2-1)$ دی. چې د کوچني ګډ مضرب یا (L.C.M) په نامه يادېږي.

دویم مثال: د $68x^2+40x+32$ ، $6x^2-6$ او $4x^2+12x-16$ افادوکوچنی ګډ مضرب پیدا کړئ.

$$4x^2+12x-16 = 4(x^2+3x-4) = 2^2(x+4)(x-1)$$
$$8x^2+40x+32 = 8(x^2+5x+4) = 2^3(x+4)(x+1)$$
$$6x^2-6 = 6(x^2-1) = 2\times 3(x-1)(x+1)$$

په پایله کې کوچنی ګډ مضرب عبارت له:

$$2^3\times 3(x+1)(x+4)(x-1)$$

پوښتني

د کوچني ګډ مضرب په پام کې نیولو سره یې ساده کړئ.

1) $\dfrac{2x}{3}-\dfrac{4}{5x}\div\dfrac{3}{10x}$

2) $\dfrac{3x-1}{x^2+2x-15}-\dfrac{2}{x+5}$

3) $\dfrac{2}{x-1}+\dfrac{x}{x+1}-\dfrac{4}{x^2-1}$

4) $\dfrac{2}{x^2-1}+\dfrac{3}{x^3-1}+\dfrac{1}{x+1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د الجبري افادو ویش

$$\frac{2xy^2-4x^2y^4}{-2xy^2}=?$$

پام وکړئ چې د مخرج افاده د صورت په کومه افاده پورې اړه لري، کولای شئ هغه ساده کړئ.

فعالیت

- کله چې د $\frac{995}{7}$ کسر نور ونشو کړای ساده یا اختصار کړو؛ نو پایله څه ده؟
- لاندې الجبري افادې ترممکن حده پورې ساده کړئ.

$a)\ \frac{2m^2y-3x^3y^4+24xy^3}{-3xy^2}\ ,\ x\neq 0\wedge y\neq 0 \qquad b)\ \frac{x^2-5x+6}{x-2}\ ,\ x\neq 2$

$c)\ \frac{x^3-x^2-x-6}{x+2}\ ,\ x\neq -2$

- لاندې عملیوته پاملرنه وکړئ اوتوضیح کړئ چې هرګام دکوم کاریه پایله کې لاس ته راځي ولې؟

a)

$$\begin{array}{r|l} 995 & 7 \\ \underline{-7} & 142 \\ 29 & \\ \underline{28} & \\ 15 & \\ \underline{14} & \\ 1 & \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r|l} x^3-2x^2-11x-6 & x+2 \\ \underline{\pm x^3 \pm 2x^2} & x^2-4x-3 \\ -4x^2-11x & \\ \underline{\mp 4x^2 \mp 8x} & \\ -3x-6 & \\ \underline{\mp 3x \mp 6} & \\ 0 & \end{array}$$

- د (a) په جزء کې مووليي ویش دکیني خوا له لومړی رقم ۹ څخه پیل کړ؟ سوچ وکړئ په (b) جزء کې مو ولې له x^3 څخه د ویش عملیه پیل کړې ده؟

ليكل اوترتيبول د يوي الجبري افادي دکين لوري (خوا) نه ښي لوري (خوا) ته په ترتيب د لوېي درجي څخه کوچنی درجي ته د پولينوم نزولي ترتيب نوميږي

ددوالجبري افادود يو پربل د ويش لپاره لاندې پړاوونه ترسره کړئ.

۱- د مقسوم او مقسوم عليه پولينومونه په نزولي ډول ترتيب کړئ.

۲- د مقسوم لومړی حد د مقسوم عليه په لومړي حد وويشئ چې حاصل يې د خارج قسمت لومړی حد دی.

۳- په لاس راغلی خارج قسمت د مقسوم عليه په ټولوحدونو کې ضرب حاصل يې د مقسوم له ورته حدودونه تفريق کوو.

٤- د مقسوم بل حد راښکته کوود پاتي افادې څنګ ته يې ليکو وروسته ددې افادې لومړی حد د مقسوم عليه په لومړي حد ويشواوحاصل يې د مقسوم عليه په ټولوحدودوکې ضربوواوحاصل يې له پاتي افادې څخه تفريق کوو.

٥- وروسته ۲، ۳، ٤ پړاوونوته ترهغه ادامه ورکووچې د پاتي حدودو درجه د مقسوم عليه د حدونو له درجې څخه کوچنی شي.

لومړی مثال : د $x^3-3x^2-23x+30$ افاده په $x-6$ افاده ويشئ.

$$\begin{array}{r|l} x^3-3x^2-23x+30 & x-6 \\ \hline \underline{-x^3 \mp 6x^2} & x^2+3x-5 \\ 3x^2-23x & \\ \underline{-3x^2 \mp 18x} & \\ -5x+30 & \\ \underline{\mp 5x \pm 30} & \\ 0 & \end{array}$$

د تقسيم مراحل

$$I-\quad \frac{x^3}{x}=x^2$$

$$II-\quad \frac{3x^2}{x}=3x$$

$$III-\quad \frac{-5x}{x}=-5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم مثال: د $x^5-2x^3+x^2-8x+4$ افاده په x^2-x-4 افادې وویشئ.

حل : دمقسوم اومقسوم علیه پولینومونه په نزولي ډول ترتیبوواوبیا عملیه سرته رسوو.

$$\begin{array}{r|l} x^5+0.x^4-2x^3+x^2-8x+4 & x^2-x-4 \\ \underline{-x^5\mp x^4\mp 4x^3} & x^3+x^2+3x+8 \\ x^4+2x^3+x^2 & \\ \underline{-x^4\mp x^3\mp 4x^2} & \\ 3x^3+5x^2-8x & \\ \underline{-3x^3\mp 3x^2\mp 12x} & \\ 8x^2+4x+4 & \\ \underline{-8x^2\mp 8x\mp 32} & \\ 12x+36 & \end{array}$$

د تقسیم مراحل

$$\left.\begin{array}{l} I-\ \dfrac{x^5}{x^2}=x^3 \\ II-\ \dfrac{x^4}{x^2}=x^2 \\ III-\ \dfrac{3x^3}{x^2}=3x \\ IV-\ \dfrac{8x^2}{x^2}=8 \end{array}\right\}$$

څرنګه چې د دوو عددونو ویش دسموالي لپاره مودوه شرطونو څېړل، نو د دوو الجبري افادو د ویش دسموالی لپاره هم دوه شرطونه څېړو.

۱- د خارج قسمت اومقسوم علیه د ضرب حاصل جمع پاتې د مقسوم دالجبري افادې سره باید برابره وي.

۲- د پاتې درجه د مقسوم علیه له درجې څخه باید کوچنی وي.

لکه په دویم مثال کې:

$$(x^2-x-4)(x^3+x^2+3x+8)+12x+36$$
$$=x^5-2x^3-8x+4$$

لیدل کېږي چې د خارج قسمت او مقسوم علیه د ضرب حاصل جمع پاتې د مقسوم له افادې سره برابر دی او د خارج قسمت درجه نظر x ته له ۲ سره برابره ده پاتې درجه (۱) ده نو په لاس راغلی پایله سمه ده.

دریم مثال: د $2x^2 + x^4 - 3x + 1$ افاده په $x + 3$ افاده وویشئ:

حل: لومړی دمقسوم اومقسوم علیه افادې په نزولي ډول ترتیبوو.

$$
\begin{array}{l|l}
x^4 + 0\cdot x^3 + 2x^2 - 3x + 1 & x + 3 \\ \cline{2-2}
-x^4 \pm 3x^3 & x^3 - 3x^2 + 11x - 36 \\ \hline
\quad -3x^3 + 2x^2 & \\
\quad \mp 3x^3 \mp 9x^2 & \\ \hline
\qquad 11x^2 - 3x & \\
\qquad \pm 11x^2 \pm 33x & \\ \hline
\qquad\quad -36x + 1 & \\
\qquad\quad \mp 36x \mp 108 & \\ \hline
\qquad\qquad 109 &
\end{array}
$$

پوښتنې

د لاندې افادو د ویش حاصل پیدا کړئ.

1) $(2t^3 - 4t^2 - 2t - 6) \div (t^2 + 9t + 7)$

2) $(1 - x^2 - x) \div (1 - x)$

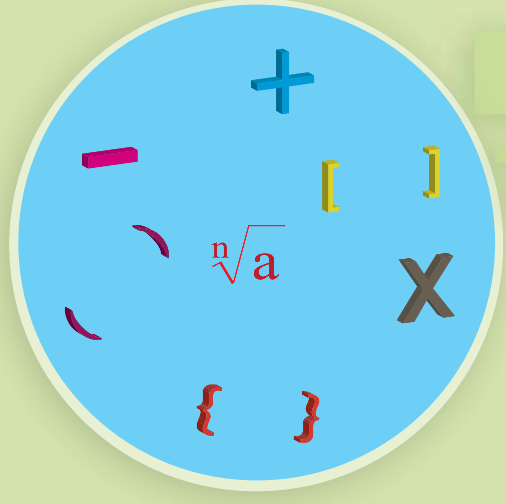
3) $(2y^3 + y - 3y) \div (y^2 - 3y - 1)$

4) $(2x^3 + 5x^2 - x - 1) \div (x + 3)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د الجبري افادو د عمليو سر ته رسولو ترتيب



که چيرې په الجبري افادو کې مخامخ نښې راغلې وي په څه ډول په ترتيب سره افاده ساده کوو؟

فعاليت

- دلاندې افادوساده کولوپاره کومې عمليې سرته ورسوو. د عمليې د سرته رسولو ترتيب په شمير سره ونوموئ.

$3-2^4\times5+(16\div4)$

$4\times5\div2-3(2+3^2)+2$

$3x^2-4x(2+x)$

$2x-3\{-2(x+1)(x+2)\}+6x\div2$

په پورتنې فعاليت کې مووليدل چې دالجبري افادوعمليويه ترتيب سره سرته رسول دعددنود قانون له ترتيب څخه پيروي کوي. ديوې الجبرى افادې دساده کولوپاره په ترتيب سره په لاندې ډول عمل کوو

1- توان رفع کوو.

٢- د قوسونويه لرلوسره لومړى هغه ساده کوو.

٣- په ترتيب سره له کيڼ څخه ښي اړخ ته د ضرب اوويش عمليې سرته رسوو.

٤- په ترتيب سره له کيڼ څخه ښي اړخ ته د جمع اوتفريق عمليې سرته رسوو.

لومړی مثال : لاندې افادې ساده کړئ.

$$1)\ \frac{1}{2}m-3\left\{\left[5(m-\frac{1}{2}-m)\right]-m-6\right\}\div 2$$
$$=\frac{1}{2}m-3\left\{5m-\frac{5}{2}-5m-m-6\right\}\div 2$$
$$=\frac{1}{2}m-3\left\{-m-\frac{17}{2}\right\}\div 2$$
$$=\frac{1}{2}m+(3m+\frac{51}{2})\times\frac{1}{2}$$
$$=\frac{1}{2}m+\frac{3}{2}m+\frac{51}{4}$$
$$=\frac{m+3m}{2}+\frac{51}{4}=\frac{4m}{2}+\frac{51}{4}$$
$$=2m+\frac{51}{4}$$

$$2)\ 2x-1-\{-2(x+2)\}+2x\div 2\times 5x$$
$$=2x-1-(-2x-4)+2x\div 2\times 5x$$
$$=2x-1+2x+4+x\times 5x$$
$$=2x-1+2x+4+5x^2$$
$$=4x+5x^2+3$$

فعاليت

- مخامخ عبارتونه ساده کړئ:

a) $\sqrt[3]{\frac{5}{8}}$

b) $\sqrt{8x^3y^3}$

c) $\sqrt{3a\sqrt{49a^2}}$

- د $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ او $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ کسرونو دمخرج د جذرونود منځه وړلو لپاره چې مخرج گويا شي $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ او $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ دکوم مطابقت څخه مرسته اخيستلای شئ.
- د $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ او $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ کسرونوجذرونه په مخرج له منځه يوسي اوساده يې کړئ. ديوکسرد مخرج د جذرونو د منځه وړلوعمليه د الجبري کسر دگويا کولو يا ناطق کولو په نامه يادېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال : لاندې کسرونو مخرج ناطق کړئ

1) $\frac{2}{\sqrt{x}}$ 2) $\frac{2}{\sqrt[3]{a}}$

3) $\frac{a-1}{\sqrt{a}-1}$ 4) $\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

حل:

1) $$\frac{2}{\sqrt{x}}=\frac{2}{\sqrt{x}}\times\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x^2}}=\frac{2\sqrt{x}}{x}$$

2) $$\frac{2}{\sqrt[3]{a}}=\frac{2}{\sqrt[3]{a}}\times\frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a^2}}=\frac{2\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a^3}}=\frac{2\sqrt[3]{a^2}}{a}$$

3) $$\frac{a-1}{\sqrt{a}-1}=\frac{a-1}{\sqrt{a}-1}\times\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}+1}=\frac{(a-1)(\sqrt{a}+1)}{(\sqrt{a})^2-1^2}=\frac{(a-1)(\sqrt{a}+1)}{a-1}=\sqrt{a}+1$$

4) $$\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\frac{5(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}=\frac{5(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{2-3}=\frac{5(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{-1}=-5(\sqrt{2}+\sqrt{3})$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې الجبري افادې د ساده کولو لپاره په ترتيب سره لومړی قوسونه له منځ څخه وړو، وروسته د توان عمليه او په پای کې په ترتيب سره د ويش، ضرب، جمع او تفريق عمليې له ښي څخه کيڼ اړخ ته سر ته رسوو.

- د $\sqrt{x}$ د ناطق کولو عامل $\sqrt{x}$ دی.
- د $\sqrt{x}+1$ د ناطق کولو عامل $\sqrt{x}-1$ دی.
- د $\sqrt{x}+\sqrt{y}$ د ناطق کولو عامل $\sqrt{x}-\sqrt{y}$ دی.

پوښتنې

لاندې افادې ساده کړئ.

1) $2x\times -2\{3x-(2+x)-1\}\div 2$

2) $\frac{1}{3}y-5\left\{-2\left[6(y-\frac{1}{3}-y\right]\right\}\div 3$

3) $5+(-18)-[24+(-30)]\times(-7)$

4) $[(-102)+(-330)]\div 16+[168+240-(-210)]\div 6$

5) $\frac{2}{\sqrt{7}}$

6) $\frac{3}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

7) $2\sqrt{2000ab}-\frac{b}{a}\sqrt{72ab}$

8) $\frac{2a}{\sqrt{a}}$

9) $\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

10) $2\sqrt{18x}+\sqrt{50x}-\frac{1}{2}\sqrt{20x}$

11) $(\sqrt{2}+1)(1-\sqrt{2})$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

دپنځم څپرکی لنډیز

- هغه الجبري افادې چې د یوه حد څخه جوړه شوي وي دمونوم یا یو حده په نامه یادېږي
لکه: ax^n
- هغه الجبري افاده چې له دوو حدونو څخه جوړه شوې وي، دوه حده یا بینوم بلل کېږي،
لکه: ax^2+b
- هغه الجبري افاده چې له دریو حدونو څخه جوړه شوې وي، دري حده یا ترینوم بلل کېږي،
لکه: ax^2+bx+c
- هغه الجبري افادې چې له څوحدونوڅخه جوړې شوې وي او د تورو توانونه ئې مکمل عدونه وي څوحده یا پولینوم بلل کېږي
لکه: $ax^5+bx^3+cx^2-x-d$
- په یوه الجبري افاده کې د متحول ترټولو لوی توان دالجبري افادې درجه بلل کېږي.
- د پولینوم هغه ترتیب چې دکینې خوا څخه ښي خواته له لوی توان څخه کوچنې ته ترتیب شوی وي، نزولي ترتیب بلل کېږي.
- دهر a او b لپاره لرو:

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$
$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

- دالجبري افادوګډوعواملوچې ترټولولوی توان ولري دضرب حاصل له ناګډوعواملوسره د L.C.M په نامه یادېږي.
- که چیرې په یوه الجبري افاده کې قوسونه او(+ ، - ، × او ÷ ...) عملیې راغلې وي دساده کولولپاره یې په ترتیب سره لومړی کوچنی، منځنی او بیا لوی قوس له منځه ورو وریسې د توان عملیه او په پای کې په ترتیب سره د وېش، ضرب جمع او تفریق عملیې له کینې څخه ښي اړخ ته سرته رسوو.
- د $\sqrt{x}$ د ناطق کول عامل $\sqrt{x}$ دی.
- د $\sqrt{x}+1$ د ناطق کولوعامل $\sqrt{x}-1$ دی.
- د $\sqrt{x}+\sqrt{y}$ د ناطق کولوعامل عبارت له $\sqrt{x}-\sqrt{y}$ دی.

دپنځم څپرکی پوښتنې

- په لاندې سوالونوکې هرسوال ته څلورځوابونه ورکړل شوی سم ځواب يې وټاکئ.

1- د $2x^2-\frac{1}{2}x$ افاده کې ګډ عامل :

a) 2 دی. b) x دی. c) $2x$ دی. d) نه لري.

2- د $(x-2)(x+3)$ الجبري افادودضرب حاصل عبارت له:

a) x^2+5x+6 b) x^2-5x-6

c) x^2+x-6 d) x^2-x+6

3- د $\frac{3}{x^2-1}+\frac{3}{2x+2}$ افادې کوچنی ګډ مضرب عبارت له :

a: $2(x+1)(x-1)$ b) $(x+1)(x-1)$

c) $(2x+2)(x^2-1)$ d) هيڅ يو.

4- د $\frac{2x-4x^3+x^2+16x-8}{2x^2-8}$ افادې دويش حاصل عبارت له:

a) $-2x+1$ b) $(-2x+1)(2x)+\frac{-2x}{2x^2-8}$

c) الف او ب d) هيڅ يو.

5- د $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ د ناطق کولوعامل عبارت له :

a) $\sqrt{a}$ b) $\sqrt{b}$

c) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ d) $\sqrt{a}-\sqrt{b}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

• تش ځایونه په مناسبو جملو ډک کړئ.

۱- د $2x^3 - 4x^2 + 3x - 1$ الجبري افاده یوه . . . . حده درجه . . . . افاده ده.

۲- د $x^2 + 7x + 12$ الجبري افادې ضربی عوامل . . . . .او. . . . . . . .دی.

۳- د $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$ ویش حاصل عبارت له . . . . دی.

٤- $a^3 + b^3 = (. . . . .)(. . . . .)$

۵- د $(x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)$ دضرب حاصل عبارت له . . . . دی.

• په لاندې جملو کې کومه یوه سمه اوکومه یوه ناسمه ده، د سمې مخ ته (س) توری اوناسمې مخ ته (ن) توری ولیکئ

۱- (　　) هغه الجبري افادې چې دځو حدونوڅخه جوړه شوې وي، د پولینوم په نامه یادیږي.

۲- (　　) د $x^2 + 2ax + a^2$ افادې تجزیه $(x + a)$ $(x + a)$ ده

۳- (　　) د $21x^3y^3$ او $14x^3y^2$ کوچنی ګډ مضرب $42x^3y^4$ دی.

4- (　　) $a^3 - b^3 = (a + b)(a^2 + ab + b^2)$

5- (　　) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

• لاندې سوالونه مفصل حل کړئ

۱- تجزیه یې کړئ

a) $y^2 - y - 2$

b) $a^2 - b^2 + 2bc - c^2$

c) $21a - 14ab + 28a^2$

d) $72m^8n^6 - 98m^6n^8$

e) $a^2x^2 + \frac{1}{2}ax + \frac{1}{16}$

f) $1 + 2ab - (a^2 + b^2)$

2- ساده یې کړئ

a) $\frac{x-1}{x-2} - \frac{x+1}{x-2} + \frac{1}{x^2-4}$

b) $\frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$

c) $\frac{a^2b^{-2} - b^2a^{-2}}{ab^{-1} - ba^{-1}}$

3- و یې ویشئ

a) $\frac{12a^2 - 4a + 20}{40 - 5a}$

b) $\frac{a^4 - b^4}{a - b}$

c) $2x^3 - x^2 - 4 \div (x - \frac{1}{2})$

d) $(x^3 - 5x + 6) \div (x - 2)$

e) $x^2 - 5x + 64 \div (-x + 5)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپرِم خپــــرکی

غیر مساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

غير مساوات
Inequality

تله په کوم حالت کې قرار لري؟ ولې؟

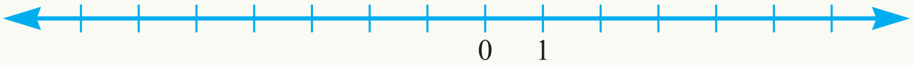
عموماً په ورځني ژوند کې د غیر مساوي کمیتونو پرتله کولو ته اړتیا لرو، لکه د یوه ټولګي د زده کوونکو د نمرو مجموع له زیاتو څخه کمو نمرو ته درجه بندي کړو، ایا تاسې کولی شئ داسې نور مثالونه په ورځني ژوند کې وښیې چې نا مساوي عددونه سره پرتله شي.

که چیرې عدوونه دي($<,\leq,>,\geq$) علامو په مرسته اړیکې ولري د نامساوي په نامه یادیږي

لکه: $4>5$, $2<3-$ ...

فعالیت

- د $3, \frac{-3}{2}, \sqrt{2}, -4$ او $\frac{2}{3}$ عددونه د عددونو په محورو وټاکئ.



- له مناسبو علامو څخه په کار اخیستلو، پورتني عددونه په ترتیب سره له کوچني څخه تر لوی پورې ولیکئ.
- د اعدادو په محور د اعدادو د ترتیب او د اعدادو د ځای تر منځ څه اړیکې وینئ؟

د پورتنی فعالیت مشاهدات په لاندې ډول داسې لنډوو:

د عددونو په محور هغه عدد چې د عدد ښی خواته پروت وي، لوی او له هغه عدد څخه چې د هغې کیڼې خوا ته پروت دی کوچنی دی.

په بشپړ(کلي) ډول ویلی شو چې که د b, a او c دري حقیقي عددونه وي، نو لیکلای شو، چې:

$$a<b\ ,\ b<c \quad \Rightarrow \quad a<c$$

فعالیت

- دوه غیر مساوي عددونه وټاکئ او دهغوی تر منځ اړیکه د کوچنی یا لویې علامو په کار اخیستلو بیان کړئ.
- د غیر مساوي دواړو خواوو ته د ۵ عدد ورجمع کړئ، ایا د غیر مساوي د علامې په لوري کې څه بدلون راځي؟
- د پورتنی غیر مساوي له دواړو خواوو څخه د ۳ عدد تفریق کړئ، ایا د غیر مساوي د علامې په جهت کې څه بدلون راځي؟

په بشپړ ډول سره د پورتنی فعالیت پایله داسې بیانوو:

که $a < b$ وي نو د b, a او c اختیاري حقیقي عددونو لپاره لرو: $a + c < b + c$

$a - c < b - c$

فعالیت

- دوه نامساوي عددونه وټاکئ او دهغوی تر منځ اړیکه د کوچنی یا لویې علامې($<$) څخه په کار اخیستلو ولیکئ.
- د پورتنی غیر مساوي دواړه خواوې د ٤ په عدد کې ضرب کړئ، ایا د غیر مساوات د علامې په جهت کې څه بدلون راځي؟
- د پورتنی غیر مساوات دواړه خواوې د ٤- په عدد کې ضرب کړی، ایا د غیر مساوات د علامې په جهت کې څه بدلون راځي؟
- که د $4 < 7$ غیر مساوات دواړه خواوې معکوس کړو، ایا د غیر مساوات د علامې په جهت کې بدلون راځي.

