

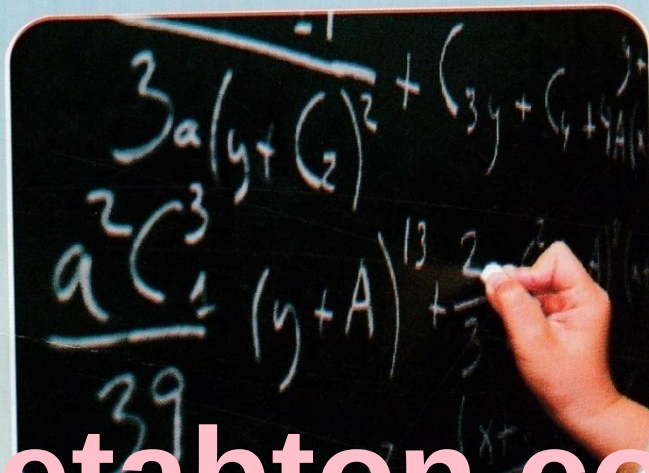


شمېر پوهنه

د ښوونځي لپاره

(رياضي په درې برخو کې)

لومړۍ برخه



Ketabton.com

لیکونکی:

برینګمن (له برینګمن ن ج څخه)

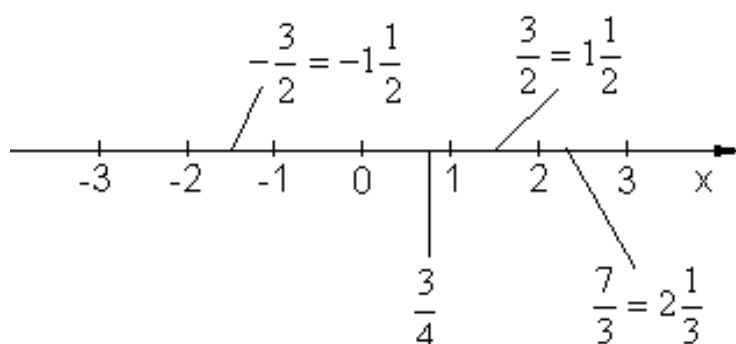
ژباړی: ډاکتر ماخان (مېړی) شینواری



شمير پوهنه

(رياضي د بنوونځي لپاره)

په درې برخو کې



لومړۍ برخه

ليکونکي: پروفيسر برينکمن (له برينکمن ن ج څخه)

ژباړی: ډاکټر ماخان (ميری) شينواری

په دې هيله، چې په دې ليکنو او ژباړو به مې زموږ د بې وزلي او له پوهې پاتې ملت
- په ما د پوهنې لپاره د لگښت - لپاره د پوهنې په لور داسې لږ ونډه اخستې وي.

د کتاب پيژند

د کتاب نوم ،،د ښوونځي لپاره شمير پوهنه ،، لومړۍ برخه

ليکونکۍ: پروفيسر برينکمن

ژباړی : ډاکتر ماخان ميري شينواری

برېښناپته: makhanshinwari@gmail.com

د خپريدو لړۍ

خپړندوی: د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

جرمني

چاپ نېټه جولای ۲۰۱۲

چاپځای: دانش کتابتون

Danish2k2000@yahoo.com

د چاپ حقوق خپړندوي ټولنې او ليکونکي يا ژباړي سره خوندي دي.

پښتو مو ژبه او شميرپوهنه پرې ساده ده

د خپرنډوی ټولنې یادښت

له هغې مودې را په دې خوا، چې د افغانستان د کلتوري ودې ټولنې د علمي، ساینسي او طبي اثارو د خپرولو لړۍ پیل کړې، تر اوسه یې په دې لړ کې مهم اثار خپلو هیوادلو ته وړاندې کړي دي.

موږ باور لرو، چې پښتو ژبه هغه وخت په یوه مهمه غني ژبه بدلیدلای شي، چې د پوهې په ګاڼه سمبال شي او په علمي او اکاډمیکو اثارو غني شي.

اوس چې زموږ ملي سراسري ژبه د بیلابیلو ګواښونو او چلنجونو سره مخامخ ده، پر موږ ټولو ده، چې د دغه ګواښونو په وړاندې به په نره ودرېږو او د علم او قلم په ژبه به ځواب ورته ووايو.

د اتحادیې له خوا د ډاکټر ماخان شینواري تر اوسه زیاتو چاپ شویو اثارو په څنګ کې، د ده د پنځه وېښت شمیر پوهنې نویو ژباړو او لیکنو او دوه ټولنیزو لیکنو تر منځ، دغه اثر په همدې لړ کې ځکه د ارزښت وړ دی، چې د علمي، ساینسي اثارو د خپراوي په لړ کې د یوه مهم ګام په توګه ګڼل کېدای شي او هیله ده، چې د دې برخې مینه وال لوستوال، زده کوونکي او د پوهنتو زده کړې کټه ترې واخستلی شي.

په درناوي

د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

۲۰۰۱۲ ز ک

د ژباړې مننه

د هر څه له مخه د هغو لیکونکو پروفیسرانو څخه زیاته مننه، چې د لیکنو څخه یې زما د ژباړې لپاره تفاهم لري. ماته د دوي د لیکنو د ژباړې په هیڅ ډول مادي ګټه نه شته او دا کار مې یوازې په یوه د پوهنې توانمندی، مګر وروسته پاتې ژبې ویونکي ولس ته وړاندې دی، دا دې د دې پروفیسرانو له خوا په پوهنیزه اړخ کې زموږ په دې اړخ کې هم مرستې ته اړ ولس سره مرسته وي.

همدا ډول زموږ، د افغانستان کلتوري ودې ټولنه، جرمني، د غرو، مرستندویانو او په تیره بیا د مشر تابه څخه زیاته مننه کوم، چې پرته له خپرندوي ټولنې په توګه یې د دې لیکنو زیاته اقتصادي ونډه هم په غاړه اخستې.

دې لاندې زما کلیوالو ملګرو او ملګرو د دې کتابونو په چاپ کې د توان سره سمه اقتصادي ونډه اخستې، چې زه ترې زیاته مننه کوم:

د ښاغلي دپلوم انجنیر ریحان الدین حساس، ښاغلي دپلوم انجنیر محمد اکبر نور، ښاغلي ډاکتر سردار ګانه وال، ښاغلي ډاکتر مانوګل ګانه وال، ښاغلي ټولنپوه محمدعارف بیان، ښاغلي دپلوم انجنیر محمد ایوب بیان، همداسې زما د ملګري ارواښاد ډاکتر حاجي محمد سلطانزي د ځوي ښاغلي ډاکتر صالح محمد سلطانزي، دپلوم انجنیر او دپلوم اقتصاد پوه رحمت الله فتحی او نه اخر زما د لور ډاکتر ځانګي شینواري او زما د ځوي اقتصاد پوه او ټولنساپوه اباسین شینواري.

نه د ټولو په اخر کې زما له میرمن ښاپړۍ څخه ډېره زیاته مننه، چې زما د لیکنو- نه دا چې مخه یې نه ده نیولې- پوره ملاتړ کړي.

بیا هم له دوي څخه د زړه له کومې مننه کوم او لوي څښتن دې ورته اجر و نه ورکړي، چې داسې مرستو ته دوام ورکړي.

په مننه : ستاسو ماخان شینواری

جرمني د بن ښار

۲۰۱۲ ز ک

نيوليک

الف	د ژباړې سريزه
۱	صفر. تکرار
	ماتګڼونه يا کسري اعداد
۱	۱ . ۱ . ۰ پيلبيلګه
۲	۰ . ۱ . ۲ - کسر عدد (مات يا ماتګڼ):
۲	۰ . ۱ . ۳ منفي (کميز) کسري عددونه
۳	۰ . ۱ . ۴ ګډوله عددونه
۳	۰ . ۱ . ۵ - لسميز اعشاريه کسرونه
۴	۰ . ۲ يو په بل اړونه
۶	۰ . ۲ . ۱ - تمرينونه (ماتشميرنې ته)
۱۴	۰ . ۳ - د ماتونو يا کسرونو قوانين
۱۷	۰ . ۳ . ۹ - تمرينونه
۲۶	۰ . ۴ - درې جملې ته مفصل حل
۲۹	درې جملې ته پوښتنې
۴۰	۰ . ۵ - په سلو کې شميرنه
۴۳	۰ . ۵ . ۷ پوښتنې

۵۲	۰ . ۶ - د گټې شمېرنه
۵۶	۰ . ۶ . ۶ - پوښتنې
۶۶	۰ . ۷ - ترمونه او د بېنوم فرمولونه
۷۰	۰ . ۷ . ۲ - تمرینونه
۸۰	۰ . ۷ . ۳ - تمرینونه
۱۳۲	۱ - سم اند یا منطق
۱۳۲	۱ . ۱ وینا
۱۳۳	۱ . ۲ وینا بڼه
۱۳۴	۱ . ۱ . ۱ - تمرینونه
۱۳۵	۱ . ۳ - د ویناو ترڼه
۱۴۳	۲ - ډېرۍ یا سټ
۱۴۴	۲ . ۱ د ډېرۍ یا سټ انځورونه
۱۴۵	۲ . ۲ - ډ ډېرۍ لیکندود په ...
۱۴۶	۲ . ۳ - پوښتنې
۱۵۴	۲ . ۴ - د ډېریو ترڼه
۱۵۶	۲ . ۵ - ډېرۍ او تنروالونه
۱۶۰	۲ . ۶ - تمرینونه
۱۶۳	۳ - الجبري کلیبمي

۱۷۲	۴ - ۱ توان او ریښه
۱۸۰	۴ . ۲ - پوښتنې
۳۳۸	۵ - کرښیز مساوات
۳۴۶	۶ - مساوات او نامساوات
۳۴۹	۷ - کرښیز مساوات شي پوښتنو ته
۴۱۵	۷ . ۱ - پوښتنې
۴۱۹	۸ - مات-یا کسري مساوات
۴۵۶	۹ - لوګاریتم
۴۷۲	۹ . ۱ - پوښتنې
۴۹۲	۱۰ - ریښه او اکسپوننشل مساوات
۴۹۹	1.11 مربع مساوات
۵۴۵	12 اکسپوننشل مساوات
۵۶۸	۱۲ . ۱ - پوښتنې
۶۰۸	1.13 کرښیز مساوات سیستم
۶۳۷	1.14. اړیکې او فنکشنونه (توابع؟)
۶۴۴	1.15 فنکشنونه توابع
۶۵۹	۱۵ . ۲ - پوښتنې
۶۸۸	۱۶ . ۱ فنکشنونه او په څنډ

الف

د ژباړې سریزه

گرانو هیوادوالو او د شمیرپوهنې مینه والو!

دا څو کاله د مخه د ځنو شمیرپوهنیزو کلمو په لټه کې د برینکمن د ن ج سره مخامخ شوم. دا چې دې لیکنې ښه خونديونه یا متن درلود او زیات تمرینونه د حل سره، نو ما وپتيله، چې دا په پښتو ته واړوم. دا یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې زده کوونکي ښوونکي او داسې لږ د شمیرپوهنې سره بلد میندې او پلرونه ترې ګټه اخستلی شي. په دې لیکنه کې هر څه خورا ښه روښانه شوي دي او په مختلفو بیلګو سمبال دي د حلونو یا اوبيونو سره، چې لوستنه یې هر د شمیرپوهنې مینه وال لپاره د پیرځویني وړ بولم.

کتاب په درې برخو کې چاپیږي، چې هره برخه یې یوه خپلواکه او د یوې ځانګړې برخې خونديونه لري. زه په دې باور لرم، چې د شمیرپوهنې مینه وال دا کار داسې لږ په غور وګوري، نو زر به ورسره مینه پیدا کړي.

دا کتابونه هم د هغو ۲۵ ریاضي او لږ تر لږه دوه سیاسي او ادبي کتابونو لړۍ ده، چې ما چاپ ته چمتو کړي دي، خو نه پوهیږم، چې څو دا نور به ترې کله چاپ شي. که څه پاتې شو، نو هغه به د دې کتابونو سره یوځای ن ج ته پورته کړم.

گرانو لوستونکو!

دا زموږ د هیواد اړتیا لپاره په پوهنیزه اړخ کې په سره تیره اوبه تویول دي. دا کتابونه، کوم چې چاپیږي د زر دانو یا پنځه سوه څخه به نه اوږي، نو د یوه پنځوس میلیونه کمو زیات ولس لپاره زردا نې چې چاپیږي، دا خو اصلاً په شمیر کې نه راځي، خو دا به په خروار ګنو.

په لومړي کتاببرخه کې ځمکچپوهنه یا هندسه ورسره مل ده او په دویمه کتاببرخه کې مې وکتور شمیرنه ورسره زیاته کړې.

ب

دریمه کتاببرخه مشتق او انتیگرال ته ځانگړې شوې.

گرانو لوستونکو!

د برینکمن د لیکنو لړۍ د شمیرپوهنې په څانگه کې د بنوونځیو لپاره نوره هم پسي غزېدلې، چې ما هغه د گرانو لوستونکو لپاره راژباړلي.

دا احصایه یا ستاتیستیک دی او د احتمالوالي شمیرنه ده. دا دواړه کتابونه، چې دلته یې تاسو ته ژباړه وړاندې کيږي، هم په زیاتو تمرینونو، اود دوی په اوبیونو یا حلونو سره سمبال ده.

زما په اند، داسې لیکنه په پښتو کې د لومړي ځل لپاره کيږي، چې نومه ونې به دلته هم څه ناڅه گرانو لوستونکو ته نابلدي وي، خو پرې پوهیدنه شونې ده. هر څه په روښانه توگه ورکړل شوي.

گرانو هیوادوالو!

داچې ما یوځای یا نوره هم ښه په یوه وار ډېر کار را ونیوه، نو هر ورو به ناتیکاوي زما له خوا په کې رامنځ ته شوې وي، خو دا به داسې ناتیکاوي نه وي، چې شمیرپوهنیزې ستونځې رامنځ ته کړي. له دې امله له ستاسو څخه زما په ستونځو پوهیدلو له امله زیاته مننه.

په دې هیله، چې زما په غوښتنو او ستونځو به و پوهیږي.

ډېرو گرانو هیوادوالو!

مننه:

له هر څه د مخه د دې لکچرونو لیکنو لیکونکو شمیرپوهانو یعنې ستر پروفیسور بریکمن څخه زیاته مننه، چې زموږ ولس ته به د دې کتاب ژباړې لپاره به تفاهم ولري.

0. تکرار

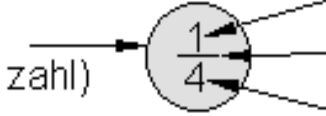
1. 0. ماتونه (کسرونه)

0.1.1. پیلپیله

یوه کتره شوکولادی دې په څلورو کسانو و وېشل شي. هر یوه کس ته څلورمه برخه رسیږي..

د دې لپاره لیکو:

$$1:4 = \frac{1}{4}$$

ماتګني (کسری عدد)		صورت (ماتباندي) ماتکرېنه مخرج (ماتلاندي)

د وېشنې بیلګې:

کسر (مات)	د کسانو تعداد (ګڼون)	د تختو تعداد (ګڼون)
$3:4 = \frac{3}{4}$	4	3
$7:9 = \frac{7}{9}$	9	7

د وېشنې بیلګې:

کسر (مات)	د کسانو تعداد (ګڼون)	د تختو تعداد (ګڼون)
$3:4 = \frac{3}{4}$	4	3
$7:9 = \frac{7}{9}$	9	7

0.1.2. کسر یا د کسر عدد (مات یا ماتګڼ):

يو کسر يو عدد دی د دې بڼې سره $\frac{\text{صورت يا ماتباندي}}{\text{مخرج يا ماتلاندي}}$

صورت او مخرج تام اعداد (ټولګڼونه) ($\in \mathbb{Z}$) او مخرج د صفر سره نامساوي ($\neq 0$) دی

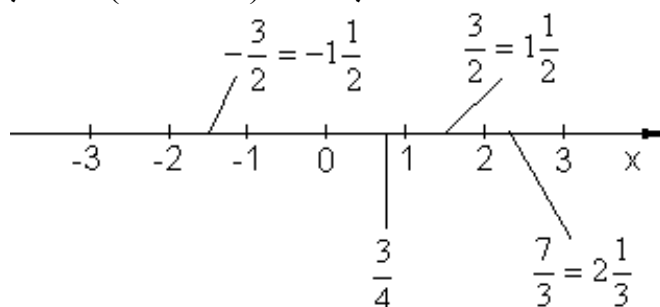
د کسر کرښه یا ماتکرښه د ویش سره په همغه - یا په یوه معنا ده.

0.1.3. -منفي کسری عدد (کمیز ماتګڼ)

د منفی کسری عدد (کمیز ماتگن) بیلگه:

$$(-1) : 4 = \frac{-1}{4} = -\frac{1}{4}$$

0.1.2- کسرونه د اعدادو په کرښه (کنونکرښه) انځورېدلي شي:



0.1.4. گډوله اعداد (گڼونه)

بیلگه:

$$\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3} \quad \text{باقي 2، نو} \quad \frac{5}{3} = 5.3 = 1$$

$$1\frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 3 + 2}{3} = \frac{5}{3} \quad \text{په څټ (برعکس)}$$

لسمیز کسرونه (اعشاریه که عشریه؟ کسرونه، لسمیز ماتونه)

لسمیز کسر (لسمیز مات):

زرریز سلیز لسیز یویز	ز س ل ی ل س ز 1 3 4 0 , 8 9 5	زرریز سلمیز لسمیز

لسمیز مات د کسر وډیزیني د وېشنې له لارې :

$$1340,895 = 1340 + \frac{8}{10} + \frac{9}{100} + \frac{5}{1000}$$

-تعریف (پیژند) لسمیز کسر (لسمیز مات) منځ ته راځي، کله چې کسر(مات) ووبشل شي.

که وېشنه پای ته ورسیري، نو پای لسمیز کسر لاس ته اځي .

که وېشنه په یوه ټاکلي قانونمندی پرلپسې کې دوام پیدا کړي، نو بیا دا لسمیز کسر ناپای تل بیرته راگرځېدونی - یا ناپای پریوډیکي لسمیز کسر بلل کیږي

پای او ناپای پریوډیکي (تل بیرته راگرځیدونی)

لسمیز ماتونه(اعشاریه کسرونه)

$$\frac{1}{4} = 1 : 4 = 0,25 \quad \frac{12}{5} = 12 : 5 = 2,4$$

دپای لسمیز کسر بیلگه:

د نا پای لسمیز کسر بیلگه :

$$\frac{1}{3} = 1 : 3 = 0,333... = 0,\overline{3} \quad \frac{8}{11} = 8 : 11 = 0,7272... = 0,\overline{72}$$

0-2-یو په بل اړونه :

د لسمیز کسرونو اړونه په کسرونو:

0. تکرار

۶

بیلگه ۳

$$\begin{array}{r}
 100 \cdot 0,7\bar{4} = 74,\bar{4} \\
 -10 \cdot 0,7\bar{4} = -7,\bar{4} \\
 \hline
 90 \cdot 0,7\bar{4} = 67,0 = 67
 \end{array}$$

$$\bar{4} = \frac{51}{90} \quad \text{به 90 وېشنه:}$$

0.2 1. تمرینونه (ماتشمیرني ته)

لومړۍ: لاندې 10 کسرونه په لسمیز کسرونو واړوی
 لاندې کسرونه په لسمیز کسرونو واړوی

$$\text{الف- } \frac{2}{3} \text{ ب- } \frac{8}{9} \text{ پ- } 5\frac{1}{2} \text{ ت- } 7\frac{7}{11} \text{ ټ- } 4\frac{16}{256}$$

دویم: په کیلوگرام یې واړوی او و یې شمیرۍ:

$$2,5t + 8\frac{1}{2}dz + 1,55\text{kg} + 0,25dz + 0,3t + 12,3\text{kg}$$

دریم: د سپین کورنۍ د ورځې $1\frac{3}{4}$ لیتره شیدې ته اړتیا لری

الف- د کال مصرف یې څومره جگ دی؟

ب- د کال مصرف یې څومره جگ دی، که یو لیتر شیدې € 0,79 قیمت ولري؟

څلورم: یو د اوبو مرطبان $43\frac{1}{2}$ لیتره اوبه ځایوي.

له دې څخه 6 بوتلونه هر یو 0,75 لیتره او 9 بوتلونه هر یو 0,7 لیترونه ډکيږي. په مرطبان کې نورې څو لیتره اوبه پاتې کیږي؟
پنځم: $a < b$, $a > b$ او $a = b$ چېرته چې a او b دواړه کسرونه انځوروي

الف - $\frac{2}{6} : \frac{2}{9}$ ب - $1 : \frac{1}{2}$ پ - $\frac{3}{4} : \frac{5}{7}$ ت - $\frac{1}{2} : \frac{2}{5}$ ث - $\frac{7}{9} : \frac{11}{10}$
شپږم: وشمیری

الف - $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$ ب - $\frac{1}{4} - \frac{1}{6}$ پ - $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{10}$ ت - $\frac{7}{8} - \frac{2}{7} - \frac{1}{4}$
اوم: وشمیری

الف - $7\frac{1}{2} - 3\frac{1}{4}$ ب - $3\frac{2}{3} + 2\frac{2}{6} - 4\frac{4}{9}$ پ - $9\frac{2}{5} + 1\frac{1}{3} - 4\frac{5}{6}$
اتم: وشمیری

الف - $4 : \frac{1}{8}$ ب - $\frac{4}{5} \cdot 2$ پ - $1\frac{2}{3} \cdot \left(-2\frac{3}{2}\right)$ ت - $4 : \frac{1}{2}$ ث - $4\frac{5}{6} : 1\frac{2}{9}$
نهم: وشمیری

الف - $\frac{4}{5} - 3\frac{1}{10}$ ب - $6\frac{4}{5} - 3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3}$ پ - $5\frac{1}{8} : \frac{1}{2} + 1\frac{5}{7} \cdot \frac{7}{4} - \frac{9}{14} : \frac{3}{7}$
لسم: وشمیری

الف - $-19 + (0,5 + 1,75) \cdot 4$ ب - $\left(1\bar{3} \cdot 3 - \frac{1}{2}\right) : 7$ پ - $\frac{3}{4} : \frac{5}{7}$

ت - $\left(2\bar{6} - \frac{1}{3}\right) : \left(-1\frac{1}{3} + 0\bar{3}\right)$ ث - $12 \cdot \frac{1}{3} + 12 \cdot \frac{1}{4} - 7$

$$\left(1, \bar{3} \cdot 9 - \frac{9}{3}\right) : 3 + \left(-\frac{1}{2} + 2\right) \text{ ث.}$$

مفصل حلونه (اوبیونی)

لومری:

$$\frac{2}{3} = 2 : 3 = 0,66666... = 0, \underline{\underline{6}} \text{ الف -}$$

$$\frac{8}{9} = 8 : 9 = 0,88888... = 0, \underline{\underline{8}} \text{ ب -}$$

$$5\frac{1}{2} = 5 + \frac{1}{2} = 5 + 1 : 2 = 5 + 0,5 = 5, \underline{\underline{5}} \text{ پ -}$$

$$7\frac{7}{11} = 7 + \frac{7}{11} = 7 + 7 : 11 = 7 + 0,636363... = 7 + 0, \underline{\underline{63}} = 7, \underline{\underline{63}} \text{ ت -}$$

$$4\frac{16}{256} = 4 + \frac{16}{256} = 4 + \frac{1}{16} = 4 + 1 : 16 = 4 + 0,0625 = 4, \underline{\underline{0625}} \text{ ث.}$$

دویم:

$$2,5 \text{ t} = 2,5 \cdot 1000 \text{ kg} = 2500 \text{ kg}$$

$$8\frac{1}{2} \text{ dz} = 8,5 \cdot 100 \text{ kg} = 850 \text{ kg}$$

$$0,25 \text{ dz} = 0,25 \cdot 100 \text{ kg} = 25 \text{ kg}$$

$$0,3 \text{ t} = 0,3 \cdot 1000 \text{ kg} = 300 \text{ kg}$$

$$1 \text{ t} = 1 \text{ Tonne} = 1000 \text{ kg}$$

$$1 \text{ dz} = 1 \text{ Doppelzentner} = 100 \text{ kg}$$

1dz یو دبل لسی (100)

$$2,5t + 8\frac{1}{2}dz + 1,55kg + 0,25dz + 0,3t + 12,3kg$$

$$= 2500kg + 850kg + 1,55kg + 25kg + 300kg + 12,3kg = \underline{\underline{3688,85kg}}$$

یادونه : په پورته کې Doppelzentner د ډبل لسو په معنا دی، یعنې سل.

دریم-

الف-

$$1\frac{3}{4}\text{Liter} = 1,75\text{Liter}$$

یو کال 365 روځي لری

$$t\ 365 \cdot 1,75\text{Liter} = \underline{\underline{638,75\text{Liter}}}$$

د شورو د کال مصرف دی:

ب - یو لیتر شیدې € 0,79 قیمت لری. د شورو قیمت به یو کال کې دی:

$$638,75 \cdot 0,79€ = \underline{\underline{504,61€}}$$

څلورم-

$$43\frac{1}{2}\text{Liter} = 43,5\text{Liter}$$

له دې څخه $6 \cdot 0,75\text{Liter} = 4,5\text{Liter}$ او

$$9 \cdot 0,7\text{Liter} = 6,3\text{Liter}.$$

کمپری

به مرتبان کې $43,5\text{Liter} - 4,5\text{Liter} - 6,3\text{Liter} = 32,7\text{Liter}$ اوبه پاتې کیږی.

پنجم-

د دې لپاره چې کسرونه سره پرتله کړای شو، باید هغه هغه نومیز کړو یعنې کډ

مخرج (ماتلاندې) یې ونیسو:

غوره یادونه: که ولرو، HN نو د دز لاندې موږ تل اصلی مخرج پوهیږو.

$$\frac{2}{6}; \frac{2}{9} \Rightarrow HN = 36 \Leftrightarrow \frac{6 \cdot 2}{6 \cdot 6}; \frac{4 \cdot 2}{4 \cdot 9} \Leftrightarrow \frac{12}{36}; \frac{8}{36} \Rightarrow \frac{12}{36} > \frac{8}{36} \Leftrightarrow \frac{2}{6} > \frac{2}{9} \quad \underline{\underline{\text{الف}}}$$

$$1; \frac{1}{2} \Rightarrow HN = 2 \Leftrightarrow \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 1}; \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{2}; \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2}{2} > \frac{1}{2} \Leftrightarrow 1 > \frac{1}{2} \quad \underline{\underline{\text{ب}}}$$

$$\frac{3}{4}; \frac{5}{7} \Rightarrow HN = 28 \Leftrightarrow \frac{7 \cdot 3}{7 \cdot 4}; \frac{4 \cdot 5}{4 \cdot 7} \Leftrightarrow \frac{21}{28}; \frac{20}{28} \Rightarrow \frac{21}{28} > \frac{20}{28} \Leftrightarrow \frac{3}{4} > \frac{5}{7} \quad \underline{\underline{\text{پ}}}$$

$$\frac{1}{2}; \frac{2}{5} \Rightarrow HN = 10 \Leftrightarrow \frac{5 \cdot 1}{5 \cdot 2}; \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 5} \Leftrightarrow \frac{5}{10}; \frac{4}{10} \Rightarrow \frac{5}{10} > \frac{4}{10} \Leftrightarrow \frac{1}{2} > \frac{2}{5} \quad \underline{\underline{\text{ت}}}$$

ټ-

$$\frac{7}{9}; \frac{11}{10} \Rightarrow HN = 90 \Leftrightarrow \frac{10 \cdot 7}{10 \cdot 9}; \frac{9 \cdot 11}{9 \cdot 10} \Leftrightarrow \frac{70}{90}; \frac{99}{90} \Rightarrow \frac{70}{90} < \frac{99}{90} \Leftrightarrow \frac{7}{9} < \frac{11}{10} \quad \underline{\underline{\text{ث}}}$$

شپږم:

که کسرونه یو په بل زیاتوو یا یو له بل کموو، باید دا مخ له مخه همنومیز شې یعنې د هر

څه لومړی یې باید اصلی مخرج (اصلی ماتلاندې) و ټاکل شې

په لاندې کې او وروسته په هر ځای کې HN د اصلی مخرج یا اصلی ماتلاندې په معنا دی.

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \quad \text{HN} = 6 \Rightarrow \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{3+4}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6} \quad \text{الف -}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \quad \text{HN} = 12 \Rightarrow \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} - \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{3}{12} - \frac{2}{12} = \frac{3-2}{12} = \frac{1}{12} \quad \text{ب -}$$

پ -

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{10} \quad \text{HN} = 40 \Rightarrow \frac{1 \cdot 20}{2 \cdot 20} - \frac{1 \cdot 10}{4 \cdot 10} + \frac{1 \cdot 5}{8 \cdot 5} - \frac{1 \cdot 4}{10 \cdot 4} \\ = \frac{20}{40} - \frac{10}{40} + \frac{5}{40} - \frac{4}{40} = \frac{20-10+5-4}{40} = \frac{11}{40} \end{aligned}$$

$$\frac{7}{8} - \frac{2}{7} - \frac{1}{4} \quad \text{ت -}$$

اصلي مخرج يا ماتلاندې = 56 له دې لاس ته راځي:

$$\Rightarrow \frac{7 \cdot 7}{8 \cdot 7} - \frac{2 \cdot 8}{7 \cdot 8} - \frac{1 \cdot 14}{4 \cdot 14} = \frac{49}{56} - \frac{16}{56} - \frac{14}{56} = \frac{49-16-14}{56} = \frac{19}{56}$$

اوم -

که کسرونه یو په بل زیاتوو یا یو له پل کموو، باید دا مخ له مخه هم نومیز شی یعنی د هر څه له مخه یې باید اصلي مخرج (HN اصلی ماتلاندې) و ټاکل شی

$$7\frac{1}{2} - 3\frac{1}{4} = \frac{15}{2} - \frac{13}{4} \quad \text{HN} = 4 \Rightarrow \frac{30}{4} - \frac{13}{4} = \frac{30-13}{4} = \frac{17}{4} = 4\frac{1}{4} \quad \text{الف -}$$

ب -

$$3\frac{2}{3} + 2\frac{2}{6} - 4\frac{4}{9} = \frac{11}{3} + \frac{14}{6} - \frac{40}{9} \quad \text{HN} = 18 \Rightarrow \frac{66}{18} + \frac{42}{18} - \frac{80}{18} = \frac{28}{18} = \frac{14}{9} = 1\frac{5}{9}$$

پ -

$$9\frac{2}{5} + 1\frac{1}{3} - 4\frac{5}{6} = \frac{47}{5} + \frac{4}{3} - \frac{29}{6} \quad \text{HN} = 30 \Rightarrow \frac{282}{30} + \frac{40}{30} - \frac{145}{30} = \frac{177}{30} = \frac{59}{10} = 5\frac{9}{10}$$

تم- مفصل حلونه:

$$4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{4}{1} \cdot \frac{1}{8} = \frac{4 \cdot 1}{1 \cdot 8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \quad \text{الف-}$$

$$\frac{4}{5} \cdot 2 = \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{1} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 1} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5} \quad \text{ب -}$$

$$1\frac{2}{3} \cdot \left(-2\frac{3}{2}\right) = \frac{5}{3} \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) = -\frac{5}{3} \cdot \frac{7}{2} = -\frac{5 \cdot 7}{3 \cdot 2} = -\frac{35}{6} = -5\frac{5}{6} \quad \text{پ -}$$

$$4 : \frac{1}{2} = \frac{4}{1} : \frac{1}{2} = \frac{4 \cdot 2}{1 \cdot 1} = \frac{8}{1} = 8 \quad \text{ت -}$$

$$4\frac{5}{6} : 1\frac{2}{9} = \frac{29}{6} : \frac{11}{9} = \frac{29 \cdot 9}{6 \cdot 11} = \frac{29 \cdot 3}{2 \cdot 11} = \frac{87}{22} = 3\frac{21}{22} \quad \text{ث -}$$

نهم- مفصل حلونه:

$$\frac{4}{5} - 3\frac{1}{10} = \frac{4}{5} - \frac{31}{10} = \frac{8}{10} - \frac{31}{10} = \frac{8-31}{10} = -\frac{23}{10} = -2\frac{3}{10} \quad \text{الف -}$$

ب -

$$6\frac{4}{5} - 3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} = \frac{34}{5} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3} = \frac{204}{30} - \frac{45}{30} + \frac{20}{30} = \frac{204-45+20}{30} = \frac{179}{30} = 5\frac{29}{30}$$

پ-

$$\begin{aligned}\frac{5}{8} \cdot \frac{1}{2} + 1 \frac{5}{7} \cdot \frac{7}{4} - \frac{9}{14} \cdot \frac{3}{7} &= \frac{5 \cdot 2}{8 \cdot 1} + \frac{12}{7} \cdot \frac{7}{4} - \frac{9 \cdot 7}{14 \cdot 3} \\ &= \frac{5}{4} + \frac{12}{4} - \frac{3}{2} = \frac{5}{4} + \frac{12}{4} - \frac{3}{2} = \frac{17}{4} - \frac{6}{4} = \frac{11}{4} = \underline{\underline{2\frac{3}{4}}}\end{aligned}$$

لسم-

$$-19 + (0,5 + 1,75) \cdot 4 = -19 + 2,25 \cdot 4 = -19 + 9 = \underline{\underline{-10}} \quad \text{الف-}$$

ب-

$$\begin{aligned}\left(1\bar{3} \cdot 3 - \frac{1}{2}\right) : 7 &= \left(1\frac{1}{3} \cdot 3 - \frac{1}{2}\right) : 7 = \left(\frac{4}{3} \cdot 3 - \frac{1}{2}\right) : 7 = \left(4 - \frac{1}{2}\right) : 7 \\ &= \left(\frac{8}{2} - \frac{1}{2}\right) : 7 = \frac{7}{2} : 7 = \frac{7}{2} : \frac{7}{1} = \frac{7 \cdot 1}{2 \cdot 7} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}\end{aligned}$$

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{7}} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 5} = \frac{21}{20} = \underline{\underline{1\frac{1}{20}}} \quad \text{پ-}$$

ت -

$$\begin{aligned}\left(2\bar{6} - \frac{1}{3}\right) : \left(-1\frac{1}{3} + 0\bar{3}\right) &= \left(2\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) : \left(-\frac{4}{3} + \frac{1}{3}\right) \\ &= \left(\frac{8}{3} - \frac{1}{3}\right) : \left(-\frac{3}{3}\right) = \frac{7}{3} : (-1) = -\frac{7}{3} = \underline{\underline{-2\frac{1}{3}}}\end{aligned}$$

$$12 \cdot \frac{1}{3} + 12 \cdot \frac{1}{4} - 7 = \frac{12}{3} + \frac{12}{4} - 7 = 4 + 3 - 7 = 0 = \underline{\underline{0}} \quad \text{ب-}$$

ث-

$$\begin{aligned}
 \left(1\bar{3} \cdot 9 - \frac{9}{3}\right) : 3 + \left(-\frac{1}{2} + 2\right) &= \left(1\frac{1}{3} \cdot 9 - 3\right) : 3 + \left(-\frac{1}{2} + \frac{4}{2}\right) \\
 &= \left(\frac{4}{3} \cdot 9 - 3\right) : 3 + \frac{3}{2} = \left(\frac{4 \cdot 9}{3} - 3\right) : 3 + \frac{3}{2} = (12 - 3) : 3 + \frac{3}{2} \\
 &= 9 : 3 + \frac{3}{2} = 3 + \frac{3}{2} = \frac{6}{2} + \frac{3}{2} = \frac{9}{2} = \underline{\underline{4\frac{1}{2}}}
 \end{aligned}$$

0.3. د کسرونو قوانین

0.3.1. لنډونه: Kürzen

لنډونه : کسرونه لنډیږي که صورت او مخرج د همغه عدد سره ووېشل شي.

بیلگه :

$$\frac{2}{6} = \frac{2:2}{6:2} = \frac{1}{3} \quad \frac{9}{3} = \frac{9:3}{3:3} = \frac{3}{1} = \underline{\underline{3}}$$

0.3.2. غزونه: Erweitern

کسرونه غزیږي ، که صورت او مخرج د همغه عدد سره ضرب شي

بیلگه:

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{4}{10} \quad \frac{3}{7} = \frac{3 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{9}{21}$$

برابر – یا همغه نومیز کونه (په یوه مخرج کونه یا د گډ مخرج (ماتلاندې) جوړونه)
په گډ مخرج کونه: دوه یا بریات کسرونه (ماتونه) برابر نومیز کیری یا په کډ مخرج کیری،
داسر چې دا وغزول شی او دا بالاخره پراپر مخرج ولری..

دامخرج اصلی مخرج هم بلل کیری او د (HN) سره یې ښایو.

دا د یوگونو مخرجونو اصلی مخرج یا خورا کوچنی گډ زیاتځلی یا مضرب (نو
الضعاف الاقل scm) دی.

بیلگه:

$$\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$$

ځکه چې ذوالضعاف الاقل scm $(3; 4) = 12$ دی ،

0.3.3 د کسرونو جمعه (زیاتون) :

دوه یا ډېر کسرونه یو په بل زیاتوو داسې چې دا له مخه همنومیز شی یعنی د هر څه له
مخه یې باید اصلی مخرج (اصلی ماتلاندې) و ټاکل شی او په پای کې یې صورتونه
سره جمعه شي.

بیلگه:

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} \Rightarrow HN = 12 \Rightarrow \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} + \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12}$$

په پورته کې هم HN اصلی مخرج دی.

0.3.3 د کسرونو تفریقول (د ماتونو کمونه):

تفریق یا کمون: دوه یا زیات کسرونه یو له بل کمیری، داسې چې دا مخ له مخه همونمیز شی یعنی د هر څه له مخه یې باید اصلی مخرج (اصلی ماتلاندې) و ټاکل شی او بالاخره صورتونه کم یا منفی کړی.

بیلگه:

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{3} \Rightarrow HN = 12 \Rightarrow \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} - \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{1}{12}$$

0.3.4. د کسرونو ضرب (ځل)

کسرونه سره ضربیږی، داسې چې صورت له صورت سره او مخرج له مخرج سره ضرب شی.

بیلگه:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \quad \text{یا} \quad \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 5} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

0.3.6. د کسرونو ویش

وېش: دوه کسرونه وېشل کیږی، داسې چې لومړی کسر د دویم کسر د به برعکس ارزښت (په ځټ ارزښت) سره ضرب شی.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \quad \text{یا} \quad \frac{2}{3} : \frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 2} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

بیلگه:

0.3.7. دېل کسرونه

دېل کسر: یو دېل کسر بل څه نه دی پرته د کسر ویشني څخه.

بیلگه:

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \quad \text{ځکه چې} \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \quad \text{یا} \quad \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{6}} = \frac{3 \cdot 6}{4 \cdot 5} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$$

دېل کسرونو ته نورې یادونې یا پاملرنې:

د حل قاعده: یو دېل کسر په کسر بدلیږي، داسې چې د لومړي کسر صورت د دویم کسر د مخرج سره ضرب شي، چې دا د نوی کسر صورت جوړوي.

د لومړي کسر مخرج د دویم کسر د صورت سره که ضرب شي، نو د دویم کسر مخرج راکوي.

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{6}} = \frac{3 \cdot 6}{4 \cdot 5} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$$

که دېل مات یا کسر پوره نه وي، نو کیدی شي د 1 عدد په استعمال پوره شي

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{6}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{1}} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 5} = \frac{3}{20} \quad \frac{3}{5} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{1}{6}} = \frac{3 \cdot 6}{5 \cdot 1} = \frac{18}{5} = 3\frac{3}{5}$$

0.3.9. تمرینونه ۱

لومړۍ - لاندې ماتونه یا کسرونه په لسمیزو کسرونو وړو

$$\text{لف - } \frac{2}{3} \text{ ب - } \frac{8}{9} \text{ پ - } 5\frac{1}{2} \text{ ت - } 7\frac{7}{11} \text{ ټ - } 4\frac{16}{256}$$

دویم: په کیلوگرام kg بې وړو او وې شمیرې

$$2,5t + 8\frac{1}{2}dz + 1,55kg + 0,25dz + 0,3t + 12,3kg$$

دریم: د سپین کورنۍ د ورځې $1\frac{3}{4}$ Liter لیتره شوه ته اړتیا لري

الف کلنۍ مصرف څومره دی

ب: کلنۍ ارزښت یا قیمت څومره دی، که یو لیتر شوه € 0,79 قیمت ولري؟

څلورم: یو د شوهو مرتبان $43\frac{1}{2}$ Liter لیتره شوه خوندي کولای شي

له دې څخه 6 بوتلونه، چې هر یو 0,75 لیتره دی، 9 بوتلونه، چې هر یو یې 0,7 لیتره دی، ډکیری. نورې په مرطبان کې څومره اوبه پاتې کیږي؟

پنځم: - لاندې کسرونه نسبت و لویوالي ته سره پرتله کړی. ولیکې $a < b$, $a > b$ یا $a = b$ ، چېرته چې a او b هر یو دواړه کسرونه انځوروی.

$$\text{لف - } \frac{2}{6}, \frac{2}{9} \text{ ب - } 1, \frac{1}{2} \text{ پ - } \frac{3}{4}, \frac{5}{7} \text{ ت - } \frac{1}{2}, \frac{2}{5} \text{ ټ - } \frac{7}{9}, \frac{11}{10}$$

6 : وشمیرې

$$\text{لف - } \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \text{ ب - } \frac{1}{4} - \frac{1}{6} \text{ پ - } \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{10} \text{ ت - } \frac{7}{8} - \frac{2}{7} - \frac{1}{4}$$

اوم - و شمیری:

$$\text{الف. } 7\frac{1}{2} - 3\frac{1}{4} \quad \text{ب. } 3\frac{2}{3} + 2\frac{2}{6} - 4\frac{4}{9} \quad \text{پ. } 9\frac{2}{5} + 1\frac{1}{3} - 4\frac{5}{6}$$

اتم - و شمیری

$$\text{الف. } 4 \cdot \frac{1}{8} \quad \text{ب. } \frac{4}{5} \cdot 2 \quad \text{پ. } 1\frac{2}{3} \cdot \left(-2\frac{3}{2}\right) \quad \text{ت. } 4 : \frac{1}{2} \quad \text{ث. } 4\frac{5}{6} : 1\frac{2}{9}$$

نهم - و شمیری

$$\text{الف. } \frac{4}{5} - 3\frac{1}{10} \quad \text{ب. } \frac{6}{5} - 3 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{3} \quad \text{پ. } \frac{5}{8} : \frac{1}{2} + 1\frac{5}{7} \cdot \frac{7}{4} - \frac{9}{14} : \frac{3}{7}$$

لسم - و شمیری:

$$\text{الف. } -19 + (0,5 + 1,75) \cdot 4 \quad \text{ب. } \left(1\bar{3} \cdot 3 - \frac{1}{2}\right) : 7 \quad \text{پ. } \frac{3}{4} : \frac{5}{7}$$

$$\text{ت. } \left(2\bar{6} - \frac{1}{3}\right) : \left(-1\frac{1}{3} + 0\bar{3}\right) \quad \text{ث. } 12 \cdot \frac{1}{3} + 12 \cdot \frac{1}{4} - 7$$

$$\text{ث. } \left(1\bar{3} \cdot 9 - \frac{9}{3}\right) : 3 + \left(-\frac{1}{2} + 2\right)$$

مفصل حلونه

$$\frac{2}{3} = 2 : 3 = 0,66666... = \underline{\underline{0,\bar{6}}} \quad \text{لومری - الف.}$$

0. تکرار

۲۰

$$\frac{8}{9} = 8 : 9 = 0,88888... = \underline{\underline{0,8\bar{8}}} \quad \text{ب. -}$$

$$5\frac{1}{2} = 5 + \frac{1}{2} = 5 + 1 : 2 = 5 + 0,5 = \underline{\underline{5,5}} \quad \text{پ. -}$$

$$7\frac{7}{11} = 7 + \frac{7}{11} = 7 + 7 : 11 = 7 + 0,636363... = 7 + 0,\bar{63} = \underline{\underline{7,\bar{63}}} \quad \text{ت. -}$$

$$4\frac{16}{256} = 4 + \frac{16}{256} = 4 + \frac{1}{16} = 4 + 1 : 16 = 4 + 0,0625 = \underline{\underline{4,0625}} \quad \text{ث. -}$$

دویم-

$$2,5 \text{ t} = 2,5 \cdot 1000 \text{ kg} = 2500 \text{ kg}$$

$$1 \text{ t} = 1 \text{ Tonne} = 1000 \text{ kg}$$

$$8\frac{1}{2} \text{ dz} = 8,5 \cdot 100 \text{ kg} = 850 \text{ kg}$$

$$1 \text{ dz} = 1 \text{ Doppelzentner} = 100 \text{ kg}$$

$$0,25 \text{ dz} = 0,25 \cdot 100 \text{ kg} = 25 \text{ kg}$$

$$0,3 \text{ t} = 0,3 \cdot 1000 \text{ kg} = 300 \text{ kg}$$

$$\begin{aligned} & 2,5 \text{ t} + 8\frac{1}{2} \text{ dz} + 1,55 \text{ kg} + 0,25 \text{ dz} + 0,3 \text{ t} + 12,3 \text{ kg} \\ &= 2500 \text{ kg} + 850 \text{ kg} + 1,55 \text{ kg} + 25 \text{ kg} + 300 \text{ kg} + 12,3 \text{ kg} = \underline{\underline{3688,85 \text{ kg}}} \end{aligned}$$

پام : په پورته حل کې Doppelzentner د ډبل لسو یعنی 100 په معنا دی.

دریم- مفصل حلونه

$$\text{الف-} \quad 1\frac{3}{4} \text{ Liter} = 1,75 \text{ Liter} \quad \text{کال ۳۶۵ روځي لري.}$$

$$365 \cdot 1,75 \text{ Liter} = \underline{\underline{638,75 \text{ Liter}}} \quad \text{د شورو د کال لگښت دی:}$$

ب - د یو لیتر شودو نرخ € 0,79 دی. د شودو قیمت په یوه کال کې دی:

$$638,75 \cdot 0,79€ = \underline{\underline{504,61€}}$$

څلورم-

$$43\frac{1}{2}\text{Liter} = 43,5\text{Lite}$$

له دې څخه کم (منفی) کړی:

$$9 \cdot 0,7\text{Liter} = 6,3\text{Liter.} \quad \text{او} \quad 6 \cdot 0,75\text{Liter} = 4,5\text{Liter}$$

په مرتبان کې له دې امله $43,5\text{Liter} - 4,5\text{Liter} - 6,3\text{Liter} = 32,7\text{Liter}$ لیتره اوبه پاتې کیږی.

پنځم- مفصل حلونه

د دې لپاره، چې کسرونه سره پرتله کړای شو، باید دا همونیمز کړو یعنې ګډ مخرج (ماتلاندې) یې پیدا کړو.

یادونه: په لاندې کې HN اصلی مخرج یا ګډ مخرج دی.

$$\frac{2}{6}; \frac{2}{9} \Rightarrow \text{HN} = 36 \Leftrightarrow \frac{6 \cdot 2}{6 \cdot 6}; \frac{4 \cdot 2}{4 \cdot 9} \Leftrightarrow \frac{12}{36}; \frac{8}{36} \Rightarrow \frac{12}{36} > \frac{8}{36} \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{2}{6} > \frac{2}{9}}}$$

الف-

$$1; \frac{1}{2} \Rightarrow \text{HN} = 2 \Leftrightarrow \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 1}; \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{2}; \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2}{2} > \frac{1}{2} \Leftrightarrow \underline{\underline{1 > \frac{1}{2}}}$$

ب -

$$\frac{3}{4}; \frac{5}{7} \Rightarrow \text{HN} = 28 \Leftrightarrow \frac{7 \cdot 3}{7 \cdot 4}; \frac{4 \cdot 5}{4 \cdot 7} \Leftrightarrow \frac{21}{28}; \frac{20}{28} \Rightarrow \frac{21}{28} > \frac{20}{28} \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{3}{4} > \frac{5}{7}}}$$

پ -

$$\frac{1}{2} : \frac{2}{5} \Rightarrow \text{HN} = 10 \Leftrightarrow \frac{5 \cdot 1}{5 \cdot 2} : \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 5} \Leftrightarrow \frac{5}{10} : \frac{4}{10} \Rightarrow \frac{5}{10} > \frac{4}{10} \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{1}{2} > \frac{2}{5}}} \quad \text{ت -}$$

$$\frac{7}{9} : \frac{11}{10} \Rightarrow \text{HN} = 90 \Leftrightarrow \frac{10 \cdot 7}{10 \cdot 9} : \frac{9 \cdot 11}{9 \cdot 10} \Leftrightarrow \frac{70}{90} : \frac{99}{90} \Rightarrow \frac{70}{90} < \frac{99}{90} \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{7}{9} < \frac{11}{10}}} \quad \text{ت -}$$

شیرم- مفصل حلونه

که کسرونه سره زیاتیری یا کمیری یعنی جمعه او یا تفریق کیری، باید له هر څه اول ګډ مخرج ته راوړل شی یا یې اصلي ماتلاندی (مخرج مشترک) وټاکل شی.