په بشپړ ډول د پورتنی فعالیت پایله داسې بیانوو:

د b, a او c حقیقي عددونو لپاره لرو چې:

$a < b \quad , \quad 0 < c \Rightarrow ac < bc$

$a < b \quad , \quad c < 0 \Rightarrow ac > bc$

$0 < a < b \quad \Rightarrow \frac{1}{b} < \frac{1}{a}$

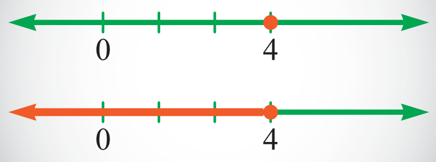
په یاد ولرئ چې د ویش عملیه د ضرب د عملیې معکوسه عملیه ده، یعنې که وغواړو چې یو عدد په a وویشو هغه عدد په $\frac{1}{a}$ کې ضربوو نو د غیر مساوات د ضرب د عملیې ټول خواص د ویش په عملیه کې هم حقیقت لري.

پوښتنې

د $9 > 3-$ په نا مساوي کې د یو اختیاري عدد په جمع او تفریق کولو سره د غیر مساوات ټول خواص وخیړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړۍ درجه خطي غير مساوات حل



د $x = 4$ او $x \leq 4$ دوه الجبري جملې په پام کې ونيسئ.
د دې عبارتونو تر منځ څه ورته والى او څه توپير وينئ.

فعاليت

- د $x + 3 = 7$ معادله، د x د کوم عددي قيمت لپاره سمه ده.
- آيا د x په لاس راغلى قيمت څخه پرته بل قيمت x ته پيدا کولای شئ چې په معادله کې ربتينوالي ولري؟
- د x د کوم عددي قيمت لپاره د $x + 3 < 7$ نامساوي سمه ده.
- ايا د x په لاس راغلى قيمت څخه پرته، بل قيمت شته چې غير مساوات صدق پرې وکړي.

- د x د څو عددي قيمتونو لپاره پورتنى غير مساوات صدق کوي.

د پورتنى فعاليت په ليدو سره نامساوي د مساوات په پرتله ډېر حلونه لري.
هغه الجبري رابطې چې د($>, <, \leq$ او $\geq$) علامو په مرسته يو له بل سره اړيکې ولري او په هغه کې د متحول توان يو وي د لومړۍ درجه يو مجهوله يا خطي نامساوي بلل کېږي.
لاندې نامساوي د يو مجهوله لومړۍ درجې نامساواتو بېلگه ده.

$$x + 3 < 0 \quad , \quad 2x - \frac{1}{3} > 3 - x$$

$$6x + 7 \leq 5 \quad , \quad \frac{x}{5} + \sqrt{2} \geq 12$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

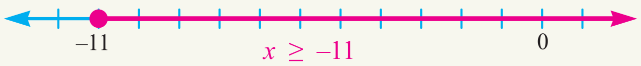
په بشپړ ډول د x د هغو قيمتونو پيدا کولو لپاره چې په غير مساوات کې حقيقت ولري د غيرمساواتو د خواصو څخه په ګټه اخيستنې سره غير مساوات ته داسې بدلون ورکوو چې د غير مساوات يو اړخ ته x او بل اړخ ته يې عددونه پراته وي.
د غير مساوات د حل څخه موخه دا ده چې د x لپاره هغه قيمتونه پيدا کړو چې غير مساوات په ساحه کې حقيقت ولري دا ساحه د غير مساوات د حل ساحه بلل کېږي.

لومړی مثال: د $x+4\geq -7$ غير مساوات حل کړئ او د غير مساوات د حل ساحه يې د عددونو په محور وښيئ.

حل: د نامساوي په دواړو خواوو کې د(-4) عدد په جمع کولو سره لرو چې:

$$x+4-4\geq -7-4$$

$$x\geq -11$$



دويم مثال: د $2x+1>5$ نامساوي حل کړئ.

حل: د غير مساوات له خواصو څخه په ګټه اخيستنې سره کولای شو چې معلوم د غيرمساوات علامې يو اړخ ته او مجهول بل اړخ ته نقل کړو:

$$2x+1>5$$

د نامساوي له دواړو خواوو څخه د(-1) عدد تفريق کوو:

$$2x+1-1>5-1$$

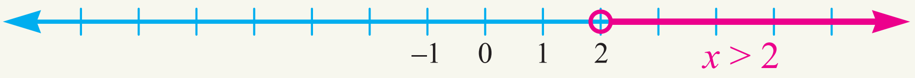
$$2x>4$$

د نامساوي دواړه خواوې په 2 ويشو يا په $\frac{1}{2}$ کې يې ضربوو:

$$\frac{1}{2}\times(2x)>\frac{1}{2}\times 4$$

$$x>2$$

يعنې د ټولو هغو قيمتو لپاره چې له 2 څخه لوی وي غير مساوات صدق کوي دا مطلب د



(c) ketabton.com: The Digital Library

عددونو په محور داسې ښودلای شو.

پوښتنه: سوچ وکړئ چې ولې په لومړي مثال کې د عددونو په محور 11- په(•) او دويم مثال کې د عددونو په محور 2 په(o) ښودل شوی دی؟

په دې دوو مثالونو کې هغو علامو ته چې د غيرمساوات د حل ساحې ټاکلو لپاره پکار وړل شوی پاملرنه وکړئ.

په عمومي حالت کې د $ax + b < cx + d$ الجبري عبارت چې په هغه کې a, b, c او d حقيقي عددونه او x متحول وي، لومړی درجه يو مجهوله يا خطي غيرمساوات بلل کېږي.

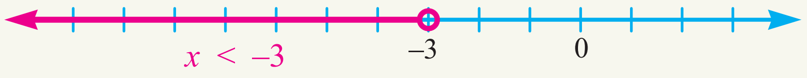
د غيرمساوات د حل لپاره لاندې ټکي په پام کې نيسو:

- د غيرمساوات د خواصو په پام کې نيولو سره معلوم يو اړخ او مجهول د غيرمساوات بل اړخ ته انتقالوو.
- معلوم عددونه په خپل منځ کې او مجهول حدونه خپل منځ کې جمع کوو.
- د متحول د عددي قيمت د پيدا کولو لپاره د غيرمساوات دواړه خواوې د متحول په ضريب د غيرمساوات د خواصو په پام کې نيولو سره ويشو.

دريم مثال: د $3x + 1 < x - 5$ نامساوي حل کړئ.

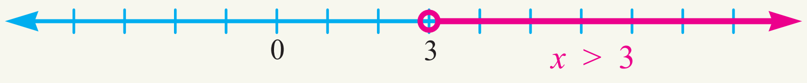
حل:

$$3x - x < -5 - 1$$
$$2x < -6$$
$$x < -\frac{6}{2}$$
$$x < -3$$



څلورم مثال: لاندې غيرمساوات حل کړئ.

$$x + 5 < 3x - 1$$
$$x - 3x < -1 - 5$$
$$-2x < -6$$
$$\frac{-2x}{-2} > \frac{-6}{-2}$$
$$x > 3$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

1- د لاندې غیرمساواتو حل پیدا او د هغوی دحل ساحه د عددونو په محور وښیئ:

$a)\ 4x \geq 8$

$b)\ 8 + x < 5$

$c)\ 5 + x < 2x - 1$

$d)\ -3x - 4 > x + 7$

$e)\ \frac{3}{2}x - 1 > x - \frac{2}{3}$

$f)\ 0.5 - x < 3x - 1$

$g)\ 2 - x \leq 2$

$h)\ 2x - 5 - 7x > 0$

$i)\ 5x + 6 > 0$

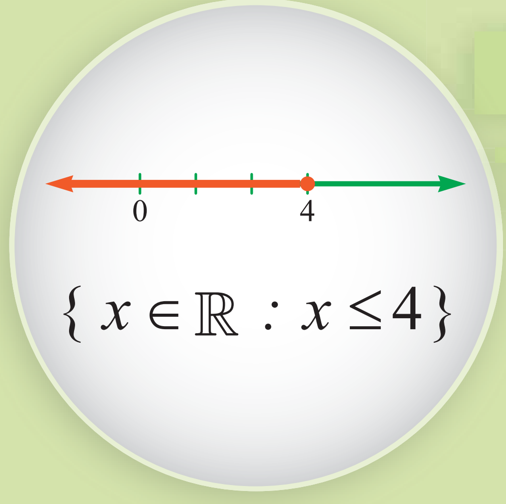
2- د 1325 د ویش پر 25 باید تر ټولو لوی عدد پیدا کړو، چې په 25 کې ضرب او له 1325 څخه کوچنی یا ورسره مساوي شي، دا عبارت په غیرمساوات وښیئ او خارج قسمت یې پیدا کړئ.

3- که تاسې ته وویل شي چې د یوه فعالیت د سرته رسولو لپاره حد اکثر 5 ورځې وخت لرې دا عبارت په غیرمساوات وښیئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

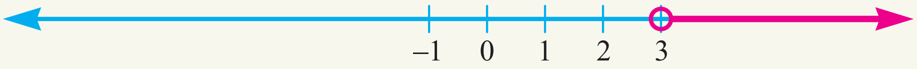
فاصلې (انټروالونه)



د غیرمساوات د حل لپاره ډېر عددونه کولی شو په لاس راوړو چې دغه غیرمساوات حل وي، داسې ټول حقیقي عددونه که د يو سټ په ډول په پام کې ونیسو، دې سټ ته د غیرمساوات حل وایي.

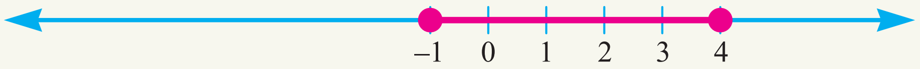
د مثال په ډول $x > 3$ د $3x - 2 > 7$ نامساوي د حل سټ دی، ځکه هر هغه عدد چې له 3 څخه لوی وي په نوموړې نامساوي کې صدق کوي، دا د حل سټ د ریاضي په ژبه داسې ښودل کېږي: $\{x \in IR : x > 3\}$

داسې لوستل کېږي: د x ټول هغه حقیقي عددونه چې له دريو(3) څخه لوی وي.



لیدل کېږي، چې د عددونو دا سیټ د عددونو د محور یوه برخه ده، چې په ریاضي کې ورته واټن(فاصله) یا انټروال وایي.

په لاندې شکل کې د عددونو په محور ټاکل شوی هغه فاصله(انټروال) ده، چې له -1 څخه لوی یا ورسره مساوي او له 4 څخه کوچنی یا ورسره مساوي دی.

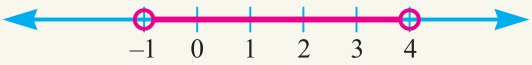


دا فاصله په $[-1,4]$ یا $\{x \in R : -1 \le x \le 4\}$ سره ښودل کېږي.

پاملرنه وکړئ چې د -1 او 4 عددونه په فاصله کې ګډون لري. په هغه حالت کې چې د انټروال د پیل او پای ټکی په کې ګډون ولري، دې واټن یا فاصلې ته تړلې فاصله وایي.

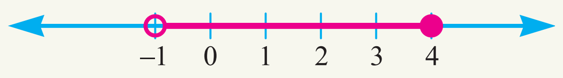
نو که په پورتنۍ فاصله کې د -1 او 4 ټکي ګډون و نلري دې فاصلې ته خلاص واټن یا فاصله وایي او په لاندې ډول یې ښودلای شو:

$(-1,4)=\{x \in IR : -1 < x < 4\}$



که د مخکني فاصلې د پای د ټکو څخه یوازې یو ټکی لکه 4 په فاصله کې شامل وي، هغې فاصلې یا واټن ته نیمه خلاصه یا نیمه تړلې واټن یا فاصله وایي، او هغه په لاندې شکل ښیو:

$(-1,4]=\{x \in IR:\ -1 < x \leq 4\}$



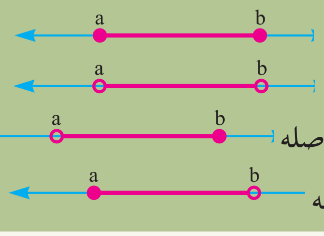
په عمومي ډول د هرو دوو a او b حقیقي عددونو چې $a \leq b$ څخه وي لرو:

د a او b تړلې فاصله $[a,b]=\{x \in IR : a \leq x \leq b\}$

د a او b خلاصه فاصله $(a,b)=\{x \in IR : a < x < b\}$

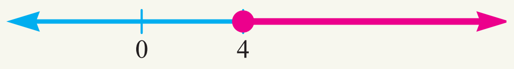
د a او b نیمه خلاصه فاصله $(a,b]=\{x \in IR : a < x \leq b\}$

د a او b نیمه تړلې فاصله $[a,b)=\{x \in IR : a \leq x < b\}$



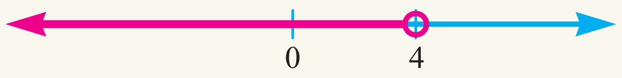
پاملرنه وکړئ چې د عددونو په محور باندې کولی شو هغه فاصلې په پام کې ونیسو چې له یوې خوا څخه تړلې نه وي، په دې حالت کې فاصله یا واټن د ∞ علامې څخه په ګټه اخیستنه چې هغه بې نهایت لولو ښیو، لکه د هغو عددونه سټ چې د 4 څخه لوی یا ورسره مساوي وي داسې ښیو:

$\{x \in IR : 4 \leq x\}=[4,\infty)$



او هغه عددونه چې له 4 څخه کوچنې وي، عبارت دی له:

$\{x \in IR : 4 > x\}=(-\infty,4)$



نو په عمومي ډول که a یو حقیقي عدد وي نو لرو چې:

د a څخه لوی حقیقي عددونه $(a,\infty)=\{x \in IR : a < x\}$

د a څخه لوی یا ورسره مساوي حقیقي عددونه $[a,\infty)=\{x \in IR : a \leq x\}$

د a څخه کوچنی حقیقي عددونه وي. $(-\infty,a)=\{x \in IR : x < a\}$

د a څخه کوچنی یا ورسره مساوي حقیقي عددونه. $(-\infty,a]=\{x \in IR : x \leq a\}$

پوښتنې

1– لاندې انتروالونه د سټ په شکل ولیکئ او د عددونو په محور یې وښیئ

1) $[5,7]$ 2) $(9,-3)$ 3) $[-2,8)$ 4) $(6,1]$ 5) $[2,\infty)$

2– لاندې سټونه د انتروال په ډول ولیکئ:

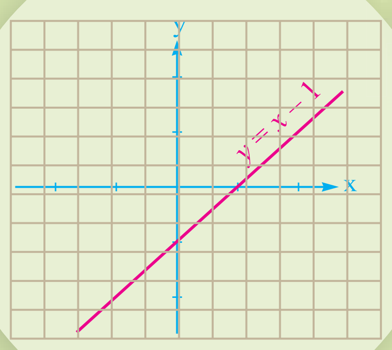
1) $A=\{x \in IR: 2 < x < 6\}$ 2) $B=\{x \in IR: -3 \leq x \leq 5\}$

3) $C=\{x \in IR: 0 \leq x < 4\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړۍ درجې دوه حده (بینوم) د علامې ټاکل



په مخامخ شکل کې x د کوم قیمت لپاره د $y = x - 1$ مستقیم خط د x د محور څخه د پاسه او د x د کوم قیمت لپاره مستقیم خط د x محور نه لاندې پروت وی.

فعالیت

- د $2x - 4$ الجبري افاده څو حده ده؟
- دا افاده د x متحول په کوم قیمت مساوي له صفر سره ده؟
- دا افاده د x متحول په کومو قیمتونو سره مثبت ده؟
- دا افاده د x متحول په کومو قیمتونو سره منفي ده؟

د پورتنی فعالیت ریاضي بیان په لاندې ډول په جدول کې لنډوو:

x	$x < 2$	2	$x > 2$
$2x - 4$	$-$	0	$+$

په دې جدول کې لیدل کیږي چې د $2x - 4$ بینوم په $x = 2$ کې مساوي په صفر دی او د هغو قیمتونو لپاره چې له 2 نه کوچنې وي منفي علامه او په هغو قیمتونو کې چې له 2 نه لوی وي بینوم مثبته علامه لري.

لومړی مثال: د $P(x) = -\frac{1}{2}x + 3$ بینوم علامه وټاکئ.

حل: لومړی هغه قیمت پیداکوو چې بینوم په هغې کې صفر وي.

$$-\frac{1}{2}x + 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{-1}{2}x = -3 \quad \Rightarrow \quad x = 6$$

وروسته هغه قیموتونه چې بینوم په هغې کې مثبت وي، په لاس راوړو:

$$-\frac{1}{2}x+3>0 \quad \Rightarrow \quad \frac{-1}{2}x>-3 \quad \Rightarrow \quad x<6$$

په همدې ترتیب هغه قیمتونه چې بینوم په هغې کې منفي وي عبارت دی له:

$$-\frac{1}{2}x+3<0 \quad \Rightarrow \quad \frac{-1}{2}x<-3 \quad \Rightarrow \quad x>6$$

په لاس راغلی پایلې لاندې جدول کې راټولوو:

x	$x<6$	6	$x>6$
$-\frac{1}{2}x+3$	$+$	0	$-$

یادونه: په عمومي ډول د $ax+b$ بینوم د علامې د ټاکلو لپاره لومړی هغه قیمت په لاس راوړو چې بینوم په هغې کې صفر کېږي او د علامې د ټاکلو جدول یې په لاندې ډول دی.

$a>0$ - 1

x	$x<-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}<x$
$ax+b$	a ته مخالفه علامه	0	a سره ورته علامه

$a<0$ - 2

x	$x<-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}<x$
$ax+b$	د a مطابقه علامه	0	د a مخالفه علامه

پوښتنې

د لاندې الجبري افادو علامې وټاکئ:

1) $3x-9$ 2) $7x-2$ 3) $\frac{3}{4}x-1$

4) $0.5x+10$ 5) $2x-4+x-1$ 6) $\frac{1}{2}x+3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کسري افادو د علامو تحليل او ټاکل

$\frac{?}{?} = +$

$\frac{?}{?} = -$

د a، b حقيقي عددونو لپاره د $\frac{a}{b}$ کسر، څه وخت مثبت او څه وخت منفي علامه لري.

فعاليت

- د $\frac{3x+5}{2x-2}$ کسري افاده په پام کې ونيسئ.
- پورتني افاده په کوم حالت کې مثبت کېږي.
- پورتني افاده په کوم حالت کې منفي کېږي.
- د x په کوم قيمت سره د پورتني کسري افاده مساوي په صفر ده.
- ايا کولای شئ په نوموړې افاده کې د x په ځای (۱) وضع کړئ. ولې؟

د نوموړې افادې د صورت او مخرج د علامې د ټاکلو څخه وروسته کولای شو د نوموړې کسري افادې علامه د صورت او مخرج د علامو د ويش له حاصل څخه په لاس راوړو:

$$3x+5=0 \Rightarrow x=\frac{-5}{3}$$

پوهېږو چې د $x<\frac{-5}{3}$ لپاره د بينوم د صورت علامه منفي او د $x>\frac{-5}{3}$ لپاره د بينوم د صورت علامه مثبت ده.

د مخرج د علامې د ټاکلو لپاره لومړی هغه قيمت پيدا کوو، چې $2x-2$ په هغه کې صفر شي.

$$2x-2=0 \Rightarrow x=1$$

په پايله کې د $x<1$ څخه بينوم د مخرج علامه منفي او د $x>1$ لپاره د بينوم د مخرج علامه مثبت ده.

پاملرنه وکړی په هغه قیمت کې چې د کسري افادې مخرج صفر کېږي نه دی تعریف شوی، پورتنی بحث په لاندې ډول د علامو د تحلیل او ټاکلو په جدول کې داسې لنډوو:

x	$x<-\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{3}<x<1$	1	$1<x$
$3x+5$	$-$	0	$+$		$+$
$2x-2$	$-$		$-$	0	$+$
$\frac{3x+5}{2x-2}$	$+$	0	$-$	نه دی تعریف شوی	$+$

نو د $x<\frac{-5}{3}$ او $x>1$ قیمتونو لپاره د $\frac{3x+5}{2x-2}$ کسري افادې اشاره مثبت او د $\frac{-5}{3}<x<1$

قیمتونو لپاره د $\frac{3x+5}{2x-2}$ کسر افادې اشاره منفي ده.

او د $x=\frac{-5}{3}$ قیمت لپاره کسري افاده مساوي صفر ده.

په عمومي ډول د کسري افادې د اشارې د تحلیل او ټاکلو لپاره لومړی د کسر د صورت او مخرج اشاره ټاکو وروسته د صورت او مخرج د اشارو او د ویش د حاصل څخه د کسري افادې اشاره په لاس راوړو.

مثال: د $\frac{-x+3}{x}$ کسري افادې اشاره وټاکئ.

حل:

$-x+3=0 \quad \Rightarrow x=3$

$x=0$

x		0		3	
$-x+3$	$+$		$+$	0	$-$
x	$-$	0	$+$		$+$
$\frac{-x+3}{x}$	$-$	نه دی تعریف شوی	$+$	0	$-$

پوښتنې

د لاندې کسري افادو اشاره وټاکئ.

a) $\frac{-x+1}{5+x}$ b) $\frac{x}{x+1}$ c) $\frac{1}{x}+\frac{2}{7}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

کسري غيرمساوات

$$y = \frac{x+1}{x}$$

$y > 0$

$y < 0$?

د x پـه کـوم قيمت سـره د مخامخ کسـري افـاده مثبـت او د x پـه کوم قيمت سره افاده منفي ده؟

فعاليت

د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ کسري غيرمساوات په پام کې ونيسئ.

- د پورتنی نامساوي د رښتينوالی لپاره د کسري افادي صورت او مخرج بايد کومه علامه ولري؟
- د x متحول د کوم قيمتونو لپاره د پورتني کسري افادي صورت مثبت دی؟
- د x متحول د کوم قيمتونو لپاره د پورتني کسري افادي مخرج مثبت دی؟
- د x متحول د کوم قيمتونو لپاره د پورتني کسري افادي صورت منفي دی؟
- د x متحول د کوم قيمتونو لپاره د پورتني کسري افادي مخرج منفي دی؟
- د پورتني فعاليت د لاس ته راغلو پايلو په پام کې نيولو سره د x متحول د کومو قيمتونو لپاره د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ غيرمساوات سم دی؟

د پورتني فعاليت د سرته رسولو څخه وليدل شول چې د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ غيرمساوات د حل لپاره بايد بيلابيل حالتونه په پام کې ونيسو. د کسري نامساواتو د حل د سټ پيدا کولو يوه بله لاره د علامو د ټاکلو او تحليل جدول دی. د مثال په ډول د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ غيرمساوات د حل سټ پيدا کولو لپاره داسې عمل کوو:

$$x-2=0 \Rightarrow x=2$$

$$4+2x=0 \Rightarrow x=-2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

x		-2		2	
$x-2$	$-$		$-$	0	$+$
$4+2x$	$-$	0	$+$		$+$
$\frac{x-2}{4+2x}$	$+$ د نامساوي حل	نه دی تعریف شوی	$-$	0	$+$ د نامساوي حل

د علامو د تحلیل او ټاکلو جدول ته په پاملرنې سره لیدل کېږي، چې هغه قیمتونه چې له (-2) $(x<-2)$ او له (2) $(x>2)$ وي افاده مثبت ده، او دهغو قیمتونو څخه چې له (-2) څخه لوی او له (2) کوچنی $(-2<x<2)$ وي منفي ده. په پایله کې د غیرمساوات د حل سټ عبارت له $x<-2$ او د $x>2$ یا $\{x\in R : x<-2\}\cup\{x\in R : x>2\}$ یا $(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$

مثال: د $\frac{2x}{5x+3}\geq 1$ کسري غیرمساوات حل کړئ.

حل: د غیرمساوات د حل سټ پیداکولو لپاره لومړی کسري افاده یو وار د صفر څخه کوچنی یا لویه لیکو:

$$\frac{2x}{5x+3}\geq 1 \Rightarrow \frac{2x}{5x+3}-1\geq 0$$

$$\frac{2x-(5x+3)}{5x+3}\geq 0 \Rightarrow \frac{-3x-3}{5x+3}\geq 0$$

$$-3x-3=0 \Rightarrow x=-1$$

$$5x+3=0 \Rightarrow x=\frac{-3}{5}$$

اوس د غیرمساوات د علامې د ټاکلو له جدول څخه د غیرمساوات حل په لاس راورو.

x		-1		$-\frac{3}{5}$	
$-3x-3$	$+$	0	$-$		$-$
$5x+3$	$-$		$-$	0	$+$
$\frac{-3x-3}{5x+3}$	$-$	0	$+$ د نامساوي حل	نه دی تعریف شوی	$-$

له پورتنی جدول په پاملرنې سره د غیرمساوات حل عبارت دی له: $\{x\in IR : -1\leq x<\frac{-3}{5}\}$

په بشپړ ډول د کسري نامساوي د حل لپاره په لاندې ډول پر مخ ځو:

- غیرمساوات داسې لیکو چې له صفر څخه کوچنی یا لویه وي.
- غیرمساوات د علامو د ټاکلو له جدول څخه د غیرمساوات د حل سټ په لاس راورو.

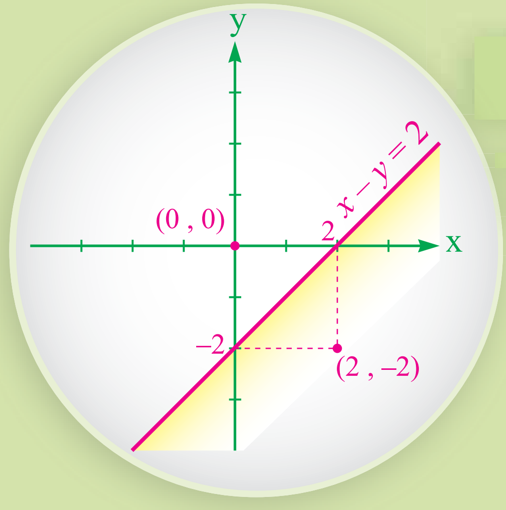
پوښتنې

د لاندې غیرمساواتو د حل سټ پیدا کړئ.

1) $\frac{-x-9}{2x+4}<0$ 2) $\frac{6x+7}{7-6x}\leq 0$ 3) $\frac{x+10}{2x-3}\geq 0$ 4) $\frac{7x-2}{3-2x}>3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

خطي دوه متحوله غیرمساوات



د $x-y=2$ مستقیم خط د وضعیه کمیاتو مستوي په دوه پاسني او لاندیني ناحیو ویشي.
د کومې ناحیې د ټکو مختصات په $x-y<2$ غیرمساوات کې صدق کوي.

د $x-y<2$ نامساوي چې په هغه کې د x او y متحولین لومړۍ درجه دي یو خطي دوه متحوله غیرمساوات بلل کېږي.

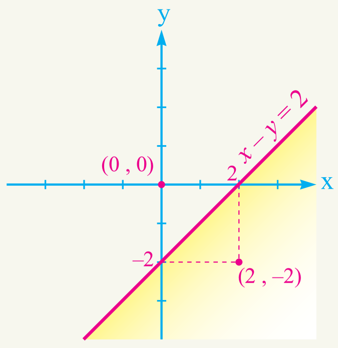
فعالیت

- د (x,y) مرتبي جوړې داسې په لاس راوړئ چې په $x-y<2$ غیرمساوات کې صدق وکړي.
- څومره مرتبې جوړې پیداکولای شئ چې په پورتنی غیرمساوات کې حقیقت ولري.

- ایا کولای شئ چې نورې مرتبې جوړې پیداکړئ چې په پورتنی غیرمساوات کې صدق وکړي.

په پورتنیو حالاتو کې ویلای شو چې:

د $ax+by<c$ نامساوي چې په هغه کې b,a او c حقیقي عددونه او $a\neq 0$ یا $b\neq 0$ وي خطي دوه متحوله غیرمساوات بلل کېږي.
د دې غیرمساوات د حل سټ د هغو عددونو مرتبې جوړې دی چې په نامساوي کې صدق کوي.



لومړی مثال: د $x-y<2$ دوه متحوله غیرمساوات د حل سټ پیداکړئ.

حل: د دې غیرمساوات د حل لپاره لومړی $x-y=2$ کرښه د وضعیه کمیاتو په مستوي کې رسموو. لیدل کېږي چې د $x-y=2$ مستقیمه کرښه د وضعیه کمیاتو مستوي په

دوو ناحیو ویشي د دې لپاره چې و پوهېږو د کومې ناحیې د عددونو مرتبې جوړې په غیرمساوات کې صدق کوي له هرې ناحیې څخه یوه مرتبه جوړه ټاکو او په غیرمساوات کې یې وضع کوو.

د مثال په ډول $(0,0)$ مرتبه جوړه په غیرمساوات کې صحیح دی.

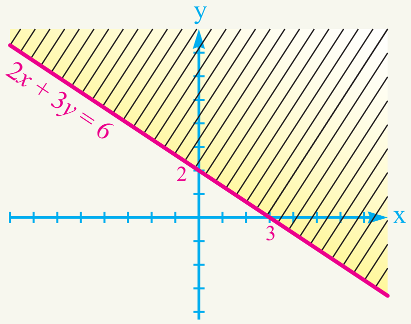
$$0-0<2 \quad \Rightarrow \quad 0<2$$

نو هغه ټکی چې د مستقیمی کرښې پورته خوا ته دی د غیرمساوات حل دی.

د غیرمساوات د حل سټ د ښودلو لپاره هغه اړخ د مستقیمی کرښې توروو چې په غیرمساوات کې سم والی نه لري.

پوښتنه: څو نور ټکی د مستقیمي کرښې څخه پورته او ښکته خواته وټاکی پورتنی پایله وڅیړئ.

دویم مثال: د $2x+3y<6$ نامساوي د حل سټ پیدا کړئ.



حل: لومړی د $2x+3y<6$ کرښه د وضعیه کمیاتو په مستوي کې رسموو وروسته د غیرمساوات د حل سټ پیداکولو لپاره د مستقیم د پاسه یا ښکته خوا د یوه ټکی مختصات ټاکو او په غیرمساوات کې یې وضع کوو که حقیقت یې درلود هغه اړخ د غیرمساوات حل دی او بل عکس نه دی.

لکه د $(0,0)$ د وضعیه کمیاتو مبدا مرتبه جوړه په پام کې نیسو:

$$2x+3y<6$$
$$2\times(0)+3\times(0)<6$$
$$0<6$$

ځرنگه چې نوموړی ټکی مختصات په غیرمساوات کې حقیقت لري نو د کرښې لاندې خوا ټکي د غیرمساوات د حل سټ دی.

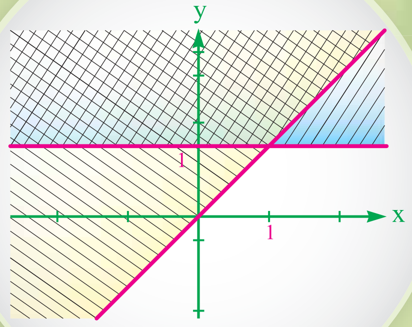
پوښتنې

1) $3x-2<5x+y$ 2) $2y<3x$ 3) $x+y>0$

4) $2x-6y\geq 8x+4y$ 5) $x+y<0$ 6) $5x-3y<-1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوه متحوله خطي غیرمساواتو سیستمونه



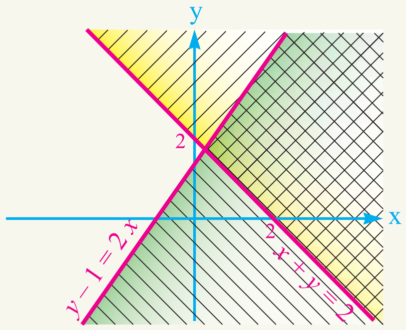
د لاندې غیرمساواتو د حل سټ پیدا کړئ.
ایا کولای شئ اټکل وکړئ چې مخامخ شکل د کومو نامساواتو د حل ساحه راښیي.

د $\begin{cases} x+y<2 \\ y-1>2x \end{cases}$ د غیرمساواتو سیستم چې په هغه کې دوه خطي دوه متحوله غیرمساوات دی د غیرمساوات سیستم بلل کېږي.

د غیرمساواتو سیستم له حل څخه مطلب دا دی چې هغه مرتبې جوړې پیدا کړو چې په یوه وخت کې په دواړو غیرمساواتو کې صدق وکړي.

لومړی د هر یوه نامساوي حل د وضعیه کمیاتو په مستوي کې په لاس راوړو.

هغه ناحیه چې ګډه نه ده خط، خط شوی د غیرمساوات همزمان د حل په سټ کې ګډون لري او دا ناحیه د غیرمساوات د سیستم حل دی.



د $x+y=2$ کرښې د رسمولو لپاره که $x=0$ وي $y=2$ او که $y=0$ وي نو $x=2$ کېږي او د $y-1=2x$ کرښه کې که $x=0$ وي $y=1$ او که $y=0$ وي نو $x=\frac{-1}{2}$ سره کېږي.

د دوه متحوله خطي غیرمساوات د سیستم د حل لپاره داسې عمل کوو:
لومړی د هر یوه دوه متحوله خطي نامساوي د سیستم حل د وضعیه کمیاتو په مستوي کې ټاکو.
هغه ناحیه چې په یوه وخت کې د دواړو غیرمساواتو د حل د سټ یوه برخه وي د سیستم حل دی.

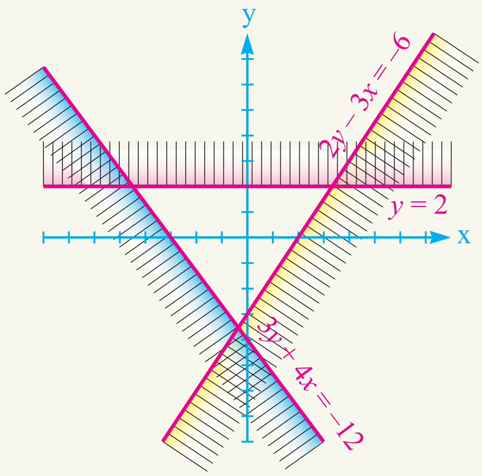
(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: د لاندې غیرمساواتو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} 2y-3x>-6 \\ y-2<0 \\ 3y+4x>-12 \end{cases}$$

حل: لومړی د پورتنی غیرمساوات هره یوه کرښه رسموو یعني:

$2y-3x=-6$, $y-2=0$ او $3y+4x=-12$



د $2y-3x=-6$ رسمولو لپاره که $x=0$ وي $y=-3$ او د $y-2=0$ ګراف لپاره که $x=0$ وي $y=2$ کېږي او د $3y+4x=-12$ کرښې د رسمولو لپاره که $x=0$ وي $y=-4$ کېږي چې د نوموړو قیمتونو په مرسته یې ګراف په مخامخ بڼه رسموو .

وروسته د هرې یوې غیرمساوات د حل ساحه په بیل بیل ډول ټاکو.
د ورکړل شوو نامساواتو سیستم د حل سټ په شکل کې نه دي توري شوي ناحیې په شکل لیدل کېږي.

پوښتنې

د لاندې سیستمونو د حل سټ د ګراف په مرسته په لاس راوړئ.

1) $\begin{cases} x<3 \\ 2x+y<4 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x+3y<9 \\ 5x-2y>5 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x<3 \\ y>2 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x-3y<-3 \\ 5x-2y>9 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x+y<4 \\ x-y<3 \\ 5x-y>1 \end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د څپرکي لنډيز

- که چيرې عددونه د دې علامو ($<, \leq, >, \geq$) په مرسته يو له بل سره اړيکه ولري د غيرمساوات په نامه يادېږي.
- که د يوه غيرمساوات دواړو خواوو ته يو حقيقي عدد ور جمع يا تفريق کړو په نامساوي کې بدلون نه راځي.
- که د يوه غيرمساوات دواړه خواوې په يوه مثبت حقيقي عدد د صفر خلاف ضرب يا تقسيم شي په نامساوي کې بدلون نه راځي.
- که د يوه غيرمساوات دواړه خواوې په يوه منفي حقيقي عدد د صفر خلاف ضرب يا وويشل شي د غيرمساوات لورې بدلون کوي.

تړلی انټروال	$[a,b]=\{x\in IR : a\leq x\leq b\}$
خلاص انټروال	$(a,b)=\{x\in IR : a< x< b\}$
نيمه خلاص انټروال	$(a,b]=\{x\in IR : a< x\leq b\}$
نيمه تړلی انټروال	$[a,b)=\{x\in IR : a\leq x< b\}$

- د يوې کسري افادې د علامې د ټاکلو لپاره لومړۍ د صورت او مخرج علامه بېله بېله ټاکو وروسته د علامو د ويش حاصل په لاس راوړو.
- د $x+3\leq 5$ دوه متحوله خطي غيرمساوات د سيستم د حل لپاره داسې عمل کوو.

لومړۍ د هر دوه متحوله خطي غيرمساوات د سيستم حل د وضعيه کمياتو په مستوي کې ټاکو. هغه ناحيه چې په يوه وخت کې د دواړو غيرمساواتو د حل د سټ يوه برخه وي د سيستم حل

د شپږم څپرکی پوښتني

دی.

• په لاندې سوالونوکې د هر سوال لپاره څلور ځوابه ورکړل شوی دي، سم ځواب په نښه کړئ.

1- د لاندې نامساواتو څخه کوم یو سم دی:

$a)\ \frac{1}{2}+\frac{3}{6}\leq 2-\frac{1}{3}$ $b)\ \frac{3}{2}>\sqrt{2}$ $c)\ \sqrt{9+16}\geq 5$ $d)$ د b,a او c ځوابونه

2- د $x+3\leq 5$ نامساوي د حل سټ عبارت دی له:

$a)\ \{x\in IR: x\leq 2\}$ $b)\ \{x\in IR: 2\leq x\}$

$c)\ \{x\in IR: x\leq 8\}$ $d)\ \{x\in IR: x<-2\}$

3- د لاندې انټروالونو څخه کوم یو د $2x+3\geq 1$ نامساوات د حل سټ دی

$a)\ [-2,\infty)$ $b)\ (2,\infty)$ $c)\ (1,\infty)$ $d)\ (-2,\infty)$

4- که $0<a<b$ څخه وي د لاندې اړیکو څخه کومه یوه سمه ده.

$a)\ \frac{1}{b}<\frac{1}{a}$ $b)\ \frac{-1}{b}<\frac{-1}{a}$ $c)\ -b<-a$ $d)$ جوابهای b,a و c

5- د لاندې انټروالونو څخه کوم یو د $\frac{x+3}{3-x}>0$ نامساوي د حل سټ دی.

$a)\ (-3,3)$ $b)\ (-\infty,3)$ $c)\ (-3,\infty)$ $d)\ (-3,3)$

• تش ځایونه په مناسبو کلمو سره ډک کړئ.

1- د $ax+by<0$ نامساوات کې د ټولو هغه .... سټ چې په نامساوات کې صدق وکړي د پورتنی نامساوات د حل سټ بلل کیږي.

۲- د $[4,5]$ انټروال د .... په نامه یادیږي.

۳- د $2x+4$ بینوم د .... قیمتونو لپاره یادیږي.

٤- د $-x+\frac{1}{2}$ بینوم د .... قیمتونولپاره مثبت کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

٥- د $2x+5 \le \frac{1}{5}-x$ نامساوي د حل سټ عبارت دی له ....

• د لاندې جملو څخه کومه یوه سمه د هغې په مخ کې د(س) توري او د ناسمې په مخ کې د(ن) توري ولیکئ.

1- (   ) د یوې غیرمساوات د حل سټ یو عنصر لري.

٢- (   ) د $\{x \in R \ : 2 \le x < 5\}$ یو تړلی انتروال دی.

٣- (   ) د غیرمساواتو د سیستم د حل سټ د وضعیه کمیاتو د مستوي یوه برخه ده.

٤- (   ) د خطي غیرمساوات د حل ستونه بې شمیره دی.

٥- (   ) څرنګه چې $-2<3$ څخه دی نو له دې ځایه دا پایله $-\frac{1}{2}<\frac{1}{3}$ اخیستلای شو.

• لاندې پوښتنې په بشپړ ډول حل کړئ:

1- د لاندې غیرمساوات ګانو حل په لاس راوړئ.

$a)\ \frac{x-5}{4}-\frac{x-8}{3}<0$

$b)\ x-2<3(2x-9)$

$c)\ (x-3)(x+3)<0$

$d)\ \frac{3x+4}{x}-1<0$

$e)\ 1-\frac{2}{x}\le 3$

2- لاندې انتروالونه د عددونو پر محور وښیئ.

$a)\ [-1,2]$ $b)\ (-2,1]$ $c)\ [-1,1)$ $d)\ (-2,2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

3- د لاندې عددونو سېټونه د انټروال په بڼه وليکئ او د عددونو پر محور يې وښيئ.

$a)\ \{x \in IR : x \leq 2\}$　　$b)\ \{x \in IR : x \leq 5\}$

$c)\ \{x \in IR : -1 \leq x \leq 6\}$　　$d)\ \{x \in IR : -4 < x < 2\}$

4- د لاندې غيرمساوات د سيستم حل پيدا کړئ:

$a)\ \begin{cases} y > x \\ 3y < 2 \end{cases}$

$b)\ \begin{cases} 2x - y > 0 \\ x - 2y < 0 \end{cases}$

$c)\ \begin{cases} x + y < 2 \\ y - 4 > 2x \end{cases}$

$d)\ \begin{cases} 2x + 2y < 8 \\ 3x - 3y < 9 \\ 10x - 2y > 2 \end{cases}$

$e)\ \begin{cases} y > 2 \\ x > -3 \\ y + x < 0 \end{cases}$

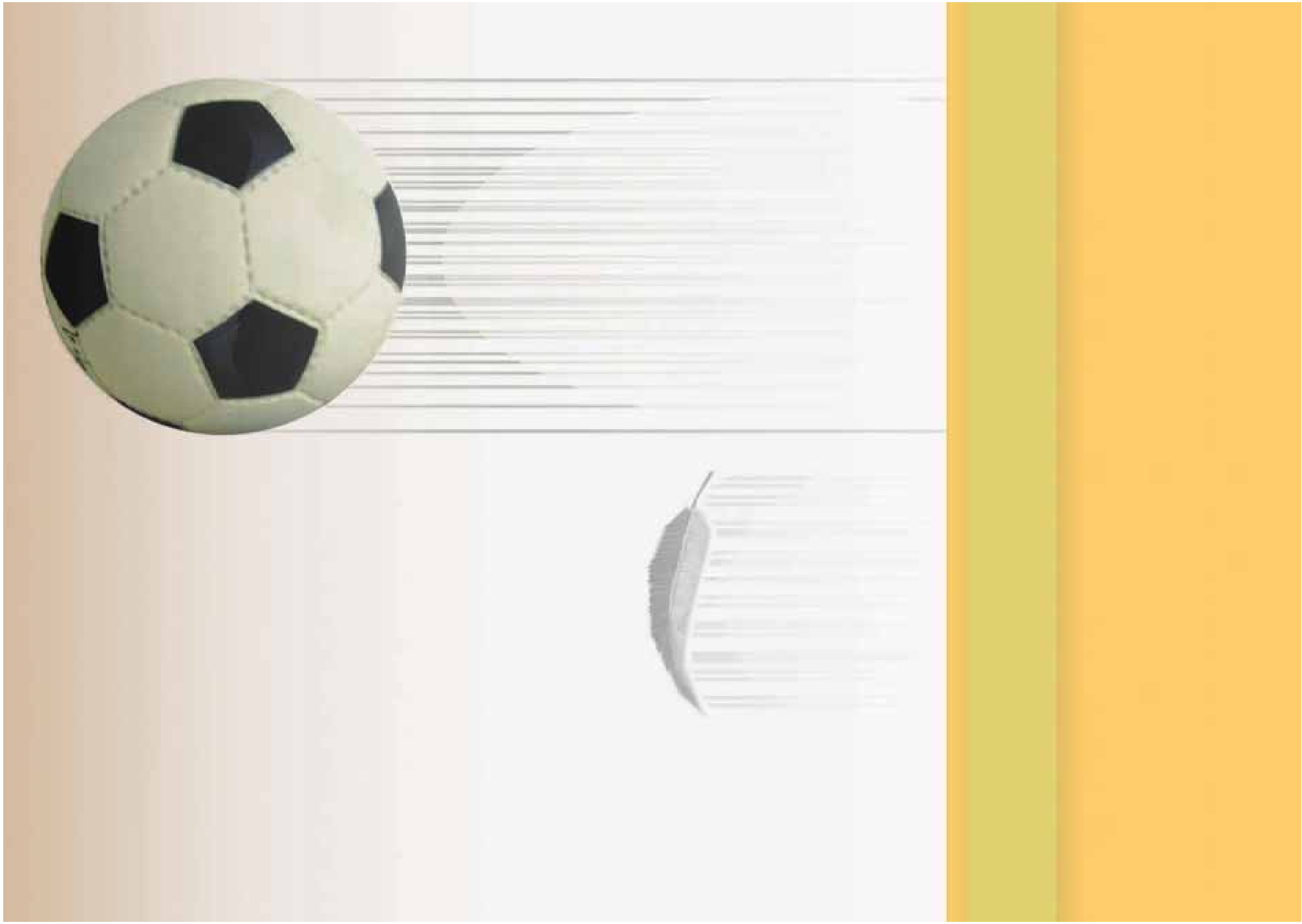
$f)\ \begin{cases} y < 2 \\ x < -3 \\ y + x > 0 \end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

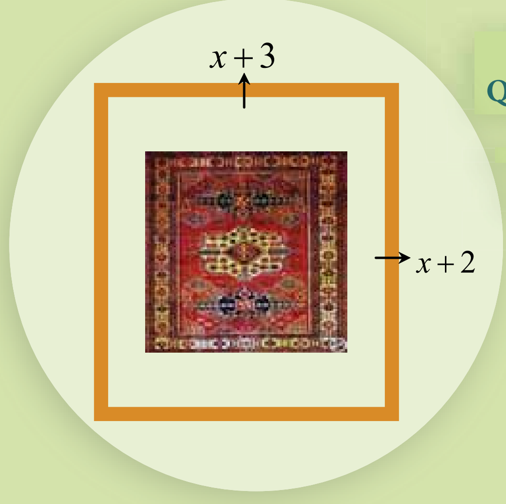
اووم څپــــرکی

دویمه درجه یو مجهوله معادله

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویمه درجه یو مجهوله معادلې
Quadratic Equation



کـه چیرې یـوه کوټه د یوې مربع شـکلې قالین په واسـطه داسـې فرش شي چې د کوټـې اوږدوالی $3m$ او سـور یې $2m$ په اندازه د قالین د څنډې څخه زیاد وي، لکـه مخامخ شـکل، وواياسـت چې د کوټې مساحت څومره دی؟

فعالیت

- الجبري افاده تعریف کړئ.
- معادله تعریف کړئ.
- د یو مجهوله لومړی درجې معادلې یوه بېلګه ولیکئ.
- د یو مجهوله لومړی درجې معادلې عمومي شکل ولیکئ.
- د $(x-2)(x+3)=0$ معادلې د قوسونو د ضرب حاصل پیدا کړئ.
- د پورتنې معادلې درجه د $x+4=3x-1$ معادلې له درجې سره پرتله کړئ.