په لاندې کې: $\text{HN} = \text{اصلي ماتلاندې یا مخرج}$

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \quad \text{HN} = 6 \Rightarrow \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{3+4}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6} \quad \text{الف -}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \quad \text{HN} = 12 \Rightarrow \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} - \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{3}{12} - \frac{2}{12} = \frac{3-2}{12} = \frac{1}{12} \quad \text{ب -}$$

پ -

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{10} \quad \text{HN} = 40 \Rightarrow & \frac{1 \cdot 20}{2 \cdot 20} - \frac{1 \cdot 10}{4 \cdot 10} + \frac{1 \cdot 5}{8 \cdot 5} - \frac{1 \cdot 4}{10 \cdot 4} \\ & = \frac{20}{40} - \frac{10}{40} + \frac{5}{40} - \frac{4}{40} = \frac{20-10+5-4}{40} = \frac{11}{40} \end{aligned}$$

$$\frac{7}{8} - \frac{2}{7} - \frac{1}{4} \quad \text{ت -}$$

$$\text{HN} = 56 \Rightarrow \frac{7 \cdot 7}{8 \cdot 7} - \frac{2 \cdot 8}{7 \cdot 8} - \frac{1 \cdot 14}{4 \cdot 14} = \frac{49}{56} - \frac{16}{56} - \frac{14}{56} = \frac{49-16-14}{56} = \frac{19}{56}$$

اوم- مفصل حلونه

که کسرونه سره زیاتیری یا کمیری یعنی جمعه او یا تفریق کیری، باید له هر څه اول گډ
مخرج ته راول شی یا یې اصلي ماتلاندی (مخرج مشترک) وټاکل شی.

$$7\frac{1}{2} - 3\frac{1}{4} = \frac{15}{2} - \frac{13}{4} \quad \text{الف-}$$

$$HN = 4 \Rightarrow \frac{30}{4} - \frac{13}{4} = \frac{30-13}{4} = \frac{17}{4} = 4\frac{1}{4}$$

HN = اصلي ماتلاندی یا -مخرج

ب -

$$3\frac{2}{3} + 2\frac{2}{6} - 4\frac{4}{9} = \frac{11}{3} + \frac{14}{6} - \frac{40}{9} \quad HN = 18 \Rightarrow \frac{66}{18} + \frac{42}{18} - \frac{80}{18} = \frac{28}{18} = \frac{14}{9} = 1\frac{5}{9}$$

پ -

$$9\frac{2}{5} + 1\frac{1}{3} - 4\frac{5}{6} = \frac{47}{5} + \frac{4}{3} - \frac{29}{6}$$

(اصلي ماتلاندی یا -مخرج HN)

$$HN = 30 \Rightarrow \frac{282}{30} + \frac{40}{30} - \frac{145}{30} = \frac{177}{30} = \frac{59}{10} = 5\frac{9}{10}$$

اتم-

$$4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{4}{1} \cdot \frac{1}{8} = \frac{4 \cdot 1}{1 \cdot 8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \quad \text{الف-}$$

$$\frac{4}{5} \cdot 2 = \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{1} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 1} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5} \quad \text{ب. -}$$

$$1\frac{2}{3} \cdot \left(-2\frac{3}{2}\right) = \frac{5}{3} \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) = -\frac{5}{3} \cdot \frac{7}{2} = -\frac{5 \cdot 7}{3 \cdot 2} = -\frac{35}{6} = -5\frac{5}{6} \quad \text{پ. -}$$

$$4 : \frac{1}{2} = \frac{4}{1} : \frac{1}{2} = \frac{4 \cdot 2}{1 \cdot 1} = \frac{8}{1} = 8 \quad \text{ت. -}$$

$$4\frac{5}{6} : 1\frac{2}{9} = \frac{29}{6} : \frac{11}{9} = \frac{29 \cdot 9}{6 \cdot 11} = \frac{29 \cdot 3}{2 \cdot 11} = \frac{87}{22} = 3\frac{21}{22} \quad \text{ث. -}$$

نهم-

$$\frac{4}{5} - 3\frac{1}{10} = \frac{4}{5} - \frac{31}{10} = \frac{8}{10} - \frac{31}{10} = \frac{8-31}{10} = -\frac{23}{10} = -2\frac{3}{10} \quad \text{الف. -}$$

$$6\frac{4}{5} - 3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} = \frac{34}{5} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3} = \frac{204}{30} - \frac{45}{30} + \frac{20}{30} =$$

$$= \frac{204-45+20}{30} = \frac{179}{30} = 5\frac{29}{30}$$

پ. -

$$\begin{aligned} \frac{5}{8} : \frac{1}{2} + 1\frac{5}{7} \cdot \frac{7}{4} - \frac{9}{14} : \frac{3}{7} &= \frac{5 \cdot 2}{8 \cdot 1} + \frac{12}{7} \cdot \frac{7}{4} - \frac{9 \cdot 7}{14 \cdot 3} \\ &= \frac{5}{4} + \frac{12}{4} - \frac{3}{2} = \frac{5}{4} + \frac{12}{4} - \frac{3}{2} = \frac{17}{4} - \frac{6}{4} = \frac{11}{4} = 2\frac{3}{4} \end{aligned}$$

لسم-

$$\text{الف۔} \quad -19 + (0,5 + 1,75) \cdot 4 = -19 + 2,25 \cdot 4 = -19 + 9 = \underline{\underline{-10}}$$

ب۔

$$\begin{aligned} \left(1\bar{3} \cdot 3 - \frac{1}{2}\right) : 7 &= \left(1\frac{1}{3} \cdot 3 - \frac{1}{2}\right) : 7 = \left(\frac{4}{3} \cdot 3 - \frac{1}{2}\right) : 7 = \left(4 - \frac{1}{2}\right) : 7 \\ &= \left(\frac{8}{2} - \frac{1}{2}\right) : 7 = \frac{7}{2} : 7 = \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{7} = \frac{7 \cdot 1}{2 \cdot 7} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{7}} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 5} = \frac{21}{20} = 1\frac{1}{20}$$

ج۔

د۔

$$\begin{aligned} \left(2\bar{6} - \frac{1}{3}\right) : \left(-1\frac{1}{3} + 0,3\right) &= \left(2\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) : \left(-\frac{4}{3} + \frac{1}{3}\right) \\ &= \left(\frac{8}{3} - \frac{1}{3}\right) : \left(-\frac{3}{3}\right) = \frac{7}{3} : (-1) = -\frac{7}{3} = \underline{\underline{-2\frac{1}{3}}} \end{aligned}$$

ه۔

$$12 \cdot \frac{1}{3} + 12 \cdot \frac{1}{4} - 7 = \frac{12}{3} + \frac{12}{4} - 7 = 4 + 3 - 7 = \underline{\underline{0}}$$

و۔

$$\begin{aligned} \left(1\bar{3} \cdot 9 - \frac{9}{3}\right) : 3 + \left(-\frac{1}{2} + 2\right) &= \left(1\frac{1}{3} \cdot 9 - 3\right) : 3 + \left(-\frac{1}{2} + \frac{4}{2}\right) \\ &= \left(\frac{4}{3} \cdot 9 - 3\right) : 3 + \frac{3}{2} = \left(\frac{4 \cdot 9}{3} - 3\right) : 3 + \frac{3}{2} = (12 - 3) : 3 + \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$= 9 : 3 + \frac{3}{2} = 3 + \frac{3}{2} = \frac{6}{2} + \frac{3}{2} = \frac{9}{2} = 4 \frac{1}{2}$$

0.4. درېجملې ته مفصل حل

0.4.1. متناسب: proportional

1- یو موټر په سل کیلومتره 100 km کې 9,6 لیتره بنزین مصرفوی. د یوې ټانکې سره دی 540 km لری واټن وهی. دا ټانکې څومره تیل خوندي کولای شي ؟ (په پوره لیتر یې راگرد کړی)

	$\begin{array}{r} 100 \text{ km} \quad 9,6 \text{ Liter} \\ 540 \text{ km} \quad ? \text{ Liter} \\ \hline 100 \text{ km} \quad 9,6 \text{ Liter} \end{array}$ 1 km سلمه (100.) برخه ضرب یې (ځله) 540 $\frac{9,6 \text{ Liter} \cdot 540}{100} = 51,84 \text{ Liter} \approx 52 \text{ Liter}$

ځواب: ټانکې 52 Liter تیل خوندي لري

0.4.2. په څټ یا معکوس متناسب Antiproportional

2 - د یوه انگر جوړولو لپاره درې کارگر 11,5 ساعته وخت ته اړتیا لری. د دې لپاره به 5 کارگر څومره وخت ته اړتیا ولري.

3 کارگر 11,5 ساعتونه 5 کارگر h (یادونه: h د ساعت لپاره) 3 کارگر 11,5 ساعتونه 1- کارگر 3 ځله زیات وخت 5 کارگر د وخت پنځمه پرځه: $\frac{11,5h \cdot 3}{5} = 6,9h$ هرڅومره چې کارگر ډېر وی همغومره کمو ساعتونو ته ته اړتیا ده. لاس ته راوړنه برعکس متناسب ده (په څټ متناسب $\Rightarrow$ antiproportional).	که کارگر هرڅومره زیات شي همغومره وخت کميږي له دې لاس ته راځي ($\Leftarrow$) بعکس متناسب ځواب: پنځه کارگر دا کار په $\underline{\underline{6,9h \approx 7h}}$ ساعتونو کې پای ته رسوي $\frac{11,5h \cdot 3}{5} = 6,9h$

0.4.3 پوښ کونه (لکه په کوټیو کې کینونونه یا بندونه I(verschachtelt

دریم:

یو 7 m^2 لوي 5 mm ملی متره پنډ د تیم څادر. 313,6 kg وزن لري.

یو 6 mm ملی متره پنډ تیم به څومره وزن ولري، چې یوه د 4 m^2 سطحه ولري (په کیلوگرام یې را گرد کړی)

په لاندې کې مو. Blech, (لوسټل: بلش) تیم یا د تم څادر ته ویلي.

هر څومره چې ملی متره mm زیات وی همغومره تیم درنیري لاس ته راوړنه سیده متناسب هرڅومره چې مربع متر m^2 زیاتیري همغومره تیم دروند وي	7 m^2 تیم 5mm پنډ 313,6kg 4 m^2 تیم 6mm پنډ ?kg 7 m^2 تیم 5mm پنډ 313,6kg

$\frac{313,6 \text{ kg} \cdot 4 \cdot 6}{7 \cdot 5} = 215,04 \text{ kg} \approx 215 \text{ kg}$ 1 m^2 تیم 5mm پند 7 -مه برخه 4 m^2 تیم 5mm پند 4 -خله دېر 4 m^2 تیم 1mm پند 5 -مه برخه 4 m^2 تیم 6mm پند 6 -خله دېر	$\Rightarrow$ proportional سیده متناسب

خواب: تیم 215 kg وزن لري

0.4.4. پوښ کونه II verschachtelt II

څلورم- 720 m^2 انگر لپاره اوه خټگر 160 h ساعته وخت ته اړتيا لري.

5 خټگر به د 600 m^2 لپاره څومره وخت ته اړتيا ولري (وخت په ساعتونو او دقيقه وروکړی)

$$\frac{160h \cdot 7.600}{5.720} = 186h = 186\frac{2}{3}h = 186h40 \text{ min}$$

هرڅومره چې خټگر زیات وی هموغمره لږ وخت نیسي. له دې لاس ته راځي: برعکس متناسب

هرڅومره لږ خټگر هموغمره زیات ساعتونه. له دې لاس ته راځي مستقیم متناسب خواب: پنځه خټگر $186h 40 \text{ min}$ ته اړتيا لري.

0.4.5. پوښونه III (یوبل کې بندونه یا پوښونه): verschachtelt III

پنځم - دولس کارگرو د په اوه روځو روځي نهه ساعته کار کې 390 m^2 مرته د سیمتو دیوال جوړ کړ.

د برابر زور یا قدرت څو کارگر باید په کار واچول شي، چې په مجموع یووبشت روځو کې 2340 m^2 بیتون (د سیمتو) دیوال جوړ کړي او د روځي د کار وخت یې فقط اته ساعته وي؟

$390 m^2$	$7T$	$9h$	$12E$
$2340 m^2$	$21T$	$8h$	$?$
$390 m^2$	$7T$	$9h$	$12E$

$1 m^2$	$7T$	$9h$	390 -مه برخه
$2340 m^2$	$7T$	$9h$	2340-ځله زیات
$2340 m^2$	$1T$	$9h$	7-ځله زیات
$2340 m^2$	$21T$	$9h$	21-مه برخه
$2340 m^2$	$21T$	$1h$	9-ځله زیات
$2340 m^2$	$21T$	$8h$	8-مه برخه

$$\frac{12E \cdot 2340 \cdot 7 \cdot 9}{390 \cdot 21 \cdot 8} = \underline{\underline{27E}}$$

درېجملې ته پوښتنې:

یادونه: دا دې تل ورسره ولیکل شې چې ایا دا اړیکې متناسب او که معکوس متناسب دی.

لومړۍ- یو گړندی موټر د 100 km لپاره 9,6 Liter تیل مصرفوی د 60 Liter ډکې ټانکۍ سره به موټر څو کیلومتره لار ووهي؟ 2- په یوه مارکیت کې دویم - په دوکان کې 40 دانې بنسلونه € 0,68 قیمت لري.

همدا ډول به 250 پنسلونه څو € یورو قیمت ولری؟
دریم- یو سرک 2,4 km کیلومتره اوږدوال په 8,4 m متره جگړي

څو متره په په برابر پاتې 5 km جگه شې
څلورم- د یوې گراجې جوړولو لپاره درې کارگر 7,5 ساعتونو ته اړتیا لري.

کار په څومره دوام ولري، که 5 کارگر په کار واچول شي؟
پنځم- یو 6 m^2 لوی د مسو ټیم چې 4 mm بند د $213,6 \text{ kg}$ وزن لري.

یو ټیم چې 3 mm بند د یو څومره وزن ولری، که سطحه 4 m^2 ولري؟ شپږم- یو
توریست له یوه پنک څخه د 400 € لپاره 432 ډالر اخلي.

هغه په څومره ډالر لاس ته راوړي وی، که هغه 2250 € بدلي کړي وی.

اوم- یو دکاندار د میاشتي خرڅلاو کې، چې ټول 45200 € کيږي 3164 € گټه تر لاس
کوی. که په بله میاشت کې یې گټه $220,50 \text{ €}$ په پخوانۍ گټې زیاته وی. خرڅلاو به
یې څومره وي؟ اتم- د پنځو خټګرو لخوا دیوال 616 m^2 په 154 ساعتونو
کې جوړیږي.

څومره دیوال کړی شي په برابر توان شپږ خټګر په 160 h کې جوړ کړي. نهم -
که 1800 m^3 متره مکعب اوبه چې 12 m متره جگې یووړل شي، یوه څلور کیلووات
پمپ ته اړتیا شته

څومره اوبه کیدی شي د اته کیلو وات پمپ سره 16 متره جگې یووړل کیدی شي؟
لسم- د موټر د بادۍ 1280 برخو (پرزو) جوړولو لپاره 4 مستریان په کار دي، چې هر
یو 8 h ساعته کار وکړي..

څومره مستریان باید په کار واچول شي، چې د موټر 2400 برخې (پرزې) هره روځ
جوړي کړي او دوه مستریان نور هم پرې زیات شي؟
یولسم- په درې اتومات الاتو جوړولو ماشین باندې 150 متال پوښونو په یو ساعت او 15
 min دقیقو کې جوړېدای شي.

څومره پوښونه به په $2 \text{ h } 30 \text{ min}$ او 30 min دقیقو تولید شي، که دوه ماشینونه زیات په
کار واچول شي؟

دولسم- د دې لپاره چې 96 m^2 د چټ سطحه پوښ شي، درې کارګرو ته اړتیا ده چې دوه
روځي هره روځ اته ساعته کار وکړي..

څلور کارگر به دا کار په څو روځو کې پای ته ورسوي، چې د چټ سطحه پوښ کړي او د روځي یو ساعت کار زیات کړي؟

دیارلسم- درې روځو کې شپږ ډیزل ماشینونه هره روځ شپاړس ساعتونو کار کې 2016 Liter لیتره ډیزل سوزي. د تولید زیاتوالي لپاره په راتلونکې کې اته ماشینونه په کار اچول کېږي او د کار وخت په دوه ساعته جگړي.

د روځي څومره د ډیزلو مصرف باید په پام کې ونیول شي؟
څوارلسم- د اته برېښنا گروپونو لپاره، چې د روځي اته ساعته سوزي د میاشتي € 18 مصرف راځي.

څومره لگښت راځي، که دولس گروپونه په همغه قدرت د روځي شپږ ساعته وسوزي؟
پنځلسم- دولس کارگر دروځي نهه ساعته کار باندې په 7 روځو کې 390m^2 د سیمټو دیوال جوړوي. څومره کار کر د برابر قدرت سره په 21 روځو کې 2340m^2 د سیمټو دیوال پورته کوی، چې په وخت کار پای کړي او د روځي اته ساعته کار وکړي؟
د درې جملې د تمرینونو I حل.

نتیجې:

لومړۍ - هر څومره ډېر لیترونه، همغومره ډېر کیلېټر متره (سېه متناسب)

د یوې 60 لیتره ډکې ټانکۍ سره موټر 625 km کیلو متره لار وهي.

دویم - هر څومره چې پنسلونه ډېر وي، همغومره زاتیې پیسې (یا یورو €) (سیده متناسب)

250 همغه ډول پنسلونه € 25 ارزښت (قیمت) لری

دریم - هر څومره زیات کیلومتره په همغه کچه د جگوالي توپیر (سیده متناسب).

د 5 km کیلو متره اوږدوالي سره، سرک 17,5 m متره جگړي.

څلورم - هر څومره زیات کارگر، همغومره کم ساعتونه (برعکس یا په څټ متناسب)

د 5 کارگرو له خوا کار 4,5 ساعتونه دوام کوي.

پنجم - هرڅومره چې m^2 متره زياتيږي، په همغه کچه kg کيلوگرام (سيده متناسب)

هرڅومره کم mm ملي متره ، همغومره کم kg کيلوگرام (سيده متناسب).

يو $3 mm$ درې ملي متره پنډ تيم $4 m^2$ سطحي سره $106,8 kg$ وزن لري..

شپږم - هرڅومره چې ϵ زيات وي، همغومره به $\$$ زيات وي (سيده متناسب).

ϵ 2250 لپاره په توريست $\$$ 2430 لاس ته راږوي واي.

اوم - هرڅومره زياتي پيسي همغومره ډېر گټل (درامد) (سيده متناسب)

ϵ 3384,50 گټي يا معاش سره ټول خرڅلاو ϵ 48350 دی.

اتم - هرڅومره ډېر کارگر همغومره ډېر متره مربع m^2 (سيده متناسب)

هرڅومره زيات ساعتونه همغومره ډېر m^2 (سيده متناسب)

شپږم 6 خټگر په 160 ساعتونو کې $768 m^2$ ديوال جوړوي.

نهم - هرڅومره زيات kW ، همغومره زيات m^3 (متناسب)

هرڅومه زيات m ، همغومره کم m^3 (مخامخ يا برعکس متناسب)

يو $8 kW$ پمپ کړی شی $2700 m^3$ اوبه $16 m$ جگي پمپ کړی.

لسم - هرڅومره چې کارگر زيات وي همغومره لږ کار (معکوس متناسب)

هرڅومره زيتي برخي (ټوتي) و همغومره زيات وخت (متناسب)

روځنی کار بايد په 2 ساعتو وغزيري

يولسم - هرڅومره ډېر ماشينونه، همغوره زيات پوښونه (متناسب)

هرڅومره زيات وخت، هموغمه زيات پوښونه (متناسب)

په $2 h$ او $30 min$ کې کېدی شي په 5 د کار الاتو يا ماشينو باندې 500 پوښونه

چمتوش ي.

دولسم - هرڅوره زيات پوښونه، همغومره لږ وخت (معکوس متناسب)

هرڅومره زیات همغومره زیات وخت (متناسب)
هر، مړه ساعتونه په روځ (رووځ / ساعت (h/Tag) (معکوس متناسب)
د 144 m^2 یو چټ د ورځي 9 ساعته کار سره چې پوښ کړو، څلور پوښورکونکو (کارگرو) ته اړتیا ده او 2 روځو ته.
دیارلسوم- هرڅومره زیات ماشینونه همغومره زیات لیرونه (متناسب)
د روځي هرڅومره زیات ساعتونه، همغومره زیات لیرونه (متناسب)
د روځي په ۱۸ ساعته چالان کې ۸ ډیزل ماشینونه ۱۰۰۸ لیتره تیل د روځي مصرفوي.
څوارلسم - هرڅومره زیات څراغونه، همغومره زیاتي € (متناسب)
هرڅومره د روځي لږ ساعتونه، همغومره دروځي لږ € (متناسب)
که ۱۲ څراغونه د روځي ۶ ساعته بل وي، د میاشتي € 20,25 باید مصرف تادیه شي .
پنځلسم - هرڅومره زیات همغومره زیات کارگر (متناسب)
هرڅومره زیاتي روځ ي ، همغومره لږ کارگر (معکوس متناسب)
هر څومره د روځي لږ ساعتونه (h/Tag) ، همغومره زیات کارگر (معکوس یاپه څټ متناسب)
باید ۲۷ کارگر په کار واچول شي.

مفصل حلونه یا اوبيوني

لومړۍ-

هرڅومره زیات لیترونه همغومره زیات کیلومتره له دې لاس ته راځي: متناسب	9,6 Liter 100 km
	60 Liter ? km
	9,6 Liter 100 km
	یو لیتر 9,6-مه برخه
	60 لیتره 60 ځله زیات
	$100 \text{ km} \cdot 60$
	9,6 = 625 km

د 60 لیتره ټانکۍ سره موټر کړی شي ۶۲۵ کیلو متره واټن ووهي.

دویم- (په لاندې کې Stahlstift د اوسپني پنسل په معنا دی)

هر څومره زیات د اوسپنې قلمونه ، همغومره زیاتې یورو له دې لاس ته راځي : متناسب	40 Stahlstifte 0,68 €
	250 Stahlstifte ? €
	40 Stahlstifte 0,68 €
	1 پینسل څلوېښتمه برخه
	250 پینسلونه 250 ځله زیات
	$\frac{0,68 \text{ €} \cdot 250}{40} = 4,25 \text{ €}$

د همغه ډول یا تیوپ ۲۵۰ د اوسپنې قلمونه ۲۵۰ یورو قیمت لري.
دریم -

هر څومره زیات کیلو متره همغومره د حکوالي توپیر. له دې لاس ته راځي: متناسب	2,4 km 8,4 m
	5 km ? m
	2,4 km 8,4 m
	1 کیلومتر 2,4-مه برخه
	5 کیلومتره 5-ځله زیات
	$\frac{8,4 \text{ m} \cdot 5}{2,4} = 17,5 \text{ m}$

د پنځه کیلو متره اوږده سرک باندې سرک ۱۷،۵ متره جگړي.
څلورم Pflasterer د پوښوونکي په معنای

هر څومره زیات کارگر همغومره لږ ساعتونه له دې لاس ته راځي: په څټ متناسب	3 Pflasterer 7,5 h
	5 Pflasterer ? h
	3 Pflasterer 7,5 h
	1 Pflasterer 3 mal solange
	5 Pflasterer den 5. Teil
	$\frac{7,5 \text{ h} \cdot 3}{5} = 4,5 \text{ h}$
	1 پوښوونکی ۳-ځله زیات
	5 پوښوونکی ۵-مه برخه

د پنځه کارگرو گومارلو سره کار ۴،۵ ساعته دوام کوي.
پنځم - dik د پنځه په مان، mal so viel = ضرب دومره ډېر، ... برخه = de..... tel ;

هرخومره زیات m^2 ، همغومره زیات kg له دي لاس ته راځي: متناسب هرخومره لږ mm همغومره لږ kg له دي لاس ته راځي: متناسب	$6 m^2$ $4 mm$ dick $213,6 kg$
	$4 m^2$ $3 mm$ dick $? kg$
	$6 m^2$ $4 mm$ dick $213,6 kg$
	$1 m^2$ $4 mm$ dick den 6. Teil
	$4 m^2$ $4 mm$ dick 4 mal soviel
	$4 m^2$ $1 mm$ dick den 4. Teil
	$4 m^2$ $3 mm$ dick 3 mal soviel
	$\frac{213,6 kg \cdot 4 \cdot 3}{6 \cdot 4} = 106,8 kg$

1 متر مربع - مه برخه
4 متره مربع ځله زیات

یو درې ملي متره پنډ د مسو څادر د یوې څلور متره مربع سطحې سره ۱۰۶،۸ کیلوگرامه وزن لري..

شپږم -

هرخومره ډېرې یورو همغومره زیات ډالر. له دي لاس ته راځي: متناسب	$400 €$ $432 \$$
	$2250 €$ $? \$$
	$400 €$ $432 \$$
	$1 €$ den 400. Teil
	$2250 €$ 2250 mal soviel
	$\frac{432 \$ \cdot 2250}{400} = 2430 \$$
	1 کیلومتر - مه برخه 5 کیلومتره ځله زیات

د ۲۲۵۰ یورو به توریست ۲۴۳۰ ډالره اخستي وی.

اوم -

پروویزین Provision له ۲۲۰،۵۰ یورو څخه ۳۳۸۴،۵۰ ته جکیري

.

هرڅومره زيات پروويزيون ، همغومره زياتي پيسې له دې لاس ته راځي: متناسب	3164 € Provision	45200 € Umsatz
	3384,50 € Provision	? € Umsatz
	3164 € Provision	45200 € Umsatz
	1 € Provision	den 3164. Teil
	3384,50 € Provision	3384,50 mal soviele
	$\frac{45200 \text{ €} \cdot 3384,50}{3164} = 48350 \text{ €}$	
	1كيلومتر -مه برخه	
5كيلومتره څله زيات		

د یوه ۳۳۸۴،۵۰ یورو پروویزیون سره ټولې پیسې ۴۸۳۵۰ یورو کیږي
اتم - لاندې کین ۴-مه او ۵-مه لیکه
1 خټګرو 5-مه برخه
۶ کیلومتره ۶ څله زیات

هرڅومره زیات خټګر همغومره زیات مربع متر له دې لاس ته راځي: متناسب هرڅومره زیات ساعتونه، همغومره زیات مربع متره. لاس ته راځي: متناسب	5 Maurer	154 h	616 m ²
	6 Maurer	160 h	? m ²
	5 Maurer	154 h	616 m ²
	1 Maurer	154 h	den 5. Teil
	6 Maurer	154 h	6 mal soviele
	6 Maurer	1 h	den 154. Teil
	6 Maurer	160 h	160 mal soviele
	$\frac{616 \text{ m}^2 \cdot 6 \cdot 160}{5 \cdot 154} = 768 \text{ m}^2$		

۶ خټګر په ۱۶۰ ساعته کټ ۷۶۸ مربع متره دیوال جوړوي.

نهم -
لاندې کین ۴-مه او ۵-مه لیکه
1 کیلوات ۴-مه برخه
۸ کیلوات ۸ څله زیات

هرڅومره زیات کیلو	4 kW	12 m	1800 m ³
واټه، همغومره زیات	8 kW	12 m	? m ³
کوبیک متره.	4 kW	12 m	1800 m ³
لاس ته راځي:	1 kW	12 m	den 4. Teil
متناسب	8 kW	12 m	8 mal soviel
هرڅومره زیات متره،	8 kW	1 m	12 mal soviel
همغومره کم مربع	8 kW	16 m	den 16. Teil
متره.	$\frac{1800 \text{ m}^3 \cdot 8 \cdot 12}{4 \cdot 16} = 2700 \text{ m}^3$		
لاس ته راځي:			
برعکس متناسب			

یو ۸ کیلو واټه پمپ کړی شي ۲۷۰۰ مکعبمتره اوبه ۱۶ متره جگي کړي.
لسم -

هرڅومره ډېر ستانځونه،	4 Stanzen	1280 Teile	8 h
همغومره لږ ساعتونه.	6 Stanzen	2400 Teile	? h
لاس ته راځي:	4 Stanzen	1280 Teile	8 h
معکوس متناسب.	1 Stanze	1280 Teile	4 mal solange
هرڅومره زیاتي برخي،	6 Stanzen	1280 Teile	den 6. Teil der Zeit
همغومره زیات	6 Stanzen	1 Teil	den 1280. Teil der Zeit
ساعتونه.	6 Stanzen	2400 Teile	2400 mal solange
لاس ته رځي:	$\frac{8 \text{ h} \cdot 4 \cdot 2400}{6 \cdot 1280} = 10 \text{ h} = 8 \text{ h} + 2 \text{ h}$		
متناسب			

روځنی کار باید په دوه ساعته جگ یا ډېر شي

یولسم - 1 h 15 min = 75 min 2 h 30 min = 150 min

هرڅومره زیات ماشینونه،	3 ماشینه	75min	د کارتوسو نري 150
همغومره زیات کارتوس یا	5 ماشینه	150min	د کارتوسو نري؟
پوښونه.	3 ماشینه	75min	د کارتوسو نري 150
لاس ته راځي:	1 ماشینه	75min	د کارتوسو نري دریمه برخه
متناسب.	5 ماشینه	75min	د کارتوسو نري ۵ ځله ریاتي نري
هرڅومره زیات وخت،	5 ماشینه	1min	د کارتوسو نري 5 ځله زیاتي نري
همغومره زیات پوښونه.	۵ ماشینه	۱۵۰	د کارتوسو نري ۱۵۰ - ځله زیاتي نري
لاس ته راځي:			

$$\frac{150 \text{ Hülsen} \cdot 5 \cdot 150}{3 \cdot 75} = 500 \text{ Hülsen}$$

په 2 h 30 min کې کیدی شي په پنځه الاتماشینونو باندې 500 پوښونه چمتو شي.
دولسم –

هرڅومره زیات پوښوونې همغومره لږ وخت. لاس ته راځي: معکوس متناسب.	په لاندې tag د ورځ په معنادی 3 پوښوونې 96m ² 8h/ tag 2 ورځي 4 پوښوونې 14m ² 8h/ tag ؟ ورځي
هرڅومره زیات مربع متره، همغومره زیات وخت. لاسته راځي: متناسب.	3 پوښوونې 96m ² 8h/ tag 2 ورځي 1 پوښوونې 96m ² 8h/ tag 3 ځله اوږد 4 پوښوونې 96m ² 8h/ tag 4 -مه برخه 4 پوښوونې 1m ² د وخت 96-مه برخه
هرڅومره د ورځي زیات ساعتونه، همغومره لږ وخت. لاس ته راوړنه: معکوس متناسب	4 پوښوونې 144m ² 8h/ tag 144 ځله ډېر اوږد 4 پوښوونې 144m ² 1h/ tag 8 ځله اوږد 4 پوښوونې 144m ² 9h/ tag د وخت 9-مه برخه $\frac{2 \text{ Tage} \cdot 3 \cdot 144 \cdot 8}{4 \cdot 96 \cdot 9} = 2 \text{ Tage}$

د 144 m² چټ جوړونې ته په ورځني 9 ساعته کار سره، څلور پوښوونې دوه ورځو
ته اړتیا لري.

دیارلسم –

په یوه ورځ کې 6 دیزل ماشینونه چې د ورځي 16 ساعته کار وکړي. = 2016:3
672 لیتره دیزل مصرفوي.

هرڅومره زیات ماشینونه ، همغوره زیات لیترونه. لاس ته راځي: متناسب.	6 ماشینونه 672Liter 16h/ tag 8 ماشینونه ? liter 18h/ tag
هرڅومره د ورځي زیات ساعتونه، همغومره زیات لیترونه. لاسته راوړنه: متناسب	6 ماشینونه 672 Liter 16h/ tag 1 ماشینونه 16h/ tag 6 - مه برخه 8 ماشینونه 16h/ tag 8 ځله ډېر 8 ماشینونه 1h/ tag 16 -مه برخه 8 ماشینونه 18h/ tag 18 ځله ډېر $\frac{672 \text{ Liter} \cdot 8 \cdot 18}{6 \cdot 16} = 1008 \text{ Liter}$

که ماشینونه د ورځي 18 ساعته وگرځي، نو 8 ماشینونه 1008 لیتره ډیزل د ورځي مصرفوي.
خوارسم -

هرڅومره زیات څراغونه، همغومره زیات یورو. لاس ته راځي: متناسب. هرڅومره د ورځي لږ ساعتونه، همغومره لږ یورو. متناسب	8 څراغه 8 ساعته د ورځي 18€
	12 څراغه 6 ساعته د ورځي ؟
	8 څراغه 8 ساعته د ورځي 18€
	1 څراغه 8 ساعته د ورځي 8 -مه برخه
	12 څراغ 8 ساعته د ورځي 12 ځله ډېر
	12 څراغه 1 ساعته د ورځي 8 -مه برخه
	12 څراغه 6 ساعته د ورځي 6 ځله ډېر
	$\frac{18 \cdot 12 \cdot 6}{8 \cdot 8} = 20,25 \text{ €}$

که 12 څراغونه 6 ساعته وسوزي، نو د میاشتي 20,25 € یورو باید تادیه کړي یا ورکړي.

پنځلسم -

یادونه: په لاندې کې د الماني پښتو:

h/Tag ساعته د ورځي، Tag ورځ، Einschaler پوښوونې، Den teiler ... برخه ،
Mal soviel ضرب دومره ډیر

390 m ²	7 Tage	9 h/Tag	12 Einschaler
2340 m ²	21 Tage	9 h/Tag	? Einschaler
390 m ²	7 Tage	9 h/Tag	12 Einschaler
1 m ²	7 Tage	9 h/Tag	den 390. Teil
2340 m ²	7 Tage	9 h/Tag	2340 mal soviel
2340 m ²	1 Tage	9 h/Tag	7 mal soviel
2340 m ²	21 Tage	9 h/Tag	den 21. Teil
2340 m ²	21 Tage	1 h/Tag	9 mal soviel
2340 m ²	21 Tage	8 h/Tag	den 8. Teil
$\frac{12 \text{ Einschaler} \cdot 2340 \cdot 7 \cdot 9}{390 \cdot 21 \cdot 8} = 27 \text{ Einschaler}$			

هرڅومره زیات مربع متره ، همغومره زیات پوښووني.
لاس ته راوړنه:
متناسب.
هرڅومره زیاتي ورځي، همغومره لږ پوښووني.
لاس ته راوړنه:
معکوس متناسب.
هرڅومره د ورځي لږ ساعتونه، همغومره زیات پوښووني.
لاس ته راوړنه :
معکوس متناسب

27 پوښووني باید په کار وگومارل شي.

0.5. په سلو کې شمیرنه: نمونه يي بیلگه

څوک چې گومان کوي، چې گومان کوي، چې په سلو کې شمیرني ته اړتیا نه شته اشتباه کوي. په ورځني ژوند کې سړی د په سلو کې شمیرني سره یراوکار لري یا مخامخ کیږي. د زیات ارزښت د مالیا سره اخستلو کې ښه کې گټور دی، چې سړی د په سلو کې شمیرني سره بلد وي، لکه د بیلگې په توگه چې بنزین په څومره په سلو کې گران شوي دي، که د زیاتقیمت والیا جگه شوې وي او که یا څوک د کور اخستلو لپاره پور کوي یا د یوه موټر اخستلو سره مینه لري، نو باید وړاندیزونه سره پرته کړای شي او یا د بانک څخه قرضه اخستل کیږي. د لته م مرسته کیږي، که څوک دا وشمیرلی شي. داښه دی، چې د پیسو په کار وبار کې سړی د په سو کې شمیرني سره بلد وي، (زبای:مگر متأسفانه چې موږ مو په هیواد کې لا تراوسه دا مسایل داسي په ټولنه توگه نه لرو).

0.5.1. د په سلو کې شمیرلو فرمولونه

$$\left| \begin{array}{l} W = G \cdot \frac{p}{100} \quad p = \frac{W}{G} \cdot 100 \quad G = \frac{W}{p} \cdot 100 \end{array} \right|$$

په سلو کې p په سلو کې ارزښت W بنسټ ارزښت G

0.5.2. په سلو کې ارزښت شمیرنه

$G = 450000 \text{ €}$ $W = ?$ $p = 3,5\%$ $W = \frac{G \cdot p}{100} = \frac{450000 \text{ €} \cdot 3,5}{100} = 15750 \text{ €}$ د دفتر مزدور 15750 € ده	بناغلی سپین کور د خرڅلاو دفتر له لورې په $450\,000 \text{ €}$ پلورې. دفتر 3,5% مزدوری اخلي

0.5.3. د په سلو کې پېښې یا -ایښوونې شمیرنه

$G = 12400 \text{ €}$ $p = ?$ $W = 13200 \text{ €} - 12400 \text{ €} = 800 \text{ €}$ $p = \frac{W \cdot 100}{G} = \frac{800 \text{ €} \cdot 100}{12400 \text{ €}} = 6,45\%$ گټه یې 6,45% وه.	د زړو موټرو یو پلورونکي موټر په راوښو. له یوه وخت وروسته یې وکولای چې موټر په و پلوري. د ده گټه خو په سلو کې وه؟

0.5.4 د بنسټ ارزښت شمیرنه

$p = 30\% \quad G = ?$ $W = 3852 \text{ €}$ $G = \frac{W \cdot 100}{p} = \frac{3852 \text{ €} \cdot 100}{30} = 12840 \text{ €}$ د اخستلو نرخ 12840 € دی	د کو یوې کوتي سامان اخستل 30% به سلو کې ادا کیږي. دا 3852 € دي. د اخستلو نرخ څومره جگ دی؟

0.5.5 د زیاتشویو بنسټ ارزښت شمیرنه:

پیل نوې کرایه د پخوانۍ کرایې بنسټ ارزښت ده. له دې لاس ته راځي زړه کرایه $\Rightarrow 1,04 \cdot G = 473,60 \text{ €}$ $\Leftrightarrow G = \frac{473,60 \text{ €}}{1,04} = \underline{\underline{455,39 \text{ €}}}$ د کرایې جگوالی $473,60 \text{ €} - 455,39 \text{ €} = 18,21 \text{ €}$	د 4% په سلو کې د کرایه جگوني وروسته اوس باید یوه کورنۍ 473,60 € ورکړی. کرایه پخوا له ی څومره € وه؟

0.5.6. د کم شویو بنسټ ارزښتونو شمیرنه

پیل:	د 10% کي قیمت کمولو یو
نوی قیمت د لورمري یا بنسټ قیمت 90% دی.	جنس فقط € 108 دی.
$\Rightarrow 0,9 \cdot G = 108 \text{ €}$	هغه لومړنی د خرڅلاو
$\Leftrightarrow G = \frac{108 \text{ €}}{0,9} = 120 \text{ €}$	قیمت یې څومره وو؟
لومړنی د خرڅلاو قیمت یې 120€ وو.	

0.5.7. پوښتنې

په سلو کي شمیرنه I

هرې پوښتنې ته یوه ځوابي جمله شتون لري.

لومړۍ - په یوه ټولگي کي ۱۷ هلکان او ۸ نجونې دي.

په ټولگي کي څومره په سلو کي هلکان او همداسې نجونې جوړوي؟

دویم - د یوه موټر د لیست قیمت (د مسلکي اړخه) € 23925 دی. اخستونکی موټر په € 21054 لاس ته راوړي.

قیمت له لیست قیمت څخه څو په سلو لږ دی؟

دریم - د یوه موټر اخستلو قیمت په € 1920,45 جگړي، ځکه چې په پور یې اخلي.

د موټر لومړنی قیمت به څومره وو، که د موټر ګرانیدل (قیمته کیدل) 10,5% وي؟

څلورم - یو موټر په 400 km کي 47 Liter بنزین مصرفوي، یو بل موټر 65,8 Liter په 700 km کي.

د یو موټر له بل څخه د لګښت مصرف څو په سلو کي جګ دی؟

پنځم - داچې موټر په برخه تادیه کولو اخلي، نوارزښت یې له € 38950 څخه و 42650 € ته لوړیږي.

دا ګرانیدل څو په سلو کي جوړوي؟

شپږم - په یوه مغازه کي په 5% کي قیمت جګیدلو سره د ژمي تیرونه په € 327,60 وړاندې کیږي.

تیرونه له دې د مخه څومره ګران وو؟

اوم - د دفاع وکیل سکرتره د میاشتي 22% مالیه ورکوي، دا € 435,60 کیږي.

د دې بي مالیه معاش به څومره وي؟

اتم - یو خټگر € 11,76 د ساعت معاش لري، ځکه چې زیات کار کوي. دا د ده د نورمال معاش څخه چې € 11,20 دی څو په سلو کې جگ دی؟
 نهم - یوه پلورونکې له 32,8% معاش کمولو وروسته € 1428 معاش اخلي. د دې به هغه به کمولو معاش څومره وي؟

لسم - د یوې فابریکې میخانیکي کار گر د ساعت معاش دې له € 11,20 په 2,5% جگ شي.

دا نوی د ساعت معاش څومره دی؟
 یولسم - یو خټگر د کور جوړونکي ته د جوړخت مصارفو 8,5% خپل معاش ټاکي. دا معاش په د یو فاميلي کور جوړولو مصارفو € 290300 څومره وي؟
 دولسم - یو کور په € 244750 جوړیږي. مصارف د جوړېدو په وخت کې € 259435 ته جگيږي.

دا قیمت جگیدنه څو% ده؟
 دیارلسم - تړده یا بنسټ د یوه کره د خاورو 400 m^3 حجم (ډکي) سره وهل کیږي. څومره لاریو ته د 12 m^3 بار سره د ځمکې وهلو د 14% کې وړلو لپاره اړتیا شته؟
 څوارلسم - د کور سامان خرڅولو مارکېټ یوه ښارگوټي جوړولو لپاره په ټول مالونو 6% قیمت پرېږدي.

د یوه وښو ربښلو ماشین لپاره باید یو اوسیدونکی څومره پیسې ورکړي، که عادي قیمت یې € 164,50 وي.

پنځلسم - یوه میرمن د سپورت سامان مغازه کې یو د کور تمرین اله په € 399,50 اخلي. د یوه سپورت اتحاديې د غړي په توګه یې ورته ارزانه کوي او € 367,54 تادیه کوي.

ارزانښت % کې څومره دی؟
 شپاړسم - یو باغوان د وښو تراکتور ارزانه شوی اخلي. دا څومره په سلو کې ارزانتیا لري، که دی د € 1342,50 په ځای فقط € 1261,95 تادیه کړي؟

اولسم - د یوې ځنځیري اړې لپاره یو باغوان په 3% ارزانښت € 184,30 تادیه کوي. د اړې اصلي قیمت به څومره وو؟

اتلسم - د یوه موټر بنسټ ارزښت € 27500 دی. ځانګړې سنمبالونه یې قیمت په € 1000 جګوي. د نغدي تادیه له امله اخستونکي موټر 12% ارزانه لاس ته راوړي. د بنسټ قیمت لپاره په ریښتوني څومره تادیه شوي دي؟

خوابونه

په سلو کې شمیرنه I

نتیجې او مفصل خوابونه
نتیجې

اول – د خوانانو برخه 68% ده، د نجونو 32% .
دویم – د اخستلو قیمت 12% د لیست قیمت لاندې یا کېږدی.
دریم – د موټر اصلي قیمت € 18290 وو.
څلورم – د II موټر مصرف د I موټر څخه 20% لږ وو.
پنځم – د برخ تادیې یا نسیا تادیې زیاتېدنه نږدې 9,5% ده.
شپږم – د قیمت جگړې پخوا نې تیرونه € 312 قیمت لرووده.
اوم – د دفاع وکیل سکرترې معاش € 1980 دی.
اتم- دا زیات کارکونکي معاش د نورما معاش څخه 5% پورته دی.
نهم – د مسلکي پلورونکي بې مالیه معاش € 2125 دی.
لسم – د فابریکې میخانیکوال معاش € 11,48 دی.
یولسم – د خټگر معاش € 24675,50 دی.
دولسم – د قیمت جگړېدنه 6% ده.
دیارلسم – د خاورو ونې لپاره 38 لاری په کار دي.
څوارلسم – د بنارگوټي اوسیدونکي د وینو ماشین لپاره € 154,63 تادیه کوي.
پنځلسم – د قیمت کمونه 8% ده.
شپاړسم – باغوان 6% ارزانه لاس ته راوړي..
اولسم – د ځنځیری اړې اصلي قیمت € 190 دی.
اتلسم – د بتسټ قیمت په ریښتوني 91,2% تادیه شوي ده.

مفصل خوابونه:

اول –

17 خوانان + 8 نجوني = 25 زده کوونکي ، چې 100 ~ دي.

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\%$$

په سلو کې پښه (جمله) باید پیدا شي:

$$G = 25 \quad W = 17 \quad p = \frac{17}{25} \cdot 100\% = \underline{\underline{68\%}}$$

خوانان :

$$G = 25 \quad W = 8 \quad p = \frac{8}{25} \cdot 100\% = \underline{\underline{32\%}}$$

نجوني :

د خوانانو برخه 68% ده، د نجونو برخه 32% ده .

دويم -

د لیست قیمت: 23925 € د اخستلو قیمت: 21054€

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\%$$

غواړو پیدا کړو:

$$G = 23925\text{€} \quad W = 23925\text{€} - 21054\text{€} = 2871\text{€}$$

$$p = \frac{2871\text{€}}{23925\text{€}} \cdot 100\% = \underline{\underline{12\%}}$$

د اخستلو قیمت 12% د اصلي قیمت څخه ټیټدی.

دریم -

د بنسټ قیمت 10,5% کې 1920,45€ دي.

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\%$$

بنسټ ارزښت غواړو پیدا کړو:

په سلو کې پښه: $p=10,5\%$

د په سلو کې ارزښت: $W1920,45\text{€}$

د موټر اصلي قیمت 18290€ وو.

څلورم –

په مصرف:

$$\text{موټر ۱: } \frac{47}{4} = 11,75 \frac{\text{Liter}}{100\text{km}} \quad \text{موټر ۲: } \frac{65,8}{7} = 9,4 \frac{\text{Liter}}{100\text{km}}$$

$$\Rightarrow G = 11,75 \quad W = 11,75 - 9,4 = 2,35 \text{ موټر ۱ زیات مصرف لري}$$

د په سلو کې پښه یا جمله دې پیدا شي:

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\% = \frac{2,35}{11,75} \cdot 100\% = \underline{\underline{20\%}}$$

د موټر II مصرف په نسبت و موټر I ته 20% کم دی.

پنځم –

$$G = 38950\text{€} \quad W = 42650\text{€} - 38950\text{€} = 3700\text{€}$$

د په سلو کې پښه (جمله) غواړو پیدا کړو:

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\% = \frac{3700\text{€}}{38950\text{€}} \cdot 100\% \approx \underline{\underline{9,5\%}}$$

د په برخه تادیه کولو کې د قیمت جگړه د $9,5\%$ ده.

شپږم – بنسټ ارزښت زیاتیدنه:

نوی قیمت 105% د بنسټ ارزښت دی.

$$\Rightarrow 1,05 \cdot G = 327,60 \text{ €} \Leftrightarrow G = \frac{327,60 \text{ €}}{1,05} = \underline{\underline{312 \text{ €}}}$$

د قیمت جگیدلو د مخه د تیرونو قیمت 312€ وو.