هغه معادلې چې یو مجهول ولري او د هغې درجه دوه وي یو مجهوله دویمه درجه معادله بلل کېږي، چې عمومي شکل یې $ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$ چې b, a او c حقیقي اعداد او x مجهول بلل کېږي که چیرې $b=0$ یا $c=0$ وي په دې حالت کې دې ډول معادلې ته نیمګړې دویمه درجه معادله وايي.

لومړی مثال: یو تار چې یو متر اوږدوالی لري غواړو د هغې څخه یو مستطیل چې مساحت یې $600cm^2$ دی جوړ کړو د دې مستطیل اوږدوالی او سور خرنګه وټاکو.

حل: که د مستطیل اوږدوالی x او سور یې په y وښیو د مستطیل محیط $2(x+y)=100 \dots I$ اړیکې او مساحت یې $x\times y=600 \dots II$ اړیکې څخه په لاس راوړو.

$$\begin{cases}2(x+y)=100\\ x\cdot y=600\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+y=50 \quad \dots\dots\dots\dots \; I\\ x\cdot y=600 \quad \dots\dots\dots\dots \; II\end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د I معادلې څخه د y قیمت د x له جنسه په لاس راوړو او په II معادله کې وضع کوو:

$$\begin{cases} 2(x+y)=100 \\ x\cdot y=600 \end{cases} \Rightarrow x(50-x)=600$$

$$50x-x^2=600$$

څرنګه چې په پورتنۍ معادله کې د x درجه دوه ده نو نوموړې معادله دویمه درجه ده د معادلو د حلونو پیداکولو لپاره بیلابیلې لارې شته چې هغه تر څېرنې لاندې نیسو.

دویم مثال: هغه عدد په لاس راوړئ چې مربع یې د 6 په اندازه له خپل عدد څخه زیاته وي.

حل: که چیرې عدد په X ونوموو؛ نو پورتنی بیان د ریاضي په بڼه داسې لیکو:

$x^2=6+x$ یا $x^2-x-6=0$

د دې ډول معادلو حل به په راتلونکي لوست کې وڅیړو.

دریم مثال: په لاندې معادلو کې د عمومي شکل له مخې د b, a او c ضریبونو قیمتونه ولیکئ.

حل:

$a)\ 2x^2-4x+1=0$ $b)\ 3x-x^2=4$ $c)\ 4x^2-1=0$

$d)\ 7x^2=49$ $e)\ x^2-4=0$ $f)\ \frac{3}{4}-x^2=\frac{2}{3}x$

جزء	معادلې	د a ضریب	د b ضریب	د c ضریب
a	$2x^2-4x+1=0$	2	–4	1
b	$3x-x^2=4$	–1	3	–4
c	$4x^2-1=0$	4	0	–1
d	$7x^2=49$	7	0	–49

پوښتنې

1 - په لاندې معادلو کې مکملې او نیمګړې دوهم درجه یو مجهوله معادلې په ګوته کړئ.

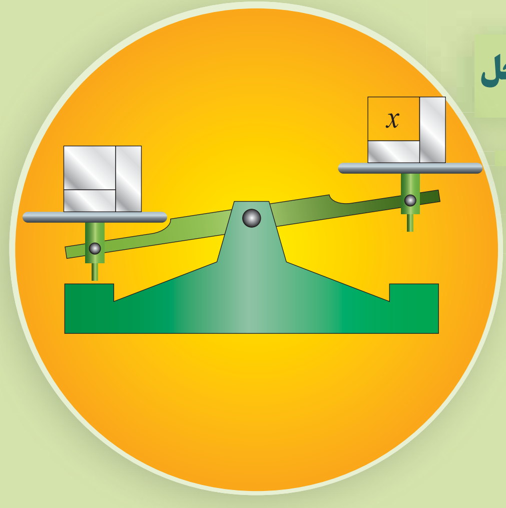
$a)\ 6-2x+x^2=0$ $b)\ 5x^2-3x+1$ $c)\ \sqrt{2}x^2-4x=0$ $d)\ -x^2=3$

2- په لاندې معادلو کې د a، b او c ضریبونه وښیئ.

$a)\ 6x^2-4x=2$ $b)\ 3x-4=x^2$ $c)\ 4x-x^2-6=4x^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دویمه درجه یو مجهوله معادلې حل



آیا کولای شي چې د x لپاره داسې قیمت پیدا کړئ چې تله په تعادل کې راشي.

فعالیت

- د $2x+4=3x-1$ معادلې حل پیدا کړئ.
- پورتنی مساوات د x د بېلابېلو قیمتونو لپاره په مخامخ جدول کې وڅېړئ.

x	$2x+4$	$3x-1$
-3		
-2		
0		
5		

- د جدول او پاسنی پوښتنې په پام کې نیولو سره توضیح ورکړئ چې د معادلې د حلولو پیداکول یعنې څه؟
- مخامخ جدول پوره او د هغې له مخې د $x^2-4x+3=0$ معادلې حلونه په لاس راوړئ.

x	x^2-4x+3
-3	
-2	
-1	
0	
1	

هغه قیمتونه چې په یوه دویمه درجه معادله کې برابروالی راولي د یو مجهوله دویمې درجې معادلې حل بلل کېږي.

لومړی مثال: هغه عدد پیداکړئ چې مربع یې د 12 واحدو په اندازه له عدد څخه ډېره وي.

حل: که چیرې عدد ته x ووایو نو الجبري عبارت داسې بڼه نیسي:

$$x^2=x+12$$

څرنګه کولای شو چې د پورتني مساوات څخه د هغې حل پیدا کړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که چیرې $x=1$ په معادله کې وضع کړو نو لیدل کېږي، چې د مساوات ښی اړخ د 13 عدد او کیڼ اړخ ته یې د 1 عدد په لاس راځي. په معادله کې د $x=2$ قیمت په وضع کولو سره لیدل کېږي، چې د مساوات ښی اړخ ته 14 او کیڼ اړخ ته یې د 4 عدد په لاس راځي او د $x=3$ په وضع کولو سره لیدل کېږي چې ښی اړخ ته د 15 عدد او کیڼ اړخ ته د 9 عدد دی.
په همدې ترتیب د نورو قیمتونو په وضع کولو سره لکه $x=4$ لیدل کېږي، چې د مساوات ښی اړخ ته د 16 عدد او کیڼ اړخ ته هم 16 عدد په لاس راځي لیدل کېږي، چې د 16=16 مساوي کېږي نو $x=4$ د معادلې یو حل دی.

x	x^2	$x+12$
1	1	13
2	4	14
3	9	15
4	16	16

د پورتني لارې لنډیز چې د معادلې حل د پیدا کولو لپاره مو ترې ګټه واخیسته کولای شو په مخامخ جدول کې داسې ولیکو.
ایا کولای شو چې د دویمې درجې معادله د حل لپاره یوه بشپړه لاره پیدا کړو.

دویم مثال: هغه عدد په لاس راوړئ، چې د هغې د مربع جمع د 1 سره مساوي په صفر شي.
حل: د پاسني بیان الجبري افاده عبارت ده له: $x^2+1=0$

x	x^2	-1
1	1	-1
2	4	-1
0	0	-1
-1	1	-1
-2	4	-1
-3	9	-1

د پورتني لارې په خېر د اټکل شویو اعدادو په وضع کولو سره د معادلې د حل په لټولو پیل کوو او پر مخ ځو، د دې کار لپاره د پورتني جدول په څېر مخامخ جدول په پام کې نیسو.
د دې جدول څخه لیدل کېږي چې نشو کولای تعادل برقرار کړو یعنې د x لپاره داسې قیمت نشو پیدا کولای، چې د معادلې دواړې خواوې مساوي کړي. له بلې خوا د معادلې څخه څرګندیږي هر کله چې یو عدد مربع کړو او یو ورسره جمع کړو هیڅ وخت مساوي په صفر نشي کیدلای؛ نو دا دویمه درجه معادله حل نه لري.

پوښتنې

1- یوه دویمه درجه یو مجهوله معادله ولیکئ چې حل و نه لري.

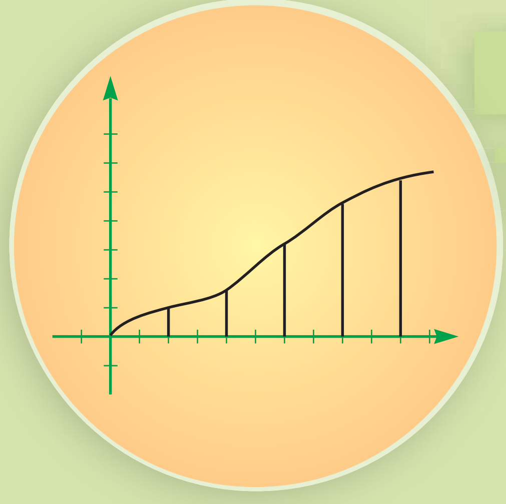
2- لاندې معادلې حل کړئ.

$a)\ x^2-1=0 \qquad b)\ x^2=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

غیر خطي اړیکی(رابطي)



ډاکټران د یوه ماشوم د ونې(قد)اوږدوالی په بیلابیلو وختونو کې په مخامخ ګراف کې څیړي. ایا تاسې تر اوسه پورې د خپلې ونې(قد) د اوږدوالی بدلون ته سوچ کړی دی چې په بیلابیلو وختونو کې څومره وو؟

فعالیت

- د یوې مربع د ضلعې د اوږدوالی او مساحت تر منځ اړیکه په پام کې ونیسئ، د مربع د ضلعې اوږدوالی په x او مساحت یې په y ښیو.
- د x او y اړیکه په یوه معادله کې وښیئ.
- مخامخ جدول پوره کړئ.

x	1	2	3	4	
y		4			25

- د قایمو مختصاتو په سیستم کې د پورتنیو مرتبو جوړو ټکي وټاکئ او یو بل سره یې ونښلوئ.
- د دقیق ګراف رسمولو لپاره، x ته ډېر سره نږدې قیمتونه ورکوو، لاندې جدول پوره کړئ د پورته په څېر ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ او ګراف یې رسم کړئ.

x	0	0.2	0.5	0.8	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2	2.4	2.6	2.8	3
y		0.4			1				3.24	4					9

- د پورتني جدول په مرسته لاندې جدول په خپلو کتابچو کې بشپړ کړئ.

x	−3	−2.8	−2.6	−2.4	−2.2	−2	−1.8	−1.6	−1.4	−1.2	−1	−0.8	−0.5	−0.2	
$y=x^2$															0

- د پورتنیو جدولونو څخه په ګټه د $y=x^2$ معادلې ګراف په ډېر دقت رسم کړئ.

د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي.

پایله: په پورتنی فعالیت کې مو ولیدل چې د $y = x^2$ معادلې گراف مستقیم نه دئ.

مثال: د $\begin{cases} y = x^2 \\ y = x+1 \end{cases}$ سیستم معادلاتو گراف د قایمو مختصاتو په سیستم کې رسم کړئ، او گډ حل یې پیدا کړئ.

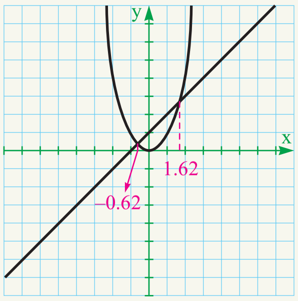
حل: د هغو لارو څخه چې مخکې مو د گراف د رسمولو لپاره تر پ گټه واخیسته د پورتنیو معادلو د گرافونو د رسمولو لپاره د هغو د عددونو جدولونه ترتیب او مرتبې جوړې یې د مختصاتو په سیستم کې پس له ټاکلو د معادلو گرافونه رسموو.

- د $y = x^2$ لپاره لرو:

x	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
$y = x^2$	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25

- د $y = x+1$ لپاره:

x	0	1
$y=x+1$	1	2



د گراف له مخې د گډ حل د ټکو ورنژدی قیمتونه یې مساوي په:

$$x_1 = 1.62 \ , \ x_2 = -0.62$$

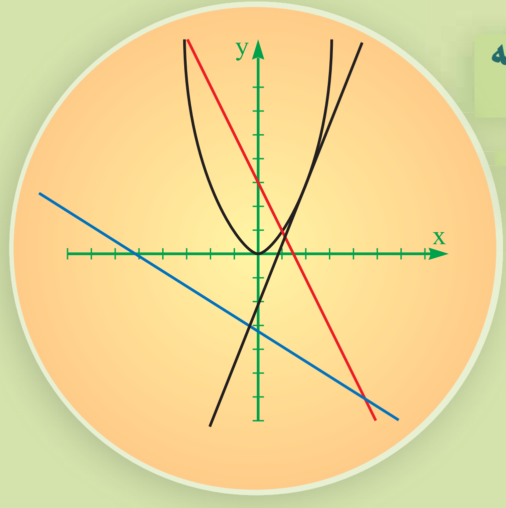
پوښتنې

1- د $\begin{cases} y = x^2 \\ y = x-2 \end{cases}$ سیستم د معادلاتو گراف رسم کړئ.

2- د $\begin{cases} y = x^2 \\ y = 0 \end{cases}$ سیستم د معادلاتو گراف رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library



د دویمي درجې معادلې حل په هندسي لاره(طريقه)

پــه مخامخ شــکل کې مســتقيم خط له ورکړل شــوی منحني سره په څو حالتونو کې قرار لري؟

فعاليت

- ايا د $x^2-6x+7=0$ معادله کولای شو چې داسې $x^2=6x-7$ وليکو؟
- کـه چيرې نومورې مسـاواتو له y سـره مسـاوي وي $y=x^2=6x-7$ نو $y=x^2$ او $y=6x-7$ دي.
- د $\begin{cases} y=x^2 \\ y=6x-7 \end{cases}$ معادلو د سيستم ګراف د مختصاتو په سيستم کې رسم کړئ.
- د پورتني سيستم ګرافونه يو بل په څو نقطو کې قطع کوي؟
- د پورتني سيستم حل د ګرافونو د تقاطع له ټکو سره څه اړيکه لري.

د پورتني فعاليت څخه لاندې پايله په لاس راځي:

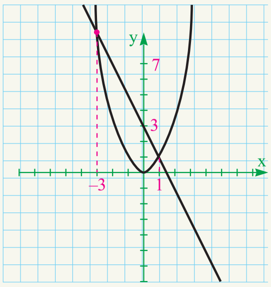
- هره دويمه درجه معادله کولای شو چې د $y=x^2$ معادلې او د $y=ax+b$ کرښه ايزو معادلو په څېر وليکو.
- د x ټکی د پرېکړې مختصه(په هغه صورت کې چې وي) د دويمې درجې معادلې حل دی د پورتني کړنې په مرسته د دويمه درجه معادلې حل پيداکول د هندسي حل په نامه ياديږي.

لومړی مثال: د $x^2+2x-3=0$ معادلې حل په هندسي لاره پيدا کړئ.

حل: د $x^2+2x-3=0$ معادله کولای شو په لاندې ډول وليکو او ګراف يې رسم کړو.

$$x^2=-2x+3 \Rightarrow \begin{cases} y=x^2 \\ y=-2x+3 \end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



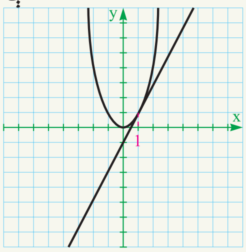
x	–2	–1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

x	0	3
y	3	–3

له شکل څخه ليدل کېږي چې مستقيم خط منحني په دوو ښلو ټکو کې قطع کوي چې د پرېکړې ټکي د x مختصه د دويمه درجه معادلې حل دی يعني $x_1=-3$, $x_2=1$

دويم مثال: د $x^2+2x+3=0$ معادلې حل د هندسي لارې په مرسته پيدا کړئ.

حل: د $y=x^2$ معادلې او د $y=2x-1$ مستقيمې کرښې شکلونه رسموو.



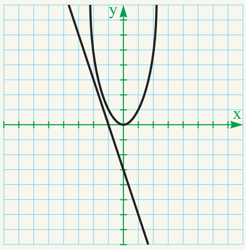
$$\begin{cases} y=x^2 \\ y=2x-1 \end{cases}$$

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	+9	4	1	0	1	4	9

x	0	–1
y	–1	-3

ليدل کېږي، چې کرښه له منحني سره په يوه نقطه کې مماس ده چې ددې نقطې مختصه (قيمت) د معادلې حل دی.

دريم مثال: د $x^2+3x+3=0$ معادلې حل په هندسي لاره پيدا کړئ.



$$\begin{cases} y=x^2 \\ y=3x-3 \end{cases}$$

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	+9	4	1	0	1	4	9

x	0	–1
y	–3	0

ليدل کېږي، چې مستقيم خط منحني نه قطع نو دويمه درجه معادله حل نه لري.

يادونه:

که چيرې منحني په دوو ټکو کې پرې کړي معادله دوه حله لري.

که چيرې منحني په يوه ټکي کې پرې کړي معادله يو حل لري.

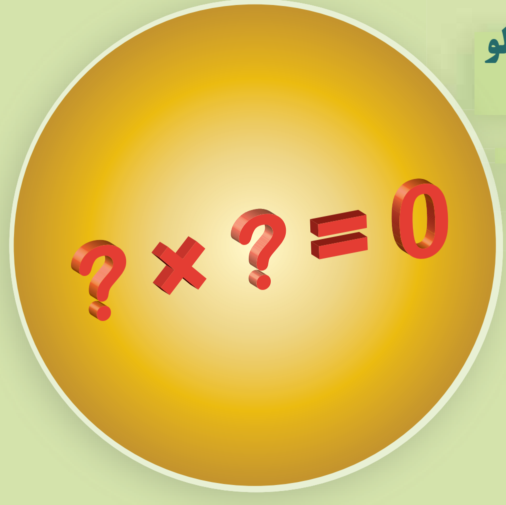
که چيرې منحني قطع يا غوڅ نه کړي، معادله حل نه لري.

پوښتنې

1- د لاندې معادلو حل په هندسي لاره(طريق) پيدا کړئ.

$a)\ x^2-2x+2=0$ $\quad b)\ x^2-6x+8=0$ $\quad c)\ x^2-5+7=0$

د يو مجهوله دوهمه درجه معادلو حل د تجزيي په لاره(طريقه)



د دوو عددونو د ضرب حاصل څه وخت مساوي په صفر دی.

فعاليت

- که a او b دوه حقيقي عددونه وي څه وخت $a \times b = 0$ کېږي.
- د $(x-1)(2x+3)$ د ضرب حاصل په پام کې ونيسئ، ايا ويلای شئ چې څه وخت دا حاصل ضرب مساوي په صفر دی؟
- د $2x^2 + x - 3 = 0$ معادله د $(x-1)(2x+3)$ حاصل ضرب سره څه اړيکه لري؟
- د مخکيني لارې(طريقي) څخه په ګټه اخيستنې سره د $2x^2 + x - 3 = 0$ معادلې حلونه پيدا کړئ او د $(x-1)(2x+3) = 0$ معادلې له حلونو سره يې پرتله کړئ.

د پورتنی فعاليت پايله په لاندې ډول په لاس راورو:

پايله: که وکړای شو، چې دويمه درجه معادله د دوو خطی افادو د ضرب د حاصل په شکل واړوو نو په دې حالت کې د معادلې حل ساده کېږي، چې په لاندې ډول عمل کوو:

- د اعدادو له خاصيتونو څخه پوهېږو چې د دوو عددونو د ضرب حاصل هغه وخت صفر دی چې يو د هغوی د ضربي اجزاوو څخه يو مساوي په صفر وي، دا مسئله د الجبري افادو لپاره هم سمه ده.
- د هرې خطي الجبري افادې حل چې د يوې دوهمې درجې معادلې مساوي ده، د دويمې درجه معادلې حل دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $x^2-7x+6=0$ معادلې حل د تجزيې په مرسته په لاس راوړئ.

حل: د x^2-7x+6 له تجزيې څخه لرو چې:

$$x^2-7x+6=(x-1)(x-6)=0$$

د نومورې ضرب حاصل هغه وخت صفر دی چې يو د هغو فکټورونو څخه مساوي په صفر وي او يا دواړه صفر وي؛ يعنې:

$$1)\ x-1=0 \quad \Rightarrow \quad x_1=1$$

$$2)\ x-6=0 \quad \Rightarrow \quad x_2=6$$

نو 1 او 6 د $x^2-7x+6=0$ معادلې حلونه دي.

دويم مثال: د $2x^2-5x-3=0$ معادلې حل د تجزيې په لاره(طريق) پيدا کړئ.

حل: تر اوسه مو هغه معادلې په فکټورونو تجزيه کړي، چې د x^2 ضريب (1) وو خو د هغو معادلو چې د x^2 ضريب يې يو نه وي په لاندې ډول يې بدلوو د دې لپاره چې د x^2 ضريب يوه کامله مربع شي د معادلې دواړه خواوې د x^2 په ضريب کې ضربوو:

$$A=2x^2-5x-3$$

$$2A=4x^2-10x-6=(2x)^2-5(2x)-6$$

$$2A=(2x+1)(2x-6)$$

$$A=\frac{1}{2}(2x+1)(2x-6)$$

$$A=(2x+1)(x-3)$$

او د A د معادلې د حل لپاره لرو:

$$1)\ 2x+1=0 \quad \Rightarrow \quad x_1=-\frac{1}{2}$$

$$2)\ x-3=0 \quad \Rightarrow \quad x_2=3$$

پوښتنې

لاندې معادلې د تجزيې په لاره(طريقه) حل کړئ.

1) $x^2+4x+3=0$

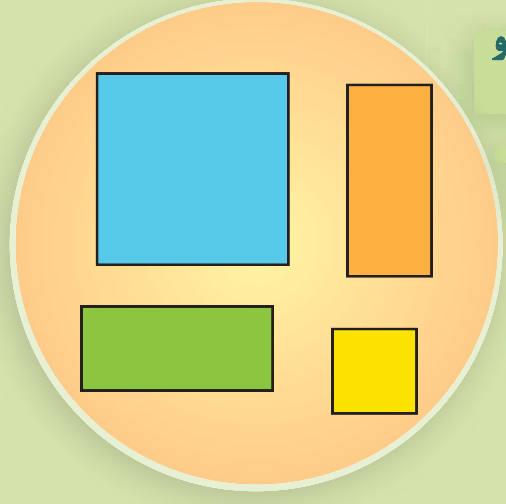
2) $x^2+x-2=0$

3) $x^2-6x+8=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

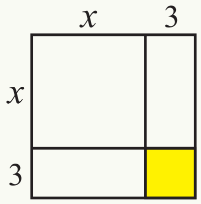
(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويمې درجې يو مجهوله معادلو حل د تکميل مربع په طريقه



هڅه وکړئ چې د دې شکلونو له يو ځای کيدو څخه يوه لويه مربع جوړه کړي.

فعاليت



- د يوې مربع د ضلعې اوږدوالی څومره دی.
- د هرې برخې مساحت د هر مستطيل او مربع په مخ وليکئ.
- د $x^2+6x-40=0$ معادله داسې ترتيبوو چې متحول لرونکي حدونه يو اړخ او ثابت عددونه د مساوات بل اړخ ته چاڼ شي.
- متحول لرونکی الجبري افاده څه اړيکه له رنګ شوی مساحت سره لري؟
- د مستطيلونو د مساحت عددي ضريب د دويمه درجې معادلې د x له ضريب سره څه اړيکه لري.
- د يوې مربع مساحت څومره دی.
- د دې لپاره چې د متحول لرونکی الجبري افادې د لويې مربع د مساحت سره برابره شي کوم عدد د تساوي دواړو خواوو ته ورزيات کړو.
- د په لاس راغلی اړيکې څخه د قيمت(د دويمې درجه معادلې حل) په لاس راوړو.

محمد بن موسی دا لاره(طريقه) د دويمه درجه معادلې لپاره پيدا کړله. د دې طريقې په پوره کيدو سره د دويمې درجه معادلو په حل کې په بشپړه(عمومي) توګه ګټه اخيستل کيږي، په دې تګلاره(روش) کې د $x^2+bx+c=0$ دويمه درجه معادله په $(x+p)^2=q^2$ بڼه بدليږي چې د تجزيې پراوونه يې عبارت له:

- لومړی p د x د ضریب د نیمايي سره وضع کوو یعنې $P=\frac{b}{2}$
- وروسته $q^2=-c+(\frac{b}{2})^2$ وضع کوو.
- په پای کې د $x+p=q$ معادله لرو.

لومړی مثال: د $x^2+2x-8=0$ معادله د تکمیل مربع په تګ لاره حل کړئ.

حل: لومړی معادله په لاندې ډول لیکو:

$$x^2+2x=8$$

د x د ضریب نیمايي په لاس راوړو، مربع یې له دواړو خواوو سره جمع کوو:

$$x^2+2x+1=8+1$$

$$(x+1)^2=9$$

$$x+1=3$$

$$x=2$$

یادونه: ټولې دویمه درجه معادلې نشو کولای په دې تګ لاره حل کړو ځکه دا لاره هندسي تعبیر ته اړتیا لري؛ نو ځکه په دې لاره نشو کولای هغه معادلې چې منفي جذرونه لري هم په لاس راوړو.

پوښتنې

لاندې معادلې د تکمیل مربع په طریقه حل کړئ.

a) $x^2+8x-24=0$ b) $x^2-x-\frac{5}{4}=0$ c) $x^2-6x-13=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د محمد بن موسی فورمول یا د تکمیل مربع د طریقې توسعه

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

د $ax^2+bx+c=0$ معادلې دواړه خواوې د x^2 په ضریب وویشو نو وواياست چې مخامخ مساوات حقیقت لري؟ که نه؟

ومو لیدل چې دویمه درجه معادله په عمومي ډول داسې $ax^2+bx+c=0$ لیکو چې په هغې کې b, a او c حقیقي اعداد او a د صفر خلاف یو عدد دی، د دې معادلې د حل لپاره داسې عمل کوو:

- د $ax^2+bx+c=0$ معادلې دواړه خواوې په a ویشو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

- ثابت عددونه د معادلې یو خوا او مجهول حدونه د مساوي بلې خوا ته سره چاپوو د x د ضریب د نیمايي مربع د معالې دواړو خواوو ته جمع کوو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+(\frac{b}{2a})^2=(\frac{b}{2a})^2-(\frac{c}{a})$$

$$(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

د لنډې لیکنې لپاره b^2-4ac په Δ سره ښیوو.

فعالیت

هره دویمه درجه معادله چې $ax^2+bx+c=0$ بڼه ولري، لاندې پوښتنو ته ځوابونه ووایئ:

1- که $\Delta=b^2-4ac=0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

2- که $\Delta=b^2-4ac>0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

3- که $\Delta=b^2-4ac<0$ وي؛ نو ایا معادله د حقیقي عددونو په سټ کې حل لري؟

د پورتني فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي:

لومړۍ پایله: د $ax^2+bx+c=0$ دویمې درجه معادلې چې b, a او c حقیقي عددونه او $a\neq 0$ وي.

د $\Delta = b^2 - 4ac$ د قاسمي په نوم یادیږي.

1- که $\Delta > 0$ وي معادله دوه بیلابیل حلونه لري چې عبارت له:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad , \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

2- که $\Delta = 0$ وي معادله دوه مساوي یا مضاعف حلونه لري چې عبارت له: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

3- که $\Delta < 0$ وي معادله په حقیقي اعدادو کې حل نه لري.

دویمه پایله: د حلونو د جمع او ضرب حاصل

$$x_1 + x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2-\Delta}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

د جذرونو د جمع او د ضرب له حاصل څخه کولای شو د دویمې درجه معادلې په تجزیه کولو کې ګټه واخلو.

لومړی مثال: د $x^2 - 3x + 1 = 0$ معادلې حلونه پیدا کړئ.

حل: لومړی د Δ قیمت پیدا کوو: $\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4\times1\times1 = 5$

څرنګه چې $\Delta = 0$ ده نو معادله دوه حلونه لري.

$$x_1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \quad , \quad x_2 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

دویم مثال: د $9x^2 - 12x + 4 = 0$ حلونه پیدا کړئ.

حل: لرو چې: $\Delta = b^2 - 4ac = (-12)^2 - (4\times9\times4) = 144 - 144 = 0$

څرنګه چې $\Delta = 0$ ده معادله دوه مساوي حلونه لري.

$$x_1 = x_2 = \frac{b}{2a} = \frac{12}{2\times9} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

دریم مثال: د $5x^2 + 3x + 1 = 0$ معادله حل کړئ.

حل: نوموړې معادله حل نه لري ځکه $\Delta < 0$ څخه ده یعنې

$$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4\times5\times1 = 4 - 20 = -16$$

څلورم مثال: د $4x - 3x - 1 = 0$ معادلې د جذرونو د جمع او ضرب حاصل پیدا کړئ.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{3}{4} \quad , \quad x_1 \times x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{4}$$

پوښتنې

لاندې معادلې حل کړئ

a) $x^2 + 4x - 21 = 0$ b) $x^2 + 6x + 9 = 0$ c) $3x^2 - 12x + 60 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اووم څپرکي لنډيز

- د دويمې درجه معادلې عمومي بڼه د $ax^2+bx+c=0$ چې $a\neq 0$ ډول ده.
- هغه معادلې چې د $ax^2+c=0$ او $ax^2+bx=0$ په ډول وي، د دويمې درجې نيمګړې معادلې په نامه يادېږي.
- د $ax^2+bx=0$ معادلې حل عبارت له $x_1=0$, $x_2=-\frac{b}{a}$ دي.
- هره دويمه درجه معادله له دوو برخو مستقيم خط او يوه منحني جوړه شوې ده.
- که يو مستقيم خط يو منحني په دوو نقطو کې قطع معادله دوه حله لري.
- که يو مستقيم له منحني سره مماس وي معادله دوه مساوي حلونه لري.
- که مستقيمه کرښه له منحني سره پرېکړه ونه لري معادله په حقيقي عددونو کې حل نه لري.
- د دوو قوسونو د ضرب حاصل هغه وخت مساوي په صفر دی چې لږ تر لږه يو يې مساوي په صفر وي.
- د حلونو، د جمع حاصل له دې اړيکې څخه $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$ او د حلونو د ضرب حاصل له دې اړيکې $x_1\times x_2=\frac{c}{a}$ څخه په لاس راځي.
- په بشپړه ډول د هرې دويمې درجې معادلې جذرونه يا حل $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ فورمول څخه په لاس راځي، چې $\Delta=b^2-4ac$ دی.
- که چېرې $\Delta>0$ وي معادله دوه حقيقي حلونه لري.
- که چېرې $\Delta=0$ وي معاديه دوه مساوي حلونه لري.
- که چېرې $\Delta<0$ وي معادله په حقيقي عددونو په set کې حل نه لري.
- د دويمه درجه معادلو د تشکيل لپاره ده $x^2-(x_1+x_2)x+x_1\cdot x_2=0$ يا $(x-x_1)(x-x_2)=0$ څخه ګټه اخلو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اووم څپرکي پوښتني

• په لاندې سوالونو کې هر سوال ته څلور ځوابونه ورکړل شوي دي، سم ځواب يې وټاکئ.

1- د $4x = 3x^2$ معادلې b, a او c ضریبونه عبارت دي له:

الف) $a=3\ ,\ b=4\ ,\ c=1$ ب) $a=-3\ ,\ b=4\ ,\ c=1$

ج) $a=4\ ,\ b=3\ ,\ c=-1$ د) هيڅ يو.

2- د $3x^2-8x+5=0$ معادله حلونه عبارت له:

الف) $x_1=1\ ,\ x_2=\frac{5}{3}$ ب) $x_2=1\ ,\ x_1=-\frac{5}{3}$

ج) الف او ب د) هيڅ يو.

3- د $y=x^2$ معادلې ګراف عبارت دی له:

الف) مستقيم دی. ب) منحني دی.

ج) الف او ب. د) هيڅ يو.

4- د $x^2-10x+16=0$ معادلې د حلونو د جمع حاصل برابر دی له:

الف) $x_1+x_2=5$ ب) $x_1+x_2=-5$

ج) $x_1+x_2=8$ د) $x_1+x_2=10$

5- که $\Delta>0$ څخه وي معادله:

الف) دوه مساوي حلونه لري ب) دوه حقيقي او مختلف حلونه لري

ج) حل نه لري د) يو حل لري

• تش ځايونه ډک کړئ.

1- د يو مجهوله دويمه درجه معادلو عمومي بڼه .... ده.

2- $-\frac{b}{a}$ د حلونو .... او $\frac{c}{a}$ د حلونو .... دی.

3- که .... وي معادله حل نه لري.

4- که د معادلې درجه دوه وي معادله .... لري.

5- د $x^2-x+0.25=0$ معادلې حلونه .... او .... دی.

• لاندې پوښتنې ولولئ د سم په مخ کې(س) او د ناسم په مخ کې(ن) کليمه وليکئ.

1 - ( ) که $b^2-4ac<0$ وي، معادله د حقيقي اعدادو په set کې حل نه لري.

2 - ( ) د محمد بن موسی فورمول $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ دی.

3 - ( ) د $2x^2-4x=0$ معادلې يو حل صفر دی.

4 - ( ) د دويمې درجه معادلې د تشکيل لپاره د $x^2-(x_1+x_2)x+x_1\cdot x_2=0$ ياد شخه گټه اخلو. $(x-x_1)(x-x_2)=0$

5 - ( ) که چيرې په يوه دويمه درجه معادله کې د علامو تحول نه وي نو معادله يو منفي حل لري.

• لاندې پوښتنې حل کړئ.

1- په لاندې معادلو کې b,a او c ضريبونه و ښيئ او ووایاست کومه معادله کامله او کومه معادله ناقصه ده.

$a)\ 3x^2-4x+1=0$ $\quad b)\ 3x^2-1=0$ $\quad c)\ 2x^2-6x=0$

2- د لاندې معادلو حل پيدا کړئ.

$a)\ 3x^2+x-4=0$ $\quad b)\ x^2+4x-32=0$ $\quad c)\ 6x^2-x-2=0$

3- لاندې معادلې د تجزيې په لار(طريقه) حل کړئ.

$a)\ x^2-2\sqrt{3}\,x+3=0$ $\quad b)\ x^2+4x-32=0$

$c)\ x^2-2\sqrt{3}+3=0$ $\quad d)\ cx^2-2acx+ca^2=0$

4- لاندې معادلې په هندسي تگ لاره حل کړئ.

$a)\ 2x^2+7x-1=0$ $\quad b)\ x^2-2x+1=0$

5- د لاندې معادلو حل د تجزيې په طريقه حل کړئ.

$a)\ 4x^2+3x-1=0$ $\quad b)\ x^2+\frac{x}{5}=\frac{6}{5}$

$c)\ 2x^2+3x+1=0$ $\quad d)\ x^2+3x=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- د عمومي فورمول څخه په ګټه اخیستنې سره لاندې معادلې حل کړئ.

$a)\ 7x^2-8x+1=0$ $\qquad b)\ x^2-3x+2=0$

$c)\ t^2-0.27+0.6t=0$

7- که دیوه مستطیل مساحت $20cm^2$ او اوږدوالی د عرض دوه برابره وي د مستطیل اوږدوالی او سور پیدا کړئ.

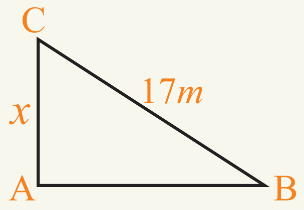
8- که د یوه قایم الزاویه مثلث د قایمو ضلعو اوږدوالی $2a$ او $2a+1$ وي د وتر اوږدوالی یې پیدا کړئ.

9- که دیوه مستطیل مساحت $24cm^2$ او محیط یې $36cm$ وي اوږدوالی او سور یې پیدا کړئ.

10- هغه معادلې ولیکئ چې حلونه یې په لاندې ډول دي.

$a)\ -2,0.5$ $\qquad b)\ 3,-1$ $\qquad c)\ 0,2$ $\qquad d)\ \sqrt{2}-1,2$

11-دوه تنه بایسیکل چلوونکي د A تکي څخه یو ختیځ لور ته او بل شمال لورته حرکت وکړ په هغه وخت کې چې د دوی تر منځ واټن $17m$ دی هغه بایسیکل چلوونکی چې ختیځ لور ته حرکت کړی دی $7m$ زیات واټن له هغه تن څخه چې شمال لور ته حرکت کړی طی کړی دی. هغه الجبري معادله چې د هغې له مخې وکړای شو چې وهل شوی واټن د هر یوه بایسیکل چلوونکی ولیکئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم څپرکی

احصائیه

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډیټا (Data) د ګیډی کولو لاره

آیا تاسې په خپل ټولګی کې تر ټولو جګه ونه لرئ؟ که چیرې د فلپین او یا اندونیزیا ته ولاړ شئ څنګه؟
تاسې په کومه کچه په یوه هیواد کې جګ او په بل هیواد کې لنډ ونې شمیرل کیږي، معیارونه مو کوم دي؟

فعالیت

د یو شمیر کورنیو شمیر چې په څو کلیو کې پرتې دي، په لاندې ډول لیکل شوي اطلاعات په لاس راغلي:

52	49	40	42	45	53	35	38	40	43
51	55	38	39	44	37	46	41	50	56

غواړو دا راکړل شوی ډیټا data په دریو ګیډیو کې داسې ځای په ځای کړو تر څو پوه شو، چې کوم کلي ډیر، منځنی، او کم وګړي لري.

- ایا کولای شو، چې یو یا څو ورکړل شوی ډیټا data له منځه یوسئ؟
- تر ټولو لویې او تر ټولو کوچنی کورنی پیدا کړئ.
- د لږو او ډیرو ډیټاګانو data تر منځ وسعت څومره دی؟
- دا وسعت دګیډیو په شمیر وویشئ. سوچ وکړئ دا عدد څه شی راښیي؟
- د عددونو څخه په ګټه اخستنې سره جدول ډک کړئ.
- میله یي ګراف یې رسم کړئ.

دکورنیو شمیر	دکلیو شمیر
35 - 41	
42 - 48	
49 - 56	

د ډیټا data د دسته بندۍ یاګیډۍ کولو لپاره لاندې ګامونه په وار سره تر سره کړئ.
- د ډیټاګانو د زیات مقدار او کم مقدار وسعت په لاس راوړئ.
- دا وسعت د دستو په تعداد ووېشئ او د اوږدوالی په لاس راوړئ که چیرې حاصل یې طبیعي عدد نه وي کولای شئ هغه(round down)کړئ.
- له دې مقدارونو څخه دستې جوړې کړئ.

مثال: په لاندې جدول کې د 30 روغتونو ناروغان چې په اټکلي ډول نیول شوی داسې راغلي دي:

152	151	152	160	157	140	161	165	163
164	166	170	172	174	154	146	153	149
172	175	165	172	170	169	146	158	177
160	165	168						

دا ډیټاګانې په څلور دستو یاګیډیو کې ځای په ځای کړئ.
- که چیرې د ناروغانو شمېر په یوه روغتون کې له 175 څخه زیات وي هغه روغتون ته ازدهامي(ګڼه ګوڼه) روغتون وایي. څو روغتونونه ازدهامي(ګڼه ګوڼه) دي.
- د ازدهام د پرتله کولو لپاره میله یي ګراف رسم کړئ.

حل: د دې لپاره چې ډاډه شو ټول ارقام په یوه جدول کې ځای په ځای کوو او تر ټولو زیات او تر ټولو کم ارقام یې په لاس راوړو.

$$140 = \text{ترټولو ټیټ رقم}$$

$$177 = \text{تر ټولو لوړ رقم}$$

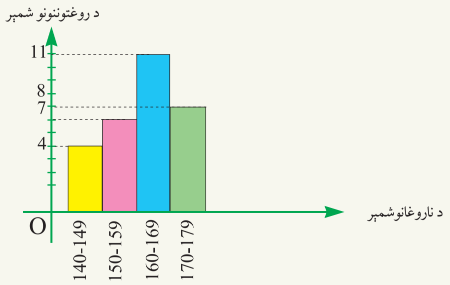
$$\text{لوړ رقم} - \text{ټیټ رقم} = 177 - 140 = 37$$

د دستو یا ګیډیو د اوږدوالی د پیدا کولو لپاره دا وسعت د دستو یا ګیډیو په شمېر ویشو $\frac{37}{4} = 9.25$ ددې عدد څخه د دستې یاګیډۍ په اوږدوالی کې ګټه اخلو. اما د کار د اسانۍ لپاره دا عدد روند ډون یا کښته خوا په پام کې نیسو چې په دې ډول د ګیډۍ اوږدوالی د(9) عددپه لاس راځي.

د ناروغانو شمېر	د روغتونو کثرت	دګیډیو وسط یا منځی	f · X
140 – 149	4	144.5	4 × 144.5 = 575
150 – 159	7	154.5	7 × 154.5 = 1081.5
160 – 169	11	164.5	11 × 164.5 = 1809.5
170 – 179	8 n = 30	174.5	8 × 174.5 = 1396

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\overline{X}=\frac{575+1081.5+1809.5+1396}{30}=\frac{4865}{30}=162.1$$



پاملرنه وکړئ که چیرې د دستې اوږدوالی پورته خوا پوره په پام کې و نه نیسو یعنې روندافنه کړو، د دستو(ګیډیو) د اوږدوالی مجموعه له 37 څخه لږ په لاس راځي، چې په دې ډول یو شمېر داتاګانې حساب او له جدول څخه خارجیږي او دا سم کار نه دی.
په ځینو وختونو کې د دستو یا ګیډیو د شمېر(ګروپونو) په ځای د دستو یا ګیډیو اوږدوالی مونږ ته پېژندل شوی دی په دې حالت کې د دستو یا ګیډیو شمېر مونږ ته اهمیت نلري. د دستو یا ګیډیو د اوږدوالی په لرلو سره داسې لیکو چې د هغو اوږدوالی د فرض شویو دستو یا ګیډیو سره برابر وي او وروسته یې جدول پوره کوو.

مثال: په پورتنی مثال کې که د دستو یا ګیډیو په ځای د دستو یا ګیډیو اوږدوالی 8 فرض کړو منځنی یا اوسط قیمت یې پیدا کړئ.

حل: ټیټ رقم یعنې 140 څخه پیل کوو. څرنګه چې د ګیډۍ یا دستې اوږدوالی 8 دی د دوو لاندې پرله پسې سرحدونو تر منځ واټن باید 8 وي. یعنې د دویمې ګیډۍ یا دستې لاندنی سرحد باید 148 وي. اته، اته تر هغه زیاتوو تر څو ډیرې داتاګانې په جدول کې ځای په ځای شي تر پایه دوام ورکوو.

د ناروغانو شمېر	د رغتونو شمېر	د ګیډیو اوسط	$f \cdot x$
140 – 147	3	143.5	430.5
148 – 155	6	151.5	909
156 – 163	6	159.5	957
164 – 171	9	167.5	1507.5
172 – 179	6 n = 30	175.5	1053

$$\overline{X}=\frac{430.5+909+957+1507.5+1053}{30}=161.9$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

1– لاندې دیتاګانې د 20 زده کوونکو د رسیدلو وخت په دقیقو له کوره تر ښوونځی راښیي:

10	50	65	33
48	5	11	23
37	26	26	32
17	7	13	19
29	43	21	22

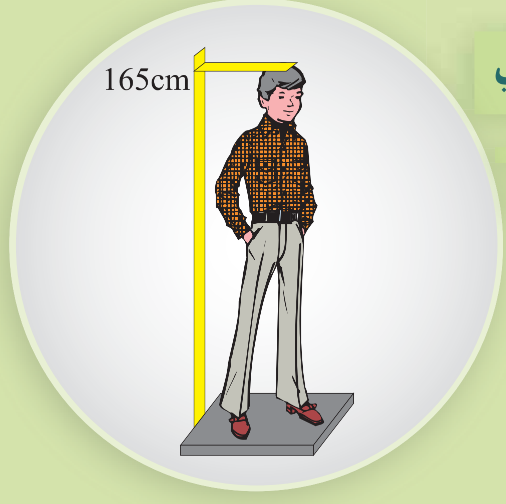
- پورتنی دیتاګانې په اوو ګروپو کې ګیلۍ یا دسته بندي کړئ.
- د هرې ګیلۍ کثرت پیدا کړئ.
- میله یي ګراف یې رسم کړئ.
- که چیرې دیتاګانې په هغه ګروپونو کې چې د ګیلۍ اوږدوالی یې 10 وي کېږدو د کثرت جدول یې جوړ کړئ.

2– یو مثال راوړئ چې دیتاګانې د دسته بندي لپاره د ګیلیو له اوږدوالی څخه ګټه اخیستل شوی وي.