اوم –

د په سلو کې بنسټ (پینه، جمله) $p=22\%$

د په سلو کې ارزښت $W=435,60 \text{ €}$

$$G = \frac{W}{p} \cdot 100\% = \frac{435,60 \text{ €}}{22\%} \cdot 100\% = \underline{\underline{1980 \text{ €}}}$$

بنسټ ارزښت غواړو پیدا کړو:

د دفاع وکیل سکرترې بې مالیه یا نقد (نقد) معاش 1980 € دی.

اتم-

بنسټ ارزښت $G=11,20\%$ د په سلو کې ارزښت : $11,76\text{€}-11,20 = 0,56\text{€}$

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\% = \frac{0,56 \text{ €}}{11,20 \text{ €}} \cdot 100\% = \underline{\underline{5\%}}$$

د په سلو کې جمله غواړو پیدا کړو

د د زیات وخت معاش د نورمال معاش څخه 5% جگ دی.

نهم –

د په سلو کې پینه (جمله) $p=32,8\%$

لږ شوی بنسټ ارزښت غواړو پیدا کړو.

دا د مالی سره معاش د بنسټ معاش 67,2% دی:

$$\Rightarrow 0,672 \cdot G = 1428 \text{ €} \Leftrightarrow G = \frac{1428 \text{ €}}{0,672} = \underline{\underline{2125 \text{ €}}}$$

د مسلکي کارگر نغد معاش (بي مالیه) 2125 € دی.

لسم –

بنسټ ارزښت $G = 11,20 \text{ €}$ د په سلو کې پښه $p = 2,5\%$

د په سلو کې ارزښت غواړو پیدا کړو:

$$W = \frac{G}{100\%} \cdot p = \frac{11,20 \text{ €}}{100\%} \cdot 2,5\% = 0,28 \text{ €} \quad (\text{د معاش جگړه})$$

نوی معاش: $11,20 \text{ €} + 0,28 \text{ €} = 11,48 \text{ €}$

د فابریکي میخانیکي کارگر د ساعت نوی معاش 11,48 € دی.

یولسم –

بنسټ ارزښت $G = 290300 \text{ €}$ د په سلو کې پښه $p = 8,5\%$

د په سلو کې ارزښت غواړو پیدا کړو

$$W = \frac{G}{100\%} \cdot p = \frac{290300 \text{ €}}{100\%} \cdot 8,5\% = \underline{\underline{24675,50 \text{ €}}}$$

د خټگر معاش 24675,50 € دی.

دولسم –

بنسټ ارزښت $G = 244750 \text{ €}$ د په سلو کې ارزښت - $p = 259435 \text{ €}$

$$244750 \text{ €} = 14685 \text{ €}$$

د په سلو کې پښه غواړو پیدا کړو.

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\% = \frac{14685 \text{ €}}{244750 \text{ €}} \cdot 100\% = \underline{\underline{6\%}}$$

د قیمت جگوالی. 6% دی.

دیارلسم –

بنسټ ارزښت $G=400\text{m}^3$ د په سلو کې پښه (جمله) $p=1\%$

د په سلو کې ارزښت غواړو پیدا کړو

$$W = \frac{G}{100\%} \cdot p = \frac{400\text{m}^3}{100\%} \cdot 14\% = 56\text{m}^3$$

(د ځکې وهنې یا پورته کونې سره د حجم یا پکې زیاتوالی)

د وړلو خاوره ده. $400^3 + 56\text{m}^3 = 456\text{m}^3$

یوه لاری 12m^2 ځمکه یا خاوره وړي له دې لاس ته راځي: د لاري، تعداد دی.

$$\text{LKW's} = \frac{456\text{m}^3}{12 \frac{\text{m}^3}{\text{LKW}}} = \underline{\underline{38\text{LKW's}}}$$

د خاورې د ترانسپورت لپاره 38 LKW's لارې په کار دي.

څوارلسم – بنسټ ارزښت $G=164,50\text{€}$ د په سلو کې پښه $p=6\%$

د په سلو کې ارزښت باید پیدا شي

$$W = \frac{G}{100\%} \cdot p = \frac{164,50\text{€}}{100\%} \cdot 6\% = 9,87 \text{ €}$$

(د قیمت ارزانه کونه)

$$164,50\text{€} - 9,87\text{€} = 154,63\text{€} = \text{پای قیمت}$$

د ښارگوټی غری باید د وښو رېښو الی لپاره 154,63 € تادیه کړي.

پنځلسم –

$$\text{بنسټ ارزښت } G = 399,50\text{€} \quad \text{د په سلو کې ارزښت } 399,50\text{€} - 367,54\text{€} = 31,96\text{€} \\ W =$$

د په سلو کې پښه یا جمله غواړو پيدا مرو

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\% = \frac{31,96\text{€}}{399,50\text{€}} \cdot 100\% = \underline{\underline{8\%}}$$

د قیمت کمونه 8% ده.

شپاړسم –

$$\text{بنسټ ارزښت } G = 132,50\text{€} ;$$

$$\text{د په سلو کې ارزښت: } W = 1342,50\text{€} - 1261,95\text{€} = 88,55\text{€}$$

غواړو د په سلو کې پښه پیدا کړو

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\% = \frac{88,55\text{€}}{1342,50\text{€}} \cdot 100\% = \underline{\underline{6\%}}$$

باغوان 6% کې ارزاني لري.

اولسم –

کم شوی بنسټ قیمت.

دا نوی قیمت د بنسټ بنسټ ارزښت 97% دی.

0. تکرار

۵۲

$$\Rightarrow 0,97 \cdot G = 184,30 \text{ €} \Leftrightarrow G = \frac{184,30 \text{ €}}{0,97} = \underline{\underline{190 \text{ €}}}$$

د خنځيري اړې اصلي يا پخوانۍ قيمت 190€ وو.

اتلسم-

ارزانښت	27 500 €	بنسټ قيمت:
	+1 000 €	
	28 500 €	زيات مصارف
	-3 420 €	
	25 080 €	ارزانښت
		د ورکړې
$W = \frac{G}{100\%} \cdot p = \frac{28 500 \text{ €}}{100\%} \cdot 12\% =$ $= 3 420 \text{ €}$ د په سلو پښه $p = \frac{W}{G} \cdot 100\%$		

د سره $W = 27 500 \text{ €} - 25 080 \text{ €} = 2 420 \text{ €} \Rightarrow p = \frac{2 420 \text{ €}}{27 500 \text{ €}} \cdot 100\% = 8,8\%$

د ريښتينو ورکونه: $\underline{\underline{100\% - 8,8\% = 91,2\%}}$

په حقيقت کې د بنسټ قيمت 91,2% تاديه شو.

0.6. د گټې- يا ربح شميرنه Zinsrechnung

0.6.1. د شميرلو فرمول:

د گټې فرمول

$$\left| Z = K \cdot \frac{p}{100} \quad p = \frac{Z}{K} \cdot 100 \quad K = \frac{Z}{p} \cdot 100 \right|$$

سرمایه K گټه Z د گټې پنبه p

د میاشتي له مخې گټه شمیرل شوې، $Z = K \cdot \frac{p}{100 \cdot 12} \cdot m$ وخت په میاشتو m

گټه د ورځې له مخې شمیرل شوې $Z = K \cdot \frac{p}{100 \cdot 360} \cdot t$ وخت په ورځو t

یو کال 360 د گټې ورځې، یوه میاشت 30 د گټې ورځې.

0.6.2. د گټې یا ربح شمیرنه

په یو کال کې په 5% گټونه 850 € څومره € گټې؟	$p = 5\% \quad Z = ?$ $K = 850 \text{ €}$ $Z = \frac{K \cdot p}{100} = \frac{850 \text{ €} \cdot 5}{100} = 42,50 \text{ €}$ گټه 42,50 € ده.
په اوه میاشتو کې په 4,3% گټونه 1200 € څومره € گټه راوړي؟	$p = 4,3\% \quad Z = ?$ $K = 1200 \text{ €}$ $m = 7$ $Z = \frac{K \cdot p \cdot m}{100 \cdot 12} = \frac{1200 \text{ €} \cdot 4,3 \cdot 7}{100 \cdot 12} = 30,10 \text{ €}$ گټې 30,10 € ده.

په 300 ورځو کې په 5,1% گټونه € 950 څومره € گټه راوړي؟	$p = 5,1\%$ $Z = ?$ $K = 950 \text{ €}$ $t = 300$ $Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360} = \frac{950 \text{ €} \cdot 5,1 \cdot 300}{100 \cdot 360} = 40,38 \text{ €}$ گټي € 40,38 ده.

0.6.3 د کاپیتال یا سرمایې شمیرنه

ښاغلی سپین غواړي په یوه بانک کې پیسې واچوي. بانک 4% د کلنۍ گټې وړاندیز کوي. ښاغلی سپین باید په بانک کې څومره پیسې واچوي، چې دی په کال کې € 2400 گټه لاس ته راوړي؟	$p = 4\%$ $K = ?$ $Z = 2400 \text{ €}$ $K = \frac{Z \cdot 100}{p} = \frac{2400 \text{ €} \cdot 100}{4} = 60000 \text{ €}$ ښاغلی سپین باید € 60000 په بانک کې واچوي.
میرمن سپینه له بانک څخه په 10.1.03 په 13,5% گټونه پیسې پور اخلي . په 15.6.03 کرډیت بیرته ورکوي. بانک € 581,25 ورته	د پور د وخت شمیرنه: له 10.1 تر 10.6 پورې 150=5.30 ورځې له 10.6 تر 15.6 پورې 5 ورځې ----- له 10.1 تر 15.6 پورې 155 ورځې

د بانک گټه شمیري.

$$p = 13,5\%$$

$$K = ?$$

پور به څومره وي؟

$$Z = 581,25 \text{ €}$$

$$t = 155$$

$$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360}$$

$$\Rightarrow K = \frac{Z \cdot 100 \cdot 360}{p \cdot t} = \frac{581,25 \text{ €} \cdot 100 \cdot 360}{13,5 \cdot 155} = 10000 \text{ €}$$

پور 10000 دی.

0.6.4 د گټې پښې شمیرنه

بڼاغلې برگ بانک ته د 18000 € پور لپاره باید 792 € گټه ورکړي. د گټې پښه به څومره وي؟	$K = 18000 \text{ €}$ $p = ?$ $Z = 792 \text{ €}$ $p = \frac{Z \cdot 100}{K} = \frac{792 \text{ €} \cdot 100}{18000} = 4,4\%$ د گټې پښه 4,4% ده.

0.6.5 د گټې د ورځو شمیرنه

د 19200 € سرمایه په 4,5% کټونه پور اخستل شوی وو. دې 249,60 € گټه وکړه. و شمیره چې دا سرمایه د څومره وخت لپاره پور شوې وه.	$K = 19200 \text{ €}$ $t = ?$ $p = 4,5\%$ $Z = 249,60 \text{ €}$ $Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360} \Rightarrow t = \frac{Z \cdot 100 \cdot 360}{K \cdot p} =$ $= \frac{249,60 \text{ €} \cdot 100 \cdot 360}{19200 \text{ €} \cdot 4,5} = 104$ سرمایه د 104 ورځو لپاره پور شوې وه.

0.6.6 پوښتنې

د په سلو کې – او گټې شمیرنه I

هرې پوښتنې ته یو د ځواب جمله شته

لومړۍ-

د € 22500 پیسو یوه سرمایه په 7,5% گټونه کینول کیږي.

د 9 میاشتو او 10 ورځو وروسته گټه څومره ده؟

دویم –

د سپین کور په پور اخستل شوی په 8,5% گټونه د میاشتې € 637,50 گټه ورکوي.

د ده پور څومره لوي دي؟

دریم –

یوه سپماکونکي په € 42500 سرمایه یا بډایۍ په 6,5% گټونه 552,50 واخستې.

پیسې په بانک کې څومره اوږدې پرتې وي؟

څلورم - د € 33000 پور لپاره باید په 8% گټې پښه ټوله € 9240 گټه ورکړه.

دا پور له څومره وخت وروسته ادا شو؟

پنځم – ښاغلی برگ یو موټر په € 13750 واخست او دا پیسې یې په گټه وکونې پور

کړي. په یوه کال کې ښاغلي برگ د € 15331,25 پور تادیه کړه.

د گټې پښه به څومره وه؟

شپږم- یو لاسي کارگر د په € 2300 یوه کار اله اخلي. دی یوه 6% ارزاني لاس ته راوړي، دا چې دی پیسې نغدي ورکوی، نور هم دا اله په 2% ارزانتیا اخلي. دی باید کوم قیمت تادیه کړي؟

اوم- په یوه مارکیټ کې دوه شیان په ځانګړو قیمتونو € 65 او € 47,50 خرڅلاو ته وړاندې کیږي. دواړه شیان سړی په € 102 لاس ته راوړی شي. ارزانتیا څومره ده، که په لومړۍ الهی لپاره ارزانتیا 2,5 - ځله زیاته وي، لکه د دویمې ارزانتیا؟

اتم- یو رده کوونکی یوه د پیسو بټوه د € 1125 سره میندي. دا ورکونکی قانوني باید د پیداکیډو پیسې د 5% په ګټه ونه د لومړیو € 500 ورکوي او د پاتې پیسو 3% میندونکي ته ورکړي .

د بیامیندلو څومره پیسې باید ورکړل شي؟

نهم – یو کار گر کار ورکونکي ته څومره د کار قیمت کموي، که هغه د € 13700 لپاره € 12604 و شمیري؟

لسم – ښاغلی گل غواړي په یوه باغ کې یو ډنډ جوړ کړي. د ډنډ ډکی یا حجم $15,6 \text{ m}^3$ دی.

ښاغلی گل باید څومره کانتینره خاوره یا ځمکه یوسي، که د یوه 15% راپورته کوني سره په شمیرکې راځي؟

یولسم- د یوې مغازي د عکسونو برخه کې عکسونه چې 20 x 30 cm دي ځانګړي خرڅلاو ته په € 0,57 وړاندې کیږي. په عادي ډول دا € 0,95 قیمت لري.

دا اړانونه څو په سلو کې ده؟

دولسم – ښاغلی سپین یوه بډایۍ د 5 کالو لپاره په 6% ګټونه ږدي. دا بډایۍ به څومره وي، که ښاغلی سپین د 5 کاله وروسته € 45500 بیسې واخلي؟

دیار لسم – یو ټیکه لرونکي د موادو راورلو لپاره € 8229 نادیه کوي، چې قیمتونه په 5,5% جگ شوي.

ده به له دي د مخه څومره پیسې ورکړي وی؟

ځوالسم – د دې لپاره چې یوه کوټه په لرگي پوښ شي، 50 m^2 د لرگي تختګۍ شتون لري. دا پوښ کونکي سطحه $46,8 \text{ m}^2$ ده.

څو متره مربع m^2 تختې باید نورې راورل شي، که د تختو 18% غوڅونې یعنې غورځونې سره وګڼل شي؟

پنځلسم – د جمعي بازار کې 500 g د ځمکې توتان په € 1,75 خرڅلاو ته وړاندې کيږي. 1,5 kg د اخستلو سره مشتري فقط € 4,50 ورکوي.

د ده زخیره څو په سلو کې ده؟

شپاړسم – لمرچترۍ، 2,70 m نیمې (قطر)، چې د الومینیوم توتي جوړه ده په یوه مغازه کې له € 87,50 څخه € 70 ته را ارزانه کيږي.

دا ارزانه کیده څو په سلو کې دي؟

او له لسم – د یوه یو کورنیز کور جوړولو لپاره د سپین کورنۍ باید € 150000 پور کړي. د لومړیو پنځو کالو لپاره د کال 6% ګټه ورکوي، پرته له دې باید د سپین کورنۍ په کال کې 1% نورې هم ورکړي.

د سپین د کورنۍ میاشتني مصرف څومره دی؟

حلونه یا اوبيوني

د په سلو کې – او ګټې شمیرنې ته I

نتیجې او مفصل حلونه یا اوبيوني

نتیجی

لومړۍ – د 9 میاشتو او 10 ورځو وروسته گټه € 1312,50 ده.

دویم – قرض € 90000 دی..

دریم – سرمایه 2 میاشتې او 12 ورځې ایښولل شوې وه.

څلورم – پور له 42 میاشتو (3,5 کالو) وروسته ورکړ شو.

پنځم – د گټې پښه %11,5 وه.

شپږم – لاسي کارگر باید € 2118,76 ورکړي.

اوم – په I شي ارزانونه %12,5 ده او په II دویم %5 ده.

اتم – د میندلو پیسې € 43,75 دي.

نهم – کارگر و کار ورکونکي ته %8 قیمت کموي.

لسم – په تولیدو توگه باید $17,94 \text{ m}^3$ ځمکه یا خاوره یووړل شي.

یولسم – ارزانونه %40 ده.

دولسم – پنځه کاله تر مخه سرمایه € 35000 وه.

دیارلسم – د ارزانونې د مخه ټیکه دار باید € 7800 تادیه کړي وی.

څوارلسم – د $5,3 \text{ m}^2$ تختې باید نورې راوړل شي.

بنځلسم – د 1,5 kg ځمکتوتانو اخستلو سپما %14,3 ده.

شپاړسم – قیمت ارزانونه %20 ده.

اولسم – د سپین کورني په لومړیو 5 کالو کې د میاشتې € 875 پیسې ورکوي.

مفصل حلونه یا اوبیوني

لومړۍ – سرمایه $k = 22500\text{€}$ د گټې پښه $P = 7,5\%$

وخت نهه میاشتې او لس ورځې $= 280 = 10 + 9.30$

غواړو په دې وخت کې منځ ته راغلي گټه پیدا کړو

$$Z = K \cdot \frac{p}{100\% \cdot 360 \text{ Tage}} \cdot t =$$

$$= 22500 \text{ €} \cdot \frac{7,5\%}{100\% \cdot 360 \text{ Tage}} \cdot 280 \text{ Tage} = \underline{\underline{1312,50 \text{ €}}}$$

په پورته کې Tage د ورځو په معنا دی.

د ۹ میاشتو او ۱۰ ورځو ورسته گټه $1312,50 \text{ €}$ ده.

دریم – بډایي $K = 42500\text{€}$ د گټې پښه $p = 6,5\%$ گټه $Z = 552,50\text{€}$

غواړو وخت پیدا کړو، د کوم لپاره چې پیسې اېښول شوي دي.

$$Z = K \cdot \frac{p}{100\% \cdot 360 \text{ Tage}} \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{Z}{K \cdot p} \cdot 100\% \cdot 360 \text{ Tage}$$

ایښونه:

$$t = \frac{552,50 \text{ €}}{42500 \text{ €} \cdot 6,5\%} \cdot 100\% \cdot 360 \text{ Tage} = 72 \text{ Tage}$$

$=$ ۲ میاشتې او ۱۲ ورځې

دا بډایي ۲ میاشتې او ۱۲ ورځې اېښول شوي .

څلورم- بډایي $K = 33000\text{€}$ د گټې پښه $p = 8\%$ گټه $Z = 9240\text{€}$

د اینونې وخت غواړو پیدا کړو:

$$Z = K \cdot \frac{p}{100\% \cdot 12 \text{ Monate}} \cdot m \Leftrightarrow m = \frac{Z}{K \cdot p} \cdot 100\% \cdot 12 \text{ Monate}$$

اینونه:

$$m = \frac{9240 \text{ €}}{33000 \text{ €} \cdot 8\%} \cdot 100\% \cdot 12 \text{ Monate} =$$

42 میاشتي یا 3,5 کلونه =

دا پور له 42 میشتو (3,5 کلونه) وروسته تادیه یا ورکول کیري.

پنځم- بډایي $K = 13750 \text{ €}$ گټه: $Z = 15331,25 \text{ €} - 13750 \text{ €} = 1581,25 \text{ €}$
 غواړو د گټې پښه پیدا کړو:

$$p = \frac{Z}{K} \cdot 100\% = \frac{1581,25 \text{ €}}{13750 \text{ €}} \cdot 100\% = \underline{\underline{11,5\%}}$$

د گټې پښه 11,5% وه.

شپږم- ارزانونه: نقد قیمت:

نقد قیمت	2300,00 €	ارزانونه
6% ارزانونه	-138,00 € 2162,00 €	$= \frac{G \cdot p}{100\%} = \frac{2300 \text{ €} \cdot 6\%}{100\%} = 138 \text{ €}$
2% نوره ارزانونه	-43,24 € <u>2118,76 €</u>	سکونتو (نوره ارزانونه) $= \frac{G \cdot p}{100\%} = \frac{2162 \text{ €} \cdot 2\%}{100\%} = 43,24 \text{ €}$
تادیه کوني ارزښت		

لاسي کار گر بايد 2118,76 € ورکړي يا تادیه کړي.

اوم-

مال ۱: دیوه قیمت 65;00 (بنسټ ارزښت $G_I = I$)مال ۲: دیوه قیمت 47;50 (بنسټ ارزښت $G_{II} = II$)

قیمت بی له ارزانونی: 112,50

مال 1 او مال 2: -102,00

ټوله ارزانونه 10,50 (په سلو کې ارزښت + په سلو کې ارزښت = $w_1 + w_2$)

باور لري (۱) $p_I = 2,5 \cdot p_{II}$ او (۲) $w_I + w_{II} = 10,50 \text{ €}$

د $w_{II} = \frac{G_{II} \cdot p_{II}}{100\%}$ او $w_I = \frac{G_I \cdot p_I}{100\%}$ سره سری لاندې نتیجې ته رسیږي:

$$w_I + w_{II} = \frac{G_I \cdot p_I}{100\%} + \frac{G_{II} \cdot p_{II}}{100\%} = \frac{65 \cdot p_I}{100\%} + \frac{47,50 \cdot p_{II}}{100\%} = 10,50 \text{ €}$$

د (۱) باور لري: شمېرنه بی له یونونو (واحدونو)

$$\frac{65 \cdot 2,5 \cdot p_{II}}{100} + \frac{47,50 \cdot p_{II}}{100} = \frac{162,5 \cdot p_{II} + 47,50 \cdot p_{II}}{100} = \frac{210 \cdot p_{II}}{100} = 2,1 \cdot p_{II} = 10,50$$

$$\Leftrightarrow p_{II} = \frac{10,50}{2,1} = 5 \Rightarrow p_{II} = \underline{\underline{5\%}}$$

$$p_I = 2,5 \cdot p_{II} = 2,5 \cdot 5\% = \underline{\underline{12,5\%}}$$

د (۱) سره باور لري:

په مال (۱) ارزاني 12,5% او په مال (۲) ارزاني 5% ده.

اتم- د 1125€ ټول ارزښت وېشل کيږي په

500€ په 5% او 1125€-500€=625€ په 3%

$$\text{د ميندلو معاش} = 500 \text{ €} \cdot 0,05 + 625 \text{ €} \cdot 0,03 = \underline{43,75 \text{ €}}$$

نهم: بنسټ ارزښت: $G = 13700 \text{ €}$

په سلو کې ارزښت: $W = 13700 \text{ €} - 12604 \text{ €} = 1096 \text{ €}$

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\% = \frac{1096 \text{ €}}{13700 \text{ €}} \cdot 100\% = \underline{\underline{8\%}}$$

دا د 8% د خپل کارورکونکي لپاره ارزښت کوي.

لسم: بنسټ ارزښت $G = 15,6 \text{ m}^3$ د په سلو کې پښه $p = 15\%$

$$W = \frac{G \cdot p}{100\%} = \frac{15,6 \text{ m}^3 \cdot 15\%}{100\%} = 2,34 \text{ m}^3$$

ټول: $15,6 \text{ m}^3 + 2,34 \text{ m}^3 = 17,94 \text{ m}^3$

په ټوليزه توګه بايد $17,94 \text{ m}^3$ ځمکه يووړل شي.

یولسم: بنسټ ارزښت $G = 0,95 \text{ €}$ په سلو کې ارزښت:

$$W = 0,95 \text{ €} - 0,57 \text{ €} = 0,38 \text{ €}$$

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\% = \frac{0,38 \text{ €}}{0,95 \text{ €}} \cdot 100\% = \underline{\underline{40\%}}$$

ارزانو نه 40% ده.

دولسم: د 5 کالو لپاره د گټې پښه یا گټونه په کال $p=6\%$ ، دا په 5 کالو کې (بې د گټې له گټې)

له 5 کاله وروسته تاد یا ورکول کیږي:

$$K + 0,3K = 45\,500\text{€} \Leftrightarrow 1,3K = 45\,500\text{€} \Leftrightarrow K = \frac{45\,500\text{€}}{1,3} = \underline{\underline{35\,000\text{€}}}$$

د 5 کاله پخوا سرمایه یا بډایي 35000 € وه.

دیارلسم:

د قیمت جگوالی په 5,5% و 8229€ ته د بنسټ ارزښت زیاتوالي په معنا دی

$$1,055 \cdot G = 8229\text{€} \Leftrightarrow G = \frac{8229\text{€}}{1,055} = \underline{\underline{7800\text{€}}}$$

د گرانی د مخه بډایي رانیونکي باید 7800 € ورکړي وی.

څوارلسم: بنسټ ارزښت $G=46,8\text{m}^2$ د په سلو کې پښه $p=18\%$

$$W = \frac{G \cdot p}{100\%} = \frac{46,8\text{m}^2 \cdot 18\%}{100\%} = 8,424\text{m}^2 \text{ (Verschnitt)}$$

په ټولیزه توګه غوښتونې $46,8\text{m}^2 + 8,424\text{m}^2 = 55,224\text{m}^2$

50m^2 شتون لري یا موجود دي

کمون یا تفریق $55,224\text{m}^2 - 50\text{m}^2 = 5,224\text{m}^2 \sim 5,3\text{m}^2$

باید نږدې $5,3\text{m}^2$ تختې ور پسې یا وروسته وروړل شي.

پنځلسم: 3.5500g د ځمکې توتان $5,25 = 3.1,75\text{€}$ قیمت لري (بنسټ ارزښت G)

$1,5\text{kg}$ کیلو 4,5€ قیمت لري.

نتیجه = $5,25\text{€} - 4,50\text{€} = 0,75\text{€}$ (پہ سلو کی ارزینت W)

نتیجه %

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\% = \frac{0,75\text{€}}{5,25\text{€}} \cdot 100\% \approx \underline{\underline{14,3\%}}$$

د 1,5 kg کیلو خُمکوتانو اخستلو سره 1,5 kg سپما کیری.

شپارسم- ارزانونه له 87,50€ و 70€ ته

بنسټ ارزینت $G=87,50\text{€}$

پہ سلو کی ارزینت $W=87,50\text{€} - 70\text{€}=17,50\text{€}$

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\% = \frac{17,50\text{€}}{87,50\text{€}} \cdot 100\% = \underline{\underline{20\%}}$$

پہ سلو کی پینہ:

ارزانونه 20% ده.

اوه لسم- (د کور اخستلو لپاره) قرضي بانک 150000€ (سرمایه K) په لومړيو ۵ کالو کی باور لري:

د گټې پینہ (معلومه گټه ده) $P_z=6\%$ تیلگونگ $P_t=1\%$ (Tilgung)

نیونه: د گټې پینہ او تیلگونگ په $K=150000\text{€}$ په کال کی تادیه کول یا ورکول:

$$Z = \frac{K \cdot p_z}{100\%} + \frac{K \cdot p_t}{100\%} = \frac{K}{100\%} (p_z + p_t) = \frac{150000\text{€}}{100\%} \cdot 7\% = 10500\text{€}$$

$$\frac{10500\text{€}}{12\text{Monate}} = \underline{\underline{875\frac{\text{€}}{\text{Monat}}}}$$

دا په میاشت کی دي.

د کوبن کورنئ په لومړیو پنځه کالونو کې € 875 باید ګټه تادیه کړي یا ورکړي.

Tilgung:

تیلګونګ هغه ارزښت دی چې یو کړدیت اخستونکی په څو ځله ratenweise پرې کوي.

د کورونو ساحو کې، په کلنۍ ډول د 1 یا 2% پیل کړدیت بیرته تادیه کونه، پرته له کور جوړولو کړیدیت. په کور جوړولو کړدیت کې دا 7% دي.

0.7. ترمونه او د بینوم فرمولونه

0.7.1. اووښتونې (متحولې)، ترمونه: Variable, Terme

تعریف (پیژند):

په ریاضیاتو کې توری، چې د ګڼونو (اعدادو) ځای نیونکو په څیر استعمال مومی اووښتوني، واریابلي یا متحولې بلل کیږي.

دا چې دا توری د حالت سره سم د مختلفو ګڼونو (اعدادو) لپاره ځای په ځای کیدای شي، نو له دې امله دا تغیر خورونکی هم بلل کیږي.

تعریف: افادې چې په هغو کې متحولې او یا عددونه د شمیرنڅښو (ګڼونڅښو) سره تړلي وي ترمونه (یو یې: ترم) بلل کیږي

بیلګه:

ترم $x+5$ اووښتونې (متحوله) x

د ترم ارزښت د بیلګې په توګه په $x=2$ کې: $x+5=2+5=7$

ترم: $x(x+y)$ اووښتوني $x;y$

د ترم ارزښت د بیلګې په توګه په $x=5$ او $y=1$: $x \cdot (x+y) = 5 \cdot (5+1) = 5 \cdot 6 = 30$

کموټاتیو (بدلیدونکي یا تبدیلی) -، اسوخیاتیو-، دیستریبوتیو قانون

Kommutativ, -Assoziativ, -Distributivgesetz

تبدیلی قانون:

جمعه

ضرب (خل)

$$a + b = b + a$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

بیلګه:

$$3 + 5 = 5 + 3 = \underline{\underline{8}}$$

$$15 \cdot 5 = 5 \cdot 15 = \underline{\underline{75}}$$

اسوخیاتیو قانون:

جمعه

ضرب

$$a + (b + c) = (a + b) + c = a + b + c$$

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot b \cdot c$$

بیلګه:

$$1 + (2 + 3) = (1 + 2) + 3 = 1 + 2 + 3 = \underline{\underline{6}}$$

$$3 \cdot (2 \cdot 4) = (3 \cdot 2) \cdot 4 = 3 \cdot 2 \cdot 4 = \underline{\underline{24}}$$

دستریبوتیو قانون:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \qquad (a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

بیلگه:

$$2 \cdot (3 + 4) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 6 + 8 = \underline{\underline{14}} \qquad (2 + 3) \cdot 4 = 2 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 8 + 12 = \underline{\underline{20}}$$

د برابر و اووښتونو یا متحولو یوځای کونه:

د برابر و متحولو یا اعدادو یوځای کونه

په ضرب کې په جمعه کې

$$x + x + x + x = 4 \cdot x = \underline{\underline{4x}} \qquad x \cdot x \cdot x \cdot x = \underline{\underline{x^4}}$$

بیلگه:

$$\begin{array}{ll} 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = \underline{\underline{16}} & 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3 = 1000 \\ x \cdot x \cdot x \cdot x^2 = \underline{\underline{x^5}} & a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b = a^3 \cdot b^2 \end{array}$$

له نوکانو یا قوسونو (لینډیو) وښتل

د نوکانو یا قوسونو له منځه وړل یا حل کول:

قوسونه له دننه لور څخه دباندي لور ته حل کیږي.

$$a + [b + (c + d)] = a + [b + c + d] = a + b + c + d$$

یو قوس، چې له مخه یې + ده، کیدی شي ترې تیر شو یا ونه لیکو (برېښول شي)

$$5 + \{7 + [2 + (3 - 1)]\} = 5 + \{7 + [2 + 3 - 1]\} = \\ = 5 + \{7 + 2 + 3 - 1\} = 5 + 7 + 2 + 3 - 1 = \underline{\underline{16}}$$

$$2 + (+3) = 2 + 3 = \underline{\underline{5}} \quad 2 - (+3) = 2 - 3 = \underline{\underline{-1}}$$

$$2 - (-3) = 2 + 3 = \underline{\underline{5}} \quad 2 + (-3) = 2 - 3 = \underline{\underline{-1}}$$

$$2 \cdot (+3) = 2 \cdot 3 = \underline{\underline{6}} \quad 2 \cdot (-3) = -2 \cdot 3 = \underline{\underline{-6}}$$

$$-2 \cdot (-3) = 2 \cdot 3 = \underline{\underline{6}} \quad -2 \cdot (+3) = -2 \cdot 3 = \underline{\underline{-6}}$$

$$a - [b - (c - d)] = a - [b - c + d] = a - b + c - d$$

$$5 - \{7 - [2 + (3 - 1)]\} = 5 - \{7 - [2 + 3 - 1]\} = 5 - \{7 - 2 - 3 + 1\} = 5 - 7 + 2 + 3 - 1 = \underline{\underline{2}}$$

جمعو ضربول

د جمعو ضربول:

دوه زباتونونه يا جمعي سره ضربيري، داسي چي د لومړي زياتون (جمعي) هر زياتوني د دويمې جمعي د هر زياتوني (هر د جمعي غړي) سره ضرب کړي او لاس ته راوړني يې سره جمعه کړي.

$$(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$$

$$(a + b) \cdot (c - d) = a \cdot c - a \cdot d + b \cdot c - b \cdot d$$

$$(a - b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d - b \cdot c - b \cdot d$$

$$(a - b) \cdot (c - d) = a \cdot c - a \cdot d - b \cdot c + b \cdot d$$

يا

يا

يا

بيلگه:

$$(x - y)(3 - 2a) = \underline{\underline{3x - 2ax - 3y + 2ay}}$$

$$(2x - 7)(3x + 4) = 6x^2 + 8x - 21x - 28 = \underline{\underline{6x^2 - 13x - 28}}$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - ab + ab - b^2 = \underline{\underline{a^2 - b^2}}$$

د بینومفرمولونه د جمو د ضرب ځانګړی حالت

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	د بینوم لومړی فرمول
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	د ب دویم فرمول
$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$	د ب دریم فرمول

$$(x + 2)^2 = \underline{x^2 + 4x + 4}$$

$$(3x + 2y)^2 = \underline{9x^2 + 12xy + 4y^2}$$

$$(x - 3)^2 = \underline{x^2 - 6x + 9}$$

$$(2x - 3y)^2 = \underline{4x^2 - 12xy + 9y^2}$$

$$(x + 4)(x - 4) = \underline{x^2 - 16}$$

$$(4x + 3y)(4x - 3y) = \underline{16x^2 - 9y^2}$$

0.7.2 تمرینونه:

ترمونو ۱ : ته :

1-ترمونه راټول (یوځای) کړی او ساده یې کړی:

الف. $5x + 7y - x + 13y$

ب. $\frac{1}{3}a + \frac{4}{9}b + \frac{5}{6}a + \frac{11}{9}b + \frac{1}{6}a$

پ. $10k + 6m - 8n + 5k - m - 2n$

ت. $4\frac{1}{3}u + 1\frac{1}{2}v - 4z - 2\frac{1}{2}u + 3\frac{1}{4}z - 4\frac{1}{2}v$

ب۔ $1,8x + 2,3y + 3,2z - 0,9x - 1,1y - 1,4z$

ث۔ $7\frac{1}{4}ax - 3\frac{1}{2}bx + 5\frac{2}{3}cx - 2\frac{1}{8}ax + 4\frac{5}{6}bx - 2\frac{1}{9}cx$

2 - قوسونہ حل کریں او سادہ یی کریں

الف: $3u + [4 - (2u - 1) + 8u] + 7$

ب۔ $6x - [9y - (2x + 4z) - (2x + 3y - 8z)]$

پ۔ $37s - [2s - (25s + 12t) + (37t - 15s)]$

ت۔ $8\frac{1}{2}x - \left[\left(3\frac{1}{3}y - 2z \right) - 4x \right] - [4x - (3x - z)]$

ب۔ $(u + 2v - 3w) - [4v - (3u + 2v - 3w)]$

ث۔ $(x - 11) - [x - (5x - 7)] - [2 + (4 - 3x)]$

دریم۔ زیاتونو یا جمعی سرہ ضرب کریں۔

الف۔ $x(m + n) - 20(-5u + 3v - 1,5w)$ ب۔

پ۔ $2,5(4x + 2y)$ ت۔ $6m(3m - 1,5n - 4mn)$

ب۔ $-3m(-m - n)$ ث۔ $\frac{3}{4} \left(\frac{9}{8}a - \frac{5}{6}b - \frac{1}{12}c \right)$ خلورم۔ سرہ ضرب کریں او سرہ
یوخی یی کریں۔

الف۔ $2(2x - 3y) - 6x + y$ ب۔ $-3m(m - n + 20) - 4m(2m + 8n - 3)$

پ۔ $9x - 2(x - 3y) + 4(y + 4x)$ ت۔ $\frac{1}{2}(2x - 4) - 5(2x + 8) + \frac{1}{4}(12x - 4)$

$$\text{ب۔ } (a+b)(m-n) \text{ ت۔ } (4, 2u - 2, 4v)(5u - 10v)$$

پنجم۔ سره ضرب کری او سره یوځای یی کری

$$\text{الف۔ } (x+2y)(3a+b+2c) \text{ ب۔ } 16n^2 + (2+2n)(8n+5) + 4n^2 - 15$$

$$\text{پ۔ } (2a+5b-c)(3a-b) \text{ ت۔ } (4x-3y)(y+x) + (8x+2y)(3x+4y)$$

$$\text{ب۔ } 2r^2 + (2r-2s)(4r+3) + s^2 - 6rs \text{ ت۔ } (4x+2y)(x-y) - 2(x+y)(x-y)$$

حلونه:

ترمونو ۱ ته

لنډی نتیجی

لومړی

$$\text{الف۔ } 5x + 7y - x + 13y = 4(x + 5y)$$

$$\text{ب۔ } \frac{1}{3}a + \frac{4}{9}b + \frac{5}{6}a + \frac{11}{9}b + \frac{1}{6}a = \frac{1}{3}(4a + 5b)$$

$$\text{پ۔ } 10k + 6m - 8n + 5k - m - 2n = 5(3k + m - 2n)$$

$$\text{ت۔ } 4\frac{1}{3}u + 1\frac{1}{2}v - 4z - 2\frac{1}{2}u + 3\frac{1}{4}z - 4\frac{1}{2}v = \frac{1}{12}(22u - 36v - 9z)$$

$$\text{ب۔ } 1,8x + 2,3y + 3,2z - 0,9x - 1,1y - 1,4z = 0,9x + 1,2y + 1,8z$$

$$\text{ت۔ } 7\frac{1}{4}ax - 3\frac{1}{2}bx + 5\frac{2}{3}cx - 2\frac{1}{8}ax + 4\frac{5}{6}bx - 2\frac{1}{9}cx = \left(\frac{41}{8}a + \frac{8}{6}b + \frac{32}{9}c\right) \cdot x$$

دویم۔

$$\text{الف۔ } 3u + [4 - (2u - 1) + 8u] + 7 = 3(3u + 4)$$

$$\text{ب۔ } 6x - [9y - (2x + 4z) - (2x + 3y - 8z)] = 2(5x - 3y - 2z)$$

$$\text{پ۔ } 37s - [2s - (25s + 12t) + (37t - 15s)] = 25(3s - t)$$

$$\text{ت۔ } 8\frac{1}{2}x - \left[\left(3\frac{1}{3}y - 2z \right) - 4x \right] - [4x - (3x - z)] = 11\frac{1}{2}x - 3\frac{1}{3}y + z$$

$$\text{ث۔ } (u + 2v - 3w) - [4v - (3u + 2v - 3w)] = 2(2u - 3w)$$

$$\text{ث۔ } (x - 11) - [x - (5x - 7)] - [2 + (4 - 3x)] = 8(x - 3)$$

دریم:

$$\text{الف۔ } x(m + n) = mx + nx$$

$$\text{ب۔ } -20(-5u + 3v - 1,5w) = 100u - 60v + 30w$$

$$\text{پ۔ } 2,5(4x + 2y) = 10x + 5y$$

$$\text{ت۔ } 6m(3m - 1,5n - 4mn) = 18m^2 - 9mn - 24m^2n$$

$$\text{ث۔ } -3m(-m - n) = 3m^2 + 3mn$$

$$\text{ث۔ } \frac{3}{4} \left(\frac{9}{8}a - \frac{5}{6}b - \frac{1}{12}c \right) = \frac{27}{32}a - \frac{5}{8}b - \frac{1}{16}c$$

خلورم:

$$\text{الف۔ } 2(2x - 3y) - 6x + y = -2x - 5y$$

$$\text{ب۔ } -3m(m - n + 20) - 4m(2m + 8n - 3) = -11m^2 - 48m - 29mn$$

$$\text{پ۔ } 9x - 2(x - 3y) + 4(y + 4x) = 23x + 10y$$

$$\text{ت۔ } \frac{1}{2}(2x - 4) - 5(2x + 8) + \frac{1}{4}(12x - 4) = -6x - 43$$

$$\text{ث۔ } (a + b)(m - n) = am - an + bm - bn$$

$$\text{ث۔ } (4, 2u - 2, 4v)(5u - 10v) = 21u^2 - 54uv + 24v^2$$

پنجم۔ لنڈی نتیجی

$$\text{الف۔ } (x + 2y)(3a + b + 2c) = 3ax + 6ay + bx + 2by + 2cx + 4cy$$

$$\text{ب۔ } 16n^2 + (2 + 2n)(8n + 5) + 4n^2 - 15 = 36n^2 + 26n - 5$$

$$\text{پ۔ } (2a + 5b - c)(3a - b) = 6a^2 + 13ab - 3ac + bc - 5b^2$$

$$\text{ت۔ } (4x - 3y)(y + x) + (8x + 2y)(3x + 4y) = 28x^2 + 39xy + 5y^2$$

$$\text{ث۔ } 2r^2 + (2r - 2s)(4r + 3) + s^2 - 6rs = 10r^2 - 14rs + 6r - 6s + s^2$$

$$\text{ث۔ } (4x + 2y)(x - y) - 2(x + y)(x - y) = 2x^2 - 2xy$$

مفصل حلونه

لومړی:

$ \begin{aligned} &5x + 7y - x + 13y \\ &= 5x - x + 7y + 13y \\ &= 4x + 20y \\ &= \underline{\underline{4(x + 5y)}} \end{aligned} $	الف- سره بیل یې کړی سره راټول یا یوځای یې کړی ضریب 4 له نوکانو د باندې کړی
$ \begin{aligned} &\frac{1}{3}a + \frac{4}{9}b + \frac{5}{6}a + \frac{11}{9}b + \frac{1}{6}a \\ &= \frac{1}{3}a + \frac{5}{6}a + \frac{1}{6}a + \frac{4}{9}b + \frac{11}{9}b \\ &= \frac{2}{6}a + \frac{5}{6}a + \frac{1}{6}a + \frac{4}{9}b + \frac{11}{9}b \\ &= \frac{8}{6}a + \frac{15}{9}b \\ &= \frac{4}{3}a + \frac{5}{3}b \\ &= \underline{\underline{\frac{1}{3}(4a + 5b)}} \end{aligned} $	ب- سره بیل یې کړی په خپلو همغو اصلي مخرجونو یې ولیکي سره را یوځای کړی لنډ یې کړی یو په درې له نوکانو د باندې کړی
$ \begin{aligned} &10k + 6m - 8n + 5k - m - 2n \\ &= 10k + 5k + 6m - m - 8n - 2n \\ &= 15k + 5m - 10n \\ &= \underline{\underline{5(3k + m - 2n)}} \end{aligned} $	پ- سره بیل یې کړی رایوځای یې کړی ضریب 5 له نوکانو د باندې کړی

ت۔

$ \begin{aligned} & 4\frac{1}{3}u + 1\frac{1}{2}v - 4z - 2\frac{1}{2}u + 3\frac{1}{4}z - 4\frac{1}{2}v \\ &= \frac{13}{3}u - \frac{5}{2}u + \frac{3}{2}v - \frac{9}{2}v - 4z + \frac{13}{4}z \\ &= \frac{52}{12}u - \frac{30}{12}u + \frac{18}{12}v - \frac{54}{12}v - \frac{48}{12}z + \frac{39}{12}z \\ &= \frac{22}{12}u - \frac{36}{12}v - \frac{9}{12}z \\ &= \frac{1}{12}(22u - 36v - 9z) \end{aligned} $	سرہ بیل پی کری او پہ کسرونو پی ولیکی پہ اصلی مخرج 12 پی راوری. را تول پی کوی یو پہ دولس له نوکانو دبندي ولیکی

ب۔

$ \begin{aligned} & 1,8x + 2,3y + 3,2z - 0,9x - 1,1y - 1,4z \\ &= 1,8x - 0,9x + 2,3y - 1,1y + 3,2z - 1,4z \\ &= 0,9x + 1,2y + 1,8z \end{aligned} $	سرہ بیل پی کری سرہ اتول پی کری

ث۔

$ \begin{aligned} & 7\frac{1}{4}ax - 3\frac{1}{2}bx + 5\frac{2}{3}cx - 2\frac{1}{8}ax + 4\frac{5}{6}bx - 2\frac{1}{9}cx \\ &= \frac{29}{4}ax - \frac{17}{8}ax - \frac{7}{2}bx + \frac{29}{6}bx + \frac{17}{3}cx - \frac{19}{9}cx \\ &= \frac{58}{8}ax - \frac{17}{8}ax - \frac{21}{6}bx + \frac{29}{6}bx + \frac{51}{9}cx - \frac{19}{9}cx \\ &= \frac{41}{8}ax + \frac{8}{6}bx + \frac{32}{9}cx \\ &= \left(\frac{41}{8}a + \frac{8}{6}b + \frac{32}{9}c\right) \cdot x \end{aligned} $	بیل پی کری او پہ کسری اعدادو پی ولیکی هر یو پہ اصلی مخرج ولیکی سرہ را تول پی کری ضریب x له نوکانو (قوسونو) دباندي کری

2 مفصل حلونه

$ \begin{aligned} & 3u + [4 - (2u - 1) + 8u] + 7 \\ &= 3u + [4 - 2u + 1 + 8u] + 7 \\ &= 3u + [5 + 6u] + 7 \\ &= 3u + 5 + 6u + 7 \\ &= 9u + 12 \\ &= \underline{\underline{3(3u + 4)}} \end{aligned} $	

3- مفصل حلونه:

$ \begin{aligned} & x(m+n) \\ &= x \cdot m + x \cdot n \\ &= \underline{\underline{mx + nx}} \end{aligned} $	
$ \begin{aligned} & -20(-5u + 3v - 1,5w) \\ &= (-20) \cdot (-5u) + (-20) \cdot 3v + (-20) \cdot (-1,5w) \\ &= \underline{\underline{100u - 60v + 30w}} \end{aligned} $	
$ \begin{aligned} & 2,5(4x + 2y) \\ &= 2,5 \cdot 4x + 2,5 \cdot 2y \\ &= \underline{\underline{10x + 5y}} \end{aligned} $	
$ \begin{aligned} & 6m(3m - 1,5n - 4mn) \\ &= 6m \cdot 3m - 6m \cdot 1,5n - 6m \cdot 4mn \\ &= \underline{\underline{18m^2 - 9mn - 24m^2n}} \end{aligned} $	

$$\begin{aligned}
 & -3m(-m - n) \\
 &= (-3m) \cdot (-m) + (-3m) \cdot (-n) \\
 &= \underline{\underline{3m^2 + 3mn}}
 \end{aligned}$$

$\frac{3}{4} \left(\frac{9}{8}a - \frac{5}{6}b - \frac{1}{12}c \right)$ $= \frac{3}{4} \cdot \frac{9}{8}a - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}b - \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{12}c$ $= \frac{27}{32}a - \frac{5}{8}b - \frac{1}{16}c$	

خلورم-مفصل حلونه
الف

$2(2x - 3y) - 6x + y$ $= 4x - 6y - 6x + y$ $= -2x - 5y$	

ب -

$-3m(m - n + 20) - 4m(2m + 8n - 3)$ $= -3m^2 + 3mn - 60m - 8m^2 - 32mn + 12m$ $= -11m^2 - 48m - 29mn$	(b) سره ضرب يې کړی سره راټول يې کړی

پ -

$9x - 2(x - 3y) + 4(y + 4x)$ $= 9x - 2x + 6y + 4y + 16x$ $= 23x + 10y$	سره ضرب کړی سره يوځای کړی

ت -

$\frac{1}{2}(2x - 4) - 5(2x + 8) + \frac{1}{4}(12x - 4)$ $= x - 2 - 10x - 40 + 3x - 1$ $= -6x - 43$	سره ضرب کړی سره يوځای کړی

ت -

$(a+b)(m-n)$ $= a \cdot m - a \cdot n + b \cdot m - b \cdot n$ $= \underline{\underline{am - an + bm - bn}}$	سره ضرب کړې، د جمعي ضرب د ضرب له نختني صرف نظر شي

ث -

$(4,2u - 2,4v)(5u - 10v)$ $= 4,2u \cdot 5u - 4,2u \cdot 10v - 2,4v \cdot 5u + 2,4v \cdot 10v$ $= 21u^2 - 42uv - 12uv + 24v^2$ $= \underline{\underline{21u^2 - 54uv + 24v^2}}$	د جمعي ضرب د ضرب جوړول سره یوځای کول

پنځم - مفصل حلونه الف -

$(x+2y)(3a+b+2c)$ $= 3ax + bx + 2cx + 6ay + 2by + 4cy$ $= \underline{\underline{3ax + 6ay + bx + 2by + 2cx + 4cy}}$	سره ضرب کړې د الفبا په څېر یې سره بېل کړې

ب -

$16n^2 + (2+2n)(8n+5) + 4n^2 - 15$ $= 16n^2 + 16n + 10 + 16n^2 + 10n + 4n^2 - 15$ $= \underline{\underline{36n^2 + 26n - 5}}$	سره ضرب کړې سره یوځای کړې

پ -

$(2a+5b-c)(3a-b)$ $= 6a^2 - 2ab + 15ab - 5b^2 - 3ac + bc$ $= \underline{\underline{6a^2 + 13ab - 3ac + bc - 5b^2}}$	سره ضرب کړې سره یوځای کړې او سره ترتیب (بېل) کړې

ت -

$(4x - 3y)(y + x) + (8x + 2y)(3x + 4y)$ $= 4xy + 4x^2 - 3y^2 - 3xy + 24x^2 + 32xy + 6xy + 8y^2$ $4x^2 + 24x^2 + 4xy - 3xy + 32xy + 6xy - 3y^2 + 8y^2$ $= \underline{\underline{28x^2 + 39xy + 5y^2}}$	سرہ ضرب کری سرہ بیل کری سرہ یوخی کری

ب -

$2r^2 + (2r - 2s)(4r + 3) + s^2 - 6rs$ $= 2r^2 + 8r^2 + 6r - 8rs - 6s + s^2 - 6rs$ $= \underline{\underline{10r^2 - 14rs + 6r - 6s + s^2}}$	سرہ ضرب کری سرہ بیل سرہ یوخی کری

ث -

$(4x + 2y)(x - y) - 2(x + y)(x - y)$ $= (4x + 2y)(x - y) - 2 \left[\underbrace{(x + y)(x - y)}_{\text{3. bin. Formel}} \right]$ $= 4x^2 - 4xy + 2xy - 2y^2 - 2[x^2 - y^2]$ $= 4x^2 - 2x^2 - 4xy + 2xy - 2y^2 + 2y^2$ $= \underline{\underline{2x^2 - 2xy}}$	د () () -2 له امله [کپڑی () ضرب کری [] حل کری او بیل کری سرہ یوخی کری

0.7.3 د ترمونو لپاره تمرینونه II

لومړۍ پټه نوکانو یا قوسونو کې ولیکئ

الف - $2x - 2y$ ب - $26xy - 13xz - 5xu + 15xv - 10xz$ پ -

ت _ $\frac{3}{4}bx - \frac{3}{4}by + \frac{3}{4}bz$ _ ب _ $7x - 7y + 7z$ _ ث _ $\frac{1}{2}xu - \frac{1}{8}xv + \frac{3}{4}xz$

دویم- د ضریبونو په ډول یې ولیکئ

بیلگه: $3(a+b) - x(a+b) = (a+b)(3-x)$

الف _ $8(a+b) + (a+b)$ _ ب _ $x(u-v) - y(u-v)$

پ _ $x(3-r) - (3-r)$ _ ت _ $a(3m-n) - b(3m-n)$

ب _ $5u(a-2b) + v(a-2b)$ _ ث _ $2x(3u+v) - (3u+v)$

دریم: د ضریبونو په ډول یې ولیکئ

بیلگه:

$ab + ac + mb + mc = a(b+c) + m(b+c) = (b+c)(a+m)$

الف _ $ax + ay + bx + by$ _ ب _ $2m + 2n + 3m + 3n$

پ _ $3am - mv + 3a - v$ _ ت _ $4uv - u + 12vy - 3y$

څلورم: ساده یې کړئ

الف _ $18a - 3x + 6a - 3(x+a) - 5(a-2x)$ _ ب _ $15ax + 3ax - 7a \cdot (-2x)$

پ _ $2 \cdot 4a \cdot 3b + 5a \cdot 2b - 18ab$ _ ت _ $-3(x^2 - x) + (x^2 - 2x + 3) \cdot (-2)$

ب _ $6, 5x^2 - [5x - x(3 - 4x) + 2] \cdot (-0,5)$ _ ث _ $x - 5x(x^2 - 3x) \cdot (-4) - 5x^2$

پنجم- ساده یی کری

الف - $5 \cdot (2x - ax) - 5 \cdot 4x - 5ax$ ب - $(2 - 3x)x - x \cdot (-14)$

پ - $1,05 \cdot (x + x \cdot 1,05) + 1,05^2 \cdot x$ ت - $-\frac{a^2}{2} - \left(\frac{3}{2}a\right)^2 + \frac{1}{4}(2 - 2a^2)$
شیرم-د نوکانویا قوسونو افاده و تاکئی.