3– د موضوع د څېړلو لپاره یو مثال ورکړئ، چې د دیتاګانو د ګیلۍ کولو ګیلیو له شمېر څخه ګټه اخیستل شوی وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نښتو یا پیوسته دیټاګانو دسته بندي



که چیرې له تاسې څخه پوښتنه وشي چې ونه مو څومره جګه ده څه ځواب ورکوئ.
ایا ټیک داسې عدد دی چې د متر له مخې یې لولئ؟

فعالیت

- که له تاسې څخه پوښتنه وشي چې څو ورونه لرئ، څه وایئ؟ ایا کولی شئ ادعا وکړئ، چې د دغه ډول سوال په ځواب او یا نورو عمومي پوښتنو چې لا تیک وسایل مو لرلی، کولای مو شول، چې د خپلو هم صنفانو د ورونو د شمېر په تیک ډول و وایئ.
- ناخاپي متحول مو څه شي دی او دکومو ډولونو څخه دی.
- که ستاسې یو دوست ووایي د ونې اوږدوالی یې ۱۵۶ سانتي متر دی. ایا تیک د ونې(قد) اوږدوالی یې ۱۵۶ سانتي متره دی؟
- د ۱۵ زده کوونکو د ونو اوږدوالی وروسته له پوښتنې څخه داسې ورکړل شوي.

153	148	151	138	136
142	131	141	141	139
152	159	139	132	146

لاندې جدول بشپړ کړئ.

د زده کوونکو د ونې جګوالی	د زده کوونکو شمېر
130 – 140	
140 – 150	
150 – 160	

- په سوچ ووایئ چې ولې د ۱۴۰ عدد یو وار د دستو یاګیډیو د پورتنی سرحد په څېر او یو وار د دستو د لاندینی سرحد په څېر راوړل شوي دي.
- که چیرې د یوه سړي د ونې اوږدوالی ۱۴۰ سانتي متره وي څه سوچ کوئ، چې په کومه دسته یاګیډۍ کې قرار لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که چیرې یو نښتي یا پیوسته متحول ولرو د اطلاعاتو په ګیډۍ یا دسته بندي کې د یوې دستې یا ګیډۍ پورتنی سرحد به له کوزني سرحد سره برابر وي، د قرارداد له مخې که داتا د پورتنی ګیډۍ یا دستې سره برابر وي په ورپسې سرحد کې لوېږي.

مثال: د 25 ډول، ډول موټرونو چټکتیا په لاندې ډول احصایه نیول شوې ده.

32	35	38	47	44	48	28
30	40	36	51	52	54	31
27	32	42	52	31	29	29
54	49	37	43			

- د کثرت جدول یې ډک کړئ.
- که چیرې د چلولو د جواز سرعت په ښار کې په یوه ساعت کې ۳۰ کیلومتره وي څو موټرونو د چټکتیا د مجاز سرعت څخه زیات چلیدلي دي.
- د ګیډیو د کثرت د جمع حاصل څو دی؟ دا عدد د څه شي سره برابر دی؟

حل: څرنګه چې سرعت یو پیوسته متحول دی؛ نو جدول د پیوسته یا سره نښتي متحول لپاره جوړوو. د ۳۰ عدد په دویمه ګیډۍ کې او د ۴۰ عدد په دریمه ګیډۍ کې لوېږي د ګیډو د کثرت جمع برابره ده له $n = 4+9+7+5 = 25$ چې د موټرونو د شمېر سره مساوي ده او(۲۱) موټرونو له خپل جواز څخه زیات چلیدلی دی.

سرعت	تعداد
20 – 30	4
30 – 40	9
40 – 50	7
50 – 66	5
	25

پوښتني

1- لاندې داتاګاني چې د 34 زده کوونکو د هوش ضریب د ښوونځي په اول کال کې راښیې په پام کې ونیسئ.

86	108	108	111	111	103	108	101	88
91	103	105	105	112	96	111	107	96
92	100	112	112	92	89	95	90	105
111	95	108	77	106	90	77		

د 4 دسته یې جدول په جوړولو سره د ګیډیو د کثرت د جمع حاصل، د ګیډو مرکز، او data منځنی قیمت پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

وزني اوسط يا منځنۍ قيمت
Weighted Mean

که څوک ښه کار سرته ورسوي، انعام يې
نظر کوم عدد ته څو برابره دی.

فعاليت

اوريدلي مو دي چې هغه زده کوونکي چې دولسم ټولګی پای ته ورسوي د کانکور ازموينه په شلورو څانګو کې له خاصو ضريبونو سره سرته رسوي او د هغې د نمبرو په اساس پوهنتونونو پوهنځيو ته ويشل کېږي. اټکل کوو چې د دوو زده کوونکو د کانکور نمبرې په لاندي ډول دی.

مضمون	ژبه او ادبيات د 2 په ضريب	ټولنيز علوم د 2 په ضريب	طبيعي علومو د 3 په ضريب	رياضي د 4 په ضريب
ضريب	3	2	3	4
لومړی زده کوونکی	61	66	62	61
دويم زده کوونکی	61	66	62	60

مضمون	د دويم زده کوونکي نمبرې	ضريب
رياضي	60	4
طبيعي علوم	62	3
ټولنيز علوم	66	2
ژبه او ادبيات	61	3

مضمون	د لومړي زده کوونکي نمبرې	ضريب
رياضي	61	4
طبيعي علوم	62	3
ټولنيز علوم	66	2
ژبه او ادبيات	61	3

- د دواړو زده کونکو د نمبرو منځنۍ يا وسطي قيمت پيدا کړئ.
- د کوم مضمون نمبرې په منځني يا وسطي قيمت ډېره اغيزه لري؟ ولې؟
- د کوم مضمون نمبرې په منځني يا وسطي قيمت لږ اغيزه لري؟ ولې؟
- که د زده کوونکو د رياضي مضمون په نمبرو ٥ نمبرې ورزياتې شي منځنی يا وسطي قيمت ډېر بدلون مومي که دي د ټولنيزو علومو په مضمون ٥ نمبرې زياتې شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که چیرې دیټاګانې په ځانګړې ضریب سره ورکړل شوی وي دا په دې معنا ده چې د دیټا اغیزه یوشان له هغه ضریب سره تړلې ده. په دې حالت کې د ضریبونو د کثرت جدول د دیټاګانې د کثرت په عنوان حسابیږي او په W سره ښودل کیږي. په لاس راغلی اوسط ته وزني اوسط وایي:

$$\bar{x} = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + \ldots + w_nx_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_n}$$ وزني اوسط

مثال: په خینو پوهنتونو کې نمبرې د تورو په اساس لکه A, B, C, D او F اعلانیږي په دې پوهنتونو کې د A ارزښت څلور، د B ارزښت درې، د C ارزښت دوه، د D ارزښت یو او د F ارزښت صفر وي یوه محصل لاندې نمبرې اخیستي دي.

مضمون	نمرې	دکریډتونو شپږ
ریاضیات	B	3
فزیک	A	3
کیمیا	C	2
بیولوژي	B	3
ژبه	A	1

– د دې محصل د نمبرو اوسط څو دی.

حل:

مضمون	حرفی نمره	دکریډتو شمېر =X	عددي نمرې =W	W · X
ریاضیات	B	3	3	$3 \times 3 = 9$
فزیک	A	3	4	$4 \times 3 = 12$
کیمیا	C	2	2	$2 \times 2 = 4$
بیولوژی	B	3	3	$3 \times 3 = 9$
ژبه	A	1	4	$4 \times 1 = 4$

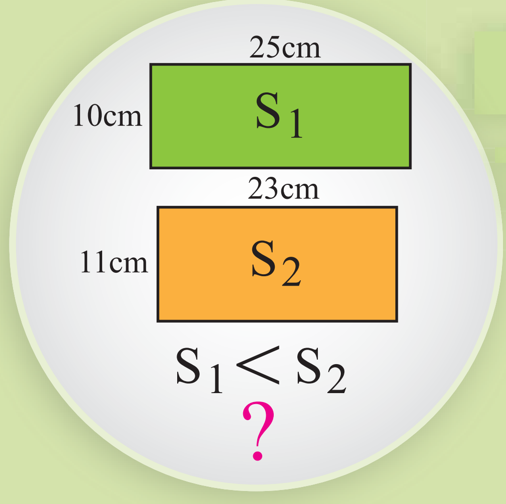
$n = 12$ دکریډتونو شمېر

$$\bar{x} = \frac{9+12+4+9+4}{12} = \frac{38}{12} = 3.16$$ = وزني اوسط یا منځنی

پوښتنې

که د کانکور په یوه ازموینه کې د یوه زده کوونکی نمبرې په وار سره $70, 65, 61$ او 53 او ضریبونه یې په وار سره $3, 2, 1$ وي د دې زده کوونکی د نمبرو اوسط حساب کړئ.

مستطيلي ګراف
Histogram

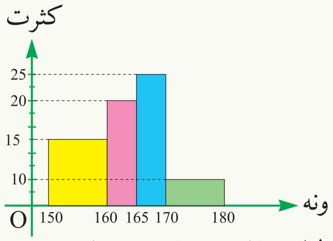


که د يوه مستطيل اوږدوالی 25 سانتي متره او سور يې 10 سانتي متره او دبل مستطيل اوږدوالی 23 سانتي متره او سور يې 11 سانتي متره وي. د دې دواړو مستطيلونو مساحتونه پيدا او يو له بل سره يې پرتله کړئ.

فعاليت

ديوې ښوونځي د 70 زده کوونکو د ونې(قد) اندازه په لاندې ډول په جدول کې ورکړل شوې ده.

ونه په سانتي	150 – 160	160 – 165	165 – 170	170 – 180
کثرت	15	20	25	10

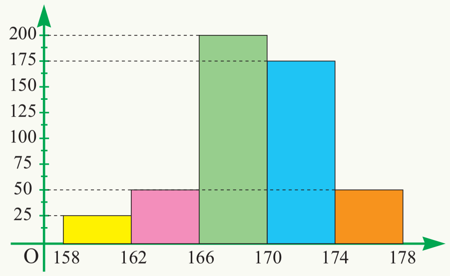


- په پورتنی ګراف کې د مستطيلونو قاعدې څه شی راښيي.
- د هر مستطيل مساحت په لاس راوړئ. د مستطيل مساحت څه شي راښيي.
- د مستطيلونو جګوالی(ارتفاع) څه شی راښيي.
- پورتنی ګراف له ميله يي ګراف سره څه توپير لري.

يو ځل بيا د يوه ښوونځي د ۵۰۰ زده کوونکو ونې چې اندازه يې په لاندې جدول کې ورکړ شوی ده په پام کې ونيسئ:

ونه په سانتي متر	158 – 162	162 – 166	166 – 170	170 – 174	174 – 178
کثرت	25	50	200	175	50

(c) ketabton.com: The Digital Library



- جدول ته په پاملرنې سره د مستطیل قاعده څه شی راښیي.
- د مستطیل اوږدوالی څه شی راښیي.
- میله یي ګراف له پورتنی ګراف سره څه توپیر لري؟

د دیټاګانو د پیوسته یا نښتي ښودلو لپاره د مستطیلي ګراف څخه ګټه اخلو په دې ګراف کې د مستطیل عرض د دستو یا ګیډیو د اوږدوالی سره برابر دی په مستطیلي ګراف کې مساحتونه د هرې دستې یا ګیډۍ کثرت راښیي.

که د دستو یا ګیډیو اوږدوالی یو له بل سره برابر وي کولای شو د مساحتونو په ځای راساً کثرت پرتله کړو په دې صورت کې اوږدوالی د کثرت عمودي محور راښیي.

مثال: د یوه ټولګي د زده کوونکو وزن په لاندې جدول کې راکړل شوی دی.

د زده کوونکو وزن په کیلوګرام	40 – 45	45 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 90
د زده کوونکو شمیر	4	6	12	8	8

دلته لیدل کېږي چې د دستو یا ګیډیو واټن مساوي نه دی، مخکې د مستطیلي ګراف د رسمولو څخه لازمه ده چې د مستطیلونو جګوالی (ارتفاع) یوه ګډه واټن ته په پام کې نیولو سره د ټولو دستو یا ګیډیو پیدا کړو په دې مثال کې $5Kg$ ګډ یا مشترک دی نو کولای شو چې ټول پنځه واره واحده د x په محور په یوه واحد وښیو:

د 45 – 40 ګیډۍ لپاره یو واحده

د 50 – 45 ګیډۍ لپاره یو واحده

د 60 – 50 ګیډۍ لپاره یو واحده

د 70 – 60 ګیډۍ لپاره یو واحده

د 90 – 70 ګیډۍ لپاره یو واحده

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مستطیلونو د عمودي اوږدوالي د پیدا کولو لپاره د دستو یاګیډیو کثرت د دستو یاګیډیو په اوږدوالي ویشو.

$$40-45 \rightarrow \frac{4}{1}=4 \rightarrow \frac{4}{5}=0.8$$

$$45-50 \rightarrow \frac{6}{1}=6 \rightarrow \frac{6}{5}=1.2$$

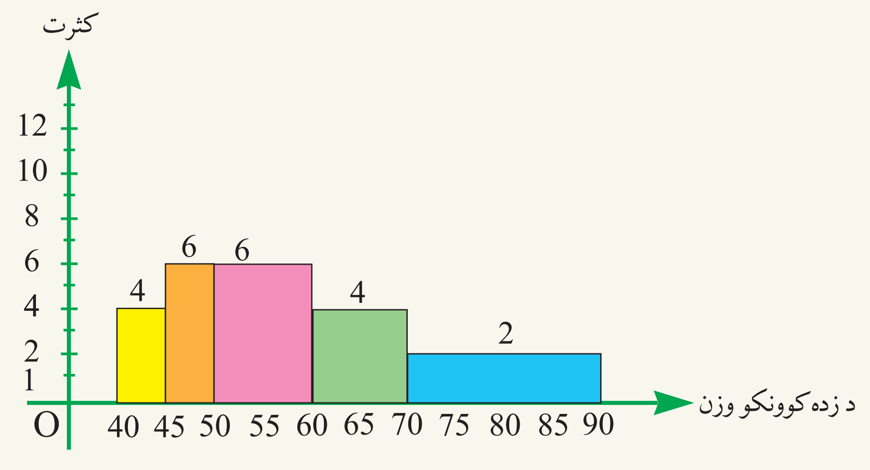
$$50-60 \rightarrow \frac{12}{2}=6 \rightarrow \frac{12}{10}=1.2$$

$$60-70 \rightarrow \frac{8}{2}=4 \rightarrow \frac{8}{10}=0.8$$

$$70-90 \rightarrow \frac{8}{4}=2 \rightarrow \frac{8}{20}=0.4$$

اوس په لاس راغلی پایلې په لاندې جدول کې ترتیب او مستطیلي ګراف د راکړل شوي مثال رسموو:

د زده کوونکو وزن په Kg	40-45	45-50	50-60	60-70	70-90
کثرت نظر واحد فاصلې ته	4	6	6	4	2



(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

1- لاندې جدول د يوه روغتون د ناروغانو تعداد د هغو ټاکلو ورځو راښيي چې په روغتون کې بستر شوي دي.

د ورځو شمېر	1 – 5	5 – 9	9 – 13	13 – 17	17 – 21	21 – 25
د ناروغانو شمېر	12	10	16	18	14	8

ـ د پورتني جدول مستطيلي ګراف رسم کړئ.

2- د يوه ټولګی 50 زده کوونکو د IQ (ذکاوت) په ازموينه کې ګډون کړی دی، چې پايلې يې په لاندې ډول دی.

122	117	114	112	130	92	118	109	113	115
118	116	106	111	112	124	113	108	107	127
114	100	103	115	124	110	118	118	107	121
110	116	126	121	135	104	123	116	124	104
112	117	113	107	103	102	129	98	134	94

– نومړو داتاګانو ته د کثرت جدول جوړ کړی. د دې جدول لپاره ۷ ګروپونه داسې په پام کې ونيسئ چې د ګېډيو اوږدوالی يې مساوي وي.

– د دې ډيتاګانو مستطيلي ګراف رسم کړئ.

– څه پايلې اخلئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دایره وي ګراف

مخامخ شکل د لرګي یوه کنده ده هغه کرښې چې ددې لرګي په مقطع کې وینئ د څه شي شکل ته ورته دی.

فعالیت

د افغانستان د ښوونې او روزنې وزارت په 1387 کال کې لاندې ارقام د ښوونځیو د زده کوونکو د شمېر په اړه خپرې کړې دي: د ابتدایي زده کوونکو شمېر 250000 د منځنیو ښوونځیو د زده کوونکو شمېر 200000 او د ثانوي زده کوونکو شمېر 150000 دی.

- که د هرې داتا نسبي کثرت په 360° درجو کې ضرب کړو هره دوره به څو درجې وي؟
- یوه دایره رسم او مرکزي زاویې یې په لاس ته راغلو اعدادو په اندازه بیلې کړئ. د هرې زاویې دننه د اړوند تحصیلي دورې نوم ولیکئ.
- یو عنوان د ګراف لپاره وټاکئ او د ګراف لاندې یې ولیکئ.
- په دایروي ګراف کې څه، څه سره پرتله کېږي.
- د دایرې په کوچنی کېدو یا لوییدو سره په دایروي ګراف کې څه توپیر راځي؟

له پورتنی فعالیت څخه پوه شو چې کولای شو دیتاګانو د دایرې په مرسته وښیو. د یو ناځاپي یا اتفاقي متحول د دیتاګانو ښودل د دایرې په مرسته د دایروي ګراف په نامه یادېږي، په دایروي ګراف کې لومړی نسبت د هرې دستې یا ګیډی او ټولې دیتاګانو شمېر په 360° ضرب چې د ګیډیو مرکزي زاویه راښیي په لاس راوړو؛ یعنې:

$$\text{کثرت د درجې له جنسه} = \frac{\text{د دیتاګانو کثرت}}{\text{د ټولو دیتاګانو شمېر}} \times 360^\circ$$

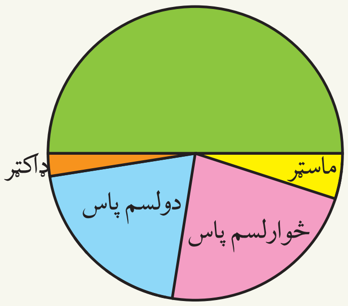
(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: یوه مؤسسه چې د کارکوونکو شمېر يې ۲۰۰ او د تحصيل د درجې له مخې وېشل شوی دی.

د تحصيل درجه	ډاکتر	ماستر	ليسانس	څوارلسم پاس	دولسم پاس
د کارمندانو شمېر	5	10	100	45	40

د دې ډيټا دايروي ګراف په لاندې ډول دی.

د تحصيل درجه	کثرت	مرکزي زاويه د درجې له جنسه
ډاکتر	5	$\frac{5}{200} \times 360° = 9°$
ماستر	10	$\frac{10}{200} \times 360° = 18°$
ليسانس	100	$\frac{100}{200} \times 360° = 180°$
څوارلسم پاس	45	$\frac{45}{200} \times 360° = 81°$
دولسم پاس	40	$\frac{40}{200} \times 360° = 72°$



پوښتنې

– د لاندې جدول په پام کې نيولو سره د کورنيو دايروي ګراف د جمعيت له مخې رسم کړئ.

د کورنۍ نوع	ډېر جمعيت سره	منځنۍ جمعيت	لږ جمعيت	جمع
د کورنۍ شمېر	11	23	6	40

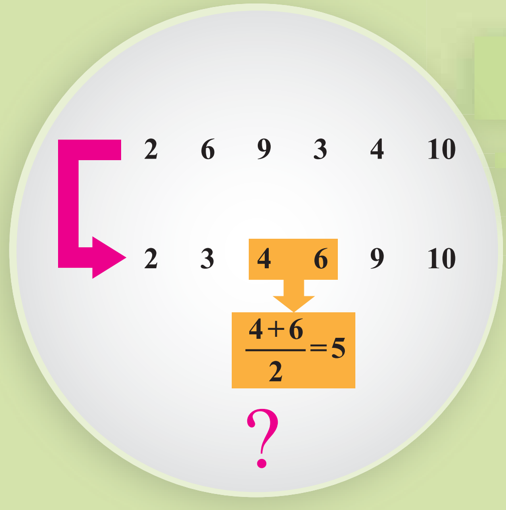
– دايروي ګراف د څه ډول متحول لپاره مناسب دی.

- که د ډيټاګانو کثرت دوه برابره کړو، ايا مرکزي زاويه يې بدلون مومي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

میانه
Median

که له تاسې څخه پوښتنه و شي، چې د نومرو اوسط مو څو دی؟ له اوسط څخه ګټه اخلئ. که له تاسې څخه وپوښتل شي، چې ترټولو ډېر څله ستاسو د نومرو په اطلاعنامه کې څو دي؟
که له تاسې پوښتنه وشي، چې تاسې د ښو زده کوونکو په منځ کې یاست که د کمزورو زده کوونکو په منځ کې تاسې دې سوال ته ځواب ورکوئ.



فعالیت

- سوچ وکړئ د((میاني)) لغت یعني څه؟
- که یو شمېر دیتاګانو ولرو څرنګه کولای شو د هغو وسطي مقدار پیدا کړو.
- که د دیتاګانو شمېر طاق وي، ایا وسطي مقدار د دیتاګانو په میانه کې شته دی؟
- که د دیتاګانو شمېر جفت وي، ایا وسطي مقدار د دیتاګانو په میانه کې شته دی؟
- ایا کولای شو وسطي مقدار پرته له ترتیب کولو د داتاګانو په لاس راوړو.
- که د دیتاګانو مقدار جفت وي اتکل کولی شئ، چې څه مقدار د وسطي مقدار په عنوان وټاکو.
- لاندې دیتاګانې په پام کې ونیسئ.

2 3 5 1 4

– وسطي مقدار يې پيدا کړئ.
– د دیتا د وسطي مقدار يې شمېر مخکنی داتا له شمېر سره څه اړیکه لري.
– لاندې دیتا په پام کې ونیسئ.

2 3 5 1 4 5

– يو وسطي عدد پیدا کړئ، چې د دیتا شمېر يې وروسته او د مخکنی له هغه عدد د دیتا له شمېر سره برابر وي.

که دګیډیو اوږدوالی یو له بل سره برابر وي کولای شو د مساحتونو په ځای راساً کثرت پرتله کړو په دې وضعیت کې اوږدوالی دکثرت عمودي محور راښیي نو په دې حالت کې مساحت نشو په لاس راوړئ.

مثال: د یوه ټولګي د زده کوونکو وزن په لاندې جدول کې راکړل شوی دی.

10000 7000 4000 6000 3000

ددې data میانه حساب کړئ.

حل: لومړی data مرتب کوو:

3000 4000 6000 7000 10000

لیدل کېږي چې د 6000 عدد د عددونو په وسط(منځ) کې قرار لري نو د data میانه د پورته عددونو ده.

دویم مثال: د لاندې data میانه وټاکئ.

2 6 9 3 4 10

حل: د میانې د حسابولو لپاره عددونه ترتیب کوو.

2 3 4 6 9 10

دا عددونه د پورته عددونو د data میانه ده.

لیدل کېږي چې د data منځ کې داسې عدد نشته چې د میانې خاصیت صدق کړي نو که چیرې تاسې $\frac{4+6}{2}=5$ په پام کې ونیسئ چې د میانې ځانګړتیا په کې صدق کوي او دا عدد د پورتنی داتا میانه ده چې د پنځو ځخه وروسته د داتا شمېر د پنځو ځخه د پورته داتا سره برابر دی.

پوښتنې

1- لاندې جدول د یوه روغتون د ناروغانو شمېر د هغو ټاکلو ورځو راښیي چې په روغتون کې بستر شوي دي.

1 , 2 , 3 او 0 , 2 ,100

2- د پورتني جدول مستطیلي ګراف رسم کړئ.

5 ,15 , 4 , 0 , 12 , 15 , 5 , 6 , 5 , 0

3- که له ټولو دیتاګانو سره یو ثابت عدد جمع شي د میانې په مقدار کې څه اغیزه منځ ته راځي په یوه مثال کې یې وښیئ.

4- که دیتاګانې دوه برابره کړو د میانې په مقدار کې څه اغیزه کوي په یوه مثال کې یې وښیئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تحول ساحه
Range

د خپلو هم ټولګیوالو ونې مو اندازه کړی.
د تر ټولو لوړو ونو او د تر ټولو لنډو ونو تر منځ توپیر حساب کړئ، که و موغوښتل چې د زده کوونکو تر ټولو زیات توپیر پیدا کړئ ایا لازمه ده چې د نورو زده کوونکو ونې اندازه کړئ؟

فعالیت

د اووم ټولګی د 10 زده کوونکو او لسم ټولګی 10 زده کوونکو د ونو لوړوالی په اتفاقي ډول ټاکل شوی، چې لاندې راوړل شوی دی.

د اووم ټولګی زده کوونکی : 142, 145, 146, 148, 148, 148, 149, 149, 150 , 152

د لسم ټولګی زده کوونکی : 150, 151, 153, 156, 158, 158, 159, 160, 160 , 160

- د دواړو ګروپونو د لوړو ونو تر منځ وسعت پیدا کړئ.
- أیا د دواړو ګروپونو د اعدادو تر منځ وسعت یو شان دی.
- که چیرې دیتاګانې و نه لرو، ایا د دیتا د لږو او ډیرو توپیرونو په لرلو سره د دې ګروپونو په اړه مونږ کولای شو چې سره پرتله یې کړو.
- ایا د بدلون یا تحول د ساحې برابروالي په دواړو ګروپونو کې د دیتا د یووالی په مانا دی.
- د نمونې د تعریف په پاملرنې سره که داګروپونه د ټولنې په عنوان په پام کې ونیسو په نمونه کې د واټن د اوږدوالي زیاتوالي، په ټولنه کې د واټن د اوږدوالي د زیاتوالي پایله راکوي.

د پورتنې فعالیت څخه پوهېږو د واټن اوږدوالی چې متحول په هغې کې د بدلون امکان لري د تحول د ساحې په نامه یادیږي. دا معیار د جګې او ټیټې دیتاګانو ترمنځ وسعت را په ګوته کوي.پاملرنه باید وشي چې د تحول د ساحې لوی والی په یوه ټولنه کې د توپیر یا پراګندګي ډیر والی دی هر څومره چې دا توپیر کم وي د وګړو پراګندګي کمه ده. د یوې ټولنې وګړي د دې څانګړتیا له مخې یو بل ته نږدې دی که د تحول ساحه صفر وي، که د وګړو د ځینو د ځانګړتیاوې سره برابري او یو شان وي په دې حالت کې ټولنه یوه متجانسه ټولنه بولو.

مثال: د دوو زده کوونکو د $4\frac{1}{2}$ میاشتنی ازموینې نمبرې په لاندې ډول دی.

الف: 20 , 21 , 25 , 32 , 33 , 35 , 36 , 37 , 38 , 39

ب : 20 , 33 , 34 , 35 , 35 , 35 , 34 , 34 , 35 , 39

- د دواړو دستو یا ګیډیو د تحول ساحه پیدا کړئ.
- آیا د دیتاګانې پراګندګي په لومړی یا که په دویم ګروپ کې کمه ده.

حل: د دواړو ګروپونو د تحول ساحه یو برابر ده.

$$39 - 20 = 19$$

د دویم ګروپ د دیتاګانې پراګندګي لږ او په دیتاګانې کې د 34 او 35 عددونه زیات تکرار شوی دی واټن یې کم دی. ولې پراګندګي په لومړی ګروپ کې ډېره ده د تحول ساحه یوازې له لږو او زیاتو مقدارونو سره کار کوي. د دیتاګانو په اړه او د هغوی تر منځ هیڅ اطلاعات مونږ ته نه راکوي. نو د تحول د ساحې په لږلو سره نشو کولای د دیتاګانې د میانې د پراګندګي د میزان اټکل وکړو.

پوښتني

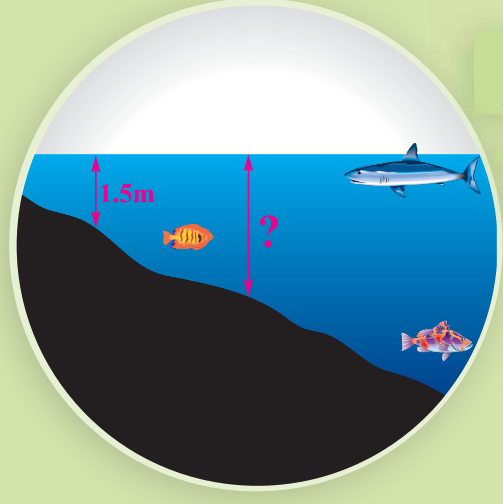
1- لاندې داتاګانې په پام کې ونیسئ.

15, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 6, 5, 2, 1

- ددې داتاګانې د تحول ساحه پیدا کړئ.
- که د پورتنی data تر ټولو زیات او کم data له منځه یوسو د تحول ساحه یې پیدا کړئ.
- دا دواړه د تحول ساحه یو له بل سره پرتله کړئ او ووایاست چې د کوم یو پراګندګي زیاته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د انحراف اوسط
Average deviation



که د یوه سیند د یوه ټکي ژوروالی 1.5 متره وي سوچ وکړئ چې د سیند د ټولو ټکو ژوروالی یو شان دی؟

فعالیت

پنځو تنو زده کوونکو په یوه صنفي ازموینه کې لاندې نمبرې اخیستي دي.

12　14　16　18　20

- د دې نمبرو اوسط او یا منځنۍ قیمت پیدا کړئ.
- د ټولو ډیټاګانو د منځ یا اوسط توپیر پیدا کړئ.
- د هرې ډیټاګانو د منځنیو د توپیر د جمع حاصل ولیکئ.
- د هرې ډیټاګانو د اوسط یا منځ د توپیر د مطلقه قیمتونو د جمع حاصل پیدا کړئ.
- په لاس راغلی قیمتونه سره پرتله کړئ.
- د پنځو ډیټاګانو تاسې پخپله یو مثال ورکړئ او پورتنی عملیې پرې سر ته ورسوئ.

له پورتنی فعالیت څخه پوهېږو هغه توپیر چې د ډیټاګانو او اوسط تر منځ دی د منځ یا اوسط انحراف په نامه یادېږي.

د data د منځنۍ یا اوسط انحراف مجموع همیشه صفر ده. په دې دلیل د data د څېړنې لپاره د انحراف د مطلقه قیمت څخه ګټه اخلو. که د ټولو انحرافونو د مطلقه قیمت جمع کړو او د data په شمېر یې ووېشو د انحراف اوسط یا منځۍ ورته ویل کېږي، د لاندې فورمول په مرسته حسابېږي.

$$\text{د انحراف اوسط یا منځۍ} = \frac{|x_1-\bar{x}|+|x_2-\bar{x}|+\ldots+|x_n-\bar{x}|}{n}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دلته $X_1, X_2 \dots X_n$ عبارت له data او $\overline{X}$ د دیتاګانو منځنۍ یا اوسط او n د دیتاګانو شمېر دی، لیدل کېږي چې هر څومره د منځنۍ انحراف لوی وي ، نو په هم هغه اندازه د data د پراګندګي له اوسط نه ډېره ده.

مثال: د 40 تنو زده کوونکو نمبرې په لاندې جدول کې ورکړل شوي دي.

نمرې	کثرت
0 – 10	2
10 – 20	7
20 – 30	4
30 – 40	5
40 – 50	10
50 – 60	12

د پورتنیو نمبرو د انحراف منځنۍ پیداکړئ.

حل: لومړی د اوسط یا منځنۍ مقدار په لاس راوړو.

کثرت =f	د داتاګانو اوسط	f · x	$x - \overline{x}$	$f(x - \overline{x})$
2	5	10	5 – 37.5 = –32.5	2 × (–32.5) = –65
7	15	105	15 – 37.5 = –22.5	7 × (–22.5) = –157.5
4	25	100	25 – 37.5 = –12.5	4 × (–12.5) = –50
5	35	175	35 – 37.5 = –2.5	5 × (–2.5) = –12.5
10	45	450	45 – 37.5 = 7.5	10 × 7.5 = 75
12	55	660	55 – 37.5= 17.5	12 × 17.5 = 210
n = 40		1500		

$$\overline{x} = \frac{10+105+100+175+450+660}{40} = \frac{1500}{40} = 37.5$$

لیدل کېږي چې د $f(x-\overline{x})$ د جمعې حاصل له صفر سره مساوي دی. نو باید مطلقه قیمت یې سره جمع کړو.

$$\text{د انحراف اوسط} = \frac{|-65|+|-157.5|+|-50|+|-12.5|+|75|+|210|}{40}$$

$$\text{د انحراف اوسط} = \frac{65+157.5+50+12.5++75+210}{40} = \frac{570}{4} = 14.25$$

پوښتنې

د A او B دوو جمعیتونو انحرافونه لاندې راکړل شوي.

د A جمعیت انحرافونه :	4	2	0	0	-1	-2	-3
د B جمعیت انحرافونه :	8	1	0	0	-2	-3	-4

- د A جمعیت د انحراف منځنۍ پیداکړئ.
- د کوم جمعیت پراګندګي زیاته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اتم څپرکي لنډيز

• ګیلۍ د هغو ډیټاګانو مجموعه ده، چې د ګیلۍ ځانګړتیاوې ولري. د ډیټاګانو د ګیلۍ کیدو یا لپاره لاندې پراوونه په پام کې نیسو:

- د تحول ساحه: د ډیټاګانو د ډیر لږو او ډیر زیاتو تر منځ وسعت.
- د ګیلۍ اوږدوالی: د تحول د ساحې او د دستو د شمېر نسبت.
- د دستو کثرت: د هغو ډیټاګانو د ګیلۍ شمېر چې په هره دسته کې قرار لري.
- د ګیلۍ مرکز: د هرې دستې د منځنی محاسبه.

• په دسته بندي کې که متحولونه پیوسته یا پرله پسې وي د وروسته ګیلۍ پورتنی سرحد د مخکینی ګیلۍ یا دستې لاندې سرحد سره برابر دی. په هغه صورت کې چې ډیټاګانو د دستې د پورتنی سرحد سره برابر وي هغه ډیټاګانو په وروسته ډیټاګانو پورې اړه لري.

د ډیټاګانو د دستو د شمېر مجموع د ټولې ډیټاګانو د شمېر سره برابره دی.

• فرض کوو د $X_1, X_2 \ldots X_n$ data په ترتیب د $W_1, W_2 \ldots W_n$ ضریبونه وي دغه اطلاعات کولی شو په لاندې جدول کې خلاصه کړو.

data	X_1	X_2	...	X_n
د وزن ضریب	W_1	W_2	...	W_n

• په دې حالت کې د پورتنی ډاټاګانو منځی په لاندې ډول محاسبه کړو.

$$\text{وزني اوسط} = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + \ldots\ldots + w_n x_n}{w_1 \quad + \quad w_2 \quad + \ldots\ldots + w_n}$$

• هستوګرام یا مستطیلي ګراف عبارت له هغه ګراف څخه دی، چې د کثرت توزیع یې د مستطیلونو په مرسته ښودل کیږي.

د مستطیل جګوالی د دستې یا ګیلۍ د کثرت سره برابره ده.

د هر مستطیل مساحت د دستې یا ګیلیو د اوږدوالی او د دستې یا ګیلۍ د کثرت له حاصل ضرب سره برابر دی.

په مستطیلي ګراف کې مستطیلونه یو بل سره تړلی او د ټرلیو(پیوسته) متحولینو څخه د ګراف د ښودلو لپاره ګټه اخلي.

• په یوه اختیاري شعاع یوه دایره د مرکز زاویې په مرسته په n برخو ویشو داسې، چې دهرې برخې د مرکزي زاویې اندازه د کثرت سره د هغې قیمت متناسبه وي په دې حالت کې یې مرکزي زاویه نظر لومړی دستې یا گیډۍ ته عبارت دی له:

$$\text{کثرت د درجې له مخې} = \frac{\text{د دیتاگانو کثرت}}{\text{د ټولو دیتاگانو شمېر}} \times 360^\circ$$

• د میانې د پیدا کولو لپاره په لومړی مرحله کې دیتاگانې منظم کوو او روسته:
- که د دیتاگانې شمېر طاق وي د دیتاگانې منځی یا اوسط ده.
- که د دیتاگانې شمېر جفت وي میانه د دوو دیتاگانې منځنی اوسط دی.
• د تر ټولو کوچنی دیتاگانې او تر ټولو لوی دیتاگانې توپیر د تحول د ساحې څخه عبارت دی یا په بل عبارت داتاگانې په هغه ساخهٔ کې بدلون کوي.
• د هرې دیتاگانې د منځنی تفاضل ته د منځنی انحراف وایي.
د انحراف منځی یا اوسط د انحرافونو د مطلقه قیمت د اوسط څخه عبارت دی او فورمول یې د اړوند دیتاگانې لپاره په لاندې ډول لیکو:

$$\text{د انحراف اوسط} = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \cdots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اتم څپرکي پوښتني

1- لاندې جدول ډک کړئ.

تجمعی کثرت	د دستې مرکز	کثرت	ګیلۍ(دسته)
		12	7,5-10,5
		10	10,5-13,5
		15	13,5-16,5

- پورتنی جدول د کومې دسته بندۍ ګراف راښیي. پیوسته یا نښتی یا مجزا.

2- لاندې جدول د 200 شل کلنو ځوانانو د ونو اوږدوالی راښیي.

د دستې مرکز	کثرت	ګیلۍ(دسته)
153	15	149,5-156,5
160	20	156,5-163,5
167	30	163,5-170,5
174	25	170,5-177,5
181	10	177,5-184,5

- مستطیلي ګراف یې رسم کړئ.

3- د A, B, C, D او E ښارونو کې 200 ملیونه افغانۍ سرمایه په کار اچول شوې ده داسې چې:

- د A ښار لپاره 110 ملیونه افغانۍ
- د B ښار لپاره 32 ملیونه افغانۍ
- د C ښار لپاره 24 ملیونه افغانۍ
- د D ښار لپاره 14 ملیونه افغانۍ
- د E ښار لپاره شل میلیونه افغانۍ معلومات ورکړل شوي او دایروي ګراف یې رسم کړئ.

ښارونه	د سرمایې ویش په ملیون	سرمایه په فیصدي	سرمایه په درجه
A	110		
B	32		
C	24		
D	14		
E	20		

4- یو شمیر کورنۍ د خپلو غړو د شمیر سره په لاندې جدول کې ورکړ شوي دي.

کورنۍ	18	12	15	8
د کورنۍ غړي	2	4	5	8

(c) ketabton.com: The Digital Library

● د کورنی مود پیدا کړئ.
● میانه یا منځنی پیدا کړئ.
● اوسط میانه پیدا کړئ.
● د تحول ساحه محاسبه کړئ.

5- د یوه ټولګی د زده کوونکو د ونو اندازه په لاندې جدول کې ورکړ شوی.

د ونې اندازه	1.5-1.6	1.6-1.7	1.7-1.8	1.8-1.9	1.9-2
کثرت	5	16	9	4	1

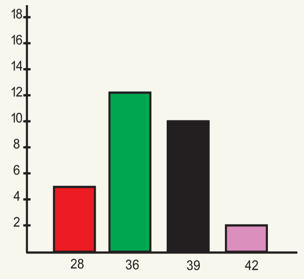
● د ګیډی مود مشخص کړئ.
● د ګیډ یو مرکز حساب کړئ.
● منځی یې پیدا کړئ.

6- یوه ښوونکی د یوه صنفي ازموینې د اوسط محاسبه داسې وکړه:

$$\text{د ازموینې اوسط} = \frac{1\cdot4+3\cdot6+2\cdot8+7\cdot9+3\cdot10+3\cdot11+5\cdot12+1\cdot15}{25}$$

● د ټولګي د زده کوونکو شمېر پیدا کړئ.
● څو نمبرې د ۸ او ۱۳ تر منځ قرار لرې د (۸ او ۱۳ په ګډون)؟
● عمومي منځی یې څو دی.

7- لاندې میله یې ګراف د هغو کتابونو شمېر راښیې چې په یوه میاشت کې مطالعه شوی دی.



● احصائیوي جدول رسم شي.
● د مطالعه شویو کتابونو شمېر په میاشت کې څو دی.

8- که د تحول ساحه له صفر سره برابره وي د داتاګانې څخه څه پایله اخلئ.
9- که په داتاګانې باندې یو ثابت مقدار علاوه کړو د تحول ساحه څرنګه تحول کوي؟

10- د څلورو زده کوونکو د هغو ساعتونو شمېر چې لوبو ته یې ورکړی دی په لاندې ډول راغلی دی:
1 5 7 9
● د پورتنی داتاګانو د انحراف منځی یا اوسط حساب کړئ.

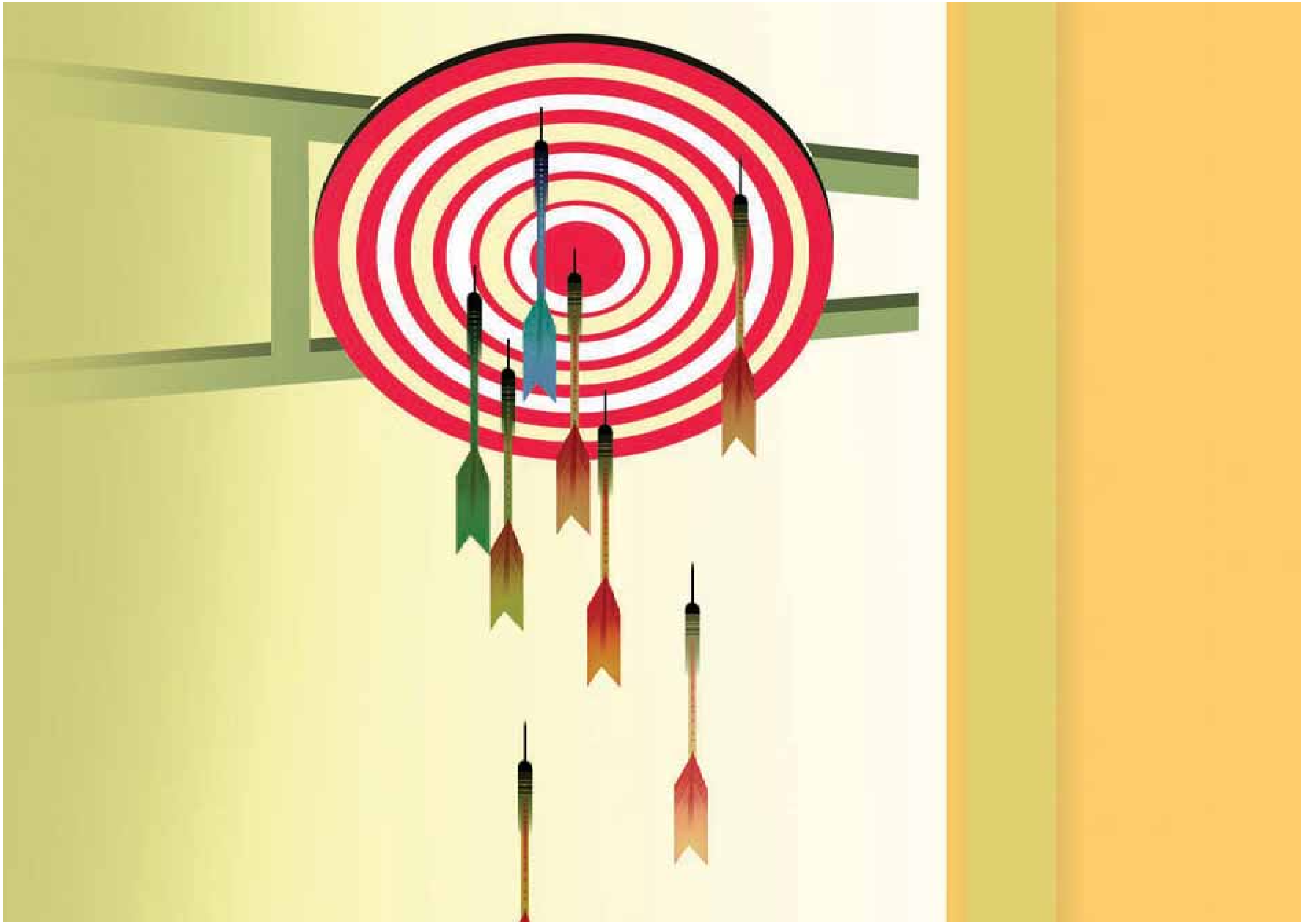
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم څپرکی

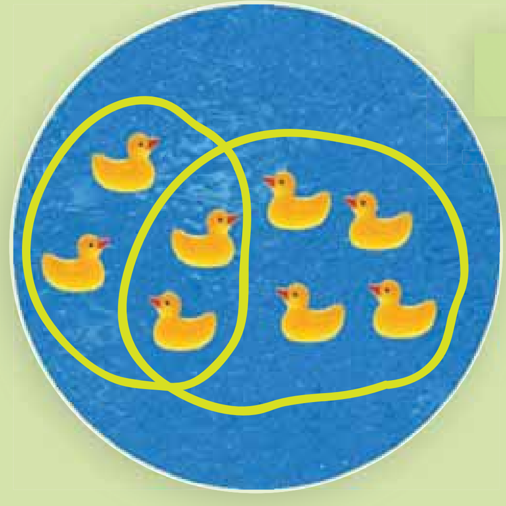
احتمالات

(c) ketabton.com: The Digital Library



(c) ketabton.com: The Digital Library

د ناڅاپو پېښو اتحاد



په دواړو شکلونو کې يو ځای څو هيلۍ وينئ.

هيلۍ په کومه حلقه پورې اړه لري؟

فعاليت

- د يوې دانې رمل د اچولو په تجربه کې د $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ نمونې فضا او د $A=\{1,2,3\}$, $B=\{4,5,6\}$ او $C=\{1,2\}$ ناڅاپي پېښې په پام کې نيسو.
- د A او C ناڅاپي پېښې يو له بل سره څه اړيکې لري؟
- که د A يا د B پېښې رامنځ ته شوي وي ايا ويلی شئ چې د $A\cup B$ پېښه شوې ده؟
- د A پېښه رامنځ ته شوې او بله کومه اختياري پېښه چې هيڅ پېښه شوې نه ده نا ممکنه يا ϕ پېښه نومول کېږي.
- ويلی شئ چې د $A\cup\phi$ او د A پېښې يو د بل سره څه توپير لري؟

د پورتني فعاليت پايلې په عمومي ډول د S په نمونه يي فضا کې د B, A او C ناڅاپه پېښو لپاره په لاندې ډول په لاس راورو.