الف - $-7x + 14xy = -7x(\dots)$ ب - $ax^2 - 6x^3 = x^2(\dots)$

پ - $\frac{5}{3}a + 5a^2 - \frac{10}{3}a^3 = 5a(\dots)$ ت - $1,5a - 2,5ab + 0,5a^2 = 0,5a(\dots)$
اوم- ساده یی کری

الف - $\frac{1}{2}(2x - 2) - \frac{3}{8}(4x - 4)$ ب - $4kx^2 - 8kx + 4k$

پ - $xk_1 - xk_2 + k_1 - k_2$ ت - $\frac{1}{2}(x - 2) - \frac{3}{2}x + \frac{3}{4}$

ب - $\frac{3x - 6}{3} - 2\frac{5x - 10}{5}$ ث - $\frac{1}{4} \cdot \frac{8x - 4y}{5}$

.

د ترمونو حلونه II

نتیجی:

لومری-نتیجی

الف - $2x - 2y = 2(x - y)$

$$\text{ب۔} -5xu + 15xv - 10xz = -5x(u - 3v + 2z)$$

$$\text{پ۔} 26xy - 13xz = 13x(2y - z)$$

$$\text{ت۔} \frac{3}{4}bx - \frac{3}{4}by + \frac{3}{4}bz = \frac{3}{4}b(x - y + z)$$

$$\text{ث۔} 7x - 7y + 7z = 7(x - y + z)$$

$$\text{ث۔} \frac{1}{2}xu - \frac{1}{8}xv + \frac{3}{4}xz = \frac{1}{2}x\left(u - \frac{1}{4}v + \frac{3}{2}z\right)$$

دویم-نتیجی

$$\text{الف۔} 8(a+b) + (a+b) = 9(a+b)$$

$$\text{ب۔} x(u-v) - y(u-v) = (u-v)(x-y)$$

$$\text{پ۔} a(3m-n) - b(3m-n) = (3m-n)(a-b)$$

$$\text{ت۔} x(3-r) - (3-r) = (3-r)(x-1)$$

$$\text{ث۔} 5u(a-2b) + v(a-2b) = (a-2b)(5u+v)$$

$$\text{ث۔} 2x(3u+v) - (3u+v) = (3u+v)(2x-1)$$

دریم: نتیجی

$$\text{الف۔} ax + ay + bx + by = (a+b)(x+y)$$

$$\text{ب۔} 2m + 2n + 3m + 3n = 5(m+n)$$

$$3am - mv + 3a - v = (3a - v)(m + 1) \quad \text{پ۔}$$

$$4uv - u + 12vy - 3y = (4v - 1)(u + 3y) \quad \text{ت۔}$$

خلورم: نتیجی

$$18a - 3x + 6a - 3(x + a) - 5(a - 2x) = 16a + 4x \quad \text{الف۔}$$

$$15ax + 3ax - 7a \cdot (-2x) = 32ax \quad \text{ب۔}$$

$$2 \cdot 4a \cdot 3b + 5a \cdot 2b - 18ab = 16ab \quad \text{پ۔}$$

$$-3(x^2 - x) + (x^2 - 2x + 3) \cdot (-2) = -5x^2 + 7x - 6 \quad \text{ت۔}$$

$$6,5x^2 - [5x - x(3 - 4x) + 2] \cdot (-0,5) = 8,5x^2 + x + 1 \quad \text{ث۔}$$

$$x - 5x(x^2 - 3x) \cdot (-4) - 5x^2 = 20x^3 - 65x^2 + x \quad \text{ث۔}$$

پنجم:

$$5 \cdot (2x - ax) - 5 \cdot 4x - 5ax = -10x - 10ax \quad \text{الف۔}$$

$$(2 - 3x)x - x \cdot (-14) = -3x^2 + 16x \quad \text{ب۔}$$

$$1,05 \cdot (x + x \cdot 1,05) + 1,05^2 \cdot x = 3,255x \quad \text{پ۔}$$

$$-\frac{a^2}{2} - \left(\frac{3}{2}a\right)^2 + \frac{1}{4}(2 - 2a^2) = \frac{1}{2} - \frac{13a^2}{4} \quad \text{ت۔}$$

شیرم: نتیجی

الف - $-7x + 14xy = -7x(1 - 2y)$

ب - $ax^2 - 6x^3 = x^2(a - 6x)$

پ - $\frac{5}{3}a + 5a^2 - \frac{10}{3}a^3 = 5a\left(\frac{1}{3} + a - \frac{2}{3}a^2\right)$

ت - $1,5a - 2,5ab + 0,5a^2 = 0,5a(3 - 5b + a)$

مفصل حلونه:

لومړی

$\begin{aligned} 2x - 2y \\ = \underline{\underline{2(x - y)}} \end{aligned}$	الف- ضریب 2 له قوسونو راوځي

ب - $-5xu + 15xv - 10xz$

ضریب $-5x$ له قوسونو دباندې لیکو

$$= \underline{\underline{-5x(u - 3v + 2z)}}$$

پ - لرو $26xy - 13xz$

ضریب $13x$ له نوکانو دباندې لیکو

$$= \underline{\underline{13x(2y - z)}}$$

$\frac{3}{4}bx - \frac{3}{4}by + \frac{3}{4}bz$ $= \underline{\underline{\frac{3}{4}b(x - y + z)}}$	ت - ضریب $\frac{3}{4}b$ له نوکانو دباندې لیکو

$7x - 7y + 7z$ $= \underline{\underline{7(x - y + z)}}$	ت-ضریب 7 له نوکانو دباندې لیکو
$\frac{1}{2}xu - \frac{1}{8}xv + \frac{3}{4}xz$ $= \frac{4}{8}xu - \frac{1}{8}xv + \frac{6}{8}xz$ $= \underline{\underline{\frac{1}{8}x(4u - v + 6z)}}$	ت- په اصلي مخرج یې راوړو ضریب $\frac{1}{8}x$ له نوکانو دباندې لیک

دویم-

$8(a+b) + (a+b)$ $= 8(a+b) + 1 \cdot (a+b)$ $= (a+b)(8+1)$ $= \underline{\underline{9(a+b)}}$	الف- پام: $(a+b) = 1 \cdot (a+b)$ ضریب $(a+b)$ له نوکانو دباندې لیک ساده کړی

ب-ضریب $(u-vb)$ له نوکانو دباندې لیک

$$x(u-v) - y(u-v)$$

$$= \underline{\underline{(u-v)(x-y)}}$$

$a(3m-n) - b(3m-n)$ $= \underline{\underline{(3m-n)(a-b)}}$	پ- ضریب $(3m-n)$ له نوکانو دباندې لیک
$x(3-r) - (3-r)$ $= x(3-r) - 1 \cdot (3-r)$ $= \underline{\underline{(3-r)(x-1)}}$	ت- پام: $(3-r) = 1 \cdot (3-r)$ ضریب $(3-r)$ له نوکانو دباندې لیکو

$5u(a-2b) + v(a-2b)$ $= \underline{\underline{(a-2b)(5u+v)}}$	ب- ضریب $(a-2b)$ له نوکانو دباندې راځي
$2x(3u+v) - (3u+v)$ $= 2x(3u+v) - 1 \cdot (3u+v)$ $= (3u+v)(2x-1)$	ت- پام: $(3u+v) = 1 \cdot (3u+v)$ ضریب $(3u+v)$ له نوکانو دباندې راځي

دریم:

$ax + ay + bx + by$ $= ax + ay + bx + by$ $= a(x+y) + b(x+y)$ $= (x+y)(a+b)$ $= \underline{\underline{(a+b)(x+y)}}$	الف- دجمع گډې برخې سره په نڅېنه کړی ضریبونه او a د b برخ زاتونو له ضوسونو دباندې ولیکی. ضریب $(x+y)$ له ضوسونو دباندې ولیکی ضریبونه بدل کړی

$ \begin{aligned} &2m + 2n + 3m + 3n \\ &= 5m + 5n \\ &= \underline{\underline{5(m+n)}} \end{aligned} $	ب - سره یوځای کړی ضرب 5 له ضوس دباندې ولیکی
$ \begin{aligned} &3am - mv + 3a - v \\ &= 3am - mv + 3a - v \\ &= m(3a - v) + 1 \cdot (3a - v) \\ &= \underline{\underline{(3a - v)(m + 1)}} \end{aligned} $	پ-برخه زیاتونی په نڅښه کړی m له نوکانو دباندې ولیکی، $3a - v = 1 \cdot (3 - v)$ ضریب (a - v) له قوسونو دباندې ولیکی
$ \begin{aligned} &4uv - u + 12vy - 3y \\ &= 4uv - 1 \cdot u + 4v \cdot 3y - 1 \cdot 3y \\ &= u(4v - 1) + 3y(4v - 1) \\ &= \underline{\underline{(4v - 1)(u + 3y)}} \end{aligned} $	ت - برخزیاتیدونی په نڅښه کړی u او 3y له قوسونو دباندې کوی ضریب (4v - 1) له نوکانو دباندې کړی

څلورم:

الف-

$$18a - 3x + 6a - 3(x + a) - 5(a - 2x) = 24a - 3x - 3x - 3a - 5a + 10x = \underline{\underline{16a + 4x}}$$

$$15ax + 3ax - 7a \cdot (-2x) = 18ax + 14ax = \underline{\underline{32ax}} \quad \text{ب -}$$

$$2 \cdot 4a \cdot 3b + 5a \cdot 2b - 18ab = 24ab + 10ab - 18ab = \underline{\underline{16ab}} \quad \text{پ-}$$

ت -

$$-3(x^2 - x) + (x^2 - 2x + 3) \cdot (-2) = -3x^2 + 3x - 2x^2 + 4x - 6 = \underline{\underline{-5x^2 + 7x - 6}}$$

ب -

$$6,5x^2 - [5x - x(3 - 4x) + 2] \cdot (-0,5) = 6,5x^2 - [5x - 3x + 4x^2 + 2] \cdot (-0,5)$$

$$= 6,5x^2 - [-2,5x + 1,5x - 2x^2 - 1] = 6,5x^2 + 2,5x - 1,5x + 2x^2 + 1 = \underline{\underline{8,5x^2 + x + 1}}$$

$$x - 5x(x^2 - 3x) \cdot (-4) - 5x^2 = x - (-5x^3 + 15x^2) \cdot (-4) - 5x^2$$

$$= x - (20x^3 + 60x^2) - 5x^2 = x - 20x^3 - 60x^2 - 5x^2 = \underline{\underline{20x^3 - 65x^2 + x}} \quad \text{ث -}$$

پنجم:

$$5 \cdot (2x - ax) - 5 \cdot 4x - 5ax = 10x - 5ax - 20x - 5ax = \underline{\underline{-10x - 10ax}} \quad \text{الف -}$$

$$(2 - 3x)x - x \cdot (-14) = 2x - 3x^2 + 14x = \underline{\underline{-3x^2 + 16x}} \quad \text{ب -}$$

$$1,05 \cdot (x + x \cdot 1,05) + 1,05^2 \cdot x = 1,05 \cdot (2,05x) + 1,05^2 \cdot x$$

$$= 2,1525x + 1,1025x = \underline{\underline{3,255x}} \quad \text{پ -}$$

ت -

$$-\frac{a^2}{2} - \left(\frac{3}{2}a\right)^2 + \frac{1}{4}(2 - 2a^2) = -\frac{a^2}{2} - \frac{9}{4}a^2 + \frac{2}{4} - \frac{2}{4}a^2$$

$$= -\frac{2a^2}{4} - \frac{9}{4}a^2 + \frac{2}{4} - \frac{2}{4}a^2 = -\frac{2}{4}a^2 - \frac{9}{4}a^2 - \frac{2}{4}a^2 + \frac{1}{2} = \underline{\underline{-\frac{13}{4}a^2 + \frac{1}{2}}}$$

$$\frac{2a^2}{4} = \frac{2}{4}a^2 \quad \text{پہ پام کی ولرہ:}$$

شپیرم:

$$\text{الف- } -7x + 14xy = -7x(\dots)$$

$-7x$ له قوسونو دباندې را وځي

$$-7x \cdot 1 - 7x \cdot (-2y) = -7x(1 - 2y) \Rightarrow (\dots) = \underline{\underline{1 - 2y}}$$

$$\text{ب- } ax^2 - 6x^2 = x^2(\dots)$$

x^2 له نوکان باسو یا دباندې لیکو

$$x^2 \cdot a - x^2 \cdot 6x = x^2(a - 6x) \Rightarrow (\dots) = \underline{\underline{a - 6x}}$$

$$\text{پ- } \frac{5}{3}a + 5a^2 - \frac{10}{3}a^3 = 5a(\dots)$$

$5a$ له نوکانو باسو یا دباندې لیکو

$$\begin{aligned} \frac{5}{3}a + 5a^2 - \frac{10}{3}a^3 &= \frac{1}{3} \cdot 5a + 5a \cdot a - \frac{2}{3} \cdot 5a \cdot a^2 \\ &= 5a \cdot \frac{1}{3} + 5a \cdot a - 5a \cdot \frac{2}{3}a^2 = 5a \left(\frac{1}{3} + a - \frac{2}{3}a^2 \right) \Rightarrow (\dots) = \underline{\underline{\frac{1}{3} + a - \frac{2}{3}a^2}} \end{aligned}$$

ت -

$$1,5a - 2,5ab + 0,5a^2 = 0,5a(\dots) \quad 0,5a$$

$0,5a$ له نوکانو دباندې لیکو

$$\begin{aligned} 1,5a - 2,5ab + 0,5a^2 &= 0,5a \cdot 3 - 0,5a \cdot 5b + 0,5a \cdot a = 0,5a(3 - 5b + a) \\ \Rightarrow (\dots) &= \underline{\underline{3 - 5b + a}} \end{aligned}$$

اوم:

الف-

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}(2x-2) - \frac{3}{8}(4x-4) &= x-1 - \frac{3}{8} \cdot 4x + \frac{3}{8} \cdot 4 = x-1 - \frac{3}{2} \cdot x + \frac{3}{2} \\ &= \frac{2}{2}x - \frac{3}{2} \cdot x - \frac{2}{2} + \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(-x+1) = \frac{-x+1}{2} = \underline{\underline{\frac{1-x}{2}}}\end{aligned}$$

$$4kx^2 - 8kx + 4k \quad 4k \text{ ب۔}$$

4k له نوکانو دباندي لیکو

$$4kx^2 - 8kx + 4k = 4k \left(\underbrace{x^2 - 2x + 1}_{2. \text{ bin. Formel}} \right) = \underline{\underline{4k(x-1)^2}}$$

پ۔ په لاندې کې: ausklammern، یعنی له قوسونو را وباسی

$$\underbrace{(k_1 - xk_2)}_{\text{ausklammern}} + k_1 - k_2 = x \underbrace{(k_1 - k_2)}_{k_1 - k_2} + (k_1 - k_2) \cdot 1 = (k_1 - k_2)(x+1) = \underline{\underline{(x+1)(k_1 - k_2)}}$$

ت۔

$$\frac{1}{2}(x-2) - \frac{3}{2}x + \frac{3}{4} = \frac{1}{2}x - 1 - \frac{3}{2}x + \frac{3}{4} = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}x - 1 + \frac{3}{4} = -\frac{2}{2}x - \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \underline{\underline{-x - \frac{1}{4}}}$$

$$\frac{3x-6}{3} - 2\frac{5x-10}{5} = \frac{3x-6}{3} - \frac{10x-20}{5} \quad \text{HN} = 15$$

$$\frac{5(3x-6)}{5 \cdot 3} - \frac{3(10x-20)}{3 \cdot 5} = \frac{15x-30}{15} - \frac{30x-60}{15}$$

$$= \frac{15x-30-(30x-60)}{15} = \frac{15x-30-30x+60}{15}$$

$$= \frac{-15x+30}{15} = \frac{15(-x+2)}{15} = \underline{\underline{-x+2}}$$

ب۔

ث۔

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{8x-4y}{5} = \frac{8x-4y}{4 \cdot 5} = \frac{4(2x-y)}{4 \cdot 5} = \frac{1 \cdot (2x-y)}{5} = \underline{\underline{\frac{1}{5}(2x-y)}}$$

تمرینونه ترم III ته :

لومړۍ: ساده کړئ

الف - $-\frac{2x-7}{2} + \frac{5-4x}{5}$ ب - $3kx - (3-k)x$ پ - $\frac{8x-2}{2} - \frac{3}{8}(4x-4)$
دویم: ساده کړئ

الف - $\frac{1}{3}(-2x+4) - \frac{4x-2}{3}$ ب - $x^2(x-6) - 2x^2(x-2)$

پ - $x(2-x) + 5(2-x)$ ت - $(-x+2)(x-3) - \left(2 - \frac{1}{2}x\right)(x-3)$

ب - $6ax - 3ay + 4bx - 2by$ ث - $30sx - 5kx - 6sy + ky$
دریم: سره ضرب یې کړئ

الف - $(x-5)\left(x + \frac{3}{2}\right)$ ب - $\left(\frac{2}{3}x - 2\right)(x+3)$ پ - $\left(\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}\right)(x+5)$

ت - $\frac{3}{2}(x+4)(x+4)$ ث - $(3-2x)(-2x+3)$ ج - $\frac{x-5}{2}(2x+8)$
څلورم: سره ضرب یې کړئ

الف - $(x+8)\left(\frac{1}{4}x+1\right)$ ب - $\left(1 - \frac{1}{5}x\right)\left(\frac{2}{5}x+2\right)$ پ - $\frac{x}{2}(2x-k)^2$

ت - $-\frac{1}{8}(4-2x)^2$ ب - $x(x+3)(2x-5)$ ج - $(x-1)^3$

پنجم: د ضرب په بڼه یې رلیکی

الف - $x^2 + 14x + 49$ ب - $4x^2 - 8x + 4$ پ - $\frac{1}{2}x^2 - 8$

ت - $1 - 2x + x^2$ ث - $-\frac{1}{4} + x^2$ - $x^2 + 6x - 9$

ج - $\frac{1}{5}x^2 + 2x + 5$ چ - $\frac{1}{4}x^2 - 3x + 9$ خ - $\frac{x^2}{2} - kx + \frac{k^2}{2}$

شپږم: د ضرب په بڼه یې رلیکی

الف - $a^2 - 4b^2$ ب - $4k^2 - 4k + 1$ پ - $25x^2 - 9$

ت - $x^4 + 2x^2 + 1$ ث - $u^4 - 4u^3 + 4u^2$ - $x^3 - 7x^2$ اوم: ساده یې کړی

الف - $3\left(\frac{2-3k}{3}\right)^2 - 2\frac{2-3k}{3}$ ب - $7(b+1) + 5(b+1)^2$

پ - $(k-1)^2 - (k+1)^2 - (k^2 + 4)$ ت - $(1-x)^3 + 3(1-x)(1+x)^2$

د تمرینونو III ځوابونه:

لومړۍ: نتیجه

الف - $-\frac{2x-7}{2} + \frac{5-4x}{5} = 9\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}x\right)$ ب - $3kx - (3-k)x = x(4k-3)$

پ - $\frac{8x-2}{2} - \frac{3}{8}(4x-4) = \frac{1}{2}(5x+1)$

دویم: نتیجہ

$$\frac{1}{3}(-2x+4) - \frac{4x-2}{3} = -2x+2 \quad \text{الف۔}$$

$$x^2(x-6) - 2x^2(x-2) = -x^3 - 2x^2 \quad \text{ب۔}$$

$$x(2-x) + 5(2-x) = (2-x)(x+5) \quad \text{پ۔}$$

$$(-x+2)(x-3) - \left(2 - \frac{1}{2}x\right)(x-3) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x \quad \text{ت۔}$$

$$6ax - 3ay + 4bx - 2by = (3a+2b)(2x-y) \quad \text{ث۔}$$

$$30sx - 5kx - 6sy + ky = (5x-y)(6s-k) \quad \text{ث۔}$$

$$(x-5)\left(x + \frac{3}{2}\right) = x^2 - \frac{7}{2}x - \frac{15}{2} \quad \text{الف۔ دریم: نتیجہ}$$

$$\left(\frac{2}{3}x - 2\right)(x+3) = \frac{2}{3}x^2 - 6 \quad \text{ب۔}$$

$$\left(\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}\right)(x+5) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{25}{2} \quad \text{پ۔}$$

$$\frac{3}{2}(x+4)(x+4) = \frac{3}{2}x^2 + 12x + 24 \quad \text{ت۔}$$

$$(3-2x)(-2x+3) = 9 - 12x + 4x^2 \quad \text{ث۔}$$

$$\frac{x-5}{2}(2x+8) = x^2 - x - 20 \quad \text{ث۔}$$

خلورم: نتیجه :

$$(x+8)\left(\frac{1}{4}x+1\right)=\frac{1}{4}x^2+3x+8 \quad \text{الف -}$$

$$\left(1-\frac{1}{5}x\right)\left(\frac{2}{5}x+2\right)=-\frac{2}{25}x^2+2 \quad \text{ب -}$$

$$\frac{x}{2}(2x-k)^2=2x^3-2kx^2+\frac{k^2}{2}x \quad \text{پ-}$$

$$-\frac{1}{8}(4-2x)^2=-2+2x-\frac{1}{2}x^2 \quad \text{ت -}$$

$$x(x+3)(2x-5)=2x^3+x^2-15x \quad \text{ث -}$$

$$(x-1)^3=x^3-3x^2+3x-1 \quad \text{ث -}$$

پنجم: نتیجه

$$x^2+14x+49=(x+7)^2 \quad \text{الف -}$$

$$4x^2-8x+4=4(x-1)^2 \quad \text{ب -}$$

$$\frac{1}{2}x^2-8=\frac{1}{2}(x-4)(x+4) \quad \text{پ-}$$

$$1-2x+x^2=(1-x)^2 \quad \text{ت -}$$

$$-\frac{1}{4}+x^2=\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right) \quad \text{ت -}$$

$$\text{ث} - x^2 + 6x - 9 = -(x - 3)^2$$

$$\text{ج} - \frac{1}{5}x^2 + 2x + 5 = \frac{1}{5}(x + 5)^2$$

$$\text{چ} - \frac{1}{4}x^2 - 3x + 9 = \frac{1}{4}(x - 6)^2$$

$$\text{خ} - \frac{x^2}{2} - kx + \frac{k^2}{2} = \frac{1}{2}(x - k)^2$$

شیرم: نتیجہ

$$\text{الف} - a^2 - 4b^2 = (a - 2b)(a + 2b) \quad \text{ب} - 4k^2 - 4k + 1 = (2k - 1)^2$$

$$\text{پ} - 25x^2 - 9 = (5x - 3)(5x + 3) \quad \text{ت} - x^4 + 2x^2 + 1 = (x^2 + 1)^2$$

$$\text{ب} - u^4 - 4u^3 + 4u^2 = u^2(u - 2)^2 \quad \text{ث} - x^3 - 7x^2 = x^2(x - 7)$$

اوم: نتیجہ

$$\text{الف} - 3\left(\frac{2 - 3k}{3}\right)^2 - 2\frac{2 - 3k}{3} = 3k^2 - 2k$$

$$\text{ب} - 7(b + 1) + 5(b + 1)^2 = (5b + 12)(b + 1)$$

$$\text{پ} - (k - 1)^2 - (k + 1)^2 - (k^2 + 4) = -(k + 2)^2$$

$$\text{ت} - (1 - x)^3 + 3(1 - x)(1 + x)^2 = -4(x - 1)(x^2 + x + 1)$$

مفصل حل

لومری:

الف -

$$\begin{aligned}
 -\frac{2x-7}{2} + \frac{5-4x}{5} \quad \text{HN} = 10 \\
 -\frac{5(2x-7)}{5 \cdot 2} + \frac{2(5-4x)}{2 \cdot 5} &= -\frac{10x-35}{10} + \frac{10-8x}{10} \\
 &= \frac{-(10x-35)+10-8x}{10} = \frac{-10x+35+10-8x}{10} \\
 &= \frac{-18x+45}{10} = \frac{9(-2x+5)}{10} = 9 \cdot \frac{5-2x}{10} = 9\left(\frac{5}{10} - \frac{2x}{10}\right) = \underline{\underline{9\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}x\right)}}
 \end{aligned}$$

$$3kx - (3-k)x = 3kx - 3x + kx = 4kx - 3x = x(4k-3) \quad \underline{\underline{\text{ب -}}}$$

پ -

$$\begin{aligned}
 \frac{8x-2}{2} - \frac{3}{8}(4x-4) &= \frac{8x-2}{2} - \frac{12x-12}{8} = \frac{8x-2}{2} - \frac{4(3x-3)}{8} \\
 &= \frac{8x-2}{2} - \frac{3x-3}{2} = \frac{8x-2-(3x-3)}{2} = \frac{8x-2-3x+3}{2} = \frac{5x+1}{2} = \underline{\underline{\frac{1}{2}(5x+1)}}
 \end{aligned}$$

دویم: مفصل حل

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{3}(-2x+4) - \frac{4x-2}{3} &= \frac{-2x+4}{3} - \frac{4x-2}{3} = \frac{-2x+4-(4x-2)}{3} \\
 &= \frac{-2x+4-4x+2}{3} = \frac{-6x+6}{3} = \frac{3(-2x+2)}{3} = \underline{\underline{-2x+2}}
 \end{aligned}$$

الف -

ب -

$$\begin{aligned} x^2(x-6) - 2x^2(x-2) &= x^3 - 6x^2 - 2x^3 + 4x^2 = \\ &= x^3 - 2x^3 - 6x^2 + 4x^2 = \underline{\underline{-x^3 - 2x^2}} \\ &= x(2-x) + 5(2-x) \text{ پ -} \end{aligned}$$

(2 - x) له نوکانو دباندې لیکو، نو لرو:

$$x(2-x) + 5(2-x) = \underline{\underline{(2-x)(x+5)}}$$

ت

$$\begin{aligned} (-x+2)(x-3) - \left(2 - \frac{1}{2}x\right)(x-3) &= -x^2 + 3x + 2x - 6 - \left[2x - 6 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x\right] \\ &= -x^2 + 5x - 6 - 2x + 6 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x = -x^2 + \frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{3}{2}x = \underline{\underline{-\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x}} \end{aligned}$$

ت - په لاندې کې: ausklammern، له قوسونو (له نوکانو) را وباسی

$$\begin{aligned} \underbrace{6ax - 3ay}_{3a \text{ ausklammern}} + \underbrace{4bx - 2by}_{2b \text{ ausklammern}} &= \underbrace{3a(2x - y) + 2b(2x - y)}_{(2x-y) \text{ ausklammern}} \\ &= \underline{\underline{(2x - y)(3a + 2b)}} \end{aligned}$$

ث - په لاندې کې: ausklammern، له قوسو (نوکانو) نو را وباسی

$$\begin{aligned} 30sx - 5tx - 6sy + ty &= \underbrace{30sx - 6sy}_{6s \text{ ausklammern}} - \underbrace{5tx + ty}_{t \text{ ausklammern}} \\ \underbrace{6s(5x - y) - t(5x - y)}_{(5x-y) \text{ ausklammern}} &= \underline{\underline{(5x - y)(6s - t)}} \end{aligned}$$

دریم: مفصل حل

که لاندی ولرو 1.bin.Formel نو د بینوم د لومړني فرمول په معنا به وی.

$$(x-5)\left(x+\frac{3}{2}\right)=x^2+\frac{3}{2}x-5x-5\cdot\frac{3}{2}=x^2-\frac{7}{2}x-\frac{15}{2} \quad \text{الف -}$$

$$\left(\frac{2}{3}x-2\right)(x+3)=\frac{2}{3}x^2+3\cdot\frac{2}{3}x-2x-6=\frac{2}{3}x^2+2x-2x-6=\frac{2}{3}x^2-6 \quad \text{ب -}$$

پ -

$$\left(\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}\right)(x+5)=\frac{1}{2}x^2+5\cdot\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}x-5\cdot\frac{5}{2}=\frac{1}{2}x^2+\frac{5}{2}x-\frac{5}{2}x-\frac{25}{2}=\frac{1}{2}x^2-\frac{25}{2}$$

ت - د بینوم لومړی فرمول 1.bin.formel

$$\frac{3}{2}\underbrace{(x+4)(x+4)}_{1. \text{ bin. Formel}}=\frac{3}{2}(x^2+8x+16)=\frac{3}{2}x^2+\frac{3}{2}\cdot 8x+\frac{3}{2}\cdot 16=\frac{3}{2}x^2+12x+24$$

$$(3-2x)(-2x+3)=-6x+9+4x^2-6x=\underline{4x^2-12x+9} \quad \text{ټ -}$$

$$\begin{aligned} \frac{x-5}{2}(2x+8) &= \frac{(x-5)(2x+8)}{2} = \frac{2x^2+8x-10x-40}{2} \\ &= \frac{2x^2-2x-40}{2} = \frac{2(x^2-x-20)}{2} = \underline{x^2-x-20} \quad \text{ث -} \end{aligned}$$

څلورم: مفصل حل

که لاندی ولرو 2..bin.Formel نو د بینوم د دویم فرمول په معنا به وی

$$(x+8)\left(\frac{1}{4}x+1\right)=\frac{1}{4}x^2+x+\frac{8}{4}x+8=\frac{1}{4}x^2+x+2x+8=\frac{1}{4}x^2+3x+8 \quad \text{الف -}$$

$$\left(1 - \frac{1}{5}x\right)\left(\frac{2}{5}x + 2\right) = \frac{2}{5}x + 2 - \frac{1}{25}x^2 - \frac{2}{5}x = -\frac{2}{25}x^2 + 2 \quad \text{ب.}$$

$$\frac{x}{2} \underbrace{(2x - k)^2}_{2. \text{ bin. Formel}} = \frac{x}{2} (4x^2 - 4kx + k^2) = 2x^3 - 2kx^2 + \frac{k^2}{2}x \quad \text{ب.پ.}$$

$$-\frac{1}{8} \underbrace{(4 - 2x)^2}_{2. \text{ bin. Formel}} = -\frac{1}{8} (16 - 16x + 4x^2) = -2 + 2x - \frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2 \quad \text{ت.}$$

ب.ت.

$$x(x+3)(2x-5) = x(2x^2 - 5x + 6x - 15) = x(2x^2 + x - 15) = \underline{\underline{2x^3 + x^2 - 15x}}$$

ث.

$$\begin{aligned} (x-1)^3 &= (x-1)(x-1)^2 = (x-1)(x^2 - 2x + 1) \\ &= x^3 - 2x^2 + x - x^2 + 2x - 1 = \underline{\underline{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}} \end{aligned}$$

پنجم: مفصل حل

په یاد یې ولری: د بینوم لومړنی، دویم او دریم فرمول لکه پورته همداسې لاندې هم په همدې معنا دي

$$\underbrace{x^2 + 14x + 49}_{1. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{(x+7)^2}} \quad \text{الف.}$$

$$4x^2 - 8x + 4 = 4 \underbrace{(x^2 - 2x + 1)}_{2. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{4(x-1)^2}} \quad \text{ب.}$$

$$\frac{1}{2}x^2 - 8 = \frac{1}{2} \underbrace{(x^2 - 16)}_{3. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{\frac{1}{2}(x-4)(x+4)}}$$

$$1 - 2x + x^2 = \underbrace{x^2 - 2x + 1}_{2. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{(x-1)^2}} \quad \text{ت -}$$

پام : $(1-x)^2 = (x-1)^2$ چکه چي

$$(1-x)^2 = [(-1) \cdot (x-1)]^2 = (-1)^2 \cdot (x-1)^2 = 1 \cdot (x-1)^2 = \underline{\underline{(x-1)^2}} \quad \text{ت -}$$

$$-\frac{1}{4} + x^2 = \underbrace{x^2 - \frac{1}{4}}_{3. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)}} \quad \text{ث -}$$

$$-x^2 + 6x - 9 = -\underbrace{(x^2 - 6x + 9)}_{2. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{-(x-3)^2}} \quad \text{ج -}$$

$$\frac{1}{5}x^2 + 2x + 5 = \frac{1}{5}\underbrace{(x^2 + 10x + 25)}_{1. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{\frac{1}{5}(x+5)^2}} \quad \text{چ -}$$

$$\frac{1}{4}x^2 - 3x + 9 = \frac{1}{4}\underbrace{(x^2 - 12x + 36)}_{2. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{\frac{1}{4}(x-6)^2}} \quad \text{خ -}$$

$$\frac{x^2}{2} - kx + \frac{k^2}{2} = \frac{1}{2}\underbrace{(x^2 - 2kx + k^2)}_{2. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{\frac{1}{2}(x-k)^2}} \quad \text{ح -}$$

شپيرم: مفصل حل

$$\underbrace{a^2 - 4b^2}_{3. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{(a-2b)(a+2b)}} \quad \text{الف -}$$

$$\underbrace{4k^2 - 4k + 1}_{2. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{(2k-1)^2}} \quad \text{ب -}$$

$$\underbrace{25x^2 - 9}_{3. \text{ bin. Formel}} = (5x - 3)(5x + 3) \quad \text{پ۔}$$

$$\underbrace{x^4 + 2x^2 + 1}_{1. \text{ bin. Formel}} = (x^2 + 1)^2 \quad \text{ت۔}$$

$$u^4 - 4u^3 + 4u^2 = u^2 \underbrace{(u^2 - 4u + 4)}_{2. \text{ bin. Formel}} = u^2 (u - 2)^2 \quad \text{ب۔}$$

$$x^3 - 7x^2 = x^2 \underline{(x - 7)} \quad \text{ث۔}$$

اوم: مفصل حل

الف۔

$$\begin{aligned} 3\left(\frac{2-3k}{3}\right)^2 - 2\frac{2-3k}{3} &= \frac{3[(2-3k)^2]}{9} - \frac{2(2-3k)}{3} \\ &= \frac{(2-3k)^2}{3} - \frac{4-6k}{3} = \frac{4-12k+9k^2-(4-6k)}{3} = \frac{4-12k+9k^2-4+6k}{3} \\ &= \frac{9k^2-6k}{3} = \frac{3(3k^2-2k)}{3} = \underline{3k^2-2k} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7(b+1) + 5(b+1)^2 &= (b+1)[7+5(b+1)] \\ &= (b+1)[7+5b+5] = \underline{(b+1)(5b+12)} \quad \text{ب۔} \end{aligned}$$

پ۔

$$\begin{aligned} (k-1)^2 - (k+1)^2 - (k^2+4) &= k^2 - 2k + 1 - (k^2 + 2k + 1) - k^2 - 4 \\ &= k^2 - 2k + 1 - k^2 - 2k - 1 - k^2 - 4 = -k^2 - 4k - 4 = \underline{\underline{-(k+2)^2}} \end{aligned}$$

ت-

$$\begin{aligned}
 (1-x)^3 + 3(1-x)(1+x)^2 &= (1-x) \left[(1-x)^2 + 3 \cdot (1+x)^2 \right] \\
 &= (1-x) \left[1 - 2x + x^2 + 3(1 + 2x + x^2) \right] = (1-x) \left[1 - 2x + x^2 + 3 + 6x + 3x^2 \right] \\
 &= (1-x) (4x^2 + 4x + 4) = 4(1-x)(x^2 + x + 1) = \underline{\underline{-4(x-1)(x^2 + x + 1)}}
 \end{aligned}$$

تمرینونه ترمونو IV ته

لومړۍ: ساده یې کړی

$$\text{الف - } \frac{1}{4k^2} \left(-\frac{k}{2} + k \right) \left(-\frac{k}{2} - k \right)^2 \quad \text{ب - } (2-x)^2 (x+2)^2$$

دویم: ترمونه $6x(x^2-4)$ او $2ax(x-2)^2$ ګډ ضریب لري.برېکړه وکړې، چې $2x(x-2)$ او که $x(x^2-4)$ دی.

دریم: د یو په بل پسې راتلونکو طبیعي اعدادو مربعګانو ترمونو و ټاکي او ساده یې کړي.

څلورم: و ښایی: $T(x) = (n+1)^2 - (n+1)$ د هر طبیعي عدد n لپاره یو جفت (جوړه) عدد دی.

دا د جفت (جوړه) او طاق (ناجوړه) حالتونه په پام کې ونیسي.

پنځم: ساده یې کړی

$$\text{الف - } 6 \left(\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}x - \frac{1}{12}x \right) \quad \text{ب - } x - \frac{1-x}{3} + \frac{2x}{3}$$

$$\frac{3}{4}x - \frac{3}{2} \cdot \frac{1-x}{2} + 5\left(\frac{1}{4} + x\right) \quad \text{ت} \quad \frac{4}{9}k^2\left(-\frac{27}{8k}\right) + \frac{4}{9}k \quad \text{پ.}$$

$$1 - \frac{4}{7}(3x+1) - \frac{2}{7}(1-3x) \quad \text{ت} \quad -3\frac{2x-8}{4} - 3 \quad \text{ت.}$$

$$\frac{x}{3} - x - 3 + \frac{3x-6}{4} - \frac{x-2}{3} \quad \text{ب.} \quad x - \frac{10x-5}{5} \quad \text{شیرم: الف.}$$

$$5x - 2 - \frac{8x-6}{2} \quad \text{ت} \quad \frac{1}{3}(-2x+4) - \frac{4x-2}{3} \quad \text{پ.}$$

$$\frac{3x+8}{x-2} + \frac{2+6x}{2-x} - 1; \quad x \neq 2 \quad \text{ت} \quad \frac{3}{7-21k} \cdot \frac{5-15k}{2}; \quad k \neq \frac{1}{3} \quad \text{ت.}$$

اوم: د ترمونو تعریفډېری یا ورشو و ټاکي او د امکان تر پولې یې لنډ (اختصار) مری

$$\frac{4x^3 - 12x^2}{8x^3 - 72x} \quad \text{ب.} \quad \frac{2x^2 - 5x}{5 - 2x} \quad \text{الف.}$$

$$\frac{(k+5)^2}{2k} \cdot \frac{3k^2}{2k^2 + 10k} \quad \text{ت} \quad \frac{k^2 - 6k + 9}{9 - k^2} \quad \text{پ.}$$

اتم: را یوځای یې کړي (د مخرج ترمونه صفر نه دي)

$$\frac{2a+b}{a-b} - \frac{3b}{a+b} \quad \text{ت} \quad a - \frac{a^2}{a-x} \quad \text{پ.} \quad \frac{15a}{4b} \cdot \frac{25ak}{36bs} \quad \text{ب.} \quad \frac{6}{7} + \frac{9}{14kx} - 1 \quad \text{الف.}$$

نهم: خورا ستره تعریف ست و ټاکي او ساده یې کړی.

$$\frac{a}{x-1} + \frac{a}{x+1} \quad \text{پ.} \quad \frac{1}{k+1} - \frac{1}{k-1} + 1 \quad \text{ب.} \quad \frac{2-x}{x+2} - 3 \quad \text{الف.}$$

حلونه و IV ته

نتیجی:

لومړی: نتیجی

$$\frac{1}{4k^2} \left(-\frac{k}{2} + k \right) \left(-\frac{k}{2} - k \right)^2 = \frac{9k}{32} \quad \text{الف -}$$

$$(2-x)^2 (x+2)^2 = x^4 - 8x^2 + 16 = (4-x^2)^2 \quad \text{ب -}$$

دویم: نتیجی

$$\text{د } 2x(x-2) \text{ د ضربیدو}$$

دریم: نتیجی

$$n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 = 2(2n^2 + 6n + 7)$$

څلورم: نتیجی

$$T(n) = n(n+1)(n+2) \quad n \in \mathbb{N} \quad \text{د سره د هر } n \text{ لپاره په 2 وېشور ده.}$$

که n جوړه وي لرو n او $n+2$ په 2 وېشور دي

که n ناجوړه وي لرو $n+1$ جوړه دی ، نو په 2 وېشور دی.

پنځم: نتیجی

$$x - \frac{1-x}{3} + \frac{2x}{3} = 2x - \frac{1}{3} \quad \text{ب -} \quad 6 \left(\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}x - \frac{1}{12}x \right) = \frac{13x}{2} \quad \text{الف -}$$

$$\frac{3}{4}x - \frac{3}{2} \cdot \frac{1-x}{2} + 5 \left(\frac{1}{4} + x \right) = \frac{1}{2}(13x+1) \quad \text{ت -} \quad \frac{4}{9}k^2 \left(-\frac{27}{8k} \right) + \frac{4}{9}k = -\frac{19k}{18} \quad \text{پ -}$$

$$1 - \frac{4}{7}(3x+1) - \frac{2}{7}(1-3x) = \frac{1}{7}(1-6x) \quad \text{ث} \quad -3\frac{2x-8}{4} - 3 = 3 - \frac{3x}{2} \quad \text{ب} \quad \text{ن} \quad \text{ب}$$

شیرم: نتیجی

$$\frac{x}{3} - x - 3 + \frac{3x-6}{4} - \frac{x-2}{3} = -\frac{x}{4} - \frac{23}{6} \quad \text{ب} \quad x - \frac{10x-5}{5} = 1-x \quad \text{الف}$$

$$5x - 2 - \frac{8x-6}{2} = x+1 \quad \text{ث} \quad \frac{1}{3}(-2x+4) - \frac{4x-2}{3} = 2(1-x) \quad \text{پ}$$

$$\frac{3x+8}{x-2} + \frac{2+6x}{2-x} - 1 = -3 \quad \text{ث} \quad \frac{3}{7-21k} \cdot \frac{5-15k}{2} = \frac{15}{14} \quad \text{ب} \quad \text{ن} \quad \text{ب}$$

اوم: نتیجی

$$\frac{2x^2-5x}{5-2x} = -x; D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5}{2} \right\} \quad \text{الف}$$

$$\frac{4x^3-12x^2}{8x^3-72x} = \frac{x}{2(x+3)}; D = \mathbb{R} \setminus \{ -3; 0; 3 \} \quad \text{ب}$$

$$\frac{k^2-6k+9}{9-k^2} = \frac{3-k}{k+3}; D = \mathbb{R} \setminus \{ -3; 3 \} \quad \text{پ}$$

$$\frac{(k+5)^2}{2k} \cdot \frac{3k^2}{2k^2+10k} = \frac{3}{4}(k+5); D = \mathbb{R} \setminus \{ -5; 0 \} \quad \text{ت}$$

$$\frac{15a}{4b} \cdot \frac{25ak}{36bs} = \frac{27s}{5k} \quad \text{ب} \quad \frac{6}{7} + \frac{9}{14kx} - 1 = \frac{-2kx-9}{14kx} \quad \text{الف} \quad \text{اتم}$$

$$\frac{2a+b}{a-b} - \frac{3b}{a+b} = \frac{2a^2+4b^2}{a^2-b^2} \quad \text{ت} \quad a - \frac{a^2}{a-x} = \frac{ax}{-a+x} \quad \text{پ}$$

نهم: نتیجی

$$\frac{2-x}{x+2} - 3 = \frac{-4(x+1)}{x+2}; D = \mathbb{R} \setminus \{-2\} \quad \text{الف -}$$

$$\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k-1} + 1 = \frac{k^2-3}{k^2-1}; D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{a}{x-1} + \frac{a}{x+1} = \frac{2ax}{x^2-1}; D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\} \quad \text{پ -}$$

مفصل حلونه:

لومری: الف -

$$\begin{aligned} \frac{1}{4k^2} \left(-\frac{k}{2} + k \right) \left(-\frac{k}{2} - k \right)^2 &= \frac{1}{4k^2} \left(k - \frac{k}{2} \right) \cdot (-1) \left(k + \frac{k}{2} \right) \cdot (-1) \left(k + \frac{k}{2} \right) \\ &= \frac{1}{4k^2} \underbrace{\left(k - \frac{k}{2} \right) \cdot \left(k + \frac{k}{2} \right)}_{\text{3. bin. Formel}} \cdot \left(k + \frac{k}{2} \right) = \frac{1}{4k^2} \left(k^2 - \frac{k^2}{4} \right) \cdot \left(k + \frac{k}{2} \right) \\ \frac{1}{4k^2} \left(k^3 + \frac{k^3}{2} - \frac{k^3}{4} - \frac{k^3}{8} \right) &= \frac{1}{4k^2} \left(\frac{8k^3}{8} + \frac{4k^3}{8} - \frac{2k^3}{8} - \frac{k^3}{8} \right) = \frac{1}{4k^2} \cdot \frac{9k^3}{8} = \underline{\underline{\frac{9k}{32}}} \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned} (2-x)^2 (x+2)^2 &= (2-x) \cdot (2-x) \cdot (x+2) \cdot (x+2) \\ &= \underbrace{(2-x) \cdot (2+x)}_{\text{3. bin. Formel}} \cdot \underbrace{(2-x) \cdot (x+2)}_{\text{3. bin. Formel}} \\ &= (4-x^2) \cdot (4-x^2) = \underline{\underline{(4-x^2)^2}} \end{aligned}$$

دویم: مفصل حلونه

$$\begin{aligned}\text{Term I: } 6x(x^2 - 4) & \quad \text{Term II: } 2ax(x - 2)^2 \\ \text{Faktor I: } 2x(x - 2) & \quad \text{Faktor II: } x(x^2 - 4) \\ 6x(x^2 - 4) &= 6x(x - 2)(x + 2) = 3 \cdot 2x(x - 2)(x + 2) \\ 2ax(x - 2)^2 &= 2ax(x - 2)(x - 2) = a \cdot 2x(x - 2)(x - 2)\end{aligned}$$

ګډ ضریب یا ځلونی یې $2x(x-2)$ دی.

دریم: طبیعي عدد دې n وي، چې مربع یې n^2 ده.

پسې طبیعي عدد $n+1$ دی او مربع یې $(n+1)^2$

پسې طبیعي عدد $n+2$ دی او مربع یې $(n+2)^2$

پسې طبیعي عدد $n+3$ دی او مربع یې $(n+3)^2$

زیاتون یا جمعه یې ده: $n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2$

ساده کونه یې:

$$\begin{aligned}& \underbrace{n^2}_1 + \underbrace{(n+1)^2}_2 + \underbrace{(n+2)^2}_3 + \underbrace{(n+3)^2}_4 \\ &= \underbrace{n^2}_1 + \underbrace{n^2 + 2n + 1}_2 + \underbrace{n^2 + 4n + 4}_3 + \underbrace{n^2 + 6n + 9}_4 = 4n^2 + 12n + 14 = \underline{\underline{2(2n^2 + 6n + 7)}}$$

څلورم: مفصل حلونه

$$\begin{aligned}T(n) &= (n+1)^3 - (n+1) = (n+1) \left[(n+1)^2 - 1 \right] \\ &= (n+1) [n^2 + 2n + 1 - 1] = (n+1) (n^2 + 2n) = n(n+1)(n+2)\end{aligned}$$

$T(n) = n(n+1)(n+2)$ د $n \in \mathbb{N}$ سره د هر n لپاره په 2 وېشور ده.

که n جوړه وي لرو n او $n+2$ په 2 وېشور دي

که n ناجوړه وي لرو $n+1$ جوړه دی، نو په 2 وېشور دی.

له دې سره $T(n) = (n+1)^3 - (n+1)$ دی، د هر طبیعي عدیاګن لپاره n یو جوړه یا جفت عدد دی
د پاتې تمرینونو مفصل ځوابونه نه دي راغلي.

تمرینونه ترمونو V ته

لومړۍ: ماکسیمال (خورا لویه) تعریف سټ (-ډېری) و ټاکی او ساده یې کړی .

$$\text{الف - } \frac{4x}{x-1} - \frac{10x}{2-x} \quad \text{ب - } \frac{1}{2a} - \frac{3}{4a} - \frac{a+b}{ab}$$

$$\text{پ - } k+3 - \frac{k(k+3)}{k-3} \quad \text{ت - } \frac{1}{k} - \frac{2}{x} + \frac{2k-x}{kx}$$

$$\text{ب - } \frac{1}{1-k} + \frac{1}{1+k} + \frac{2}{k^2-1} - 4 \quad \text{ث - } \frac{3x}{(x-2)^2} - \frac{2}{x-2} - \frac{6}{(2-x)^2}$$

دویم: ماکسیمال (خورا لویه) تعریف ډېری (-سټ) و ټاکی او ساده یې کړی، تر هغې چې شونې وي.

$$\text{الف - } \frac{\frac{k}{4} - \frac{k}{3}}{\frac{3k}{4} - \frac{k}{3}} \quad \text{ب - } \frac{x}{\frac{2}{k}} + \frac{3}{k} \quad \text{پ - } \frac{x}{\frac{k}{2k}} + \frac{4x}{k^2}$$

$$\text{ت - } \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}k} + \frac{1}{k-1} \quad \text{ث - } \frac{x}{x-1} : \frac{1}{x^2-x} \quad \text{ک - } \frac{k+2 - \frac{k(k+2)}{k-1}}{2}$$

دریم: مساوات وښایی

$$\left(1 + \frac{k-1}{2}\right) : \left(k - \frac{k-1}{2}\right) = 1 \quad \frac{2-k}{1-k} - k = 1 - k + \frac{1}{1-k} \text{ für } k \neq 1 \quad \text{الف -}$$

خلورم: د اووښتونې يا متحولې x لپاره ماكسيمال (خورا لويه) تعريف سټ (/ډېرې) وټاكې او ساده يې كړې

$$\frac{ax^2 + 2x}{ax + 2x^2}; \quad a \neq 0 \quad \text{پ-} \quad (x^2 + 2x + 1) \cdot \frac{2x+1}{2x+2} \quad \text{الف -} \quad \frac{3x^2-3}{x^2+3x} - \frac{2x-2}{x+3}$$

پنځم: د دواړو ترمونو مساوات وښايې

$$\frac{2x^2 - 3x + 1}{x-2}; \quad 2x + 1 + \frac{3}{x-2} \quad \text{الف -}$$

$$x^2 - x + 1 - \frac{3}{x+1}; \quad \frac{x^3 - 2}{x+1} \quad \text{ب -}$$

شپږم: كوم ترمونه اكوپوالنت يا برابر ارزښته دي؟

$$\frac{x^2 - 8x}{x-3} \quad \frac{3x(2x+1)}{12x^2-3} \quad \frac{4}{3}x^2(3-6x^2) \quad \text{اول:} \quad \text{دويم:} \quad \text{درېم:}$$

$$(4-x)x + x^2 \quad \text{شپږم:} \quad (3a+5)^2 \quad \text{پنځم:} \quad 9xy^2 - 18x^2y \quad \text{خلورم:}$$

$$9x^2 - x^4 \quad \text{نهم:} \quad x^2(3-x)(x+3) \quad \text{اتم:} \quad 9a^2 + 30a + 25 \quad \text{اوم:}$$

$$9xy(y-2x) \quad \text{دولسم:} \quad \frac{x}{2x-1} \quad \text{يولسم:} \quad x^2(3-x) + 2x^3 + x^2 \quad \text{لسم:}$$

$$x-5 - \frac{15}{x-3} \quad \text{پنځلسم:} \quad (xy+x)^2 \quad \text{څوارلسم:} \quad 4x^2 - 8x^4 \quad \text{ديارلسم:}$$

شیارسم: $4x$ اوہ لسم: $x^2(4+x)$ اتلسم: $x^2(y+1)^2$

د ترمونو V حلونه

نتیجی:

لومری:

$$\frac{1}{2a} - \frac{3}{4a} - \frac{a+b}{ab} = -\frac{4a+5b}{4ba}; a, b \neq 0 \quad \text{الف -}$$

$$\frac{4x}{x-1} - \frac{10x}{2-x} = \frac{2x(7x-9)}{(x-2)(x-1)}; D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{1}{k} - \frac{2}{x} + \frac{2k-x}{kx} = 0; k, x \neq 0 \quad \text{پ -}$$

$$k+3 - \frac{k(k+3)}{k-3} = \frac{-3(k+3)}{k-3}; D = \mathbb{R} \setminus \{3\} \quad \text{ت -}$$

$$\frac{3x}{(x-2)^2} - \frac{2}{x-2} - \frac{6}{(2-x)^2} = \frac{1}{x-2}; D = \mathbb{R} \setminus \{2\} \quad \text{ث -}$$

$$\frac{1}{1-k} + \frac{1}{1+k} + \frac{2}{k^2-1} - 4 = -4; D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\} \quad \text{ث -}$$

دویم: نتیجی

$$\frac{\frac{k}{4} - \frac{k}{3}}{\frac{3k}{4} - \frac{k}{3}} = -\frac{1}{5}; k \neq 0 \quad \frac{\frac{x}{2} + \frac{3}{k}}{\frac{x+6}{2k}}; k \neq 0$$

الف - ب -

$$\frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}k} + \frac{1}{k-1} = \frac{-1}{k-1}; k \neq 1 \quad \frac{\frac{x}{k} + \frac{4x}{k^2}}{\frac{9x}{2k^2}}; k \neq 0$$

ب - ت -

$$\frac{k+2 - \frac{k(k+2)}{k-1}}{2} = -\frac{k+2}{2(k-1)}; k \neq 1$$

ت -

$$\frac{x}{x-1} : \frac{1}{x^2-x} = x^2; k \neq 0; 1$$

ث -

دریم: نتیجی

الف -

$$\frac{2-k}{1-k} - k = 1 - k + \frac{1}{1-k} \quad k \neq 1 \text{ دپاره}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-k^2 + 2k - 2}{k-1} = \frac{-k^2 + 2k - 2}{k-1}$$

$$\left(1 + \frac{k-1}{2}\right) : \left(k - \frac{k-1}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{k}{2} + \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{k}{2} + \frac{1}{2}\right) = 1$$

ب -

خلورم: نتیجی

$$\frac{3x^2-3}{x^2+3x} - \frac{2x-2}{x+3} = \frac{x-1}{x}; D = \mathbb{R} \setminus \{-3; 0\}$$

الف -

$$(x^2 + 2x + 1) \cdot \frac{2x+1}{2x+2} = \frac{(x+1)(2x+1)}{2}; D = \mathbb{R} \setminus \{-1\} \quad \text{ب. -}$$

$$\frac{ax^2 + 2x}{ax + 2x^2} = \frac{ax + 2}{a + 2x}; D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{a}{2}; 0 \right\} \quad \text{ب. -}$$

پنجم: نتیجی

$$2x + 1 + \frac{3}{x-2} = \frac{(x-2)(2x+1)}{x-2} + \frac{3}{x-2} = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x-2} \quad \text{الف. -}$$

$$\frac{x^2(x+1)}{(x+1)} - \frac{x(x+1)}{(x+1)} + \frac{1(x+1)}{(x+1)} - \frac{3}{x+1} = \frac{x^3 - 2}{x+1} \quad \text{ب. -}$$

شیرم: لاندی ترمونه برابرازبسته دی

$1 \Leftrightarrow 13$	$2 \Leftrightarrow 11$	$3 \Leftrightarrow 15$	$4 \Leftrightarrow 12$	$5 \Leftrightarrow 7$	$6 \Leftrightarrow 16$	$8 \Leftrightarrow 9$	$10 \Leftrightarrow 17$	$14 \Leftrightarrow 18$

$$1 \Leftrightarrow 13: \quad \frac{4}{3}x^2(3 - 6x^2) \Leftrightarrow 4x^2 - 8x^4$$

$$2 \Leftrightarrow 11: \quad \frac{3x(2x+1)}{12x^2-3} \Leftrightarrow \frac{x}{2x-1}$$

$$3 \Leftrightarrow 15: \quad \frac{x^2-8x}{x-3} \Leftrightarrow x-5-\frac{15}{x-3}$$

$$4 \Leftrightarrow 12: \quad 9xy^2 - 18x^2y \Leftrightarrow 9xy(y - 2x)$$

$$5 \Leftrightarrow 7: \quad (3a+5)^2 \Leftrightarrow 9a^2 + 30a + 25$$

$$6 \Leftrightarrow 16: \quad (4-x)x + x^2 \Leftrightarrow 4x$$

$$8 \Leftrightarrow 9: \quad x^2(3-x)(x+3) \Leftrightarrow 9x^2 - x^4$$

$$10 \Leftrightarrow 17: \quad x^2(3-x) + 2x^3 + x^2 \Leftrightarrow x^2(4+x)$$

$$14 \Leftrightarrow 18: (xy+x)^2 \Leftrightarrow x^2(y+1)^2$$

مفصل جوابونه:

لومړی:

الف. $\frac{1}{2a} - \frac{3}{4a} - \frac{a+b}{ab}$ مخرج اجازه نه لی صفر شي یعنی $ab \neq 0$

اصلي مخرج: $4ab$

$$\Rightarrow \frac{1 \cdot 2b}{2a \cdot 2b} - \frac{3 \cdot b}{4ab} - \frac{4(a+b)}{4ab} = \frac{2b}{4ab} - \frac{3b}{4ab} - \frac{4a+4b}{4ab}$$

د کسر کرښه د قوسونو (نوکان) په ځای راځی.

$$= \frac{2b - 3b - (4a + 4b)}{4ab} = \frac{2b - 3b - 4a - 4b}{4ab} = \frac{-5b - 4a}{4ab} = -\frac{4a + 5b}{4ab}$$

ب. $\frac{4x}{x-1} - \frac{10x}{2-x}$

مخرج اجازه نه لري، چې صفر شي. له دې لاس ته راي: $\Rightarrow x \neq 1; x \neq 2$

په لاندې کې HN د اصلي مخرج په نامه دي.

$$\frac{4x}{x-1} - \frac{10x}{2-x} \text{ HN} = (x-1)(2-x)$$

$$\Rightarrow \frac{4x(2-x)}{(x-1)(2-x)} - \frac{10x(x-1)}{(x-1)(2-x)} = \frac{8x - 4x^2 - (10x^2 - 10x)}{(x-1)(2-x)}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{8x - 4x^2 - 10x^2 + 10x}{(x-1)(2-x)} = \frac{-14x^2 + 18x}{(x-1)(2-x)} = \frac{(-1)(14x^2 - 18x)}{(-1)(x-2)(x-1)} \\
 &= \frac{2x(7x-9)}{(x-2)(x-1)}; D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}
 \end{aligned}$$

پ- په لاندې المانيHauptnenner: اصلي مخرج يا ماتلاندې

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{k} - \frac{2}{x} + \frac{2k-x}{kx} &\Rightarrow k, x \neq 0 \text{ Hauptnenner: } kx \\
 \Rightarrow \frac{1x}{kx} - \frac{2k}{kx} + \frac{2k-x}{kx} &= \frac{x-2k+2k-x}{kx} = \frac{0}{kx} = 0
 \end{aligned}$$

ت-

$$\begin{aligned}
 k+3 - \frac{k(k+3)}{k-3} &\Rightarrow k \neq 3 \text{ Hauptnenner: } k-3 \\
 \Rightarrow \frac{(k+3)(k-3)}{k-3} - \frac{k(k+3)}{k-3} &= \frac{(k+3)(k-3) - k(k+3)}{k-3} \\
 = \frac{(k+3)[(k-3)-k]}{k-3} &= \frac{(k+3)[k-3-k]}{k-3} = \frac{(k+3)[-3]}{k-3} \\
 = \frac{-3(k+3)}{k-3}; D = \mathbb{R} \setminus \{3\}
 \end{aligned}$$

ت-

$$\frac{3x}{(x-2)^2} - \frac{2}{x-2} - \frac{6}{(2-x)^2} \Rightarrow x \neq 2 \text{ Hauptnenner: } (x-2)^2$$

ځکه چې $(2-x)^2 \Leftrightarrow (x-2)^2$

$$(2-x)^2 = [-1(x-2)]^2 = (-1)^2 (x-2)^2 = (x-2)^2 \quad \text{خکھ چي}$$

$$\begin{aligned} \frac{3x}{(x-2)^2} - \frac{2(x-2)}{(x-2)^2} - \frac{6}{(x-2)^2} &= \frac{3x-2(x-2)-6}{(x-2)^2} \\ &= \frac{3x-2x+4-6}{(x-2)^2} = \frac{x-2}{(x-2)^2} = \frac{1}{\underline{\underline{x-2}}}; D = \mathbb{R} \setminus \{2\} \end{aligned}$$

ث

$$\begin{aligned} \frac{1}{1-k} + \frac{1}{1+k} + \frac{2}{k^2-1} - 4 &\Rightarrow k \neq \pm 1 \text{ HN } k^2-1 = (k-1)(k+1) \\ &\Rightarrow -\frac{1}{(k-1)} + \frac{1}{(k+1)} + \frac{2}{k^2-1} - 4 \\ &= -\frac{1(k+1)}{(k-1)(k+1)} + \frac{1(k-1)}{(k+1)(k-1)} + \frac{2}{k^2-1} - 4 \frac{k^2-1}{k^2-1} \\ &= \frac{-(k+1) + (k-1) + 2 - 4(k^2-1)}{k^2-1} = \frac{-k-1+k-1+2-4k^2+4}{k^2-1} \\ &= \frac{-4k^2+4}{k^2-1} = \frac{-4(k^2-1)}{k^2-1} = \underline{\underline{-4}}; D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\} \end{aligned}$$

دويم: مفصل حلونه:

الف -

$$\frac{x}{2} + \frac{3}{k} \Rightarrow k \neq 0$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

د ډبل مخرج یا مات لپاره لرو:

دلته دې دې ته پام وي، چې ټول مخرجونه د صفر سره برابر نه دي.

$$\frac{\frac{x}{2}}{\frac{3}{k}} + \frac{3}{k} = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{3}{k}} + \frac{3}{k} = \frac{x \cdot 1}{2 \cdot k} + \frac{3}{k} \quad \text{HN} = 2k \Rightarrow \frac{x}{2 \cdot k} + \frac{3 \cdot 2}{2k} = \frac{x+6}{\underline{\underline{2k}}}$$

$$\frac{\frac{k}{4} - \frac{k}{3}}{\frac{3k}{4} - \frac{k}{3}} \Rightarrow k \neq 0$$

ب -

ځکه چې مخرج اجازه نه لري صفر شي

$$\frac{\frac{k}{4} - \frac{k}{3}}{\frac{3k}{4} - \frac{k}{3}} \quad \text{HN} = 12 = \frac{\frac{3k}{12} - \frac{4k}{12}}{\frac{9k}{12} - \frac{4k}{12}} = \frac{\frac{-k}{12}}{\frac{5k}{12}} = \frac{-12k}{12 \cdot 5k} = \underline{\underline{-\frac{1}{5}}}$$

$$\frac{\frac{x}{k}}{2k} + \frac{4x}{k^2} \Rightarrow k \neq 0$$

پ -

$$\frac{\frac{x}{k}}{2k} + \frac{4x}{k^2} = \frac{x}{2k^2} + \frac{4x}{k^2} \quad \text{HN} = 2k^2$$

ډبل کسر یا مات:

$$\Rightarrow \frac{x}{2k^2} + \frac{2 \cdot 4x}{2k^2} = \frac{x+8x}{2k^2} = \underline{\underline{\frac{9x}{2k^2}}}$$

ت.

$$\frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}k} + \frac{1}{k-1} \Rightarrow k \neq 1$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}k} + \frac{1}{k-1} &= \frac{1}{\frac{1-k}{2}} + \frac{1}{k-1} = \frac{\frac{1}{1-k}}{\frac{2}{2}} + \frac{1}{k-1} \\ &= \frac{2}{1-k} + \frac{1}{k-1} = -\frac{2}{k-1} + \frac{1}{k-1} = \frac{-2+1}{k-1} = \underline{\underline{\frac{-1}{k-1}}} \end{aligned}$$

ت.

$$\begin{aligned} \frac{k+2 - \frac{k(k+2)}{k-1}}{2} &\Rightarrow k \neq 1 \\ \frac{k+2 - \frac{k(k+2)}{k-1}}{2} &= \frac{\frac{(k+2)(k-1)}{k-1} - \frac{k(k+2)}{k-1}}{2} \\ &= \frac{\frac{(k+2)(k-1) - k(k+2)}{k-1}}{\frac{2}{1}} = \frac{(k+2)(k-1) - k(k+2)}{2(k-1)} \\ &= \frac{(k+2)[(k-1) - k]}{2(k-1)} = \frac{(k+2)(-1)}{2(k-1)} = \underline{\underline{-\frac{k+2}{2(k-1)}}} \end{aligned}$$

ث-

$$\frac{x}{x-1} : \frac{1}{x^2-x} \Rightarrow k \neq 0; 1$$

$$\frac{x}{x-1} : \frac{1}{x^2-x} = \frac{x(x^2-x)}{x-1} = \frac{x^2(x-1)}{x-1} = \underline{\underline{x^2}}$$

دریم الف - $\frac{2-k}{1-k} - k = 1 - k + \frac{1}{1-k}$ د $k \neq 1$ لپاره

$$\begin{aligned} & \frac{2-k}{1-k} - k \\ &= \frac{2-k}{1-k} - \frac{k(1-k)}{1-k} \\ &= \frac{2-k-k(1-k)}{1-k} \\ &= \frac{2-k-k+k^2}{1-k} \\ &= \frac{k^2-2k+2}{1-k} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 1 - k + \frac{1}{1-k} \\ &= \frac{(1-k)(1-k)}{1-k} + \frac{1}{1-k} \\ &= \frac{(1-k)(1-k)+1}{1-k} \\ &= \frac{1-2k+k^2+1}{1-k} \\ &= \frac{k^2-2k+2}{1-k} \end{aligned}$$

$$\left(1 + \frac{k-1}{2}\right) : \left(k - \frac{k-1}{2}\right) = 1$$

$$\left(\frac{2}{2} + \frac{k-1}{2}\right) : \left(\frac{2k}{2} - \frac{k-1}{2}\right) = \frac{2+k-1}{2} : \frac{2k-(k-1)}{2}$$

$$= \frac{k+1}{2} : \frac{k+1}{2} = \underline{\underline{1}}$$

ب-

خلورم: مفصل حلونه

الف -

$$\frac{3x^2-3}{x^2+3x} - \frac{2x-2}{x+3} = \frac{3x^2-3}{x(x+3)} - \frac{2x-2}{x+3} \Rightarrow \mathbb{R} \setminus \{-3; 0\}$$

$$\frac{3x^2-3}{x(x+3)} - \frac{2x-2}{x+3} = \frac{3x^2-3}{x(x+3)} - \frac{x(2x-2)}{x(x+3)}$$

$$= \frac{3x^2-3-x(2x-2)}{x(x+3)} = \frac{3x^2-3-2x^2+2x}{x(x+3)} =$$

Polynomdivision: $(x^2+2x-3):(x+3) = x-1$

$$-\left(x^2+3x\right)$$

$$-x-3$$

$$-(-x-3)$$

$$\Rightarrow \frac{x^2+2x-3}{x(x+3)} = \frac{(x-1)(x+3)}{x(x+3)} = \frac{x-1}{x}$$

د پورته پښتو: د پولینوم وېش

ب-

$$(x^2+2x+1) \cdot \frac{2x+1}{2x+2} \Rightarrow x \neq -1$$

$$= \frac{(x+1)^2(2x+1)}{2x+2} = \frac{(x+1)^2(2x+1)}{2(x+1)} = \frac{(x+1)(2x+1)}{2}; D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

$$\frac{ax^2+2x}{ax+2x^2}$$

پ-

$$\frac{ax^2+2x}{ax+2x^2}$$

ماتلاندې يا مخرج اجازه نه لري صفر شي

$$ax + 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x(a + 2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ und } a + 2x = 0 \Rightarrow x = -\frac{a}{2} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{a}{2}; 0 \right\}$$

$$\frac{ax^2 + 2x}{ax + 2x^2} = \frac{x(ax + 2)}{x(a + 2x)} = \frac{ax + 2}{a + 2x}$$

پنځم: الف -

$$\frac{2x^2 - 3x + 1}{x - 2}$$

$$\begin{aligned} & 2x + 1 + \frac{3}{x - 2} \\ &= \frac{(2x + 1)(x - 2)}{x - 2} + \frac{3}{x - 2} \\ &= \frac{2x^2 - 4x + x + 3}{x - 2} \\ &= \frac{2x^2 - 3x + 1}{x - 2} \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned} & x^2 - x + 1 - \frac{3}{x + 1} \\ &= \frac{(x^2 - x + 1)(x + 1)}{x + 1} - \frac{3}{x + 1} \\ &= \frac{(x^2 - x + 1)(x + 1) - 3}{x + 1} \\ &= \frac{x^3 - x^2 + x + x^2 - x + 1 - 3}{x + 1} \end{aligned}$$

$$\frac{x^3 - 2}{x + 1}$$

$$= \frac{x^3 - 2}{x + 1}$$

شیرم: مفصل حلونه

$$(1): \frac{4}{3}x^2(3 - 6x^2) = 4x^2 - 8x^4 \quad (13) \Downarrow$$

$$(2): \frac{3x(2x+1)}{12x^2-3} = \frac{3x(2x+1)}{3(4x^2-1)} = \frac{2x^2+x}{4x^2-1} = \frac{x(2x+1)}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{x}{(2x-1)} \quad (11) \Downarrow$$

$$(3): \frac{x^2-8x}{x-3} \quad (15) \Downarrow$$

$$(4): 9xy^2 - 18x^2y \quad (12) \Downarrow$$

$$(5): (3a+5)^2 = 9a^2 + 30a + 25 \quad (7) \Downarrow$$

$$(6): (4-x)x + x^2 = 4x - x^2 + x^2 = 4x \quad (16) \Downarrow$$

$$(7): 9a^2 + 30a + 25 \quad (5) \Uparrow$$

$$(8): x^2(3-x)(x+3) = x^2 \cdot (-1)(x-3)(x+3) = -x^2(x^2-9) = -x^4 + 9x^2 \quad (9) \Downarrow$$

$$(9): 9x^2 - x^4 = -x^4 + 9x^2 \quad (8) \Uparrow$$

$$(10): x^2(3-x) + 2x^3 + x^2 = 3x^2 - x^3 + 2x^3 + x^2 = 4x^2 + x^3 \quad (17) \Downarrow$$

$$(11): \frac{x}{2x-1} \quad (2) \Uparrow$$

$$(12): 9xy(y-2x) = 9xy^2 - 18x^2y \quad (4) \Uparrow$$

$$(13): 4x^2 - 8x^4 \quad (1) \Uparrow$$

$$(14): (xy+x)^2 = [x(y+1)]^2 = x^2(y+1)^2 \quad (18) \Downarrow$$

$$(15): x-5 - \frac{15}{x-3} = \frac{(x-3)(x-5)-15}{x-3} = \frac{x^2-8x+15-15}{x-3} = \frac{x^2-8x}{x-3} \quad (3) \Uparrow$$

$$(16): 4x \quad (6) \Uparrow$$

$$(17): x^2(4+x) = 4x^2 + x^3 \quad (10) \Uparrow$$

$$(18): x^2(y+1)^2 \quad (14) \Uparrow$$

لاندی ترمونه اکویوالنت یا برابر ارزښته دی

$1 \Leftrightarrow 13$	$2 \Leftrightarrow 11$	$3 \Leftrightarrow 15$	$4 \Leftrightarrow 12$	$5 \Leftrightarrow 7$	$6 \Leftrightarrow 16$	$8 \Leftrightarrow 9$	$10 \Leftrightarrow 17$	$14 \Leftrightarrow 18$

تمرینونه د بینوم فرمولونو I ته (د بینوم فرمولونه دې راوړل شي)

لومړی:

د بینوم فرمول په مرسته یې وشمیری

الف - $(x+2)^2$ ب - $(2a+3)^2$ پ - $(4-3u)^2$

ت - $(1+5x)^2$ ټ - $(4+2m)^2$

ث - $(1-8u)^2$

دویم: د بینوم فرمول په مرسته یې وشمیری

الف - $\left(\frac{1}{3}a+b\right)^2$ ب - $\left(\frac{1}{4}c-\frac{1}{4}d\right)^2$ پ - $\left(\frac{3}{4}m-2n\right)^2$

ت - $\left(\frac{1}{2}u+3v\right)^2$ ټ - $\left(\frac{2}{5}c+\frac{3}{4}d\right)^2$ ث - $\left(\frac{6}{7}m-\frac{1}{8}n\right)^2$

دریم: د بینوم فرمول په مرسته یې وشمیری

الف - $(a-3b)^2$ ب - $\left(\frac{4}{5}b-c\right)^2$

پ - $\left(m+\frac{3}{4}n\right)^2$ ت - $\left(8x+\frac{1}{2}y\right)^2$

$$\left(m + \frac{3}{4}n\right)^2 \quad \text{ب.} \quad \left(\frac{7}{8}u + \frac{3}{5}v\right)^2 \quad \text{ث.}$$

خلروم: د بینوم برمول په مرسته یې وشمیری

$$(a+1)(a-1) \quad \text{ب.} \quad (x-y)(x+y) \quad \text{الف.}$$

$$(5u-2v)(5u+2v) \quad \text{ت.} \quad (4a-2u)(4a+2u) \quad \text{پ.}$$

$$(5x+2b)^2 \quad \text{ث.} \quad (7r+2s)(7r-2s) \quad \text{ب.}$$

پنځم: لاندې ترمونه د ضرب په څیر انځور کړی

بیلگه:

$$4a^2 + 4ab + b^2 = (2a)^2 + 2 \cdot 2ab + b^2 = \underline{\underline{(2a+b)^2}}$$

$$x^2 - 2xy + y^2 \quad \text{ب.} \quad u^2 + 2uw + w^2 \quad \text{الف.}$$

$$m^2 + 2m + 1 \quad \text{ت.} \quad 9 - 48n + 64n^2 \quad \text{پ.}$$

$$4x^2 + 12xy + 9y^2 \quad \text{ث.} \quad 9a^2 - 6ab + b^2 \quad \text{ب.}$$

شپږم: لاندې ترمونه د ضرب په څیر انځور کړی

$$y^2 - 4xy + x^2 + 8y^2 - 2xy \quad \text{ب.} \quad 5x^2 + 3xy + y^2 + xy - x^2 \quad \text{الف.}$$

$$a^2 - b^2 - 9ab + 50b^2 - 5ab \quad \text{ت.} \quad 2u^2 + 3uv + 7v^2 + 2u^2 + 9uv + 2v^2 \quad \text{پ.}$$

$$5b^2 + 1 - 9b^2 \quad \text{ث.} \quad n^2 + 6m^2 - 7mn + 3m^2 + mn \quad \text{ب.}$$

د بینوم تمرینونو حل

نتیجی

لومړی:

$$\text{الف - } (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4 \quad \text{ب - } (2a+3)^2 = 4a^2 + 12a + 9$$

$$\text{پ - } (4-3u)^2 = 16 - 24u + 9u^2 \quad \text{ت - } (1+5x)^2 = 1 + 10x + 25x^2$$

$$\text{ټ - } (4+2m)^2 = 16 + 16m + 4m^2 \quad \text{ث - } (1-8u)^2 = 1 - 16u + 64u^2$$

$$\left(\frac{1}{3}a+b\right)^2 = \frac{1}{9}a^2 + \frac{2}{3}ab + b^2 \quad \text{دویم: الف -}$$

$$\text{ب - } \left(\frac{1}{4}c - \frac{1}{4}d\right)^2 = \frac{1}{16}c^2 - \frac{1}{8}cd + \frac{1}{16}d^2$$

$$\text{پ - } \left(\frac{3}{4}m - 2n\right)^2 = \frac{9}{16}m^2 - 3mn + 4n^2$$

$$\text{ت - } \left(\frac{1}{2}u + 3v\right)^2 = \frac{1}{4}u^2 + 3uv + 9v^2$$

$$\text{ټ - } \left(\frac{2}{5}c + \frac{3}{4}d\right)^2 = \frac{4}{25}c^2 + \frac{3}{5}cd + \frac{9}{16}d^2$$

$$\text{ث - } \left(\frac{6}{7}m - \frac{1}{8}n\right)^2 = \frac{36}{49}m^2 - \frac{3}{14}mn + \frac{1}{64}n^2$$

دریم: نتیجی

$\left(\frac{4}{5}b - c\right)^2 = \frac{16}{25}b^2 - \frac{8}{5}bc + c^2$ ب۔ $\left(8x + \frac{1}{2}y\right)^2 = 64x^2 + 8xy + \frac{1}{4}y^2$ ت۔ $\left(\frac{3}{4}a - 2\right)^2 = \frac{9}{16}a^2 - 3a + 4$ ث۔	$(a - 3b)^2 = a^2 - 6ab + 9b^2$ الف۔ $\left(m + \frac{3}{4}n\right)^2 = m^2 + \frac{3}{2}mn + \frac{9}{16}n^2$ پ۔ $\left(\frac{7}{8}u + \frac{3}{5}v\right)^2 = \frac{49}{64}u^2 + \frac{21}{20}uv + \frac{9}{25}v^2$ ب۔

خلورم: نتیجی

الف۔ $(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$ ب۔ $(a + 1)(a - 1) = a^2 - 1$

پ۔ ت۔

$(5u - 2v)(5u + 2v) = 25u^2 - 4v^2$ $(4a - 2u)(4a + 2u) = 16a^2 - 4u^2$

الف۔ $(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$ ب۔ $(a + 1)(a - 1) = a^2 - 1$

پ۔ $(4a - 2u)(4a + 2u) = 16a^2 - 4u^2$

ت۔ $(5u - 2v)(5u + 2v) = 25u^2 - 4v^2$

ب۔ $(7r + 2s)(7r - 2s) = 49r^2 - 4s^2$

ث۔ $(5x + 2b)^2 = 25x^2 + 20bx + 4b^2$

پنجم: الف۔ $u^2 + 2uw + w^2 = (u + w)^2$ ب۔ $x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$

پ۔ $9 - 48n + 64n^2 = (3 - 8n)^2$ ت۔ $m^2 + 2m + 1 = (m + 1)^2$

$$\text{ب۔ } 4x^2 + 12xy + 9y^2 = (2x + 3y)^2 \quad \text{ث۔ } 9a^2 - 6ab + b^2 = (3a - b)^2$$

$$\text{شیرم: الف۔ } 5x^2 + 3xy + y^2 + xy - x^2 = (2x + y)^2$$

$$\text{ب۔ } y^2 - 4xy + x^2 + 8y^2 - 2xy = (x - 3y)^2$$

$$\text{پ۔ } 2u^2 + 3uv + 7v^2 + 2u^2 + 9uv + 2v^2 = (2u + 3v)^2$$

$$\text{ت۔ } a^2 - b^2 - 9ab + 50b^2 - 5ab = (a - 7b)^2$$

$$\text{ب۔ } n^2 + 6m^2 - 7mn + 3m^2 + mn = (3m - n)^2$$

$$\text{ث۔ } 5b^2 + 1 - 9b^2 = (1 - 2b)(1 + 2b)$$

مفصل حُوابونه:
لومری: مفصل حلونه

$$\text{الف۔ } (x + 2)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 4 = \underline{\underline{x^2 + 4x + 4}}$$

$$\text{ب۔ } (2a + 3)^2 = 4a^2 + 2 \cdot 2a \cdot 3 + 9 = \underline{\underline{4a^2 + 12a + 9}}$$

$$\text{پ۔ } (4 - 3u)^2 = 16 - 2 \cdot 4 \cdot 3u + 9u^2 = \underline{\underline{16 - 24u + 9u^2}}$$

$$\text{ت۔ } (1 + 5x)^2 = 1 + 2 \cdot 1 \cdot 5x + 25x^2 = \underline{\underline{1 + 10x + 25x^2}}$$

$$\text{ب۔ } (4 + 2m)^2 = 16 + 2 \cdot 4 \cdot 2m + 4m^2 = \underline{\underline{16 + 16m + 4m^2}}$$

$$\text{ث۔ } (1 - 8u)^2 = 1 - 2 \cdot 1 \cdot 8u + 64u^2 = \underline{\underline{1 - 16u + 64u^2}}$$

دویم: مفصل حلونه

$$\left(\frac{1}{3}a+b\right)^2 = \frac{1}{9}a^2 + 2 \cdot \frac{1}{3}a \cdot b + b^2 = \frac{1}{9}a^2 + \frac{2}{3}ab + b^2$$

الف -

ب -

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{4}c - \frac{1}{4}d\right)^2 &= \frac{1}{16}c^2 - 2 \cdot \frac{1}{4}c \cdot \frac{1}{4}d + \frac{1}{16}d^2 \\ &= \frac{1}{16}c^2 - 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}cd + \frac{1}{16}d^2 = \frac{1}{16}c^2 - \frac{1}{8}cd + \frac{1}{16}d^2 \end{aligned}$$

پ -

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{4}m - 2n\right)^2 &= \frac{9}{16}m^2 - 2 \cdot \frac{3}{4}m \cdot 2n + 4n^2 \\ &= \frac{9}{16}m^2 - 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot 2mn + 4n^2 = \frac{9}{16}m^2 - 3mn + 4n^2 \end{aligned}$$

ت -

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2}u + 3v\right)^2 &= \frac{1}{4}u^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}u \cdot 3v + 9v^2 \\ &= \frac{1}{4}u^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3uv + 9v^2 = \frac{1}{4}u^2 + 3uv + 9v^2 \end{aligned}$$

ث -

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{5}c + \frac{3}{4}d\right)^2 &= \frac{4}{25}c^2 + 2 \cdot \frac{2}{5}c \cdot \frac{3}{4}d + \frac{9}{16}d^2 \\ &= \frac{4}{25}c^2 + 2 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4}cd + \frac{9}{16}d^2 = \frac{4}{25}c^2 + \frac{3}{5}cd + \frac{9}{16}d^2 \end{aligned}$$

ث۔

$$\begin{aligned}\left(\frac{6}{7}m - \frac{1}{8}n\right)^2 &= \frac{36}{49}m^2 - 2 \cdot \frac{6}{7}m \cdot \frac{1}{8}n + \frac{1}{64}n^2 \\ &= \frac{36}{49}m^2 - 2 \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{1}{8}mn + \frac{1}{64}n^2 = \frac{36}{49}m^2 - \frac{3}{14}mn + \frac{1}{64}n^2\end{aligned}$$

دریم: مفصل حلونه

$$(a - 3b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot 3b + 9b^2 = \underline{\underline{a^2 - 6ab + 9b^2}} \quad \text{الف۔}$$

ب۔

$$\left(\frac{4}{5}b - c\right)^2 = \frac{16}{25}b^2 - 2 \cdot \frac{4}{5}bc + c^2 = \underline{\underline{\frac{16}{25}b^2 - \frac{8}{5}bc + c^2}}$$

$$\left(m + \frac{3}{4}n\right)^2 = m^2 + 2 \cdot m \cdot \frac{3}{4}n + \frac{9}{16}n^2 = \underline{\underline{m^2 + \frac{3}{2}mn + \frac{9}{16}n^2}} \quad \text{پ۔}$$

$$\left(8x + \frac{1}{2}y\right)^2 = 64x^2 + 2 \cdot 8x \cdot \frac{1}{2}y + \frac{1}{4}y^2 = \underline{\underline{64x^2 + 8xy + \frac{1}{4}y^2}} \quad \text{ت۔}$$

ث۔

$$\begin{aligned}\left(\frac{7}{8}u + \frac{3}{5}v\right)^2 &= \frac{49}{64}u^2 + 2 \cdot \frac{7}{8}u \cdot \frac{3}{5}v + \frac{9}{25}v^2 \\ &= \frac{49}{64}u^2 + 2 \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{3}{5}uv + \frac{9}{25}v^2 = \underline{\underline{\frac{49}{64}u^2 + \frac{21}{20}uv + \frac{9}{25}v^2}}\end{aligned}$$

$$\left(\frac{3}{4}a - 2\right)^2 = \frac{9}{16}a^2 - 2 \cdot \frac{3}{4}a \cdot 2 + 4 = \underline{\underline{\frac{9}{16}a^2 - 3a + 4}} \quad \text{ث۔}$$

خلروم: په لاندې ې د الماني پښتو: د بينوم دريم فرمول

$$(x-y)(x+y) = \underline{\underline{x^2 - y^2}} \quad \text{الف - 3. binomische Formel}$$

$$(a+1)(a-1) = \underline{\underline{a^2 - 1}} \quad \text{ب - 3. binomische Formel}$$

$$(4a-2u)(4a+2u) = \underline{\underline{16a^2 - 4u^2}} \quad \text{پ - 3. binomische Formel}$$

$$(5u-2v)(5u+2v) = \underline{\underline{25u^2 - 4v^2}} \quad \text{ت - 3. binomische Formel}$$

$$(7r+2s)(7r-2s) = \underline{\underline{49r^2 - 4s^2}} \quad \text{ټ - 3. binomische Formel}$$

$$(5x+2b)^2 = 25x^2 + 2 \cdot 5x \cdot 2b + 4b^2 = \underline{\underline{25x^2 + 20bx + 4b^2}} \quad \text{ث - 3. binomische Formel}$$

$$u^2 + 2uw + w^2 = (u)^2 + 2 \cdot u \cdot w + (w)^2 = \underline{\underline{(u+w)^2}} \quad \text{پنځم: الف - 3. binomische Formel}$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = (x)^2 - 2 \cdot x \cdot y + (y)^2 = \underline{\underline{(x-y)^2}} \quad \text{ب - 3. binomische Formel}$$

$$9 - 48n + 64n^2 = (3)^2 - 2 \cdot 3 \cdot 8n + (8n)^2 = \underline{\underline{(3-8n)^2}} \quad \text{پ - 3. binomische Formel}$$

$$m^2 + 2m + 1 = (m)^2 + 2 \cdot m \cdot 1 + (1)^2 = \underline{\underline{(m+1)^2}} \quad \text{ت - 3. binomische Formel}$$

$$9a^2 - 6ab + b^2 = (3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot b + (b)^2 = \underline{\underline{(3a-b)^2}} \quad \text{ټ - 3. binomische Formel}$$

$$4x^2 + 12xy + 9y^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2 = \underline{\underline{(2x+3y)^2}} \quad \text{ث - 3. binomische Formel}$$

شپږم: لاندې الماني: سره يوځای کړی

په لاندې کې Zusammenfassen د سره یوځای کړی په معنادی.

الف –

$$\begin{aligned} 5x^2 + 3xy + y^2 + xy - x^2 & \quad \text{zusammenfassen} \\ = 4x^2 + 4xy + y^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot y + (y)^2 = \underline{\underline{(2x + y)^2}} \end{aligned}$$

ب –

$$\begin{aligned} y^2 - 4xy + x^2 + 8y^2 - 2xy & \quad \text{zusammenfassen} \\ x^2 - 6xy + 9y^2 = (x)^2 - 2 \cdot x \cdot 3y + (3y)^2 = \underline{\underline{(x - 3y)^2}} \end{aligned}$$

پ –

$$\begin{aligned} 2u^2 + 3uv + 7v^2 + 2u^2 + 9uv + 2v^2 & \quad \text{zusammenfassen} \\ = 4u^2 + 12uv + 9v^2 = (2u)^2 + 2 \cdot 2u \cdot 3v + (3v)^2 = \underline{\underline{(2u + 3v)^2}} \end{aligned}$$

ت –

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 - 9ab + 50b^2 - 5ab & \quad \text{zusammenfassen} \\ = a^2 - 14ab + 49b^2 = (a)^2 - 2 \cdot a \cdot 7b + (7b)^2 = \underline{\underline{(a - 7b)^2}} \end{aligned}$$

ث –

$$\begin{aligned} n^2 + 6m^2 - 7mn + 3m^2 + mn & \quad \text{zusammenfassen} \\ = 9m^2 - 6mn + n^2 = (3m)^2 - 2 \cdot 3m \cdot n + (n)^2 = \underline{\underline{(3m - n)^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5b^2 + 1 - 9b^2 & \quad \text{zusammenfassen} \\ = 1 - 4b^2 = (1)^2 - (2b)^2 = \underline{\underline{(1 - 2b)(1 + 2b)}} & \quad \text{3. binomische Formel} \end{aligned}$$

ث –

1. منطق يا سم اند (logic)

۱. ۱ وينا

په شميرپوهنه يا رياضياتوکې له وينا غږېږو، که په يوه شي حالت پريکړه کيږي، چې ايا دا شي حالت رښتيا يا نارښتيا دی. دا شي- حالت د يوې جملې په بڼه انځورېږي، مگر کيدی شي، چې سوچه شميرپوهنيز هم د مساوات يا نامساوات له لارې ورکړ شي.

د شي حالت د يوې جملې په بڼه:

A: کابل د افغانستان پلازمينه ده،

B: ماسکو د چين پلازمينه ده.

د A وينا رښتيا ده، موږ وايو د A،،رښتيا ارزښت،، رښتيا دی.

د B وينا نارښتيا يا دروغ ده يا غلطه ده، موږ وايو د B،،رښتيا ارزښت،، نارښتيا دی.

موږ په لنډه بڼه لیکو: د رښتيا لپاره $w(A) = W$ او د نارښتيا لپاره $w(B) = F$.

د شي حالت په شميرنيزه بڼه:

$$A: 12 < 7 \quad w(A) = F$$

$$B: 3 + 4 = 7 \quad w(A) = W$$

یوه وینا یو شي حالت دی، چې د هغه رېښتیا ارزښت یواځنی ټاکلی دی (دا په دې معنا، چې دوه ارزښته یازیات نه شي نیولی یعنې یواځنی دی).

د تعریف له موخې ویناوې نه دي:

- ښه ورځ
- اولمیر درباندي گران دی؟
- د افغانستان د خلکو ژوند په دې تیرو لسو کالونو کې.

۱. ۲ - وینا ښې

وینا ښې: که په وینا کې اووښتونې یا متحولې (ځای نیونکې) رامنځ ته شي او رېښتیا ارزښت د مناسبو کلیمو له لارې انځوروي، نو د وینا ښې څخه غږیږو.

بیلگه:

ویناښه: $A(\Delta)$: Δ یو غږلرونکی توری دی.

که د ځای نیونکې لپاره یو توری کیږدو نو وینا ښه یوه ویناکیري، چې د هغې رېښتیا ارزښت ازمايل کیدی شي.

مور ږدو: $\Delta = m$:

وینا داسې ده: $A(m)$: m یو غږلرونکی توری دی. رېښتیا ارزښت دی $w(A) = F$

مور ږدو: $\Delta = i$:

وینا داسې ده: $A(i)$: i یو غږلرونکی توری دی. رېښتیا ارزښت دی: $w(A) = W$

بیلگه:

یو ټاکنمساوات یوه ویناښه $A(x)$ ده. د ځای نیونکې لپاره د یوه عدد ایښونې له لارې کیدی شي د وینا ښې رېښتیا ارزښت پیدا کړی شو.

وینا بڼه: $x + 7 = 15$: $A(x)$:

د $x = 8$ لپاره باور لري: $8 + 7 = 15$: $A(8)$: رښتیا ارزښت $w(A) = W$:

د $x = 6$ لپاره باور لري: $6 + 7 = 15$: $A(6)$: رښتیا ارزښت $w(A) = F$.

په پام کې ولرئ: یوه وینا یوښي حالت دی، چې هغه لږ تر لږه یوه اوښتوني یا متحوله لري او د ځای نیونکي په ځای د مناسبو کلمو ایښولو له لارې یوه ویناکیري (یا مویي وینا ته لارښودوي یا بیايي)

تمرین:

لومړۍ: د لاندې ویناوو رښتیا ارزښت ورکړئ
الف- A : کابل د افغانستان پلازمینه ده.

ب- B : ځني کسان له نورو لوی دي.

پ- C : فبروري له جنوري څخه زیاتې ورځې لري.

ت- D : $5 + 7 + 8 = 20$:

دویم: وینا بڼې د یوې مناسبې متحولې ایښوونې له لارې په یوه وینا اوړي:

الف- $A(x)$: x د ایټالیا پلازمینه ده.

ب- $B(y)$: y له 25 کوچنۍ دی.

پ- $C(x, y)$: x او y زموږ د رسمي مضامینو د ساعتونو پلان دی.