پايله:

- که چيرې د S په يوه نمونه يي فضا کې د $A\subseteq B$ ناڅاپي پېښه وي، په دې صورت کې:

$$A\cup B=B$$

- که چيرې د S په يوه نمونه فضا کې د A او B ناڅاپي پېښه وي، د $A\cup B$ او $B\cup A$ پېښې يو بل سره توپير نه لري؛ يعنې:

$$A\cup B=B\cup A$$

- که چيرې د S په يوه نمونه يي فضا کې د A يا B يوه پېښه رامنځ ته شي نو د $A\cup B$

پیبنه هم رامنځ ته شوي ده، چې سربېره په دې

$A \subseteq A \cup B$ او $B \subseteq A \cup B$

• د A پیبنه د S په نمونه يي فضا کې پیبنه شوي ده او يوه بله پیبنه چې هيڅ نه پيښيږي، يعني ϕ، په دې معنا ده چې يوازې د A پیبنه را منځ ته شوی ده.

$$A \cup \emptyset = A$$

• د $A \cup B$ ناخاپي پیبنه په دې معنا ده، چې لږ تر لږه د A يا B پیبنه منځ ته راغلې ده.

مثال: که چيرې د C ناخاپي پیبنه د A او B دوې بېلا بېلې ناخاپي پیبنې په خپل ځان کې ولري په دې صورت کې د $A \cup B$ ناخاپي پیبنه هم په خپل ځان کې لري په يوه مثال کې يې واضح کړئ.

حل: د $A = \{1,2\}$ ، $B = \{2,3\}$ او $C = \{1,2,34\}$ پیبنې په پام کې نيسو ليدل کېږي، چې $A \subseteq C$ او $B \subseteq C$ دی نو:

$$B \cup A = A \cup B = \{1 , 2 , 3\} \Rightarrow A \cup B \subseteq C$$

پوښتنې

1- د S د يوې نمونه يي فضا څخه د B, A او C د ناخاپو پیبنو لپاره د يو مثال(بيلګې) په مرسته د لاندې اړيکو سم والی وښيئ.

a) $A \cup \emptyset = A$

b) $A \cup A = A$

c) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

2- که $A \subseteq B$ وي په يوه مثال کې وښيئ چې $A \cup B = B$ دی.

3 - که چيرې د A او $A \cup B$ ناخاپي پیبنې سره برابرې وي، په يوه ګراف کې وښيئ چې د A ناخاپي پیبنه د B ناخاپي پیبنه په بر کې لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ناخاپي پيښو تقاطع

د نـور اصلي رنګونـو د پريکړې څخه کوم رنګونه لاسته راځي؟

فعاليت

- د رمل د يوې داني د اچولو نمونه يي فضا $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ او د $A=\{2,4,6\}$، $B=\{4,6\}$ او $C=\{1,3,5\}$ ناخاپي پيښې په پام کې نيسو.
- د $A\cap B$ او $B\cap A$ ناخاپي پيښې يو بل سره څه اړيکه لري.
- ايا د A او B پيښې د $A\cap B$ ناخاپي پيښه په بر کې لرلی شئ که نه؟
- وښيي چې د $C\cap B$ ناخاپي پيښه يوه ناشونې پيښه ده.
- که د B پيښه د A پيښه په ځان کې ولري، د A او $A\cap B$ ناخاپي پيښې سره پرتله کړئ.

د پورتني فعاليت څخه کولای شو لاندې پايلې په عمومي ډول بيان کړو.

پايله:

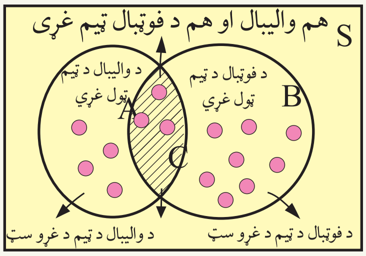
د S په يوه نمونه يي فضا کې د A, B او C ناخاپي(تصادفي) پيښو لپاره لرو.

- د $A\cap B$ او $B\cap A$ ناخاپي پيښې يو شان دي.
- د A او B ناخاپه پيښې هره يوه يې د $A\cap B$ ناخاپه پيښه په خپل ځان کې لري.
- که د A او B دوه پيښو چې تشی نه $A\cap B=\phi$ وي په دې حالت کې د A او B پيښې يوه له بله بيلې پيښې بلل کيږي.
- د A پيښې لپاره لرو:

$$A\cap S=A \text{ ، } A\cap\emptyset=\emptyset$$

- که چيرې د B پيښه د A پيښه په خپل ځان کې ولري، نو $A\cap B=A$ سره ده.

مثال: د ښوونځی د فوټبال له ټیم څخه درې تنه د ښوونځی د والیبال د ټیم غړي هم دي که چیرې د فوټبال د ټیم غړی په A، د والیبال د ټیم غړی په B او د دواړو ټیمونو ګډ غړي په C سره وښیو په دې حالت کې د سټونو تر منځ اړیکه د سټ د تیورۍ په بڼه ولیکئ:



$$A \cap B = C$$

ایا پوهېږئ چې د B د سټ په مکمله سټ کې یعني $\overline{B}$ کې د والیبال د ټیم ټول غړي ګډون لري. که نه؟ نو $\overline{B}$ ټول هغه زده کوونکي دي، چې د فوټبال د ټیم غړي نه دي، څرنګه چې 3 تنه زده کوونکي د والیبال د ټیم غړي، چې په عین حال کې د فوټبال د ټیم غړي هم دي په $\overline{B}$ کې ګډون نه لري؛ نو په دې اساس د والیبال ټیم $\overline{B}$ سټ په پام کې نیولو سره ناقص دی.

پوښتني

1- د A, B ناخاپي پېښه د دیاګرام په مرسته د A او B د بېلابېلو حالتونو لپاره چې د C پېښه د A او B پېښې په خپل ځان کې لري وښیئ او وضاحت ورکړئ.

2- په یوه مثال کې د A, B او C پېښې چې A او B په خپل ځان کې لري وښیئ چې:

a) $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$

b) $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$

3- لاندې پېښې په بیان سره ولیکئ:

a) $\overline{A} \cup \overline{B}$

b) $\overline{A \cap B}$

c) $\overline{A \cup B}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کلي او مکمله سټ

که چیري S د افغانستان ولایات، A د شمال او B د نور پاتي ولایات وي، نو $S-A$ او $S-B$ کوم ولایات رابنیي؟

فعالیت

- د یوې داني رمل د اچولو نمونه یي فضا $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ او د $A=\{1,3,5\}$ ناخاپي پیښه په پام کې ونیسئ.
- د A د ناخاپي پیښې مکمله یعنې $\overline{A}$ کومه ناخاپي پیښه کیدلی شي؟
- یوه ناخاپي پیښه پیدا کړئ، چې A یې په بر کې ولري، او په $\overline{A}$ کې شامله نه دی.
- ایا کولای شئ د S نمونه یي فضا څخه یو پیښه پیدا کړي چې په یو وخت کې نه په A کې او نه په $\overline{A}$ ګډون ولري.
- د A او $\overline{A}$ د ناخاپي پیښو اتحاد له ډاډمني پیښې سره څه اړیکه لري؟
- د A او $\overline{A}$ پیښو تقاطع ناممکنې یا ناشونې پیښې سره څه اړیکه لري؟

د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي.

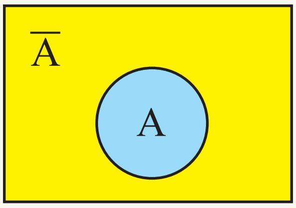
پایله: که چیرې S یوه نمونه یي فضا او A یوه ناخاپي پیښه وي:

- $\overline{A}$ یوه ناخاپي پیښه ده، چې په یوه وخت د A سره نه پیښیږي.
- د A هره ناخاپي پیښه چې پیښیږي:

a) $A\cup\overline{A}=S$

b) $P(A\cup\overline{A})=P(S)=1$

c) $P(\overline{A})=1-P(A)$

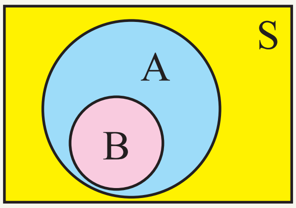


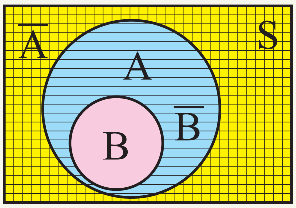
د S نمونه فضا

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: که د S په یوه نمونه یي فضا کې د A ناخاپي پیښه د B ناخاپي پیښه په بر کې ولري، په ګرافیکي ډول وښیئ چې د $\overline{B}$ ناخاپي پیښه د $\overline{A}$ ناخاپي پیښه په خپل ځان کې ولري.

حل: څرنګه چې $A \subseteq B$ دی، که چیرې مونږ په شکل کې $\overline{A}$ او $\overline{B}$ وښیو د لاندې شکل څخه په پوره ښکاره لیدل کیږي، چې: $\overline{A} \not\subset \overline{B}$





$\overline{B}$ افقي کرښې $\overline{A}$ عمودي کرښې

پوښتنې

1- د یوه مثال او ګراف په مرسته د S د نمونه یي فضا او د A او B ناخاپي پیښو لپاره وښیئ، چې:

a) $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$

b) $\overline{S} = \emptyset$

c) $S = \overline{\emptyset}$

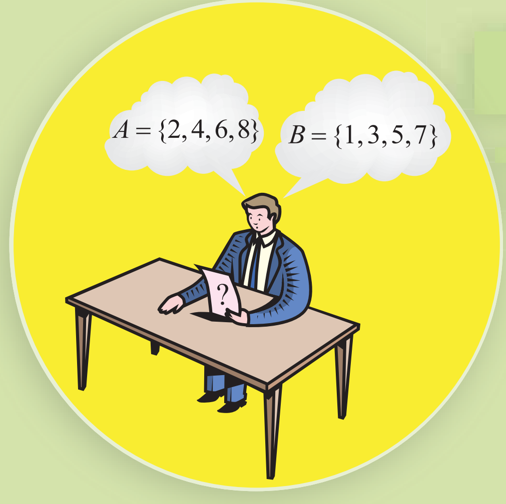
2- د S نمونه یي فضا او د A او B ناخاپي پیښو لپاره لاندې پیښې په عبارت سره ولیکئ:

a) $\overline{A} \cap \overline{B}$

b) $\overline{(A \cup B)}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ستونو مدل جوړونه

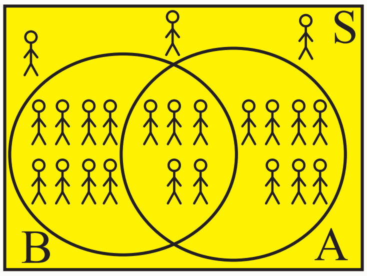


تر اوسه مو الجبري يا هندسي قوانينو خخه د ژوندانه د مسائلو په حل کې گټه اخيستله.

أيا سوچ مو کړئ، چې د ستونو خخه هم کولای شو چې د خپلو مسائلو د حل لپاره گټه واخلو؟

فعاليت

د يوه ټولگی د 23 زده کوونکو خخه مو د خويندو او ورونو لرونکو زده کونکو احصائيه راټوله کړئ، چې په لاندې دياگرام کې ليکل شوی ده.



په شکل کې ټول هغه زده کوونکي چې خويندی لري د A په سټ او هغه زده کوونکي چې ورونه لري د B په سټ سره ښودل شوي دي.

شکل په پام کې ونيسئ د لاندې فعاليت سوالونو ته ځواب پيدا کړئ.

- څو تنه خويندی لري؟
- څو تنه ورونه لري؟
- څو تنه هم خويندی او هم ورونه لري؟
- څو تنه نه خويندی او نه ورونه لري؟
- څرنگه کولی شو دا مسالٔه د رياضي په ژبه وليکو.
- ټول هغه کسان چې خويندی نه لري څو تنه دي؟

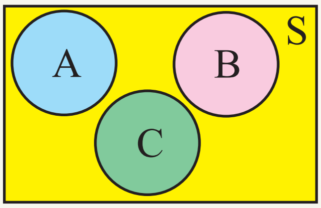
ليدل کېږي چې پورتنی گراف کولی شي چې پورتنی ټولو سوالونو ته او د هغوی په شان نورو سوالونو ته په ښه توگه ځواب ورکړئ.

نو د پورتنی فعاليت خخه لاندې پايله په لاس راورو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پایله: لیدل کېږي، چې دسټ د تیوري په کارولو سره په ورځني ژوندانه کې د ډېرو مسائلو سره مخامخ کېږو، چې کولای شو هغه حل پیدا کړو، او هغه و ارزوو.
د سټ د تیوري تطبیق په احتمالاتو کې او یا په بل عبارت د هغو ناخاپي پېښو د پېښیدو د مسائلو د حل او د هغې د ښودنې د سټ د تیوري په مرسته د سټ تیوري یوه بله د تطبیق ساحه شمېرل کېدای شي.

مثال: د S نمونه یي فضا د B, A او C ناخاپه پېښې په لاندې دیاګرام کې ورکړل شوې دي په پام کې ونیسئ مطلوب دی د پېښو د پېښیدو احتمال:



a. د دې احتمال چې د A یا B حادثه ناخاپي پېښه شي.
b. د دې احتمال چې د A یا B پېښه، پېښه شي.
c. د دې احتمال چې د C پېښه، پېښه نه شي.

حل:
a. د A یا B احتمال په حقیقت د $A \cup B$ احتمال دی خرنګه چې د اپیښې یو د بل څخه بیلې دي، یعنې $A \cap B = \phi$ دی نو:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

b) د دې احتمال چې د A پېښه ناخاپه پېښه، پېښه شي د $\overline{A}$ مکمله پېښې څخه عبارت ده، چې د $\overline{A}$ پېښه نه ده پېښه شوې، په بل عبارت هغه پېښه ده چې د C یا B حادثه پېښه نه شي نو: $P(\overline{A}) = P(C \cup B)$ خرنګه چه $P(A) = 1 - P(\overline{A})$

نو: $P(A) = 1 - (P(C \cup B)) = 1 - P(C) - P(B)$

c) د دې احتمال چې د C پېښه ناخاپه پېښه نه شي د هغې پېښې د پېښیدو د احتمال سره برابر دی چې د A یا B پېښې، پېښې شي، او دا د $A \cup B$ دپېښې د پېښیدو څخه عبارت ده.

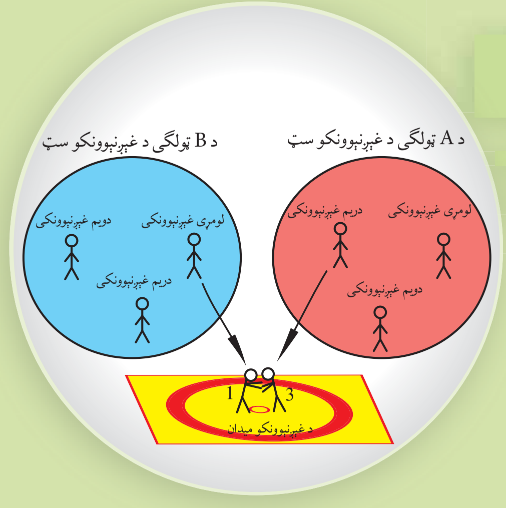
$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

پوښتنې

1– هغه مثال چې په فعالیت کې مو ترې ګټه اخیستې ده په پام کې ونیسئ:
a) د دې احتمال مطلوب دی، چې له دې ټولګي څخه یو زده کوونکی په تصادفي یا ناخاپي ډول وټاکل شي چې خور او ورونه لري.
b) د یوه داسې زده کوونکي د ټاکلو احتمال چې تصادفي ټاکل کېږي پیدا کړئ، چې لږ تر لږه خور یا ورور ولري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د شمېرنې اصل



د A او B دوو ټولګیو څخه درې تنه د غېږې لپاره ټاکل شوي دي په څو ډوله کولای شئ چې یو له بل سره په غېږه ورشي.

فعالیت

دوه عدده تور او سرمه یي رنګه پطلونونه له درې عدده سپین، ابي او فولادي رنګه کمیسونه په پام کې نیسو.

- په څو ډوله کولای شو هغو په ځان کړو(واغوندو).
- د شمېرنې د ترتیب لپاره د ونې د شکل له ګراف څخه ګټه واخلئ.
- د اغوستلو د ټولو امکاناتو او د پتلونونو او کمیسونو د شمېر تر منځ څه اړیکه شته ده.

د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راورو.

پایله:

1- د دوو سټونو د عناصر په ترکیب کې د ټولو امکاناتو شمېر د ترکیبي مجموعه د هرې یوې مجموعې د عنصر د شمېر د مجموعو دضرب حاصل سره مساوي دی.

2- که چېرې د امکاناتو شمېر او یا د یو سټ عناصر په m عدد او د یوه بل سټ د عناصرو شمېر مساوي په n عدد وي په دې حالت کې دواړه ټاکنې یو د بل سره د $(m \times n)$ د شمېر په ډول امکان لري.

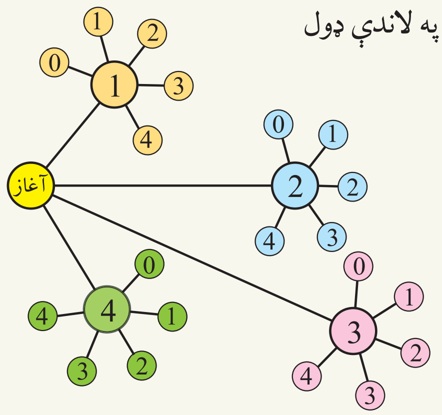
مثال: د 0،1،2،3 او 4 رقمونو څخه په ګټه اخستنې سره څو دوه رقمي عددونه کولای شو جوړ کړو؟ برسېره پر دې د امکاناتو د ونې ګراف یې رسم کړئ او هغه احتمال پیدا کړئ، چې له دې عددونو څخه یو عدد په اتفاقي(ناڅاپي) ډول و ټاکل شي، چې هغه عدد په 2 د وېش وړ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې کار لپاره د ذکر شوی دوه رقمي عدد د جوړولو لپاره دوه تش ځایونه ▭▭ د هر رقم لپاره په پام کې نیسو.

د کیڼې خوا په تش ځای کې د راکړل شویو پنځو رقمونو څخه 4 امکانانو(پرته له صفر) د 3,2,1,0 او 4 عددونو د ځای په ځای کولو لپاره شته دي، خو د ښي خوا د تش ځای لپاره 3,2,1,0 او 4 هرو پنځو عددونو څخه ګټه اخلو. په دې ترتیب د دې رقم د ټاکلو پنځه امکانه شته دی، چې په مجموعي ډول $4\times5=20$ شمېر د دوه رقمي عددونو د جوړولو لپاره د پورتنیو عددونو په وسیله موجود دي.

دا مطلب کولای شو د ونه ییز د ګراف په مرسته په لاندې ډول وښیو، لکه:



د دې لپاره چې نوموړی رقم پر 2 د ویش قابلیت ولري د ښې خوا په تش ځای کې د 5 برابرو امکاناتو څخه یوازې 3 امکانه د (3,2,1,0 او 4) شته دی. د داسې عددونو د جوړولو لپاره چې پر 2 د ویش وړ وي د $4\times3=12$ برابر حالتونه دي، چې په لاندې حالت کې د هغه رقم د ټاکل کېدو احتمال چې پر 2 د ویش وړ وي عبارت دی له:

$$P\ (\text{مطلوب عدد})=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}=0.6=60\%$$

پوښتنې

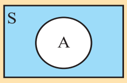
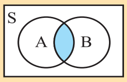
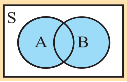
1- د (م، د، ی) تورو څخه په ګټه اخیستنه څو څلور حرفي معنا لرونکي او معنا نه لرونکي کلیمې جوړولای شو؟ موضوع د ونه ییز ګراف په مرسته تشریح کړئ.
که چیرې د دې ترکیبي کلمو څخه په ناڅاپي ډول یوه کلمه وټاکو د دې احتمال پیدا کړئ، چې دا کلمه((مریم)) وي.

2- د 8,7,4,1,0 او 9 عددونو څخه د مبایل تلیفون څو داسې شپږ رقمي نمبرې جوړولای شو چې د کیڼې خوا څخه په 077 پیل شوي وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نهم څپرکی لنډيز

• د دې لپاره چې وکولای شو د ناخاپي پېښو د ترکيب د بېلا بېلو حالتونو د پرتله کولو لپاره د ستونو د تيوري په کارولو سره يو ښه تصور ولرو هغه مو په لاندې جدول کې راټول کړل.

د اتفاقي حادثې بيان	د بيان ارايه د ست په واسطه	د Venn دياګرام او اتفاقي حادثه	د حادثې احتمال
د S هغه ټولې ناخاپي پېښې چې د A په پېښه کې ګډون و نه لري د A پېښې عکس دی.	$\overline{A}=S-A$ يا $S=A\cup\overline{A}$		څرنګه چې $P(S)=1$ دی نو $P(A)=1-P(\overline{A})$
د A ناخاپه پېښه يا د B ناخاپه پېښه پېښيږي.	$A\cap B$		$P(A\cap B)$
لږترلږه يو د A يا د B د ناخاپي پېښو څخه پېښيږي.	$A\cup B$		$P(A\cup B)$ $=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

د شميرنې حل: د دوو ستونو د عناصرو په ترکيب کې ټولو امکاناتو شمېر د هرې ترکيبي مجموعې د عناصر د ضرب د حاصل سره مساوي دي.

که د يوې مجموعې د عنصرونو امکان په m ډول او د بلې مجموعې د عنصرونو(غړو) امکان په n ډول وي د دوی يو د بل سره د ترکيب د ټولو امکاناتو شمېر د $m\times n$ سره برابر دی.

د نهم څپرکي پوښتنې

1–که S يوه نمونه يي فضا او A د هغې يو ناخاپه پېښه وي وښيئ چې:

a) که $A\subseteq\phi$ وي وښيئ، چې $P(A)=0$ دی.

b) که $S\subseteq A$ وي په دې حالت کې $P(A)=1$ دی.

که چيرې د C ناخاپي پېښه د A او B ناخاپي پېښې په بر کې ولري، وښيئ چې همدارنګه د C ناخاپي پېښه د $A\cup B$ ناخاپي پېښه په بر کې ولري.

3- که چيرې S د A او B يوه نمونه يي فضا وي د B او $A\cup B$ ناخاپي پېښې يو بل په بر کې ولري وښيئ چې د $A\cup B$ او B يو بل سره برابر دي.

4- که د S په يوه نمونه يي فضا کې د B ناخاپه پېښه د A پېښه په بر کې ولري، وښيئ چې د A او $A\cup B$ ناخاپه پېښې يو بل په بر کې ولري. برسېره پر دې ښکاره(واضح) کړئ، چې د دې ناخاپي پېښو احتمال يو د بل سره څه اړيکه لري؟

5- که چيرې S يوه نمونه يي فضا وي او B د هغې يوه ناخاپه پېښه وي وښيئ چې: $S-B=\overline{B}$

6- د ګراف په مرسته وښيئ چې د A او B دوې ناخاپي پېښې او S يوه نمونه يي فضا د $B-A$ او $\overline{A}-\overline{B}$ ناخاپي پېښې سره برابري دي، يعني: $\overline{A}-\overline{B}=B-A$

7- وښيئ چې د $\left[(A\cap B)\cup(A\cap\overline{B})\right]\cap\overline{A}$ ناخاپي پېښ. احتمال د صفر سره مساوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library