ت- $D(x, y)$: y ډبل یا دوه واره دومره لوی دی، لکه x .

د لومړۍ پوښتنې ځواب:

a) $w(A = W)$	b) $w(B) = W$	c) $w(C) = F$	d) $w(D) = W$

د دویمې پوښتنې ځواب:

الف - A : روم د ایټایې پلازمینه ده.

ب - 7 له 25 کوچنی دی.

پ - C : زموږ د ساعت پلان مضامین انگرېزي او شمیرپوهنه دي.

ت - D : 4 د 2 دوه برابره دي.

۱. ۳ د ویناو ترڼه

د ، او (and)، ترڼه (Konjunktion یا Conjunction)

که دوه ویناوې یو له بل سره وتړل شي، نو یوه یوځای شوې یا مرکبه وینا ترې منځ ته راځي، چې د هغې رښتیا رازښت یه تړلو یا یوځای شوو ویناوو کې بیرته ازمایل کیدی شي.

یو تریزور یا د پیسو سایف په دوه قلفونو سره متمن شوې یا تړل شوې دی. دا څنگه وازوو؟ کوم شرایط باید پوره شي، چې دا قلف واز شي؟

سایف وازیري، که دواړه قلفونه واز یا بیرته شي. شرایط: قلف ۱ او قلف ۲ باید واز شي.

کونجکشن یا د ، او، ترڼه: دوه ویناوې A_1 او A_2 داسې یو د بل سره تړلې دي، چې سره یوځای شوې یا مرکبه وینا ټیک هلته رښتیا ده، چې هم A_1 او هم A_2 رښتیا وي.

ترنځښه او: $\wedge$ (منطقي او).

بیلگه:

A : جلالاباد د کابل پر سین پروت دی. $w(A) = w$

B : سروبی د کابل پر سین پروت دی. $w(B) = w$

$C = A \wedge B$: یعنې

جلالاباد د کابل پر سین پروت دی $\wedge$ (او) سروبی د کابل په سین پروت دی. $W(C) = w$

X : ټول موټرونه تیرونه یا گادیلونه لري $w(X) = w$

Y : ټول هغه څه چې په تیرونو ځي موټر دي: $w(y)$

$Z = X \wedge Y$: یعنې

ټول موټر تیرونه لري $\wedge$ ټول څه چې په تیرونو ځي موټر دي. $w(Z) = F$

بیلگه:

A_1 : 4 یو جوړه عدد دی ، $A_2 : 4 > 2$

$$\Rightarrow w(A_1) = W \quad w(A_2) = W$$

ترینه: A_1 او A_2

A_{12} : 4 یو جوړه عدد دی او $4 > 2$ دی

$$\Rightarrow w(A_{12}) = W$$

بیلگه:

$$A_1(x) : x - 3 = 5 \quad A_2(x) : x < 10$$

د $x=9$ لپاره باور لري:

$$A_1 : 9 - 3 = 5 \quad A_2 : 9 < 10 \Rightarrow w(A_1) = F \quad w(A_2) = W$$

ترینه:

$$A_{12} := A_1 \wedge A_2 \Rightarrow A_{12} : 9 - 3 = 5 \wedge 9 < 10 \\ \Rightarrow w(A_{12}) = \underline{\underline{F}}$$

ارزښت جدول:

$w(A_1)$	$w(A_2)$	$w(A_1 \wedge A_2)$
W	W	W
W	F	F
F	W	F
F	F	F

په پام کې ولرئ: د دوه ویناو A_1 او A_2 کنجکشن (د او ترینه) ټیک هلته رښتیا دی، که دواړه ویناوې رښتیا وي.

تمرین

د کنجکشن یا د ،، او،، ترنې رښتیا ارزښت ورکړئ:

الف- A : سروبی په کابل سین پروت دی او اسدabad د کونړ په سین پروت دی.

ب- B : نن دوشنبه ده او لمر خلیږي.

پ- C : کله کله باران ووري او ځنې زده کوونکي د شمیرپوهنې سره مینه لري.

ت- D : 4 یو جوړه عدد دی او له 7 لوی دی.

د ،، یا،، ترینه (disjunction Disjunktion)

سایف هلته هم د پردیو لپاره نه وازیږي، که له x دوه قلفونو څخه یو یې واز وي، یعنې قلف ۱ یا قلف ۲. دواړه قلفونه ساتنه متمنه کوي.

پیژند(تعریف) disjunctio یا د ،، یا،، ترینه:

د ،، یا ،، تراو یا : که دوه ویناوې A_1 او A_2 داسې یو له بل سره تړلې وي، چې یوځای شوي یا ترکیبي وینا ټیک هلته رښتیا وي، چې یا یوه او یا دا بله او یا دواړه ویناوې رښتیا وي او دا دا ترنه بیا دیسجنکشن یا د ،، یا ،، ترنه بلل کیږي. ترنڅښه یا : $\vee$ (منطقي ،، یا،،)

بیلگه:

A : جلالاباد د کابل په سین پروت دی $w(A) = W$

B : کابل د کونړ په سین $w(B) = F$

$C = A \vee B$

جلالاباد د کابل په سین پروت دی $\vee$ کابل د کونړ په سین پروت دی. $w(C) = W$

X : ټول موټرونه ټیرونه لري $w(X) = W$

Y : ټول په تیرونو ټلونی شیان موټر دي. $w(Y) = F$

$Z = X \vee Y$

ټول موټر ټیرونه لري $(\vee)$ یا ټول په تیرونو ټلونی موټر دی. $w(Z) = W$

بیلگه:

رښتیاخته یا -جدول

$w(A_1)$	$w(A_2)$	$w(A_1 \vee A_2)$
W	W	W
W	F	W
F	W	W
F	F	F

بیلگه:

$A_1(x) : 2x = 14$ $A_2(x) : x \geq 8$

د $x=7$ لپاره باور لري:

$A_1 : 2 \cdot 7 = 14$ $A_2 : 7 \geq 8 \Rightarrow w(A_1) = W$ $w(A_2) = F$

ترنه:

$A_{12} := A_1 \vee A_2 \Rightarrow A_{12} : 2 \cdot 7 = 14 \vee 7 \geq 8$

$\Rightarrow w(A_{12}) = \underline{\underline{W}}$

په پام کې ولرئ: د دوه ویناو A_1 او A_2 دیسجټکشن یا د W ، یا F ، ترڅو ټیک هلته رښتیا ده، چې له دې ویناو څخه یې لږ تر لږه یوه رښتیا وینا وي.

تمرین:

د W ، یا F ، تړنو یا دیسجټکشن رښتیا ارزښت ورکړئ:

الف - A : جالاباد په کابل سین پروت دی.

ب - B : نن دوشنبه ده یا لمر ځلیري.

پ - C : نن باران ووري یا ځنې زده کونکي د شمیر پوهنې سره مینه لري.

ت - D : 4 یو جوړه عدد دی یا له 7 لوی دی.

په لاندې کې W یا F په معنا دی.

a) $w(A) = W$	b) $w(B) = W \text{ oder } F$	c) $w(C) = W$	d) $w(D) = W$

ترې لاس ته راتلنه

د تړنې نڅېنه: که... نو ←

پیژندنه Implication: که دوه ویناوې A_1 او A_2 یو له بل سره داسې تړلې وي، چې

له وینا څخه A_1 وینا A_2 منطقي لاس ته راشي، نو دا تړنه ترې لاس ته راتلنه (-) -

راورنه یا Implication (بلل کیري).

رښتیا جدول یا -تخته:

$w(A_1)$	$w(A_2)$	$w(A_1 \rightarrow A_2)$
W	W	W
W	F	F
F	W	W
F	F	W

په پام کې لره: د دوه ویناو W ، ترې لاس ته راوړنه، ټیک هلته نارښتیا ده، که A_1 رښتیا

او A_2 نارښتیا وي.

ورته یا برابر ارزښته Equivalent

ترننځینه: ټیک هلته.... که $\Leftrightarrow$

پیژند: Äquivalenz : ردېدل ترې لاس ته راوړنه بیجنکشن یا اکویوالنت یا ورته تړون بلل کیږي.

رښتیا جدول

$w(A_1)$	$w(A_2)$	$w(A_1 \Leftrightarrow A_2)$
W	W	W
W	F	F
F	W	F
F	F	W

رښتیا ارزښت جدول ترې لاس ته راوړنه په گوته کوي، له دې سره کیدی شي ویناوي A_1 او A_2 سره بدلې شي. په ورته والي د دواړو ویناوو ترڅه مو ټیک هلته رښتیا ارزښت ته بیایي، که د دواړو ویناوو رښتیا ارزښت (برابر ارزښته) (اکویوالنت) وي.

بیلگه:

یوه شمیرپوهنیزه جمله ده:

که د یوه عدد پروت زیاتون یا پرته جمعه په ۳ وېشور وي، نو پخپله عدد هم په ۳ وېشور دی.

A1 : د عدد x پرته جمعه په ۳ وېشور ده.

A2 : عدد x په ۳ وېشور دی.

$x=39$ پرته جمعه = 12 ; 12 | 39 او 3 | 39

A1 د عدد 39 پرته جمعه 12 په 3 وېشور ده

له دې لاس ته راځي، چې $A2$: عدد 39 په ۳ وېشور ده.

$A1$: عدد x په ۳ وېور دی.

$A2$: عدد x په ۳ وېور دی

له دې لاس ته راځي او معکوس $A2$: عدد 39 په ۳ وېشور دی.

نفي يا نه والی Negation

ترننځېنه يا عمليه نه $\neg$ يا د نه ترننځېنه

پيژند : Negation : د يوې وينا نه والی تل هلته رېستيا دی، که وينا نارېستيا وي، او تل نارېستيا ده، که وينا رېستيا وي.

بيلگه:

رېستيا ارزښت جدول

$w(A)$	$w(\neg A)$
W	F
F	W

$A1$: ۵ يو ناجوره يا طاق عدد دی له دې لاس ته راځي $\Rightarrow w(A) = W$

$A1$: ۵ ناجوره عدد نه دی له دې لاس ته راځي $\Rightarrow w(A) = F$

د يوې وينا ډبل نه والی موسرچينيزې وينا ته بيايي يا لارښودوي .

بيلگه:

زده کوونکی توان لري، چې پوښتنې حل کړي.	A :
زده کوونکی ناتوانه دی، چې پوښتنې حل کړي.	$\neg A$:
زده کوونکی ناتوانه نه دی چې پوښتنې حل کړي.	$\neg(\neg A)$:

ټولګه:

Konjunktion د او ترڼه			Disjunktion د یا ترڼه		
$w(A_1)$	$w(A_2)$	$w(A_1 \wedge A_2)$	$w(A_1)$	$w(A_2)$	$w(A_1 \vee A_2)$
W	W	W	W	W	W
W	F	F	W	F	W
F	W	F	F	W	W
F	F	F	F	F	F

Implikation ترې لاس ته راتلنه			Äquivalenz ورته یا برابر ارزښته		
$w(A_1)$	$w(A_2)$	$w(A_1 \rightarrow A_2)$	$w(A_1)$	$w(A_2)$	$w(A_1 \Leftrightarrow A_2)$
W	W	W	W	W	W
W	F	F	W	F	F
F	W	W	F	W	F
F	F	W	F	F	W

Negation نه والی

$w(A)$	$w(\neg A)$
W	F
F	W

1.2-د ډېرۍ- يا ست کلمه(ډېرۍ - يا سټپوهنه)

د ست تعريف : د ډېرۍ تعريف د الماني شمير پوه جورج کانتور - (1845 G. Cantor 1918 له خوا :

يوه ډېرۍ يا ست زموږ د ليد او فکر د ټاکلو، کره توپيرېدونکو(يو له بل مختلفو) شيانو - کوم چې د ډېرۍ توکي بلل کيږي- ټولګه ده و يوه ټول ته.

دا د ډېرۍ کلمه دې د ورځنۍ ورسره بلدې ډېرۍ کلمې سره ، چې ډېر ترې لاندې پوهيږو، نه بدليږي.

په تعريف کې ټاکلي توکي په دې معنا دي، چې ټيک پرېکره بايد وشي، چې ايا دا توکی په ډېرۍ(ست) پورې اړه لري.

کره يو له بل توپيرېدونکي په دې معنا، چې هر توکی ټيک يو وار په ډېرۍ کې خوندي دی، يعنې همغه توکی څو ځله په ډېرۍ يا ست کې نه شي خوندي کيدی يا همغه توکی د ډېرۍ څو واره توکی نه شي کيدی. يعنې په يوه ډېرۍ کې ډېر واره منځ ته راغلی توکی يو ځل ليکل کيږي.

يوه ډېرۍ، چې توکي ونه لري تشډېرۍ يا تشست بلل کيږي.

په لاندې کې به د سټ يا ډېری کلمې او ډېری يا سټ خويونه تر څيرني لاندې ونيول شي يا روښانه شي، په هغو کې چې توکي د شميرپوهنې قوانينو لاندې تشرېح شوي، يعنې په اصل کې د اعدادو سټ يا ډېری.

ډېری د ډېری نوکانو په مرسته، په کومو کې چې توکي په تعداد را منځ ته کيږي ياتشرېح کيږي، ليکل کيږي.

يوه بله انځورونه يې د ډېری دياگرام دی (د اوپلر- يا د ون-دياگرام *Euler - oder Venn - Diagramm*). په دې کې توکي په دياگرام کې کاکل کيږي.

۲ . ۱ د ډېری يا سټ انځورونه

د ډېری لپاره سومبولونه د لاتين لوی توري دي، د بيلگې په تګه

A, B, M, ...

د توکو لپاره سومبولونه د بيلگې په توګه کوچني توري دي يا هم عددونه

a, b, c, x, y, ...1, 2, 3, 99, ...

په شميرنيزه ډول د ډېری يا سټ ليکنډود: $A = \{a; b; c; d\}$

لوستل: A ډېری ده له توکو a,b,c,d څخه.

$a \in A$ ويل: a د A توکی دی.

$b \notin A$ ويل: b د A توکی نه دی.

$B = \{a; b; c; a; d\}$ ډېری يا سټ نه ده، ځکه چې توکی a په دې کې دوه ځله يا دوه واره راغلی دی.

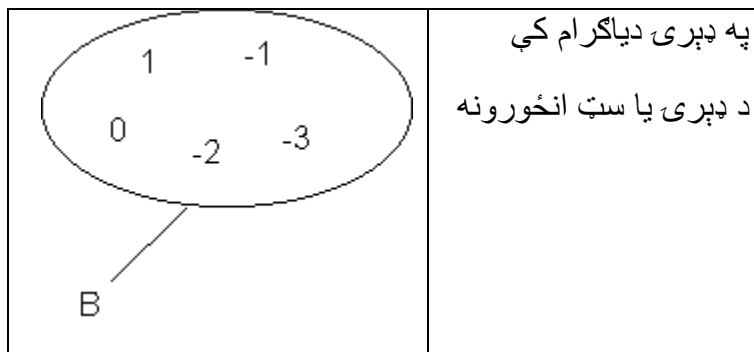
تيك (صحيح)دی: $B = \{a, b, c, d\}$

$C = \{ \}$ تشدېری بلل کيږي، دا کوم توکی نه لري؟

۲ . ۲ د ډېری ليکنود په تشریحي ډول:

$B = \{x \mid -3 \leq x \leq 1 \wedge x \text{ ټول (تام) عدد دی} \}$

ویل: B د ټولو توکو x ډېری یا ست ده؛ د کومو لپاه چې باور لري: x له -3 -لوی یا برابر اوله 1 کوچنی یا د 1 سره برابر دی او x یو ټول عدد (تام عدد) دی.



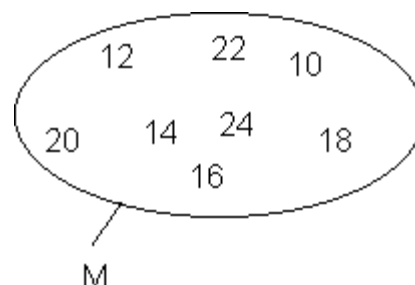
بیلگه: $\wedge$

د 9 او 25 ترمنځ جوړه طبیعي اعدادو ست یا ډېری M د y په شمیرنیزه او تشریحي بڼه او همداسې په ډېری یا په ست (ډېری-) دیاگرام ورکړ شي.

په شمیرنیزه بڼه: $M = \{10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, \}$

$M = \{x \mid 9 < x < 25, x = 2n \wedge n \text{ د طبیعي اعدادو ست} \}$

په ډېری یا ست دیاگرام:



بیلگه:

ډېری په شمیرنیزه بڼه لیکل شوی. یو تشریحي بڼې ته دې وده ورکړ شي.

$$A = \{1, 4, 9, 16, 25\}$$

دا د 1 او 25 ترمنځ مربع اعدادو ډېری ده.

$$A = \{x \mid 1 \leq x \leq 25 \wedge x = n^2 \wedge n \text{ یو طبیعي عدد دی}\}$$

۲. ۳ - پوښتنې:

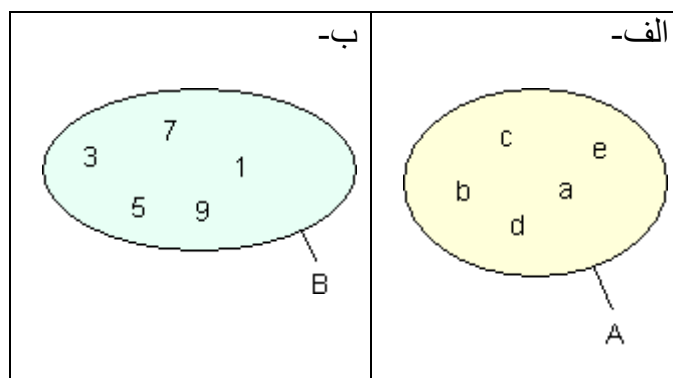
ډېری I

د ډېریو او ډېریو سومبولونو انځورونه:

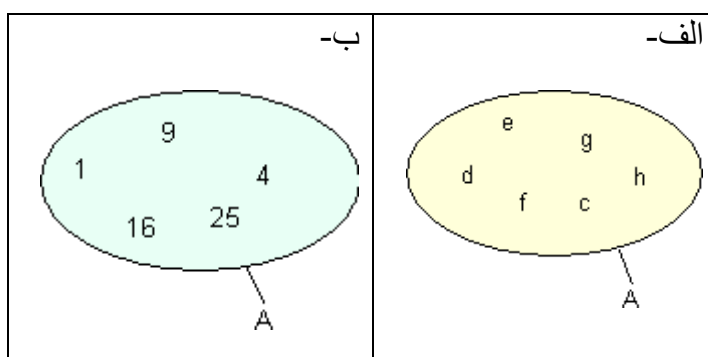
لومړی: د ډېری سومبول سره یې ولیکی

الف- x د ډېری A توکی دی. ب - y د ډېری B توکی نه دی.

دویم: ډېری A او B په شمیرنیزه بڼه ورکړی.



دریم: ډېری A او B په تشریحي بڼه ورکړی. .



څلورم: P دې د لومړنیو عددونو ډېری یا سټ وي:

د ډېری سومبولونو سره ورکړی، چې د نومولو اعدادو کوم یې لومړني ګڼونه یا اعداد دي!

$\{1; 2; 3; 4; 5; 111\}$.

پنځم: خپل اند ووايي، چې ایا لاندې ویناوې رښتیا دي یا نا رښتیا.

$2 \in \{1; \{1; 2\}\} \quad | \quad 2 \in \{1; 2; \{1; 2\}\} \quad | \quad \{x; y; z\} = \{x; \{y; z\}\} \quad | \quad \emptyset = \{0\} \quad | \quad \{\} = \emptyset$

شپږم: د ډبرې يا ست سوميول سره يې وليکي:

الف - A د B پروېشوني دی ب - C د A پروېشوني يا مقسوم عليه نه دی.

اووم: $M_1 = \{x \mid x \in P \wedge x < 10\}$ $M_2 = \{2; 3; 5\}$

د لومړيو اعدادو ډبرې يا ست $P =$

الف- د M_1 ډبرې په شميرنيزه بڼه ورکړی.

ب - د ډبرې سوميولونو سره يې وليکي چې ايا M_2 د M_1 برخېږي يا سبست ده يا نه.

اتم: د ډبرې سوميول سره يې وليکي

الف- د برخېږي يا سبست تعريف ورکړی.

ب- ورکړی، چې د کومو شرايطو لاندې دوه ډبرې يا ستونه A او B برابري دي.

نهم: د معياري يا ستاندارد ډبرې يا ست کلمې لاندې څه پوهیږي؟

لسم: د لاندې په نخونو يا نخښو معنا ورکړی.

الف- $\mathbb{R}$ ب - $\mathbb{N}^*$ پ - $\mathbb{Z}$ ت - $\mathbb{Q}$ ټ - $\mathbb{R}^*$ ټ - $\mathbb{C}$ ج - $\mathbb{Z}^*$ - چ - $\mathbb{Q}^*$

خوابونه:

نتیجې

لومړی:

الف - $x \in A$ ب- $y \notin B$

دویم: الف - $A = \{a; b; c; d; e\}$ ب - $B = \{1; 3; 5; 7; 9\}$

دریم: الف-

$A = \{x \mid x \text{ له } x=c \text{ تر } x=h \text{ پورې د توکو ډبرې یا ست ډه}\}$

ب - $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 25 \wedge x = n^2 \wedge n \in \mathbb{N}\}$

څلورم::

$1 \notin P$ $2 \in P$ $3 \in P$ $4 \notin P$ $5 \in P$ $43 \in P$ $111 \notin P$

پنځم:

$2 \in \{1; \{1; 2\}\}$	$2 \in \{1; 2; \{1; 2\}\}$	$\{x; y; z\} = \{x; \{y; z\}\}$	$\emptyset = \{0\}$	$\{\} = \emptyset$
F	W	F	F	W

شپږم:

الف - $B \supset A$ برخډبرې یا سبست ډه. له دې لاس ته راځي

$$\Rightarrow A \subset B$$

ب- $A \supset C$ برخډبرې یا سبست نه ډه. له دې لاس ته راځي

$$\Rightarrow C \not\subset A$$

اووم:

الف- $M_1 = \{2; 3; 5; 7\}$ ب - $M_2 \subset M_1$

اتم: الف - یوه ډبرې یا ست A د یوې ډبرې B برخډبرې یا سبست ډه، که د A هر توکی د B توکی وي.

ب – یوه ډېری A د یوې ډېری یا سټ B سره برابره ده، که د A هر توکی د B توکی وي او د B هر توکی د A توکی وي.

نهم: یوه معیاري یا ستاندارد ډېری یا سټ د تعریف له مخې یوه کره شوې د اعدادو ډېری یا سټ ده. (که ممکن وي) د ا ډبلکربنې سره په نڅېنه کېږي(د بیلګې په توګه IR)

لسم:

الف – IR د حقیقی اعدادو ډېری په نڅېنه کوي.

ب- N^* د طبیعي اعدادو ډېری یا سټ بې له صفر په نڅېنه کوي.

پ – Z د ټول اعدادو ډېری یا سټ په نڅېنه کوي.

ت- Q د راشنل اعدادو ډېری یا سټ په نڅېنه کوي.

ټ- IR^* د حقیقی اعدادو ډېری یا سټ په نڅېنه کوي، بې له صفر څخه.

ث – C د کمپلکس یا ګډوله یا مرکب اعدادو ډېری یا سټ په نڅېنه کوي.

ج – Z_-^* د کمیز یا منفي ټول اعدادو ډېری یا سټ په نڅېنه کوي.

چ- Q_+^* د مثبت هوبنپار یا راشنل اعدادو ډېری یا سټ په نڅېنه کوي بې له صفر.

سټونه(ډېری)، تړونونه یې(عمليې) او انټروالونه

د اعدادو(ګڼونو) ډېری

د اعدادو سټ د یو له بل څخه د مختلفو اعدادو ټولګه ده. سټونه یا ډېری د لاتین لویو تورو سره په دڅېنه کېږي.

بیلگه

$$M = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

2 د M توکی دی $2 \in M$

6 د M توکی دی $6 \in M$

3 د M توکی نه دی $3 \notin M$

د ستونو (ډبريو) لپاره ليکنود

گڼيزه (شميرنيزه) انځورونه $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

تشریحي انځورونه $A = \{x | 1 \leq x \leq 5\}$

په جلمو: A د ټولو x ست ډبرې (ډبرې) د کومو لپاره چې صدق کوي: x يو طبيعي عدد دی له 1 تر 5 پورې.

تشست (تشډبرې)

$B = \{x | x \in A \wedge x > 5\} = \{ \}$ تشډبرې يا-ست کوم توکی نه لري.

$$\{ \}^- = \emptyset$$

سومبول يا نخښه

دا نخښه $\wedge$ منطقي او دی.

د ډبريو (ستونو) لپاره ليکنډول

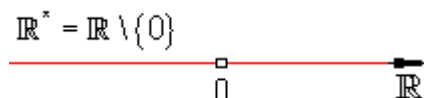
د اعدادو ځانگړي (مخصوص) ستونه (د گڼونو ځانگړې ډبرې)

$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3 \dots\}$	د طبیعي اعدادو سټ (ډېری)
$\mathbb{N}^* = \{1; 2; 3 \dots\}$ * په معنا چې بې له صفره	د طبیعي اعدادو سټ بې له صفر
$\mathbb{Z} = \{\dots - 2; -1; 0; 1; 2; 3 \dots\}$	د ټولګڼونو ډېری (د ټول اعدادو سټ)
$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z} \wedge q \in \mathbb{N}^* \right\}$ په جمله کې: Q د ټولو کسري اعدادو p/q ډېری یا سټ دی، د کومو لپاره چې صدق کوي: $p \in \mathbb{Z} \wedge q \in \mathbb{N}^*$	د راشنل (هوبنپار) اعدادو یا کسری اعداد ډېری
$\sqrt{3}; \sqrt[5]{7}; \pi; e; \log_3(2); \sin(27^\circ)$ د ناهوبنپار اعدادو سټ لپاره سومبول نه شته	د ایراشنل اعدادو توکی سټ د کسر په څیر نه انځورېږي
دا د راشنل او ایراشنل اعدادو له ستونو جوړه ده. سومبول یې: $\mathbb{R}$ یا $\mathbb{IR}$	د ریل یا حقیقی اعداد ډېری یا سټ

یادونه: اوس طبیعي اعداد ټول له صفر سره دی، که موږ ولیکل، $\mathbb{N}$ نو دا به دا معنا ولری، چې صفر ورسره دی.

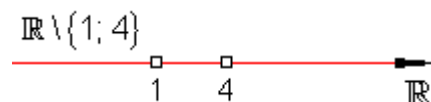
اینټروالونه د ریل یا ریښتونو اعدادو د برخېډېری (د برخه ډېری لنډیز او یا سبسټ) په څیر:

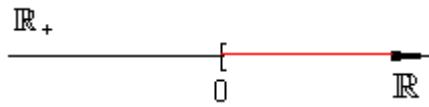
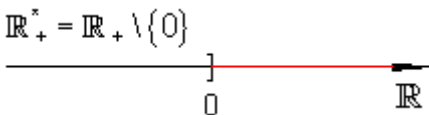
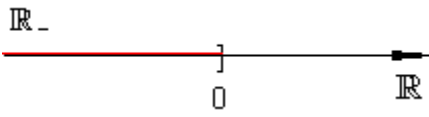
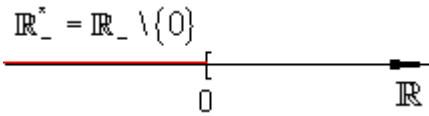
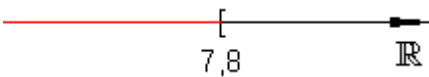
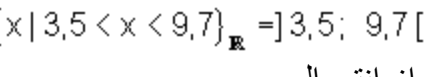
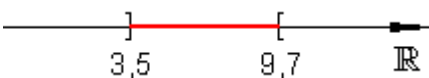
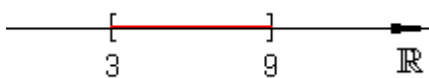
د حقیقي یا ریښتوني اعدادو سټ بې له
صفره.



د حقیقي اعداد سټ بې له 1 او 4

د مثبت حقیقي اعدادو سټ

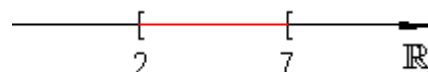


د صفر سره	 $\mathbb{R}_+$
بې له صفره	 $\mathbb{R}_+^* = \mathbb{R}_+ \setminus \{0\}$
د کمیزو یا منفي ریل اعداد سټ	 $\mathbb{R}_-$
د صفر سره	 $\mathbb{R}_-^* = \mathbb{R}_- \setminus \{0\}$
د حقيقي اعدادو سټ چې له 7,8 کوجنۍ ده څخه.	$A = \{x \mid x < 7,8\}_{\mathbb{R}} =]-\infty; 7,8[$ واز انتروال 
د حقيقي اعدادو سټ يا ډېری، چې له 4,5 لوي دی.	$B = \{x \mid x > 4,5\}_{\mathbb{R}} =]4,5; +\infty[$ واز انتروال 
د حقيقي اعدادو سټ C چې د 3,5 او 9,7 ترمنځ پرته ده.	$C = \{x \mid 3,5 < x < 9,7\}_{\mathbb{R}} =]3,5; 9,7[$ واز انتروال 
اعداد 3,5 او 9,7 د C توکی نه دي.	
D	$D = \{x \mid 3 \leq x \leq 9\}_{\mathbb{R}} = [3; 9]$ بند انتوال 
له 3 تر 9 د حقيقي اعدادو ډېری يا سټ دی.	
اعداد 3 او 9 د D توکی دي.	

$$E = \{x \mid 2 \leq x < 7\}_{\mathbb{R}} = [2; 7[$$

E د حقيقي اعدادو ست، چې له 7 کوچنی او له 2 لويه يا برابره ده.

نیم واز انټروال

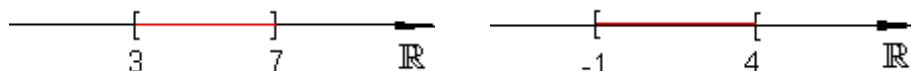


۲. ۴ - د ستونو (ډبريو) ترنه يا په ډبريو(ستونو) کې عمليي

د A او B ستونو د تقاطع ست يا غوڅډبري

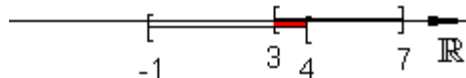
د A او B ستونه دې ورکړ شوي وي.

$$A = \{x \mid 3 \leq x \leq 7\}_{\mathbb{R}} = [3; 7] \quad B = \{x \mid -1 \leq x < 4\}_{\mathbb{R}} = [-1; 4[$$



د A او B ډبري يا ست

$A \cap B$ (A غوڅ B)



$A \cap B$ ټول توکي لري، کوم چې

په A او B کې پراته دي.

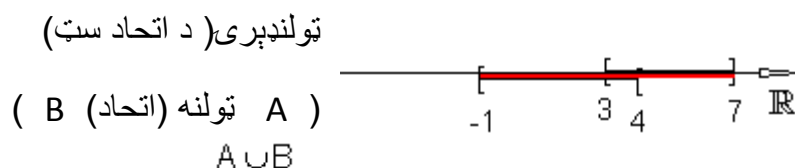
$$A \cap B = [3; 4[$$

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

$x \in A \cap B$ په دې معناچې: x په

A او B کې پروت دی.

A او B ټولنډبرۍ (د اتحاد ست $unit$)



$A \cup B$ ټول توکي خوندي
لري،

کوم چې په A او B کې پراتع
دي.

$$A \cup B = [-1; 7]$$

$$A \cup B = \{x | x \in A \vee x \in B\}$$

$x \in A \cup B$ په دې معنا چې: x په A يا B او يا دواړو کې پروت
دی (توکی دی)

غوڅۍ يا تقاطع $\cap$

د دوه ستونو ترمنځ د ستونو نڅېنه

ټولنه يا اتحاد $\cup$

منطقي او $\wedge$

د دوه ويناو ترمنځ

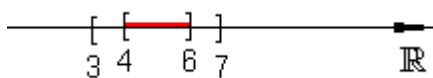
منطقي يا $\vee$

منطقي يا سم انديزي نڅېنې

د A سبسټ یا برخه ډېری

ور کړ شوي سټ C د $A = [3; 7]$ سبسټ (برخه ډېری) $C = \{x \mid 4 \leq x \leq 6\}_{\mathbb{R}} = [4; 6]$ ده، ځکه چې د هر C ټوکی په A کې هم پروت دی.

د C سبسټ ده

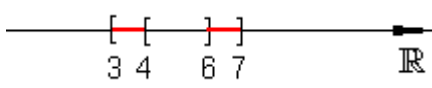


د دوه سټونو A او C کمښت یا تفریق

د دوه سټونو A او C کمښت د A ټول ټوکی خوندي لري، کوم چې په C کې نه دي پراته.

$A = [3; 7]$ $C = [4; 6]$ $A \setminus C = [3; 7] \setminus [4; 6] = [3; 4] \cup [6; 7]$

$A \setminus C$ په لغاتو: A بې له C .



ډېری او انټروالونه I

ډېریو (سټونو) او انټروالونو ته تمرینونه

اول: سټ یا ډېری په شمېرنیز ډول یا کنډوله انځورونه ورکړی

$$\text{الف - } A = \{x \mid x^2 \leq 5,5\}_{\mathbb{Z}}$$

$$\text{ب - } B = \{n \mid n \text{ د } 12 \text{ پروېشونی دی}\}_{\mathbb{N}}$$

دویم - ست په تحلیلي ډول ورکړی

$$\text{الف - } A = \{0; 3; 6; 9; 12; \dots\} \quad \text{ب - } B = \{1; 2; 4; 8; 16; \dots\}$$

$$\text{دریم - د } \{(x|y) \mid x+y \leq 2; x, y \in \mathbb{N}\} \text{ ست یا ډیری توکي و ټاکي}$$

څلورم - د کومو طبیعي اعدادو n لپاره صدق $n^2 \geq n$ ؟ د $n \in \mathbb{Z}$ لپاره څه تغیر خوري؟

پنځم : وښایی، چې د درې یو په بل پسې طبیعي اعدادو جمعه(زیاتون) تل په درې ویشونی دی.

شپږم : د اعدادو په وړانګه اعداد په نڅښه کړی او د انټروال په څېر یې ولیکي

$$\text{الف - } A = \{x \mid 2 \leq x < 6\}_{\mathbb{R}} \quad \text{ب - } B = \{x \mid x \leq -1\}_{\mathbb{R}}$$

$$\text{پ - } C = \{x \mid x > 2,5\}_{\mathbb{R}} \quad \text{ت - } D = \{x \mid -2 \leq x \leq -1\}_{\mathbb{R}}$$

اوم : د حقیقي اعدادو $\mathbb{R}$ سېسټ په ګڼوړانګه (د اعدادو په وړانګه) یا کرښه د انټروال په څېر ولیکي

الف - $\{x | -3 \leq x < 2\}_{\mathbb{R}}$ ب - $\{x | x \leq 4\}_{\mathbb{R}_+}$

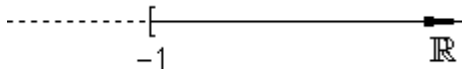
پ - $\{x | -2 \leq x \leq 2\}_{\mathbb{R}}$ ت - $\{x | x \geq -1\}_{\mathbb{R}_+^*}$

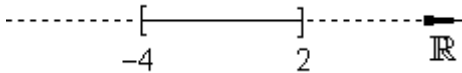
ب - $\{x | x \geq 3\}_{\mathbb{R}}$ ث - $\{x | 0 < x < 0,5\}_{\mathbb{R}}$

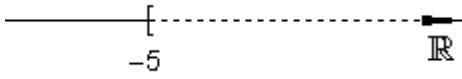
اتم : د ست (ډېری -) لیکنود په ډول یې ولیکي

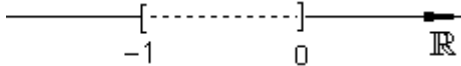
الف - $]2; 5]$ ب - $[-1; 2,5]$ پ - $]-3; 3[$

نهم : په نڅېنه شوي ست یا ډېری تشریح کړی

الف - $\mathbb{R}$ 

ب - $\mathbb{R}$ 

پ - $\mathbb{R}$ 

ت - $\mathbb{R}$ 

د ست او انټروال تمرینونو حل یا اوبیونه

اول :

الف - $A = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$ ب - $B = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$

دویم - الف - $A = \{x | x = 3n \wedge n \in \mathbb{N}\}$ ب - $B = \{x | x = 2^n \wedge n \in \mathbb{N}\}$

دریم -

$$\{ (0|0); (0|1); (0|2); (1|0); (1|1); (1|2) \}$$

څلورم -

$n^2 > n$ د ټولو $n \in \mathbb{Z}$ لپاره یوه رښتیا افاده ورکوي او له دې سره د $n \in \mathbb{N}$ لپاره هم.

د په خوښه یو په بل پسې گڼونو (اعدادو) - جمع په لاندې ډول ده

$$n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3 = 3(n + 1)$$

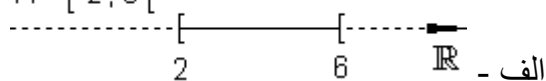
پنځم -

د په خوښه یو په بل پسې گڼونو (اعدادو) - جمع په لاندې ډول ده

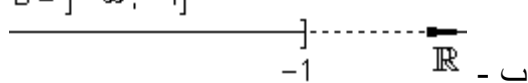
$$n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3 = 3(n + 1)$$

$3(n+1)$ په 3 ویشور دی یا د ویشني قابلیت لری.

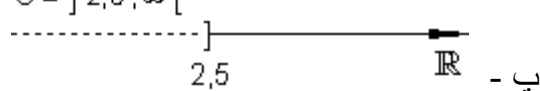
شپږم -

$$A = [2; 6[$$


الف - $\mathbb{R}$

$$B =]-\infty; -1]$$


ب - $\mathbb{R}$

$$C =]2,5; \infty[$$


پ - $\mathbb{R}$

$$D = [-2; -1]$$

ت. $\mathbb{R}$ -

اوم - لف - $[-3; 2[$ ب - $[0; 4]$ پ - $[-2; 2]$

ت - $[-1; 0[$ پ - $[3; \infty[$ ت - $]0; 0,5[$

اتم - لف - $\{x | 2 < x \leq 5\}_{\mathbb{R}}$ ب - $\{x | -1 \leq x \leq 2,5\}_{\mathbb{R}}$

پ - $\{x | -3 < x < 3\}_{\mathbb{R}}$

نهم -

لف - $\{x | -1 \leq x < \infty\}_{\mathbb{R}}$ ب - $\{x | -4 \leq x \leq 2\}_{\mathbb{R}}$

پ - $\{x | -\infty < x < 5\}_{\mathbb{R}}$ ت - $\{x | x < -1 \vee x > 0\}_{\mathbb{R}}$

۲. ۶ تمرینونه:

ستونه (ډبرې) او انتروالونه ||

لومړۍ - ستونه $A = [-2; 5]; B = [1; 8]; C = [-10; 3]$ ورکړ شوي:

لاندې ستونه وټاکي

الف - $A \cap B; A \cup B; A \setminus B; B \setminus A$

ب - $B \cap C; A \cup C; A \setminus C; B \setminus C$

پ - $(A \cup B) \cap C; C \setminus (A \cap B)$

ت - $\mathbb{R}_+^* \cap A; \mathbb{R}_+ \cap A \quad \mathbb{R}_- \cap B$

دویم - د سبست یا برخډبرۍ د انټروال په څیر یې ولیکۍ

الف - $\{x | x \leq 3 \wedge x \neq 0\}$ ب - $\{x | x \leq -3 \vee x \geq 2\}$

پ - $\{x | x - 2 \leq 0 \wedge x \geq 0\}$ ت - $\{x | x \geq -53 \wedge x \geq -1\}$

دریم - د ډبرۍ یا د ست لیکدود باندې یې ولیکۍ

الف - $\mathbb{R} \setminus \{-1; 0; 3\}$ ب - $\mathbb{R} \setminus [-1; 1]$ پ - $]-\infty; -2] \cup [0; \infty[$

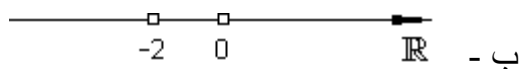
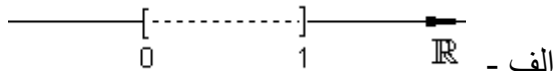
ت - $]-2; 4[\cap \mathbb{R}_+^*$ ب - $[2; 8[\cap [1, 5; \infty[$ ث - $]-5; 1[\cup \mathbb{R}_+$

څلورم - انټروال لیکدود باندې یې ولیکۍ

الف - $]3, 5; 5[\setminus]2; 5[$ ب - $]0; 3[\setminus]0; 7[$

پ - $]0; 3[\cup]-10; 2[$ ت - $]-1; 3[\cap [1, 5; \infty[$

پنځم - په نڅښه شوي ست تشریح کړۍ یا په تشریحي توګه ولیکۍ



د تمرینونو حلونه

لومړۍ - الف -

$$A \cap B = [1; 5]; \quad A \cup B = [-2; 8];$$

$$A \setminus B = [-2; 1[; \quad B \setminus A =]5; 8]$$

$$B \cap C = [1; 3]; \quad A \cup C = [-10; 5]; \quad \text{ب -}$$

$$A \setminus C =]3; 5]; \quad B \setminus C =]3; 8]$$

$$(A \cup B) \cap C = [2; 3]; \quad C \setminus (A \cap B) = [-10; 1[\quad \text{پ -}$$

$$\mathbb{R}_+^* \cap A =]0; 5]; \quad \mathbb{R}_+ \cap A = [0; 5]; \quad \mathbb{R}_- \cap B = \emptyset \quad \text{ت -}$$

دویم -

$$\text{الف - } \{0\} \cup]-\infty; 3] \cup [-3; 2[\cup \mathbb{R} \setminus]-3; 2[\quad \text{ب - } [0; 2] \quad \text{ت - } [-1; \infty[$$

$$\text{دریم - الف - } \{x \mid x \neq -1 \wedge x \neq 0 \wedge x \neq 3\}_{\mathbb{R}} \quad \text{ب - } \{x \mid x < -1 \vee x > 1\}_{\mathbb{R}}$$

$$\text{پ - } \{x \mid x \leq -2 \vee x \geq 0\}_{\mathbb{R}} \quad \text{ت - } \{x \mid 0 < x < 4\}_{\mathbb{R}}$$

$$\text{ټ - } [2; 8[\quad \text{ث - } \{x \mid x > -5\}_{\mathbb{R}}$$

څلورم -

$$\text{الف - } [2; 3, 5] \cup [3; 7] \quad \text{ب - } [3; 7] \quad \text{پ - } [-10; 3[\quad \text{ت - }]1, 5; 3[$$

پنځم -

$$\text{الف - } \mathbb{R} \setminus [0; 1] \quad \text{ب - } \mathbb{R} \setminus \{-2; 0\}$$

۳ . ۱ - الجبري کلمی

جمعہ (زیاتون) : a او b $a+b$ تفریق (کمون) a او b $a-b$

ضرب (خل) : $3x = x+x+x$ توان (پوتنخ یا طاقت) $x^3 = x.x.x$

وېش (مات یا کسر) : $\frac{a}{b}$ $b \neq 0$ a صورت b مخرج

$\frac{1}{a}$ $a \neq 0$ a د په خت ازبست یا معکوس

د زیاتون (جمعې) او کمون (تفریق) سره شمیرنه

$\begin{aligned} 1. \quad & 32x + 12y - 4x - 5y - 14x + 2y \\ & = 32x - 4x - 14x + 12y - 5y + 2y \\ & = \underline{\underline{14x + 9y}} \end{aligned}$	لومړی: برابردولیز زیاتوني (زیاته ووني) یا زیاتېدوني (د جمعې برخې یا اجزا) سره یوځای راتولیري.

2. $3a + (4a - 2b) - 8(b - a)$ $= 3a + 4a - 2b - 8b + 8a$ $= \underline{\underline{15a - 10b}}$ 3. $3(2x - 4y) - 4(3 - 4x - 2y)$ $= 6x - 12y - 12 + 16x + 8y$ $= \underline{\underline{22x - 4y - 12}}$ 4. $8xy \cdot (-3x) = 8 \cdot (-3) \cdot x \cdot x \cdot y$ $= \underline{\underline{-24x^2y}}$ 5. $9a - [5a - (b - 8a)] = 9a - [5a - b + 8a]$ $= 9a - 5a + b - 8a = \underline{\underline{-4a + b}}$	دويم: د نوکانو يا قوسونو له مخه مخنځينه دي په پام کې وى. درېم: د زياتون (جمعې) هر غړى د ضريب (ځله ووني) سره ضربيري څلورم: دضريبونو (ځله وونو) ځايونه سره بدليدلای شي پنځم: قوسونه له دننه دباندې لور ته حل يا له منځه وړل کيږي

د کسرونو(ماتونو) سره شميرنه

برابرنوميز يا د برابر مخرج کسرونو جمعه داسې ده چې مخرج ساتلی
پاتيري او صورتونه سره جمعه کيږي.

$$\frac{x}{3} - \frac{2x}{3} = \frac{x-2x}{3} = \underline{\underline{-\frac{x}{3}}} \quad \text{ب} \quad \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{3+4}{5} = \underline{\underline{\frac{7}{5}}} \quad \text{الف}$$

نا برابرنامیز یا د مختلفو مخرجونو سره نه برابرنامیز په برار مخرج (ماتلاندې) کیري اوبیا سره جمعه کیري

$$\frac{x}{4} + \frac{3x}{2} = \frac{x}{4} + \frac{6x}{4} = \frac{7x}{4} = \underline{\underline{\frac{7}{4}x}} \quad \text{ب} \quad \frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{5}{10} + \frac{6}{10} = \underline{\underline{\frac{11}{10}}} \quad \text{الف}$$

کسرونه سره ضربیري، داسې چې صورت د صورت او مخرج د مخرج سره ضرب شي:

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{x}{5} = \frac{3 \cdot x}{4 \cdot 5} = \frac{3x}{20} = \underline{\underline{\frac{3}{20}x}} \quad \text{ب} \quad \frac{4}{7} \cdot 3 = \frac{4 \cdot 3}{7 \cdot 1} = \frac{4 \cdot 3}{7 \cdot 1} = \underline{\underline{\frac{12}{7}}} \quad \text{الف}$$

$$\frac{x}{2} \cdot \frac{x}{12} = \frac{x^2}{36} \quad \text{ت} \quad \frac{1}{2}x = \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{1} = \underline{\underline{\frac{x}{2}}} \quad \text{پ}$$

کسرونه ویشل کیري، داسې چې د په خټ یا معکوس ارزښت سره ضرب کړی شي

$\frac{3}{8} \cdot \frac{9}{4} = \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{9} = \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{9} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \underline{\underline{\frac{1}{6}}}$	$\frac{3a}{8b} = \frac{3a}{8b} \cdot \frac{9c}{2b} = \frac{3a \cdot 2b}{8b \cdot 9c} = \frac{a}{4 \cdot 3c} = \underline{\underline{\frac{a}{12c}}}$

کسرویشني ته یوڅو بیلگي

$$1. \quad \text{a) } \frac{2}{5} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \underline{\underline{\frac{2}{15}}} \quad \text{b) } \frac{3}{7} = \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{t} = \underline{\underline{\frac{3}{7t}}} \quad \text{c) } \frac{1}{3} = \frac{8}{\underline{\underline{8}}}$$

$$2. \quad a) \quad \frac{1}{\frac{t}{4}} = \frac{4}{t} \quad b) \quad \frac{1}{\frac{t}{2}+1} = \frac{1}{\frac{t+2}{2}} = \frac{2}{t+2} \quad c) \quad \frac{-1+8t}{8} = \underline{\underline{-\frac{1}{8}+t}}$$

$$3. \quad a) \quad \frac{-4}{2} = -\frac{4}{2} = \frac{4}{-2} = \underline{\underline{-2}} \quad b) \quad \frac{-x}{-a} = \underline{\underline{\frac{x}{a}}}$$

پام: $\frac{0}{3} = 0$ مگر $\frac{3}{0}$ تعريف نه دی

اووښتونې يا متحولې او ترمونه

متحولې:

په شميرپوهنه يا رياضيات کې توري (لاتين) چې د اعدادو لپاره ځا په ځاى شوي يا د اعدادو ځاى نيوونکي متحولې يا اووښتونې بللکيږي.

دا چې د دې عددونو پاره په مختلفو حالتونو کې مختلف اعداد ځا ځاى کولى شي، نو متحولې تغيرخوړونکې هم بلل کيږي.

ترمونه:

افادې چې په هغو کې متحولې او يا عددونه د شميرنڅښو سره تړل کيږي، و ترمونه بلل کيږي.

د يو ترم ارزښت داسې لاس ته راځي، چې د هرې متحولې لپاره يو عدد کيښوول شي.

بیلگه:

ترم: $x+5$ متحوله: x د بیلگي په توگه د $x=2$ لپاره د ترم ارزښت: $x+5=2+5=7$ ترم: $x.(x+y)$ اووښتوني: x,y د بیلگي په توگه د $x=5$ او $y=1$ سره د ترم ارزښت: $x.(x+y)=5.(5+1)=5.6=30$

د نوکانو وتلو له لارې د ترمونو ساده کونه.

سړی ټولې زیاتیدونې یا د جمعي اعضاوي په ضریبونو (خله وونو) ټوټه یا تجزیه کوي.

بیا هغه خورا لوي گډ ضریب (گډ څلوونۍ) له نوکانو وځي:

بیلگه:

$$27x - 27 = \underline{27x - 27 \cdot 1 = 27(x - 1)} \qquad 8x + 24 = \underline{8x + 8 \cdot 3 = 8(x + 3)}$$

$$\underline{15x + 9y - 21 = 3 \cdot 5x + 3 \cdot 3y - 3 \cdot 7 = 3(5x + 3y - 7)}$$

د ضربولو له لارې یې ازمایښت:

$$3(5x + 3y - 7) = 15x + 9y - 21$$

که کمیز یا منفي ضريب له نوکانو ووځي، نو د مخنځېني قانون دې په پام کې ونيول شي.

بيلگه:

$$a) \quad -\frac{3}{4}x^2 + \frac{5}{8}x - 3 = -\frac{6}{8}x^2 + \frac{5}{8}x - \frac{24}{8} = \underline{\underline{-\frac{1}{8}(6x^2 - 5x + 24)}}$$

$$b) \quad -\frac{3}{5} - x + \frac{8}{5}y = -\frac{3}{5} - \frac{5}{5}x + \frac{8}{5}y = \underline{\underline{-\frac{1}{5}(3 + 5x - 8y)}}$$

د نوکانو څخه وتننه د زیاتون یا جمعي څخه ضرب جوړوي، دا مخته تلنه یا عملیه ضریبونه هم بلل کيږي

بيلگه:

$$1.) \quad ab + ac + mb + mc = a(b+c) + m(b+c) = \underline{\underline{(b+c)(a+m)}}$$

$$\begin{aligned} 2.) \quad & -6am + 12an - 2ap + 3bm - 6bn + bp \\ & = -2a(3m - 6n + p) + b(3m - 6n + p) \\ & = \underline{\underline{(3m - 6n + p)(b - 2a)}} \end{aligned}$$

د زیاتیدونو یا د جمعي اعضاوو ضرب

سره ضربونه بلکيږي، داسې چې د یوې جمعي یا زیاتون هر زیاتیدونۍ یا د جمعي غړی د بلې جمعي د هر غړي سره ضربیږي.

$$(x-2)(x-5) = x^2 - 5x - 2x + 10 = \underline{\underline{x^2 - 7x + 10}}$$

بیلگه:

$$1.) (2x - 3)(1 - tx) = 2x - 2tx^2 - 3 + 3tx = \underline{-2tx^2 + 3tx + 2x - 3}$$

$$2.) (x - 2)(x - 3)(2x + 1) = (x^2 - 5x + 6)(2x + 1) \\ = 2x^3 + x^2 - 10x^2 - 5x + 12x + 6 = \underline{2x^3 - 9x^2 + 7x + 6}$$

د بینوم فرمولونه:

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	د بینوم لومړی فرمول:
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	
$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$	د بینوم دویم فرمول:
	د بینم دریم فرمول:

بیلگه:

$$1.) (2x + 1)^2 = 4x^2 + 2 \cdot 2x \cdot 1 + 1 = \underline{4x^2 + 4x + 1}$$

$$2.) \left(\frac{1}{2}x - 3\right)^2 = \frac{1}{4}x^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3x + 9 = \underline{\frac{1}{4}x^2 - 3x + 9}$$

$$3.) \left(u - \frac{1}{2}v\right)\left(u + \frac{1}{2}v\right) = \underline{u^2 - \frac{1}{4}v^2}$$

د کسرونو ترمونه:

لومړۍ: دا لاندې ترم لرو:

$$\frac{3x-3}{2(1-x)}$$

د کوم x -ارزښت لپاره ترم تعریف دی؟

حل یا اوبی:

په پام کې ولری: په صفر وېشنه اجازه نه شته.

ترم د ټولو اعدادو لپاره تعریف دی پرته $x=1$ څخه.

نو د دې ترم لپاره تعریفېږي Y یا $-$ سټ ده: $D=R \setminus \{1\}$

د ترم بڼه د $x \neq 1$ لپاره بدلیږي:

$$\frac{3x-3}{2(1-x)} = \frac{3(x-1)}{2(1-x)} = \frac{3(x-1)}{-2(x-1)} = \underline{\underline{-\frac{3}{2}}}$$

دویم: د تعریف سټ (بیژندېږي) D وټاکئ

$$\text{او دا ترم ساده کړئ} \quad \frac{x^2+4x+4}{x^2-4}$$

حل: لومړی کسر د ضربیوني په ډول ولیکئ: $x^2-4=(x+2)(x-2)$

د $x=2$ یا $x=-2$ لپاره به مخرج صفر شي.

له دې لاس ته راځي: $D=R \setminus \{2, -2\}$

$$\frac{x^2+4x+4}{x^2-4} = \frac{(x+2)^2}{(x+2)(x-2)} = \frac{(x+2)}{(x-2)}$$

دریم:

$$\frac{x-2}{x-3} - \frac{x+2}{2x-6} \quad D \text{ وټائی او ساده کړی:}$$

دواړه کسرونه صفر کوي. له دې لاس ته راځي: $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$

$$\frac{x-2}{x-3} - \frac{x+2}{2x-6} = \frac{x-2}{x-3} - \frac{x+2}{2(x-3)} = \frac{2(x-2) - (x+2)}{2(x-3)} = \frac{x-6}{2x-6}$$

څلورم:

$$\frac{2x-4}{x} - \frac{8x}{4x-8} \quad D \text{ وټاکئ او ساده کړی:}$$

صفر ځایونه دي: $x=0 \vee x=2 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$

$$\begin{aligned} \frac{2x-4}{x} - \frac{8x}{4x-8} &= \frac{2x-4}{x} - \frac{8x}{4(x-2)} = \frac{4(x-2)(2x-4) - 8x^2}{4x(x-2)} \\ &= \frac{8x^2 - 16x - 16x + 32 - 8x^2}{4x(x-2)} = \frac{-32x + 32}{4x(x-2)} = \frac{-32(x-1)}{4x(x-2)} = \frac{-8(x-1)}{x(x-2)} \end{aligned}$$

1.4-توان، رېښه(جذر) او د هغوي د شميرنې قوانين

1.4.1-د توان کلمه

پيژند(تعريف) :

توان د برابر و ضربونو (بنسټونو) ضرب دی، چې جگړې يا اکسپوننت د ضربونو گڼون يا تعداد ورکوي. يادونه(ژباړه): موږ به په خپلو ليکنو کې د جگړې يا اکسپوننت وليکو، بل ډول ليکنه مو د ناتيکاوې سره مخامخ کوي.

د $x=4/3$ لپاره ازمايښت

$$90 \cdot 3^{3x-2} - 9^{3x-2} - 729 = 0$$

$$\Leftrightarrow 90 \cdot 3^{3 \cdot \frac{4}{3} - 2} - 9^{3 \cdot \frac{4}{3} - 2} - 729 = 0$$

$$\Leftrightarrow 90 \cdot 3^2 - 9^2 - 729 = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 = 0 \quad (w)$$

4. 1-توان، ریشه او د هغوي ... ۱۷۳

$a^n := \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n\text{-mal}} = c$ $a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}^*, c \in \mathbb{R}$	$a \triangleq$ $n \triangleq$ $c \triangleq$	بنسټ جگعدد یا اکسپوننت توان ارزښت

بیلګې:

الف - $a^3 = a \cdot a \cdot a$ ب $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ پ $x^4 = x \cdot x \cdot x \cdot x$

ت - $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$ ټ - $(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$

ث - $-3^2 = -3 \cdot 3 = -9$

2-4-1-د توان قوانین

د توان زیاتون او کمون (جمع او تفریق):

توانونه د برابر بنسټ او د برابر جگ عدد سره کیدی شي سره زیات یا سره کم شي یعنې جمع او افریق شي.

بیلګې:

الف- $3x^4 - 5x^2 + 6x^4 + 3x^2 = 9x^4 - 2x^2$

ب- $-x^2 - 2(x^4 + x^2) + 2 = -2x^4 - 3x^2 + 2$

د توانونو ضرب د برابر بنسټ سره

د برابر بنسټ سره توانونه سره ضربیږي، داسې چې جگځونه یا —عدونه یې سره زیات یا جمع شي.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad a \in \mathbb{R} \quad m, n \in \mathbb{N}^*$$

بیلګې:

الف - $4^2 \cdot 4^3 = 4^{2+3} = 4^5$ - ب. $e^3 \cdot e^x = e^{3+x} = e^{x+3}$

پ - $-u^2 \cdot u^3 = -u^{2+3} = -u^5$

په پام کې ولرئ:

$(-a)^n = \begin{cases} a^n \\ -a^n \end{cases}$	که n جوړه وي	$(-2)^4 = 2^4 = 16$
	که n ناجوړه وي	$(-2)^3 = -2^3 = -8$

د توانونو وېش د برابر بنسټ سره

توانونه د برابر جگعدد سره وېشل کېږي، داسې چې سړی د صورت جگعدد څخه د مخرح جگعدد کم کړي او بنسټ ساتلی پاتېږي.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad a \in \mathbb{R}^* \quad m, n \in \mathbb{N}^* \wedge m > n$$

دا جمله ټیک هلته باور لري، چې $m > n$ وي.

موږ له دې امله د $m = n$ او $m < n$ حالت څیړو

1.4-توان، رېښه او د هغوي ... ۱۷۵

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{a^m}{a^m} = a^{m-m} = a^0 \Rightarrow a^0 := 1 \quad \text{که } m = n \text{ وي:}$$

د برابر توان د وېش څخه جگعدد یا امسپوننت صفر 0 راځي.

د برابر عددونو وېش څخه 1 لاس ته راځي.

له دې امله موخه ور دی، چې $a^0 = 1$ تعریف کړو.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (m-n) \in \mathbb{Z}_- \quad \text{که } m < n \text{ وي:}$$

که په صورت کې جگعدد د مخرج د جگگن یا جگ عدد څخه کوچنی وي، نو د وېش د قانون د استعمال سره سم یو کمیز یا منفي جگ عدد لاس ته راځي.

د دې لپاره چې د قاعدې ټولیز باوروالی لاس ته راوړو، باید د توان کلیمې تعریف و غزو او د توان د کمیز یا منفي جگ عدد سره موخه ور مخ ته بوزو.

که په صورت کې توان مخرج ته راوړو او یا په څنټ، نو د جگگن یا اکسپوننت مخخښه بدلیري..

$$a^n = \frac{1}{a^{-n}} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

تعریف:

1. د غزېدلي توان تعریف:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n\text{-mal}} \quad \wedge \quad a^0 = 1 \quad \wedge \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \wedge \quad a^n = \frac{1}{a^{-n}}$$

$$a \in \mathbb{R}^* \quad n \in \mathbb{Z} \quad a^n \in \mathbb{R}$$

په پورته کې n -mal د n -ځله په معنا دی.

د دې تعريف د مرستې سره د ضرب او وېش قوانين بې بنديزه باور لري.

بيلگي:

$$\frac{a^5}{a^3} = a^{5-3} = a^2 \quad \text{الف -} \quad \frac{x^7}{x^7} = x^{7-7} = x^0 = 1 \quad \text{ب -}$$

$$\frac{x^{n-1}}{x^n} = x^{n-1-n} = x^{-1} = \frac{1}{x} \quad \text{ت -} \quad \frac{e^5}{e^7} = e^{5-7} = e^{-2} = \frac{1}{e^2} \quad \text{پ -}$$

د توانونو ضرب د نابرابر بنسټ مگر د برابر جگعدد يا اکسپوننت سره.

توانونه د نابرابر بنسټ مگر د برابر اکسپوننت سره ضربيري، داسي چي د هغوی بنسټونه سره ضرب کړي او اکسپوننت وساتي.

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n \quad a, b \in \mathbb{R} \quad n \in \mathbb{N}^*$$

بيلگي:

$$12^3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \left(12 \cdot \frac{1}{4}\right)^3 = 3^3 = 27 \quad \text{الف -}$$

$$(x+1)^2 (x-1)^2 = [(x+1)(x-1)]^2 = (x^2-1)^2 \quad \text{ب -}$$

وېش د نابرابر بنسټ مگر د برابر اکسپوننت سره

1.4 -توان، ریښه او د هغوي ... ۱۷۷

د نابرابر بنسټ مگر د برابر اکسپوننت سره وېشنه کيږي، داسې چې د هغو بنسټونه و وېشل شي او اکسپوننت همغه یا ساتلی پاتې شي.

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \quad b \in \mathbb{R}^* \quad n \in \mathbb{N}^*$$

بیلگې:

$$\frac{25^3}{5^3} = \left(\frac{25}{5}\right)^3 = 5^3 = 125 \quad \text{الف -}$$

$$\frac{(u^2 - 1)^2}{(u + 1)^2} = \left[\frac{(u^2 - 1)}{u + 1}\right]^2 = \left[\frac{(u - 1)(u + 1)}{(u + 1)}\right]^2 = (u - 1)^2 \quad \text{ب -}$$

د توانونو په توانونه

توانونه په توانيږي، که د هغوي اکسپوننتونه سره ضرب شي.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

بیلگې:

$$(4^3)^2 = 4^{3 \cdot 2} = 4^6 \quad \text{الف -} \quad (x^{n-2})^3 = x^{(n-2) \cdot 3} = x^{3n-6} \quad \text{ب -}$$

د توان ریښه نیونه

د توانونو رېښه داسې نیول کيږي، چې توان اکسپوننت د رېښې اکسپوننت باندې و وېشل شي او بنسټ ساتلی پاتې شي،

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \text{د } a \in \mathbb{R}^+ \text{ او } m \in \mathbb{Z}; n \in \mathbb{N}^+ \text{ لپاره}$$

له دې سره کیدی شي ټولې رېښې د راشنل گڼونو د اکسپوننت په ډول ولیکل شي. دا د رېښې سره شمېرنه ساده کوي، ځکه چې سړی په معلومو توان قواعدو تکیه کولی شي.

بیلگې

$$\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9} = 3^{\frac{1}{3}} \cdot 9^{\frac{1}{3}} = 27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3 \quad \text{الف -}$$

$$\sqrt[4]{x^{6n+2}} \cdot x^{-n} = x^{\frac{6n+2}{4}} \cdot x^{-n} = x^{\frac{n+1}{2}} = \sqrt{x^{n+1}} \quad \text{ب -}$$

د توان قوانینو ټولگه

ضرب او وېش

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a \in \mathbb{R} \quad m, n \in \mathbb{Q}$$

د برابر بنسټ

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$a \in \mathbb{R}^+ \quad m, n \in \mathbb{Q}$$

سره

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$a, b \in \mathbb{R} \quad n \in \mathbb{Q}$$

د برابر جگعدد

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b} \right)^n$$

$$a, b \in \mathbb{R}^+ \quad n \in \mathbb{Q}$$

سره

د توان په

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$a \in \mathbb{R} \quad m, n \in \mathbb{Q}$$

توانونه

1.4 - توان، رېښه او د هغوي ... ۱۷۹

$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ $a \in \mathbb{R}_+^* \quad m \in \mathbb{Z} \quad n \in \mathbb{N}^*$ $a^0 = 1 \quad \frac{1}{a^n} = a^{-n} \quad a \in \mathbb{R}^* \quad n \in \mathbb{Q}$	د توانونو رېښه نښونه دا د توان قانون څخه

۴ . ۲ - د رېښې سره د شمېرنې ډول يا تپ او چلول

ضريب له رېښې و باسې

بيلگې:

$$\sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3} \quad \text{الف.}$$

$$\frac{\sqrt{28}}{2} = \frac{\sqrt{4 \cdot 7}}{2} = \frac{2\sqrt{7}}{2} = \sqrt{7} \quad \text{ب.}$$

ماتلاندي يا مخرج له صفر ازاد کړی

بيلگې:

۱۸۰ 1.4-توان، ریشه او د هغوي ...

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}\sqrt{3} \quad \text{الف-}$$

$$\frac{-2}{\sqrt{2}-2} = \frac{-2(\sqrt{2}+2)}{(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+2)} = \frac{-2(\sqrt{2}+2)}{2-4} = \sqrt{2}+2 \quad \text{ب -}$$

پوښتنې

توان I

توان ساده کړی

لومړی -

پرتله کړی:

$$(-3)^2 ; (-3)^3 ; (-3)^4 ; \left(\frac{1}{3}\right)^3 ; \left(-\frac{1}{3}\right)^2 ; -3^3 ;$$

$$-3^2 ; -(-3)^3$$

دویم - ساده کړی

1.4 -توان، ريڻه او د هغوي ... ۱۸۱

الف - $3x^4 - x^4 - x^3(x+2)$ ب - $-12a^2 + 3a(a+1)$

پ - $ax^n + 4x^n$ ت - $(1-u)^2 - \frac{1}{2}(1-u)^2$

ټ - $a(x+u)^k - b(x+u)^k$ ټ - $ux^3 - 3x^2 + 2ux^3 - 4x^2$

درېم - ساده کړی

الف - $3a^k \cdot a^{k-1} \cdot a$ ب - $\left(\frac{x}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{x}{3}\right)^2$ پ - $u^3 \cdot u^4 - u^5 \cdot (u^2 + 1)$

ت - $x^2 \cdot x^3 \cdot x^4$ ټ - $a \cdot b^k \cdot a^{2n} \cdot b^{k-3}$ ټ - $u^2 \cdot x^2 \cdot u^n \cdot x^{n-1}$

ج - $b^n \cdot b^{2n+1}$ ټ - $(x-2)^n \cdot (x-2)^{1-n}$ ټ - $(x+1)^{n-1} \cdot (x+1)^{n+1}$

څلورم - ساده کړی

الف - $0,3^6 \cdot \left(\frac{10}{3}\right)^6$ ب - $2^x \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^x \cdot 5$ پ - $2^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4$

ت - $\left(\frac{x}{4}\right)^4 \cdot 4^6$ ټ - $(x-3)^n \cdot (x+3)^n$ ټ - $2^n \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^n \cdot x$

ج - $9 \cdot 3^{n+1}$ ټ - $(a-b)^9 \cdot (a-b)$ ټ - $\left(\frac{a-b}{c}\right)^{2k} \cdot \left(\frac{c}{b-a}\right)^{2k}$

پنځم - د حالت د توپیر په مرستې سره یې ساده کړی.

$$\text{الف - } (a-b)^n + (b-a)^n - (x-2)^n + (2x-4)^n - (2-x)^n$$

شپږم- لاندې غوښتنې و ازمايی.

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 \quad \text{د ټولو } a, b \in \mathbb{R} \text{ لپاره}$$

خپل ځواب مدلل کړی.

عدونه a او b ورکړی، داسې چې یوه ریښتیا وینا منځ ته راشي.

$a^3 + b^3 = (a+b)^3$	کوم شرایط باید a او b پوره کړي، چې باور ولري:

اتم –

داسې یو په بل پسې a, b او c طبیعي اعداد شته، چې دا $a^2 + b^2 = c^2$ مساوات پوره کړي؟

که هو نو یوه بیلگه یې ورکړی.

نهم – د یوه ښار نفوس په کال کې 1,5% زیاتیري. د 2020 کال پورې نفوس څومره زیاتیري، که نننۍ گڼون یا تعداد 45,6 (2003) میلیونه وي.

ځوابونه

I پوښتنې

نتیجې او مفصل ځوابونه

دپوښتنې قوانین

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

نتیجی

لومړۍ -

$$(-3)^2 = 9 \quad ; \quad (-3)^3 = -27 \quad ; \quad (-3)^4 = 81 \quad ; \quad \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27} ;$$

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \quad ; \quad -3^3 = -27 \quad ; \quad -3^2 = -9 \quad ; \quad -(-3)^3 = 27$$

دویم -

الف - $3x^4 - x^4 - x^3(x+2) = x^4 - 2x^3$ ب -

$$-12a^2 + 3a(a+1) = -9a^2 + 3a$$

پ - $ax^n + 4x^n = (a+4)x^n$ ت - $(1-u)^2 - \frac{1}{2}(1-u)^2 = \frac{1}{2}(1-u)^2$

ټ - $a(x+u)^k - b(x+u)^k = (a-b)(x+u)^k$

ث - $ux^3 - 3x^2 + 2ux^3 - 4x^2 = 3ux^3 - 7x^2$

دریم -

الف - $3a^k \cdot a^{k-1} \cdot a = 3a^{2k}$ ب - $\left(\frac{x}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{x}{3}\right)^2 = \left(\frac{x}{3}\right)^6$

پ - $u^3 \cdot u^4 - u^5 \cdot (u^2 + 1) = -u^5$ ت - $x^2 \cdot x^3 \cdot x^4 = x^9$

ټ - $a \cdot b^k \cdot a^{2n} \cdot b^{k-3} = a^{2n+1} \cdot b^{2k-3}$ ث -

$$u^2 \cdot x^2 \cdot u^n \cdot x^{n-1} = u^{n+2} \cdot x^{n+1}$$

ج - $b^n \cdot b^{2n+1} = b^{3n+1}$ چ - $(x-2)^n \cdot (x-2)^{1-n} = x-2$

خ - $(x+1)^{n-1} \cdot (x+1)^{n+1} = (x+1)^{2n}$

څلورم -

$$\text{الف - } 0,3^6 \cdot \left(\frac{10}{3}\right)^6 = 1 \quad \text{ب - } 2^x \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^x \cdot 5 = 5^{x+1} \quad \text{پ - } 2^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 2$$

$$\text{ت - } \left(\frac{x}{4}\right)^4 \cdot 4^6 = 16x^4 \quad \text{ټ - } (x-3)^n \cdot (x+3)^n = (x^2-9)^n$$

$$\text{ث - } 2^n \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^n \cdot x = x^{n+1} \quad \text{ج - } 9 \cdot 3^{n+1} = 3^{n+3}$$

$$\text{چ - } (a-b)^9 \cdot (a-b) = (a-b)^{10} \quad \text{ځ - } \left(\frac{a-b}{c}\right)^{2k} \cdot \left(\frac{c}{b-a}\right)^{2k} = 1$$

پنځم -
الف -

$$\text{ب - } (2x-4)^n \text{ که } n \text{ جوړه وي} \quad \text{د ناچوړه } n \text{ ناچوړه يا طاق وي} \quad \text{لیاره}$$

شپږم -

غوښتنه (ثبوت) ناتیګ ده، د بېلګې په توګه

$$a=1; b=1; 1+1 \neq (1+1)^2$$

یوه ریښتوني وینا د $a=0 \vee b=0$ لپاره لاس ته راوړو

اوم -

شرایط $a = -b$ یا $b = -a$ ، ځکه چې

$$\underbrace{(-b)^3}_{-b^3} + b^3 = (-b+b)^3 = 0^3$$

$$\text{اتم - } 3^2 + 4^2 = 5^2 \quad \text{für } a=3, b=4, c=5$$

نهم -

$$n=17 \quad q=1+\frac{1,5}{100}=1,015$$

$$Z = Z_0 \cdot q^n = 45,6 \text{ Mio} \cdot 1,015^{17} \approx 58,7 \text{ Mio} \Rightarrow \Delta Z \approx 13,1 \text{ Mio}$$

مفصل حلونه

لومړۍ-

$$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = \underline{\underline{9}} \quad (-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = \underline{\underline{-27}}$$

$$(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = \underline{\underline{81}}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{27} \quad \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{9}$$

$$-3^3 = -3 \cdot 3 \cdot 3 = \underline{\underline{-27}} \quad -3^2 = -3 \cdot 3 = \underline{\underline{-9}}$$

$$-(-3)^3 = -(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -(-27) = \underline{\underline{27}}$$

دویم-

$$\begin{aligned} & -12a^2 + 3a(a+1) & 3x^4 - x^4 - x^3(x+2) \\ = & -12a^2 + 3a^2 + 3a & = 3x^4 - x^4 - x^4 - 2x^3 \\ = & \underline{\underline{-9a^2 + 3a}} & \text{الف -} \quad \underline{\underline{= x^4 - 2x^3}} \quad \text{ب -} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (1-u)^2 - \frac{1}{3}(1-u)^2 \\ = & \underline{\underline{\frac{1}{2}(1-u)^2}} & \text{پ -} \quad \underline{\underline{= (a+4)x^n}} \quad \text{ت -} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & ux^3 - 3x^2 + 2ux^3 - 4x^2 & a(x+u)^k - b(x+u)^k \\ = & \underline{\underline{3ux^3 - 7x^2}} & \text{ت -} \quad \underline{\underline{= (a-b)(x+u)^k}} \quad \text{ث -} \\ & & \text{دریم-} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{x}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{x}{3}\right)^2 = \left(\frac{x}{3}\right)^{4+2} = \left(\frac{x}{3}\right)^6 \quad \text{الف - } 3a^k \cdot a^{k-1} \cdot a = 3a^{k+k-1+1} = \underline{\underline{3a^{2k}}} \quad \text{ب -}$$

$$x^2 \cdot x^3 \cdot x^4 = x^{2+3+4} = \underline{\underline{x^9}} \quad \text{پ - } u^3 \cdot u^4 - u^5(u^2 + 1) = u^7 - u^7 - u^5 = \underline{\underline{-u^5}} \quad \text{ت -}$$

ب -

$$a \cdot b^k \cdot a^{2n} \cdot b^{k-3} = a \cdot a^{2n} \cdot b^k \cdot b^{k-3} = a^{1+2n} \cdot b^{k+k-3} = \underline{\underline{a^{2n+1} \cdot b^{2k-3}}}$$

$$u^2 \cdot x^2 \cdot u^n \cdot x^{n-1} = u^2 \cdot u^n \cdot x^2 \cdot x^{n-1} = u^{2+n} \cdot x^{2+n+1} = \underline{\underline{u^{2+n} \cdot x^{n+1}}} \quad \text{ث -}$$

$$b^n \cdot b^{2n+1} = b^{n+2n+1} = \underline{\underline{b^{3n+1}}} \quad \text{ج -}$$

$$(x-2)^n \cdot (x-2)^{1-n} = (x-2)^{n+1-n} = (x-2)^1 = \underline{\underline{x-2}} \quad \text{چ -}$$

$$(x+1)^{n-1} \cdot (x+1)^{n+1} = (x+1)^{n-1+n+1} = \underline{\underline{(x+1)^{2n}}} \quad \text{خ -}$$

څلورم-

$$0,3^6 \cdot \left(\frac{10}{3}\right)^6 = \left(\frac{3}{10}\right)^6 \cdot \left(\frac{10}{3}\right)^6 = \left(\frac{\cancel{3}}{\cancel{10}} \cdot \frac{\cancel{10}}{\cancel{3}}\right)^6 = 1^6 = \underline{\underline{1}} \quad \text{الف -}$$

$$2^x \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^x \cdot 5 = \left(\cancel{2} \cdot \frac{5}{\cancel{2}}\right)^x \cdot 5 = 5^x \cdot 5 = \underline{\underline{5^{x+1}}} \quad \text{ب -}$$

$$2^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 2 \cdot 2^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 2 \cdot \left(\cancel{2} \cdot \frac{1}{\cancel{2}}\right)^4 = 2 \cdot 1^4 = \underline{\underline{2}} \quad \text{پ -}$$

1.4-توان، ريڻه او د هغوي ... ۱۸۷

$$\left(\frac{x}{4}\right)^4 \cdot 4^6 = \left(\frac{x}{4}\right)^4 \cdot 4^4 \cdot 4^2 = \left(\frac{x}{\cancel{4}} \cdot \cancel{4}\right)^4 \cdot 4^2 = x^4 \cdot 4^2 = \underline{\underline{16x^4}} \quad \text{ت -}$$

$$(x-3)^n \cdot (x+3)^n = [(x-3)(x+3)]^n = \underline{\underline{(x^2-9)^n}} \quad \text{ټ -}$$

$$2^n \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^n \cdot x = \left(\cancel{2} \cdot \frac{x}{\cancel{2}}\right)^n \cdot x = x^n \cdot x = \underline{\underline{x^{n+1}}} \quad \text{ث -}$$

$$9 \cdot 3^{n+1} = 3^2 \cdot 3^{n+1} = 3^{2+n+1} = \underline{\underline{3^{n+3}}} \quad \text{ج -}$$

$$(a-b)^9 (a-b) = (a-b)^{9+1} = \underline{\underline{(a-b)^{10}}} \quad \text{چ -}$$

څ -

$$\left(\frac{a-b}{c}\right)^{2k} \cdot \left(\frac{c}{b-a}\right)^{2k} = \left(\frac{a-b}{c} \cdot \frac{c}{b-a}\right)^{2k} = \left(\frac{\cancel{a-b}}{\cancel{c}} \cdot \frac{\cancel{c}}{-(\cancel{a-b})}\right)^{2k} = (-1)^{2k} = \underline{\underline{1}}$$

که $k \in \mathbb{Z}$ وي.

پنځم - الف -

$$(a-b)^n + (b-a)^n = (a-b)^n + [(-1)(a-b)]^n = (a-b)^n + (-1)^n (a-b)^n$$

که n جوړه وي $(a-b)^n + \underbrace{(-1)^n}_1 (a-b)^n$ $= (a-b)^n + (a-b)^n = \underline{\underline{2(a-b)^n}}$	که n ناحوره وي $(a-b)^n + \underbrace{(-1)^n}_{-1} (a-b)^n$ $= (a-b)^n - (a-b)^n = \underline{\underline{0}}$

ب-.

که n ناخوږه وي که n جوړه وي

$$\begin{aligned}
 & (x-2)^n + (2x-4)^n - (2-x)^n \\
 &= (x-2)^n + [2 \cdot (x-2)]^n - [(-1)(x-2)]^n \\
 &= (x-2)^n + 2^n (x-2)^n - (-1)^n (x-2)^n \\
 &= [1 + 2^n - (-1)^n] (x-2)^n = [1 - (-1)^n + 2^n] (x-2)^n
 \end{aligned}$$

پ-.

که n ناخوږه بېيا طاق وي که n جوړه ياجفت وي

$ \begin{aligned} & \left[1 - \underbrace{(-1)^n}_{1} + 2^n \right] (x-2)^n \\ &= [1 - 1 + 2^n] (x-2)^n \\ &= 2^n (x-2)^n \\ &= [2(x-2)]^n = (2x-4)^n \\ &\Rightarrow (x-2)^n + (2x-4)^n - (2-x)^n \\ &= \underline{\underline{(2x-4)^n}} \end{aligned} $	$ \begin{aligned} & \left[1 - \underbrace{(-1)^n}_{-1} + 2^n \right] (x-2)^n \\ &= [1 - (-1) + 2^n] (x-2)^n \\ &= [1 + 1 + 2^n] (x-2)^n \\ &= (2 + 2^n) (x-2)^n \\ &\Rightarrow (x-2)^n + (2x-4)^n - (2-x)^n \\ &= \underline{\underline{(2 + 2^n) (x-2)^n}} \end{aligned} $

شپږم: که غوښتنه يا ثبوت د ټول $a, b \in \mathbb{R}$ لپاره باور ولري، بايد د $a=1$ او $b=1$ لپاره

$$\underbrace{1^2 + 1^2}_2 \neq \underbrace{(1+1)^2}_4$$

هم باور ولري:

دا په روښانه توگه دا حالت نه دی.

1.4-توان، ريښه او د هغوي ... ۱۸۹

غوښتنه د ټولو a, b لپاره باور نه لري.

مگر اعداد شته دی، هغه چې رښتیا وینا ته مو بیایي:

$$d \quad a=0 \text{ لپاره باور لري: } b^2=b^2 \Leftrightarrow (0+b)^2=0^2+b^2$$

$$d \quad b=0 \text{ لپاره باور لري: } a^2=a^2 \Leftrightarrow a^2+0^2=(a+)^2$$

اوم:

$$d \quad a \text{ او } b \text{ لپاره شرایط ږدو، له هغو سره باور لري: } a^3+b^3=(a+b)^3$$

$$\text{که } b=-a \text{ وي، نو باور لري:} \quad \text{که } a=-b \text{ وي، نو باور لري:}$$

$$\begin{array}{l|l} (-b)^3 + (b^3) = (-b+b)^3 & (a)^3 + (-a^3) = (a-a)^3 \\ \Leftrightarrow -b^3 + b^3 = 0^3 & \Leftrightarrow a^3 - a^3 = 0^3 \\ \Leftrightarrow 0 = 0 & \Leftrightarrow 0 = 0 \end{array}$$

اتم:

د سیستماتیک کتنې سره سری میندي یا پیدا کوي:

$$\begin{array}{lll} a^2 + b^2 & \boxed{?} & c^2 \\ a = 1; b = 2; c = 3 \Rightarrow & 1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5 & \neq 3^2 = 9 \\ a = 2; b = 3; c = 4 \Rightarrow & 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13 & \neq 4^2 = 16 \\ a = 3; b = 4; c = 5 \Rightarrow & 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 & = 5^2 = 25 \end{array}$$

نهم:

د 2020 پورې د کالونو گڼون یا تعداد: $n=17$

د 1,5% په سلو کې iv کال د اوسیدونکو زیاتوالی

۱۹۰ 1.4توان، رېښه او د هغوي ...

$$\Rightarrow q = 1 + \frac{1,5}{100} = 1,015$$

اکسپوننشل زیاتوالی: $Z = Z_0 \cdot q^n$

$$Z = Z_0 \cdot q^n = 45,6 \text{ Mio} \cdot 1,015^{17} \approx 58,7 \text{ Mio} \Rightarrow \Delta Z \approx 13,1 \text{ Mio}$$

پوښتنې

توان

توانونه وشمیرئ

لاندې توانونه وشمیرئ

لومړۍ:

الف - $(ab)^2$ - ب - $(ab)^2$ - پ - $(ac)^3$

ت - $(2cd)^3$ - ټ - $(-2ad)^3$ - ټ - $(-2bc)^3$

دویم:

الف - $(2ab \cdot 2cd)^2$ - ب - $[(ab)(-cd)]^3$ - پ - $(-ab)^{3xy}$

درېم:

1.4-توان، ریشه او د هغوي ... 191

الف - $[a \cdot (-b)]^5$ ب - $2a^3 + 3a^2 - a^2 + 4a^3 - 2a$

څلورم:

الف - $3 \cdot 4^3 - 4 \cdot 3^3 + 2 \cdot 2^2 - 2^3$ ب - $8x^4 - 7x^5 + 2x^4 - 3x^5$

پ - $5a^m - 2a^n - 3a^n + 4a^m$ ت - $7x^5 - 3y^5 + x^5 - 2y^5$

پنځم: الف - $a^8 \cdot a^2$ ب - $b^7 \cdot b^5$ پ - $x^9 \cdot x$ ت - $a^3 \cdot a^n$

ب - $a^n \cdot a$ ث - $b^{x-1} \cdot b^x$ ج - $x^3 \cdot x^{n-1}$ چ - $c^x \cdot c^{2x}$

شپږم: الف - $d^{x+1} \cdot d^{x-1}$ ب - $p^n \cdot p^{5-n}$ پ - $2a^5 \cdot 5a$ ت - $5b^7 \cdot 4b^2$

ب - $3x^2 \cdot 2x^3$ ث - $7v^{-3}8v^2$ ج - $a^2b \cdot ab^3$ چ - $b^3c \cdot 2c^4$

اوم:

الف - $2a^4y \cdot 4y^3$ ب - $\frac{1}{2}a^2 \cdot \frac{1}{3}a$ پ - $\frac{1}{6}c^3 \cdot \frac{3}{4}c^4$ ت -

$\frac{5}{8}ab^3 \cdot 1\frac{2}{3}a^4$

اتم:

الف - $1\frac{3}{4}x^4 \cdot 8xy^2$ ب - $b^{n-1} \cdot b^{n+1} \cdot b^{3-2n}$ پ - $c^{4x-5} \cdot c^{8-3x} \cdot c^{2x-3}$

ت - $128 \cdot 2^{n-7}$ ب - $243 \cdot 3^{n-5}$ ث - $256 \cdot 4^{x-4}$

نهم:

الف - $\frac{a^5b^7}{a^2b^4}$ ب - $\frac{3b^7}{5b^3}$ پ - $\frac{a^{n+1}}{a^n}$ ت - $\frac{c^{3+x}}{c^{3-x}}$

ب - $\frac{a^7}{a^3}$ ث - $\frac{a^3x^5}{ax^4}$ ج - $\frac{a^n}{a^{n-1}}$ چ - $\frac{c^{3x}}{c^{x-3}}$

لسم:

الف - $\frac{b^9}{b^5}$ ب - $\frac{a^7b^7}{a^5b^5}$ پ - $\frac{a^{n+1}}{a^{n-1}}$ ت - $\frac{x^{n-4}}{x^{n-5}}$

توان ||

نتیجې او مفصل حلونه

د تون قوانین

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

نتیجې

لومړی:

1.4-توان، ریشه او د هغوي ... 193

$$\text{الف - } -(ab)^2 = -a^2b^2 \text{ ب - } (ab)^2 = a^2b^2 \text{ پ - } -(ac)^3 = -a^3c^3$$

$$\text{ت - } (2cd)^3 = 8c^3d^3 \text{ پ - } -(-2ad)^3 = 8a^3d^3 \text{ ن - } (-2bc)^3 = -8b^3c^3$$

دویم:

$$\text{الف - } (2ab \cdot 2cd)^2 = 16a^2b^2c^2d^2 \text{ ب - } [(ab)(-cd)]^3 = -a^3b^3c^3d^3$$

$$\text{پ - } (-ab)^{3xy} = -a^{3xy}b^{3xy}$$

دریم:

$$\text{الف - } [a \cdot (-b)]^5 = -a^5b^5$$

$$\text{ب - } 2a^3 + 3a^2 - a^2 + 4a^3 - 2a = 6a^3 + 2a^2 - 2a$$

څلورم:

$$\text{الف - } 3 \cdot 4^3 - 4 \cdot 3^3 + 2 \cdot 2^2 - 2^3 = 84$$

$$\text{ب - } 8x^4 - 7x^5 + 2x^4 - 3x^5 = 10(x^4 - x^5)$$

$$\text{پ - } 7x^5 - 3y^5 + x^5 - 2y^5 = 8x^5 - 5y^5$$

$$\text{ت - } 5a^m - 2a^n - 3a^n + 4a^m = 9a^m - 5a^n$$

پنځم:

$$\text{الف - } a^8 \cdot a^2 = a^{10} \text{ ب - } b^7 \cdot b^5 = b^{12} \text{ پ - } x^9 \cdot x = x^{10} \text{ ت - } a^3 \cdot a^n = a^{3+n}$$

$$\text{پ. } a^n \cdot a = a^{n+1} \quad \text{ث. } b^{x-1} \cdot b^x = b^{2x-1} \quad \text{ج. } x^3 \cdot x^{n-1} = x^{n+2}$$

$$\text{چ. } c^x \cdot c^{2x} = c^{3x}$$

شپږم:

$$\text{الف. } d^{x+1} \cdot d^{x-1} = d^{2x} \quad \text{ب. } p^n \cdot p^{5-n} = p^5 \quad \text{پ. } 2a^5 \cdot 5a = 10a^6$$

$$\text{ت. } 5b^7 \cdot 4b^2 = 20b^9 \quad \text{پ. } 3x^2 \cdot 2x^3 = 6x^5 \quad \text{ث. } 7v^{-3}8v^2 = 56v^{-1}$$

$$\text{ج. } a^2b \cdot ab^3 = a^3b^4 \quad \text{چ. } b^3c \cdot 2c^4 = 2b^3c^5$$

اوم:

$$\text{الف. } 2a^4y \cdot 4y^3 = 8a^4y^4 \quad \text{ب. } \frac{1}{2}a^2 \cdot \frac{1}{3}a = \frac{1}{6}a^3$$

$$\text{پ. } \frac{1}{6}c^3 \cdot \frac{3}{4}c^4 = \frac{1}{8}c^7 \quad \text{ت. } \frac{5}{8}ab^3 \cdot 1\frac{2}{3}a^4 = \frac{25}{24}a^5b^3$$

اتم:

$$\text{الف. } 1\frac{3}{4}x^4 \cdot 8xy^2 = 14x^5y^2 \quad \text{ب. } b^{n-1} \cdot b^{n+1} \cdot b^{3-2n} = b^3$$

$$\text{پ. } c^{4x-5} \cdot c^{8-3x} \cdot c^{2x-3} = c^{3x}$$

$$\text{ت. } 128 \cdot 2^{n-7} = 2^n \quad \text{پ. } 243 \cdot 3^{n-5} = 3^n \quad \text{ث. } 256 \cdot 4^{x-4} = 4^x$$

نهم:

1.4-توان، ریشه او د هغوي ... 195

$$\frac{c^{3+x}}{c^{3-x}} = c^{2x} \quad \text{ت} - \quad \frac{a^{n+1}}{a^n} = a \quad \text{پ} - \quad \frac{3b^7}{5b^3} = \frac{3}{5}b^4 \quad \text{ب} - \quad \frac{a^5b^7}{a^2b^4} = a^3b^3 \quad \text{الف} -$$

$$\frac{c^{3x}}{c^{x-3}} = c^{2x+3} \quad \text{چ} - \quad \frac{a^n}{a^{n-1}} = a \quad \text{ج} - \quad \frac{a^3x^5}{ax^4} = a^2x \quad \text{ث} - \quad \frac{a^7}{a^3} = a^4 \quad \text{ت} -$$

لسم:

$$\frac{x^{n-4}}{x^{n-5}} = x \quad \text{ت} - \quad \frac{a^{n+1}}{a^{n-1}} = a^2 \quad \text{پ} - \quad \frac{a^7b^7}{a^5b^5} = a^2b^2 \quad \text{ب} - \quad \frac{b^9}{b^5} = b^4 \quad \text{الف} -$$

مفصل حلونه:

لومړی:

$$\begin{aligned} -(ab)^2 &= -(ab) \cdot (ab) \\ &= -(a \cdot a \cdot b \cdot b) \\ &= -(a^2b^2) \\ &= \underline{\underline{-a^2b^2}} \quad \text{الف} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ab)^2 &= (ab) \cdot (ab) \\ &= a \cdot a \cdot b \cdot b \\ &= \underline{\underline{a^2b^2}} \quad \text{ب} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2cd)^3 &= 2^3c^3d^3 \\ &= \underline{\underline{8c^3d^3}} \quad \text{ت} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -(ac)^3 &= -(a^3c^3) \\ &= \underline{\underline{-a^3c^3}} \quad \text{پ} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (-2bc)^3 &= [(-1) \cdot 2bc]^3 & -(-2ad)^3 &= -[(-1) \cdot 2ad]^3 \\
 &= [(-1)^3 \cdot 2^3 b^3 c^3] & &= -[(-1)^3 \cdot 2^3 a^3 d^3] \\
 &= [-1 \cdot 8b^3 c^3] & &= -[-1 \cdot 8a^3 d^3] \\
 &= \underline{\underline{-8b^3 c^3}} & \text{ب -} &= \underline{\underline{8a^3 d^3}}
 \end{aligned}$$

دویم:

$$(2ab \cdot 2cd)^2 = (4abcd)^2 = \underline{\underline{16a^2 b^2 c^2 d^2}} \quad \text{الف -}$$

$$[(ab)(-cd)]^3 = [-abcd]^3 = \underline{\underline{-a^3 b^3 c^3 d^3}} \quad \text{ب -}$$

$$(-ab)^{3xy} = [(-ab)^3]^{xy} = [-a^3 b^3]^{xy} = \underline{\underline{-a^{3xy} b^{3xy}}} \quad \text{پ -}$$

دریم:

$$\begin{aligned}
 2a^3 + 3a^2 - a^2 + 4a^3 - 2a & & [a \cdot (-b)]^5 &= [-ab]^5 \\
 = 2a^3 + 4a^3 + 3a^2 - a^2 - 2a & & &= [(-1)^5 a^5 b^5] \\
 = \underline{\underline{6a^3 + 2a^2 - 2a}} & \text{ب -} & &= [-a^5 b^5] \\
 & & &= \underline{\underline{-a^5 b^5}} \quad \text{الف -}
 \end{aligned}$$

څلورم:

1.4-توان، ریشه او د هغوي ... 197

$$\begin{aligned}
 8x^4 - 7x^5 + 2x^4 - 3x^5 &= -7x^5 - 3x^5 + 8x^4 + 2x^4 \\
 &= -10x^5 + 10x^4 \\
 &= -10(x^5 - x^4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3 \cdot 4^3 - 4 \cdot 3^3 + 2 \cdot 2^2 - 2^3 &= 3 \cdot 64 - 4 \cdot 27 + 2 \cdot 4 - 8 \\
 &= 192 - 108 + 8 - 8 \\
 &= 84
 \end{aligned}$$

الف -

ب -

$$\begin{aligned}
 5a^m - 2a^n - 3a^n + 4a^m &= 5a^m + 4a^m - 2a^n - 3a^n \\
 &= 9a^m - 5a^n
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 7x^5 - 3y^5 + x^5 - 2y^5 &= 7x^5 + x^5 - 3y^5 - 2y^5 \\
 &= 8x^5 - 5y^5
 \end{aligned}$$

پ -

ت -

پنجم:

$$b^7 \cdot b^5 = b^{7+5} = \underline{\underline{b^{12}}} \quad \text{ب -} \quad a^8 \cdot a^2 = a^{8+2} = \underline{\underline{a^{10}}} \quad \text{الف -}$$

$$a^3 \cdot a^n = a^{3+n} = \underline{\underline{a^{n+3}}} \quad \text{ت -} \quad x^9 \cdot x = x^{9+1} = \underline{\underline{x^{10}}} \quad \text{پ -}$$

$$b^{x-1} \cdot b^x = b^{x-1+x} = \underline{\underline{b^{2x-1}}} \quad \text{ث -} \quad a^n \cdot a = a^n \cdot a^1 = \underline{\underline{a^{n+1}}} \quad \text{ب -}$$

$$c^x \cdot c^{2x} = c^{x+2x} = \underline{\underline{c^{3x}}} \quad \text{ج -} \quad x^3 \cdot x^{n-1} = x^{3+n-1} = \underline{\underline{x^{n+2}}} \quad \text{ج -}$$

شپږم:

$$p^n \cdot p^{5-n} = p^{n+5-n} = \underline{\underline{p^5}} \quad \text{ب -} \quad d^{x+1} \cdot d^{x-1} = d^{x+1+x-1} = \underline{\underline{d^{2x}}} \quad \text{الف -}$$

$$\begin{aligned}
 5b^7 \cdot 4b^2 &= 5 \cdot 4 \cdot b^7 \cdot b^2 \\
 &= 20 \cdot b^{7+2} \\
 &= \underline{\underline{20 \cdot b^9}} \quad \text{ت -}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2a^5 \cdot 5a &= 2 \cdot 5 \cdot a^5 \cdot a \\
 &= 10a^{5+1} \\
 &= \underline{\underline{10a^6}} \quad \text{پ -}
 \end{aligned}$$

198 1.4-توان، ریشه او د هغوي ...

$$\begin{aligned}
 7v^{-3}8v^2 &= 7 \cdot 8 \cdot v^{-3} \cdot v^2 \\
 &= 56 \cdot v^{-3+2} \\
 &= \underline{\underline{56v^{-1}}}
 \end{aligned}$$

ټـ

$$\begin{aligned}
 3x^2 \cdot 2x^3 &= 3 \cdot 2 \cdot x^2 \cdot x^3 \\
 &= 6 \cdot x^{2+3} \\
 &= \underline{\underline{6x^5}}
 \end{aligned}$$

بـ

$$\begin{aligned}
 b^3c \cdot 2c^4 &= 2 \cdot b^3 \cdot c \cdot c^4 \\
 &= 2 \cdot b^3 \cdot c^{1+4} \\
 &= \underline{\underline{2 \cdot b^3 \cdot c^5}}
 \end{aligned}$$

چـ

$$\begin{aligned}
 a^2b \cdot ab^3 &= a^2 \cdot a \cdot b \cdot b^3 \\
 &= a^{2+1} \cdot b^{1+3} \\
 &= \underline{\underline{a^3 \cdot b^4}}
 \end{aligned}$$

جـ

اوم:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2}a^2 \cdot \frac{1}{3}a &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a \\
 &= \underline{\underline{\frac{1}{6}a^3}}
 \end{aligned}$$

بـ

$$\begin{aligned}
 2a^4y \cdot 4y^3 &= 2 \cdot 4 \cdot a^4 \cdot y \cdot y^3 \\
 &= \underline{\underline{8a^4y^4}}
 \end{aligned}$$

الفـ

$$\begin{aligned}
 \frac{5}{8}ab^3 \cdot 1\frac{2}{3}a^4 &= \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{3} \cdot a \cdot a^4 \cdot b^3 \\
 &= \frac{25}{24} \cdot a^{1+4} \cdot b^3 \\
 &= \underline{\underline{\frac{25}{24}a^5b^3}}
 \end{aligned}$$

تـ

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{6}c^3 \cdot \frac{3}{4}c^4 &= \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot c^3 \cdot c^4 \\
 &= \frac{3}{24}c^7 \\
 &= \underline{\underline{\frac{1}{8}c^7}}
 \end{aligned}$$

پـ

اتم:

$$\begin{aligned}
 b^{n-1} \cdot b^{n+1} \cdot b^{3-2n} \\
 &= b^{n-1+n+1+3-2n} \\
 &= b^{n+n-2n-1+1+3} \\
 &= \underline{\underline{b^3}}
 \end{aligned}$$

بـ

$$\begin{aligned}
 1\frac{3}{4}x^4 \cdot 8xy^2 &= \frac{7}{4} \cdot \frac{8}{1} \cdot x^4 \cdot x \cdot y^2 \\
 &= \frac{56}{4}x^5y^2 \\
 &= \underline{\underline{14x^5y^2}}
 \end{aligned}$$

الفـ

1.4-توان، ریشه او د هغوي ... 199

$$\begin{aligned}
 & 128 \cdot 2^{n-7} \\
 &= 2^7 \cdot 2^{n-7} \\
 &= 2^{7+n-7} \\
 &= \underline{\underline{2^n}} \quad \text{ت -}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & c^{4x-5} \cdot c^{8-3x} \cdot c^{2x-3} \\
 &= c^{4x-5+8-3x+2x-3} \\
 &= c^{4x-3x+2x-5+8-3} \\
 &= \underline{\underline{c^{3x}}} \quad \text{پ -}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 256 \cdot 4^{x-4} \\
 &= 4^4 \cdot 4^{x-4} \\
 &= 4^{4+x-4} \\
 &= \underline{\underline{4^x}} \quad \text{ث -}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 243 \cdot 3^{n-5} \\
 &= 3^5 \cdot 3^{n-5} \\
 &= 3^{5+n-5} \\
 &= \underline{\underline{3^n}} \quad \text{پ -}
 \end{aligned}$$

نهم:

$$\begin{aligned}
 \frac{3b^7}{5b^3} &= \frac{3}{5} \cdot b^7 \cdot b^{-3} \\
 &= \frac{3}{5} \cdot b^{7-3} \\
 &= \underline{\underline{\frac{3}{5}b^4}} \quad \text{ب -}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{a^5b^7}{a^2b^4} &= a^5b^7a^{-2}b^{-4} \\
 &= a^5 \cdot a^{-2} \cdot b^7 \cdot b^{-4} \\
 &= a^{5-2} \cdot b^{7-4} \\
 &= \underline{\underline{a^3 \cdot b^3}} \quad \text{الف -}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{c^{3+x}}{c^{3-x}} &= c^{3+x} \cdot c^{-(3-x)} \\
 &= c^{3+x} \cdot c^{-3+x} \\
 &= c^{3+x-3+x} \\
 &= \underline{\underline{c^{2x}}} \quad \text{ت -}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{a^{n+1}}{a^n} &= a^{n+1} \cdot a^{-n} \\
 &= a^{n+1-n} \\
 &= a^1 \\
 &= \underline{\underline{a}} \quad \text{پ -}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{a^3x^5}{ax^4} &= a^3 \cdot x^5 \cdot a^{-1} \cdot x^{-4} \\ &= a^3 \cdot a^{-1} \cdot x^5 \cdot x^{-4} \\ &= \underline{\underline{a^2x}}\end{aligned}$$

ټ -

$$\begin{aligned}\frac{a^7}{a^3} &= a^7 \cdot a^{-3} \\ &= a^{7-3} \\ &= \underline{\underline{a^4}}\end{aligned}$$

ټ -

$$\begin{aligned}\frac{c^{3x}}{c^{x-3}} &= c^{3x} \cdot c^{-(x-3)} \\ &= c^{3x} \cdot c^{-x+3} \\ &= c^{3x-x+3} \\ &= \underline{\underline{c^{2x+3}}}\end{aligned}$$

چ -

$$\begin{aligned}\frac{a^n}{a^{n-1}} &= a^n \cdot a^{-(n-1)} \\ &= a^n \cdot a^{-n+1} \\ &= a^{n-n+1} \\ &= \underline{\underline{a}}\end{aligned}$$

ج -

لسم:

$$\begin{aligned}\frac{a^7b^7}{a^5b^5} &= a^7 \cdot b^7 \cdot a^{-5} \cdot b^{-5} \\ &= a^{7-5} \cdot b^{7-5} \\ &= \underline{\underline{a^2b^2}} = (ab)^2\end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned}\frac{b^9}{b^5} &= b^9 \cdot b^{-5} \\ &= b^{9-5} \\ &= \underline{\underline{b^4}}\end{aligned}$$

الف -

$$\begin{aligned}\frac{x^{n-4}}{x^{n-5}} &= x^{n-4} \cdot x^{-(n-5)} \\ &= x^{n-4} \cdot x^{-n+5} \\ &= x^{n-4-n+5} \\ &= \underline{\underline{x^1}} = x\end{aligned}$$

ت -

$$\begin{aligned}\frac{a^{n+1}}{a^{n-1}} &= a^{n+1} \cdot a^{-(n-1)} \\ &= a^{n+1} \cdot a^{-n+1} \\ &= a^{n+1-1+1} \\ &= \underline{\underline{a^2}}\end{aligned}$$

پ -

پوښتنې

1.4-توان، رینه او د هغوي ... 201

توانونه III

د توان ماتونه ساده کړي

$$\frac{x^{2n+1}}{x^n} \quad \frac{(k-3)^4}{(3-k)^3} \quad \frac{a^6}{a^3} \quad \text{الف} \quad \frac{a^6}{a^3} \quad \text{ب} \quad \frac{(k-3)^4}{(3-k)^3} \quad \text{پ} \quad \frac{x^{2n+1}}{x^n}$$

$$\frac{2a^{1-2n}}{4a^{n+1}} \quad \frac{x^4}{x^7} \quad \frac{15e^{x+1}}{5e^x} \quad \text{ت} \quad \frac{15e^{x+1}}{5e^x} \quad \text{ب} \quad \frac{x^4}{x^7} \quad \text{ث} \quad \frac{2a^{1-2n}}{4a^{n+1}}$$

دویم:

$$\frac{81}{3^{x+3}} \quad \frac{4^{x+2}}{16} \quad \frac{a^4b^{n+3}}{a^n b^{2n-1}} \quad \text{الف} \quad \frac{a^4b^{n+3}}{a^n b^{2n-1}} \quad \text{ب} \quad \frac{4^{x+2}}{16} \quad \text{پ} \quad \frac{81}{3^{x+3}}$$

$$\frac{a^{n+1}}{a^n} \quad \frac{(ab)^3}{x^2y} \cdot \frac{(xy)^2}{a^4b^2} \quad \frac{(a-b)^3}{(a-b)^{n-1}} \quad \text{ت} \quad \frac{(a-b)^3}{(a-b)^{n-1}} \quad \text{ب} \quad \frac{(ab)^3}{x^2y} \cdot \frac{(xy)^2}{a^4b^2} \quad \text{ث} \quad \frac{a^{n+1}}{a^n}$$

دریم:

$$\frac{(10ab)^k}{(4b)^k} \quad \frac{2,5^4}{0,5^4} \quad \frac{10^3}{2^3} \quad \text{الف} \quad \frac{10^3}{2^3} \quad \text{ب} \quad \frac{2,5^4}{0,5^4} \quad \text{پ} \quad \frac{(10ab)^k}{(4b)^k}$$

$$\frac{(a^2-b^2)^3}{(a-b)^3} \quad \frac{(4-x^2)^n}{(2-x)^n} \quad \frac{5^3}{(-0,2)^3} \quad \text{ت} \quad \frac{5^3}{(-0,2)^3} \quad \text{ب} \quad \frac{(4-x^2)^n}{(2-x)^n} \quad \text{ث} \quad \frac{(a^2-b^2)^3}{(a-b)^3}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \frac{a}{b} \quad \frac{(c-1)^{n-1}}{(c^2-1)^{n-1}} \quad \frac{c^6}{(-c)^6} + 1 \quad \text{خلورم: الف} \quad \frac{c^6}{(-c)^6} + 1 \quad \text{ب} \quad \frac{(c-1)^{n-1}}{(c^2-1)^{n-1}} \quad \text{پ} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \frac{a}{b}$$

$$\begin{array}{lll} \text{ت} - \left(\frac{-1}{a-b}\right)^3 & \text{ب} - \left(\frac{x}{2}\right)^3 : \left(\frac{x}{3}\right) & \text{ث} - \frac{(a^{2n} - b^{2n})^2}{(a^n - b^n)^2} \end{array}$$

پنځم:

$$\begin{array}{lll} \text{الف} - (-5^2)^3 & \text{ب} - 3(c^4)^3 - 6c^{12} & \text{پ} - (3b^2c^{n-1})^4 \\ \text{ت} - \left(\frac{7a^2}{49b^3}\right)^2 & \text{ب} - \left(\frac{-1}{c^3}\right)^{2n} & \text{ث} - (3b^{n+1} \cdot c^{n-1})^2 \end{array}$$

شپږم:

$$\begin{array}{lll} \text{الف} - (x^2y^3z^2)^5 & \text{ب} - (0,5e^{x+2})^2 & \text{پ} - (a^3 - ab^2)(a+b)^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{ت} - \frac{(2x-4)^5}{(2-x)^3} & \text{ب} - \frac{[(x-y)^2]^k}{(x^2-y^2)^k} & \text{ث} - \frac{(4ab)^4}{(6a^2)^4} \cdot \frac{5}{b^4} \end{array}$$

حلونه

توانونه

نتیجې او مفصل حلونه

د توان قوانین

1.4-توان، ریشه او د هغوي ... 203

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

نتیجې:

لومړی:

$$\begin{array}{lll} \frac{x^{2n+1}}{x^n} = x^{n+1} & \text{پ} - & \frac{(k-3)^4}{(3-k)^3} = 3-k \\ \frac{2a^{1-2n}}{4a^{n+1}} = \frac{1}{2}a^{-3n} & \text{ث} - & \frac{x^4}{x^7} = x^{-3} \\ \frac{15e^{x+1}}{5e^x} = 3e & \text{ت} - & \frac{a^6}{a^3} = a^3 \end{array}$$

دویم:

$$\begin{array}{lll} \frac{81}{3^{x+3}} = 3^{1-x} & \text{پ} - & \frac{4^{x+2}}{16} = 4^x \\ \frac{a^{n+1}}{a^n} = a & \text{ث} - & \frac{(ab)^3}{x^2y} \cdot \frac{(xy)^2}{a^4b^2} = a^{-1}by \\ \frac{(a-b)^3}{(a-b)^{n-1}} = (a-b)^{4-n} & \text{ت} - & \frac{a^4b^{n+3}}{a^nb^{2n-1}} = (ab)^{4-n} \end{array}$$

درېم:

$$\begin{array}{lll} \frac{(10ab)^k}{(4b)^k} = \left(\frac{5}{2}a\right)^k & \text{پ} - & \frac{2,5^4}{0,5^4} = 5^4 \\ \frac{10^3}{2^3} = 5^3 & \text{ف} - & \end{array}$$

$$\frac{(a^2 - b^2)^3}{(a - b)^3} = (a + b)^3 \quad \frac{(4 - x^2)^n}{(2 - x)^n} = (2 + x)^n \quad \frac{5^3}{(-0,2)^3} = -25^3$$

ت - ث - ب -

څلورم:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \frac{a}{b} = \left(\frac{a}{b}\right)^{n+1} \quad \frac{(c-1)^{n-1}}{(c^2-1)^{n-1}} = \frac{1}{(c+1)^{n-1}} \quad \frac{c^6}{(-c)^6} + 1 = 2$$

الف - ب - پ -

$$\left(\frac{x}{2}\right)^3 : \left(\frac{x}{3}\right) = \frac{3}{8}x^2 \quad \left(\frac{-1}{a-b}\right)^3 = -(a-b)^{-3}$$

ت - ب -

$$\frac{(a^{2n} - b^{2n})^2}{(a^n - b^n)^2} = (a^n + b^n)^2$$

ث -

پنځم:

$$3(c^4)^3 - 6c^{12} = -3c^{12} \quad (-5^2)^3 = -5^6$$

الف - ب -

$$\left(\frac{7a^2}{49b^3}\right)^2 = \frac{a^4}{49b^6} \quad (3b^2c^{n-1})^4 = 81b^8c^{4n-4}$$

پ - ت -

$$(3b^{n+1} \cdot c^{n-1})^2 = 9b^{2n+2}c^{2n-2} \quad \left(\frac{-1}{c^3}\right)^{2n} = \frac{1}{c^{6n}}$$

ب - ث -

$$(0,5e^{x+2})^2 = 0,25e^{2x+4} \quad (x^2y^3z^2)^5 = x^{10}y^{15}z^{10}$$

شپږم: الف - ب -

$$\frac{(2x-4)^5}{(2-x)^3} = -32(x-2)^2 \quad \text{پ - } (a^3 - ab^2)(a+b)^2 = (a-b) \cdot a \cdot (a+b)^3 \quad \text{ت -}$$

$$\frac{(4ab)^4}{(6a^2)^4} \cdot \frac{5}{b^4} = \frac{80}{81a^4} \quad \text{ث -} \quad \frac{[(x-y)^2]^k}{(x^2-y^2)^k} = \left(\frac{x-y}{x+y}\right)^k \quad \text{ب -}$$

مفصل حلونه:

لومړی:

$$\begin{aligned} \frac{(k-3)^4}{(3-k)^3} &= \frac{[(-1)(3-k)]^4}{(3-k)^3} \\ &= \frac{[(-1)^4(3-k)^4]}{(3-k)^3} \\ &= \frac{(3-k)^4}{(3-k)^3} \\ &= (3-k)^{4-3} \\ &= \underline{\underline{3-k}} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \frac{a^6}{a^3} &= a^{6-3} \\ &= \underline{\underline{a^3}} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \text{الف -} & \\ \text{ب -} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{15e^{x+1}}{5e^x} &= \frac{15}{5} \cdot \frac{e^{x+1}}{e^x} \\ &= 3 \cdot e^{x+1-x} \\ &= \underline{\underline{3e}} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \frac{x^{2n+1}}{x^n} &= x^{2n+1-n} \\ &= \underline{\underline{x^{n+1}}} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \text{پ -} & \\ \text{ت -} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{2a^{1-2n}}{4a^{n+1}} &= \frac{1}{2} \cdot a^{1-2n-(n+1)} \\
 &= \frac{1}{2} a^{1-2n-n-1} \\
 &= \frac{1}{2} a^{-3n} \\
 &= \frac{1}{\underline{\underline{2a^{3n}}}}
 \end{aligned}
 \quad
 \begin{aligned}
 \frac{x^4}{x^7} &= x^{4-7} \\
 &= x^{-3} \\
 &= \frac{1}{\underline{\underline{x^3}}}
 \end{aligned}$$

ت. - ث. -

دويم:

$$\begin{aligned}
 \frac{4^{x+2}}{16} &= \frac{4^{x+2}}{4^2} \\
 &= 4^{x+2-2} \\
 &= \underline{\underline{4^x}}
 \end{aligned}
 \quad
 \begin{aligned}
 \frac{a^4 b^{n+3}}{a^n b^{2n-1}} &= a^4 \cdot b^{n+3} \cdot a^{-n} \cdot b^{-(2n-1)} \\
 &= a^{4-n} \cdot b^{n+3-2n+1} \\
 &= a^{4-n} \cdot b^{4-n} \\
 &= \underline{\underline{(ab)^{4-n}}}
 \end{aligned}$$

ب. - الف. -

$$\begin{aligned}
 \frac{(a-b)^3}{(a-b)^{n-1}} &= (a-b)^3 \cdot (a-b)^{-(n-1)} \\
 &= (a-b)^3 \cdot (a-b)^{-n+1} \\
 &= (a-b)^{3-n+1} \\
 &= \underline{\underline{(a-b)^{4-n}}}
 \end{aligned}
 \quad
 \begin{aligned}
 \frac{81}{3^{x+3}} &= \frac{3^4}{3^{x+3}} \\
 &= 3^{4-(x+3)} \\
 &= 3^{4-x-3} \\
 &= \underline{\underline{3^{1-x}}}
 \end{aligned}$$

ت. - پ. -

$$\begin{aligned}
 \frac{(ab)^3}{x^2y} \cdot \frac{(xy)^2}{a^4b^2} &= \frac{a^3 \cdot b^3 \cdot x^2 \cdot y^2}{x^2 \cdot y \cdot a^4 \cdot b^2} \\
 &= a^3 \cdot b^3 \cdot x^2 \cdot y^2 \cdot x^{-2} \cdot y^{-1} \cdot a^{-4} \cdot b^{-2} \\
 &= a^{3-4} \cdot b^{3-2} \cdot x^{2-2} \cdot y^{2-1} \\
 &= a^{-1} \cdot b^1 \cdot x^0 \cdot y^1 \\
 &= \underline{\underline{a^{-1}by}} \quad \text{ب -} \\
 \frac{a^{n+1}}{a^n} &= a^{n+1-n} \\
 &= a^1 \\
 &= \underline{\underline{a}} \quad \text{ث -}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{2,5^4}{0,5^4} &= \left(\frac{2,5}{0,5}\right)^4 \\
 &= \underline{\underline{5^4}} \quad \text{ب -} \\
 \frac{10^3}{2^3} &= \left(\frac{10}{2}\right)^3 \\
 &= 5^3 \\
 &= \underline{\underline{125}} \quad \text{الف -}
 \end{aligned}$$

دریم:

$$\begin{aligned}
 \frac{5^3}{(-0,2)^3} &= \left(\frac{5}{-0,2}\right)^3 \\
 &= (-25)^3 \\
 &= \underline{\underline{-25^3}} \quad \text{ت -} \\
 \frac{(10ab)^k}{(4b)^k} &= \left(\frac{10ab}{4b}\right)^k \\
 &= \left(\frac{5}{2}a\right)^k \quad \text{پ -}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{(a^2 - b^2)^3}{(a - b)^3} &= \left(\frac{a^2 - b^2}{a - b}\right)^3 \\
 &= \left[\frac{\cancel{(a-b)}(a+b)}{\cancel{(a-b)}}\right]^3 \\
 &= \underline{\underline{(a+b)^3}} \quad \text{ث -} \\
 \frac{(4 - x^2)^n}{(2 - x)^n} &= \left(\frac{4 - x^2}{2 - x}\right)^n \\
 &= \left[\frac{\cancel{(2-x)}(2+x)}{\cancel{(2-x)}}\right]^n \\
 &= \underline{\underline{(2+x)^n}} \quad \text{پ -}
 \end{aligned}$$

څلورم:

$$\frac{(c-1)^{n-1}}{(c^2-1)^{n-1}} = \left(\frac{c-1}{c^2-1} \right)^{n-1}$$

$$= \left[\frac{1 \cdot \cancel{(c-1)}}{\cancel{(c-1)}(c+1)} \right]^{n-1}$$

$$= \left(\frac{1}{c+1} \right)^{n-1} = \frac{1}{(c+1)^{n-1}}$$

$$\frac{c^6}{(-c)^6} + 1 = \left(\frac{c}{-c} \right)^6 + 1$$

$$= (-1)^6 + 1$$

$$= 1 + 1$$

$$= \underline{\underline{2}}$$

الف -

ب -

$$\left(\frac{-1}{a-b} \right)^3 = \frac{(-1)^3}{(a-b)^3}$$

$$= \frac{-1}{(a-b)^3}$$

$$= -(a-b)^{-3}$$

ت -

$$\left(\frac{a}{b} \right)^n \cdot \frac{a}{b} = \left(\frac{a}{b} \right)^n \cdot \left(\frac{a}{b} \right)^1$$

$$= \left(\frac{a}{b} \right)^{n+1}$$

پ -

$$\frac{(a^{2n}-b^{2n})^2}{(a^n-b^n)^2} = \left(\frac{a^{2n}-b^{2n}}{a^n-b^n} \right)^2$$

$$= \left[\frac{(\cancel{a^n-b^n})(a^n+b^n)}{\cancel{(a^n-b^n)}} \right]^2$$

$$= \underline{\underline{(a^n+b^n)^2}}$$

ث -

$$\left(\frac{x}{2} \right)^3 : \left(\frac{x}{3} \right) = \frac{x^3}{2^3} : \frac{x}{3}$$

$$= \frac{3x^3}{8x}$$

$$= \underline{\underline{\frac{3}{8}x^2}}}$$

ج -

پنځم:

$$\begin{aligned}
 (-5^2)^3 &= [(-1) \cdot 5^2]^3 \\
 &= [(-1)^3 \cdot 5^{2 \cdot 3}] \\
 &= -1 \cdot 5^6 \\
 &= \underline{\underline{-5^6}} \quad \text{الف -}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3(c^4)^3 - 6c^{12} &= 3 \cdot c^{12} - 6c^{12} \\
 &= \underline{\underline{-3c^{12}}} \quad \text{ب -}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{7a^2}{49b^3}\right)^2 &= \left(\frac{a^2}{7b^3}\right)^2 \\
 &= \frac{a^4}{7^2 \cdot b^6} \\
 &= \underline{\underline{\frac{a^4}{49b^6}}} \quad \text{ت -}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3b^2c^{n-1})^4 &= 3^4 \cdot b^{2 \cdot 4} \cdot c^{(n-1) \cdot 4} \\
 &= 3^4 \cdot b^8 \cdot c^{4n-4} \\
 &= \underline{\underline{81b^8c^{4n-4}}} \quad \text{پ -}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3b^{n+1} \cdot c^{n-1})^2 &= 3^2 \cdot b^{2(n+1)} \cdot c^{2(n-1)} \\
 &= \underline{\underline{9b^{2n+2}c^{2n-2}}} \quad \text{ث -}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{-1}{c^3}\right)^{2n} &= \frac{(-1)^{2n}}{c^{3 \cdot 2n}} \\
 &= \frac{1}{c^{6n}} = \underline{\underline{c^{-6n}}} \quad \text{ب -}
 \end{aligned}$$

شپږم:

$$\begin{aligned}
 (0,5e^{x+2})^2 &= 0,5^2 \cdot e^{2(x+2)} \\
 &= \underline{\underline{0,25e^{2x+4}}} \quad \text{ب -}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (x^2y^3z^2)^5 &= x^{2 \cdot 5} \cdot y^{3 \cdot 5} \cdot z^{2 \cdot 5} \\
 &= \underline{\underline{x^{10}y^{15}z^{10}}} \quad \text{الف -}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{(2x-4)^5}{(2-x)^3} &= \frac{[2(x-2)]^5}{(2-x)^3} \\
 &= \frac{[2(x-2)]^5}{[(-1)(x-2)]^3} & (a^3 - ab^2)(a+b)^2 \\
 &= \frac{2^5(x-2)^5}{-1(x-2)^3} & = a(a^2 - b^2)(a+b)^2 \\
 &= \frac{-32(x-2)^2}{1} & = a(a-b)(a+b)(a+b)^2 \\
 & & = \underline{\underline{a(a-b)(a+b)^3}}
 \end{aligned}$$

پ -

ت -

$$\begin{aligned}
 \frac{(4ab)^4}{(6a^2)^4} \cdot \frac{5}{b^4} &= \frac{4^4 \cdot a^4 \cdot b^4 \cdot 5}{6^4 \cdot a^8 \cdot b^4} \\
 &= \frac{(2 \cdot 2)^4 \cdot 5}{(2 \cdot 3)^4 \cdot a^4} & \frac{[(x-y)^2]^k}{(x^2-y^2)^k} = \left[\frac{(x-y)^2}{(x^2-y^2)} \right]^k \\
 &= \left(\frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 3} \right)^4 \cdot \frac{5}{a^4} & = \left[\frac{\cancel{(x-y)}(x-y)}{\cancel{(x-y)}(x+y)} \right]^k \\
 &= \frac{2^4 \cdot 5}{3^4 \cdot a^4} & = \underline{\underline{\left(\frac{x-y}{x+y} \right)^k}} \\
 &= \frac{80}{81a^4} &
 \end{aligned}$$

ت -

ث -

پوښتنې

د توانماتونو یا کسرونو ضرب او وېش

لاندې توانونه وشمیرئ:

لومړۍ:

$$\text{الف - } \frac{c^6}{c^5} \text{ ب - } \frac{b^3x^3}{b^4x^4} \text{ پ - } \frac{b^{2x}}{b^{x+1}} \text{ ت - } \frac{x^n}{x^{n-2}}$$

$$\text{ب - } \frac{a^6}{a} \text{ ث - } \frac{c^ny^3}{c^3y} \text{ ج - } \frac{b^{2x-1}}{b} \text{ چ - } \frac{x^n}{x^5}$$

دویم:

$$\text{الف - } \frac{a^nx}{a^xn} \text{ ب - } \frac{c^{x+3}}{c^{x+1}} \text{ پ - } \frac{a^3}{2a} \text{ ت - } \frac{c^{x+1}}{c^{x-2}}$$

دریم:

$$\text{الف - } \frac{13a^{11}b^3 \cdot 14x^4y^9}{26a^{12}b^5} \cdot \frac{x^3y^9}{49ab^2} \text{ ب - } \left(\frac{3ab}{14xy^5}\right) \cdot \left(\frac{28xy^6}{12ab}\right)$$

$$\text{پ - } \frac{3a^{11}b^9 \cdot 15x^4}{4a^7x^7 \cdot 7y^5} \cdot \frac{9a^4 \cdot 3b^{10}}{12b \cdot 7x^3y^5} \text{ ت - } \frac{6x^4y^3}{7a^3b^4} \cdot \frac{14a^2b^4}{18x^3y^3}$$

څلورم:

$$\text{الف - } \left(\frac{3y}{2x}\right)^m \cdot \left(\frac{6x}{5y}\right)^m \text{ ب - } \frac{4a^2y^6}{5n^3x^2} \cdot \frac{15n^3x^3}{20ay^5}$$

$$\left(\frac{7xy^2}{3p^2q^2}\right)^5 \cdot \left(\frac{18p^2q^2}{14xy^2}\right)^5 \quad \text{پ} - \quad \left(\frac{2x}{3y}\right)^m \cdot \left(\frac{5y}{6x}\right)^m \quad \text{ت} -$$

پنځم:

$$\left(\frac{9ax}{8bx}\right)^m \cdot \left(\frac{4x \cdot 2b}{6x \cdot 3a}\right)^m \quad \text{پ} - \quad \left(\frac{4y}{5x}\right)^b \cdot \left(\frac{10x}{8y}\right)^b \quad \text{الف} -$$

$$\left(\frac{25ab}{15xy}\right)^n \cdot \left(\frac{5y \cdot 3x}{5b \cdot 10a}\right)^n \quad \text{پ} - \quad \left(\frac{3a}{4}\right)^m \cdot \left(\frac{2}{9a}\right)^m \quad \text{ت} -$$

شپږم:

$$\frac{3^{2n+4}}{81} \quad \text{پ} - \quad \frac{2^{2n+4}}{16} \quad \text{الف} -$$

$$\frac{15x^3y^3}{8a^4b^5} \cdot \frac{16a^6b^4}{45x^4y^2} \quad \text{پ} - \quad \frac{45a^{11}b^9 \cdot x^4}{28a^7x^7y^5} \cdot \frac{27a^4b^{10}}{84bx^3y^5} \quad \text{ت} -$$

اوږم:

$$(9a^5b^3 - 12a^3b^5) : 3a^3b^3 \quad \text{پ} - \quad (8x^5 - 6x^7 + 2x^2) : 2x^2 \quad \text{الف} -$$

خوابونه

توانونه **IV**

1.4-توان، ریشه او د هغوي ... 213

نتیجې او مفصل حلونه

Potenzgesetze توانقوانین

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

نتیجې

لومړۍ:

$$\begin{aligned} \text{الف - } \frac{c^6}{c^5} &= c \quad \text{ب - } \frac{b^3 x^3}{b^4 x^4} = \frac{1}{bx} \quad \text{پ - } \frac{b^{2x}}{b^{x+1}} = b^{x-1} \quad \text{ت - } \frac{x^n}{x^{n-2}} = x^2 \\ \text{ب - } \frac{a^6}{a} &= a^5 \quad \text{ث - } \frac{c^n y^3}{c^3 y} = c^{n-3} \cdot y^2 \quad \text{ج - } \frac{b^{2x-1}}{b} = b^{2x-2} \quad \text{چ - } \frac{x^n}{x^5} = x^{n-5} \end{aligned}$$

دویم:

$$\begin{aligned} \text{الف - } \frac{a^n x}{a^n n} &= \frac{x}{n} \cdot a^{n-x} \quad \text{ب - } \frac{c^{x+3}}{c^{x+1}} = c^2 \quad \text{پ - } \frac{a^3}{2a} = \frac{1}{2} a^2 \quad \text{ت - } \frac{c^{x+1}}{c^{x-2}} = c^3 \end{aligned}$$

دریم:

$$\text{الف - } \frac{13a^{11}b^3 \cdot 14x^4y^9}{26a^{12}b^5} \cdot \frac{x^3y^9}{49ab^2} = 343x$$

$$\text{ب - } \left(\frac{3ab}{14xy^5}\right) \cdot \left(\frac{28xy^6}{12ab}\right) = \frac{1}{2}y$$

$$\text{پ - } \frac{6x^4y^3}{7a^3b^4} \cdot \frac{14a^2b^4}{18x^3y^3} = \frac{2x}{3a} \quad \text{ت - } \frac{3a^{11}b^9 \cdot 15x^4}{4a^7x^7 \cdot 7y^5} \cdot \frac{9a^4 \cdot 3b^{10}}{12b \cdot 7x^3y^5} = 5$$

څلورم:

$$\frac{4a^2y^6}{5n^3x^2} \cdot \frac{15n^3x^3}{20ay^5} = \frac{3axy}{5} \quad \text{ب.} \quad \left(\frac{3y}{2x}\right)^m \cdot \left(\frac{6x}{5y}\right)^m = \left(\frac{9}{5}\right)^m \quad \text{الف.}$$

$$\left(\frac{7xy^2}{3p^2q^2}\right)^5 \cdot \left(\frac{18p^2q^2}{14xy^2}\right)^5 = 3^5 = 243 \quad \text{ت.} \quad \left(\frac{2x}{3y}\right)^m \cdot \left(\frac{5y}{6x}\right)^m = \left(\frac{5}{9}\right)^m \quad \text{پ.}$$

پنځم:

$$\left(\frac{9ax}{8bx}\right)^m \cdot \left(\frac{4x \cdot 2b}{6x \cdot 3a}\right)^m = \left(\frac{1}{2}\right)^m \quad \text{ب.} \quad \left(\frac{4y}{5x}\right)^b \cdot \left(\frac{10x}{8y}\right)^b = 1 \quad \text{الف.}$$

$$\left(\frac{25ab}{15xy}\right)^n \cdot \left(\frac{5y \cdot 3x}{5b \cdot 10a}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad \text{ت.} \quad \left(\frac{3a}{4}\right)^m \cdot \left(\frac{2}{9a}\right)^m = \left(\frac{1}{6}\right)^m \quad \text{پ.}$$

شپږم:

$$\frac{3^{2n+4}}{81} = 3^{2n} \quad \text{ب.} \quad \frac{2^{2n+4}}{16} = 2^{2n} \quad \text{الف.}$$

$$\frac{15x^3y^3}{8a^4b^5} \cdot \frac{16a^5b^4}{45x^4y^2} = \frac{2ay}{3bx} \quad \text{ت.} \quad \frac{45a^{11}b^9 \cdot x^4}{28a^7x^7y^5} \cdot \frac{27a^4b^{10}}{84bx^3y^5} = 5 \quad \text{پ.}$$

اوم:

$$(8x^5 - 6x^7 + 2x^2) : 2x^2 = 4x^3 - 3x^5 + 1 \quad \text{الف.}$$

$$(9a^5b^3 - 12a^3b^5) : 3a^3b^3 = 3a^2 - 4b^2 \quad \text{ب.}$$

مفصل حلونه

لومړي:

$$\begin{aligned}\frac{b^3x^3}{b^4x^4} &= b^3 \cdot x^3 \cdot b^{-4} \cdot x^{-4} & \frac{c^6}{c^5} &= c^6 \cdot c^{-5} \\ &= b^{-1} \cdot c^{-1} & &= c^{6-5} \\ &= \frac{1}{bx} & &= c^1 \\ & & \text{الف -} &= c \\ & & \text{ب -} &\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{x^n}{x^{n-2}} &= x^n \cdot x^{-(n-2)} & \frac{b^{2x}}{b^{x+1}} &= b^{2x} \cdot b^{-(x+1)} \\ &= x^n \cdot x^{-n+2} & &= b^{2x} \cdot b^{-x-1} \\ &= x^{n-n+2} & &= b^{2x-x-1} \\ &= \underline{\underline{x^2}} & \text{ت -} &= \underline{\underline{b^{x-1}}} \\ & & \text{پ -} &\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{c^ny^3}{c^3y} &= c^ny^3 \cdot c^{-3}y^{-1} & \frac{a^6}{a} &= a^6 \cdot a^{-1} \\ &= c^n \cdot c^{-3} \cdot y^3 \cdot y^{-1} & &= a^{6-1} \\ &= \underline{\underline{c^{n-3} \cdot y^2}} & \text{ث -} &= \underline{\underline{a^5}} \\ & & \text{ب -} &\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{x^n}{x^5} &= x^n \cdot x^{-5} & \frac{b^{2x-1}}{b} &= b^{2x-1} \cdot b^{-1} \\ &= \underline{\underline{x^{n-5}}} & &= b^{2x-1-1} \\ & & \text{ج -} &= \underline{\underline{b^{2x-2}}} \\ & & \text{ج -} &\end{aligned}$$

دويم:

$$\begin{aligned} \frac{a^n x}{a^{xn}} &= a^n x \cdot a^{-xn-1} \\ \frac{c^{x+3}}{c^{x+1}} &= c^{x+3} \cdot c^{-(x+1)} = a^{n-x} \cdot n^{-1} \cdot x \\ &= c^{x+3} \cdot c^{-x-1} = \frac{x}{n} \cdot a^{n-x} \\ &= c^{x+3-x-1} = \frac{a^{n-x}}{n} \cdot x \\ &= \underline{\underline{c^2}} \quad \text{ب -} \quad \underline{\underline{\frac{a^{n-x}}{n} \cdot x}} \quad \text{الف -} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{c^{x+1}}{c^{x-2}} &= c^{x+1} \cdot c^{-(x-2)} \quad \frac{a^3}{2a} = \frac{1}{2} a^3 \cdot a^{-1} \\ &= c^{x+1} \cdot c^{-x+2} = \frac{1}{2} a^{3-1} \\ &= c^{x+1-x+2} = \frac{1}{2} a^2 \\ &= \underline{\underline{c^3}} \quad \text{ت -} \quad \underline{\underline{\frac{1}{2} a^2}} \quad \text{پ -} \end{aligned}$$

دریم:

$$\begin{aligned} \left(\frac{3ab}{14xy^5} \right) \cdot \left(\frac{28xy^6}{12ab} \right) &= \frac{13a^{11}b^3 \cdot 14x^4y^9}{26a^{12}b^5} \cdot \frac{x^3y^9}{49ab^2} \\ &= \frac{13a^{11}b^3 \cdot 14x^4y^9}{26a^{12}b^5} \cdot \frac{49ab^2}{x^3y^9} \\ &= \frac{13 \cdot 14 \cdot 49 \cdot a^{12} \cdot b^5 \cdot x^4 \cdot y^9}{26 \cdot a^{12} \cdot b^5 \cdot x^3 \cdot y^9} \\ &= \frac{13 \cdot 14 \cdot 49 \cdot \cancel{a^{12}} \cdot \cancel{b^5} \cdot x^4 \cdot \cancel{y^9}}{26 \cdot \cancel{a^{12}} \cdot \cancel{b^5} \cdot x^3 \cdot \cancel{y^9}} \\ &= \frac{13 \cdot 14 \cdot 49}{26} \cdot x \\ &= \underline{\underline{343x}} \quad \text{ب -} \quad \text{الف -} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{3ab}{14xy^5} \right) \cdot \left(\frac{28xy^6}{12ab} \right) &= \frac{3ab \cdot 28xy^6}{14xy^5 \cdot 12ab} \\ &= \frac{\cancel{3} \cancel{a} \cdot \cancel{28} \cancel{x} y^6}{14 \cancel{x} y^5 \cdot 12 \cancel{a} \cancel{b}} \\ &= \frac{3 \cdot 28}{14 \cdot 12} \cdot y \\ &= \frac{1}{2} y \\ &= \underline{\underline{\frac{1}{2} y}} \end{aligned}$$

پ -

$$\begin{aligned}
 & \frac{3a^{11}b^9 \cdot 15x^4}{4a^7x^7 \cdot 7y^5} \cdot \frac{9a^4 \cdot 3b^{10}}{12b \cdot 7x^3y^5} \\
 &= \frac{3a^{11}b^9 \cdot 15x^4}{4a^7x^7 \cdot 7y^5} \cdot \frac{12b \cdot 7x^3y^5}{9a^4 \cdot 3b^{10}} \\
 &= \frac{3 \cdot 15 \cdot 12 \cdot 7 \cdot a^{11} \cdot b^{10} \cdot x^7 \cdot y^5}{4 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 3 \cdot a^{11} \cdot b^{10} \cdot x^7 \cdot y^5} \\
 &= \frac{\cancel{3} \cdot 15 \cdot 12 \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{a^{11}} \cdot \cancel{b^{10}} \cdot \cancel{x^7} \cdot \cancel{y^5}}{4 \cdot \cancel{7} \cdot 9 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{a^{11}} \cdot \cancel{b^{10}} \cdot \cancel{x^7} \cdot \cancel{y^5}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{6x^4y^3}{7a^3b^4} \cdot \frac{14a^2b^4}{18x^3y^3} \\
 &= \frac{6 \cdot 14 \cdot a^2 \cdot b^4 \cdot x^4 \cdot y^3}{7 \cdot 18 \cdot a^3 \cdot b^4 \cdot x^3 \cdot y^3} \\
 &= \frac{6 \cdot 14 \cdot a^2 \cdot \cancel{b^4} \cdot x^4 \cdot \cancel{y^3}}{7 \cdot 18 \cdot a^3 \cdot \cancel{b^4} \cdot x^3 \cdot \cancel{y^3}} \\
 &= \frac{6 \cdot 14}{7 \cdot 18} \cdot \frac{x}{a} \\
 &= \frac{2}{3} \cdot \frac{x}{a}
 \end{aligned}$$

ت -

$$\begin{aligned}
 &= \frac{15 \cdot 12}{4 \cdot 9} \\
 &= 5
 \end{aligned}$$

څلورم:

$$\begin{aligned}
 & \frac{4a^2y^6}{5n^3x^2} \cdot \frac{15n^3x^3}{20ay^5} \\
 &= \frac{4 \cdot 15 \cdot a^2 \cdot n^3 \cdot x^3 \cdot y^6}{5 \cdot 20 \cdot a \cdot n^3 \cdot x^2 \cdot y^5} \\
 &= \frac{4 \cdot 15 \cdot a^2 \cdot \cancel{n^3} \cdot x^3 \cdot y^6}{5 \cdot 20 \cdot a \cdot \cancel{n^3} \cdot x^2 \cdot y^5} \\
 &= \frac{4 \cdot 15}{5 \cdot 20} \cdot a \cdot x \cdot y \\
 &= \frac{3}{5} \cdot axy
 \end{aligned}$$

ب -

ت -

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{7xy^2}{3p^2q^2} \right)^5 \cdot \left(\frac{18p^2q^2}{14xy^2} \right)^5 \\
 &= \left(\frac{7xy^2}{3p^2q^2} \cdot \frac{18p^2q^2}{14xy^2} \right)^5 \\
 &= \left(\frac{7 \cdot 18 \cdot p^2 \cdot q^2 \cdot x \cdot y^2}{3 \cdot 14 \cdot p^2 \cdot q^2 \cdot x \cdot y^2} \right)^5 \\
 &= \left(\frac{7 \cdot 18 \cdot \cancel{p^2} \cdot \cancel{q^2} \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{y^2}}{3 \cdot 14 \cdot \cancel{p^2} \cdot \cancel{q^2} \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{y^2}} \right)^5 \\
 &= \left(\frac{7 \cdot 18}{3 \cdot 14} \right)^5 \\
 &= \underline{\underline{3^5 = 243}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{3y}{2x} \right)^m \cdot \left(\frac{6x}{5y} \right)^m &= \left(\frac{3y \cdot 6x}{2x \cdot 5y} \right)^m \\
 &= \left(\frac{3\cancel{y} \cdot 6\cancel{x}}{2\cancel{x} \cdot 5\cancel{y}} \right)^m \\
 &= \left(\frac{3 \cdot 6}{2 \cdot 5} \right)^m \\
 &= \left(\frac{9}{5} \right)^m
 \end{aligned}$$

الف -

ب -

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{2x}{3y} \right)^m \cdot \left(\frac{5y}{6x} \right)^m \\
 &= \left(\frac{2x \cdot 5y}{3y \cdot 6x} \right)^m \\
 &= \left(\frac{2\cancel{x} \cdot 5\cancel{y}}{3\cancel{y} \cdot 6\cancel{x}} \right)^m \\
 &= \left(\frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 6} \right)^m \\
 &= \underline{\underline{\left(\frac{5}{9} \right)^m}}
 \end{aligned}$$

پنجم:

$$\left(\frac{9ax}{8bx}\right)^m \cdot \left(\frac{4x \cdot 2b}{6x \cdot 3a}\right)^m$$

$$= \left(\frac{9 \cdot 4 \cdot 2 \cdot a \cdot b \cdot x^2}{8 \cdot 6 \cdot 3 \cdot a \cdot b \cdot x^2}\right)^m$$

$$= \left(\frac{9 \cdot 4 \cdot 2 \cdot \cancel{a \cdot b \cdot x^2}}{8 \cdot 6 \cdot 3 \cdot \cancel{a \cdot b \cdot x^2}}\right)^m$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^m$$

ت -

$$\left(\frac{4y}{5x}\right)^b \cdot \left(\frac{10x}{8y}\right)^b$$

$$= \left(\frac{4y \cdot 10x}{5x \cdot 8y}\right)^b$$

$$= \left(\frac{\cancel{4y} \cdot \cancel{10x}}{\cancel{5x} \cdot \cancel{8y}}\right)^b$$

$$= \left(\frac{4 \cdot 10}{5 \cdot 8}\right)^b = 1$$

ب -

الف -

پ -

$$\left(\frac{25ab}{15xy}\right)^n \cdot \left(\frac{5y \cdot 3x}{5b \cdot 10a}\right)^n$$

$$= \left(\frac{25ab \cdot 5y \cdot 3x}{15xy \cdot 5b \cdot 10a}\right)^n$$

$$= \left(\frac{25 \cdot 5 \cdot 3 \cdot a \cdot b \cdot x \cdot y}{15 \cdot 5 \cdot 10 \cdot a \cdot b \cdot x \cdot y}\right)^n$$

$$= \left(\frac{25 \cdot \cancel{5} \cdot 3 \cdot \cancel{a \cdot b \cdot x \cdot y}}{15 \cdot \cancel{5} \cdot 10 \cdot \cancel{a \cdot b \cdot x \cdot y}}\right)^n$$

$$= \left(\frac{25 \cdot 3}{15 \cdot 10}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\left(\frac{3a}{4}\right)^m \cdot \left(\frac{2}{9a}\right)^m$$

$$= \left(\frac{3a \cdot 2}{4 \cdot 9a}\right)^m$$

$$= \left(\frac{\cancel{3} \cdot 2}{4 \cdot \cancel{9}}\right)^m$$

$$= \left(\frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 9}\right)^m$$

$$= \left(\frac{1}{6}\right)^m$$

شپږم:

$$\begin{aligned}
 \frac{3^{2n+4}}{81} &= \frac{3^{2n+4}}{3^4} & \frac{2^{2n+4}}{16} &= \frac{2^{2n+4}}{2^4} \\
 &= 3^{2n+4} \cdot 3^{-4} & &= 2^{2n+4} \cdot 2^{-4} \\
 &= 3^{2n+4-4} & &= 2^{2n+4-4} \\
 &= \underline{\underline{3^{2n}}} & \text{ب -} & \underline{\underline{2^{2n}}} & \text{الف -}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{15x^3y^3}{8a^4b^5} \cdot \frac{16a^5b^4}{45x^4y^2} &= \frac{45a^{11}b^9 \cdot x^4}{28a^7x^7y^5} \cdot \frac{27a^4b^{10}}{84bx^3y^5} \\
 &= \frac{45a^{11}b^9 \cdot x^4}{28a^7x^7y^5} \cdot \frac{84bx^3y^5}{27a^4b^{10}} \\
 &= \frac{45 \cdot 84 \cdot a^{11} \cdot b^{10} \cdot x^7 \cdot y^5}{28 \cdot 27 \cdot a^{11} \cdot b^{10} \cdot x^7 \cdot y^5} \\
 &= \frac{45 \cdot 84 \cdot \cancel{a^{11}} \cdot \cancel{b^{10}} \cdot \cancel{x^7} \cdot \cancel{y^5}}{28 \cdot 27 \cdot \cancel{a^{11}} \cdot \cancel{b^{10}} \cdot \cancel{x^7} \cdot \cancel{y^5}} \\
 &= \frac{45 \cdot 84}{28 \cdot 27} = 5 & \text{پ -} \\
 & \text{ت -} & \text{اوم:}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (9a^5b^3 - 12a^3b^5) : 3a^3b^3 &= \frac{9a^5b^3}{3a^3b^3} - \frac{12a^3b^5}{3a^3b^3} \\
 &= \underline{\underline{3a^2 - 4b^2}} & \text{ب -} & (8x^5 - 6x^7 + 2x^2) : 2x^2 \\
 & & &= \frac{8x^5}{2x^2} - \frac{6x^7}{2x^2} + \frac{2x^2}{2x^2} \\
 & & &= \underline{\underline{4x^3 - 3x^5 + 1}} & \text{الف -}
 \end{aligned}$$

توانونه **v**

د توان ترمونه، فاکتوریزه کونه (ضریب ډوله لیکنه)، له نوکانو وېستنه ساده یې کړئ:

لومړی:

$$\text{الف - } \frac{(4-12x)^3}{64} \quad \text{ب - } \left(\frac{2}{x^2}\right)^5 - \left(\frac{3}{x^5}\right)^2$$

$$\text{پ - } \frac{k^9}{81} \cdot \left(\left(-\frac{3}{k}\right)^3\right)^4 \quad \text{ت - } \frac{(ab)^2}{x^3y} \cdot \frac{x^5y^2}{a^2b}$$

دویم:

$$\text{الف - } \frac{1}{4} \cdot 2^4 \cdot (2^2)^3 \quad \text{ب - } (3^{n+1})^2 \quad \text{پ - } (4x+3y^3)^2$$

$$\text{ت - } -(x^4-2)^2 \quad \text{ټ - } (x^2-x^3)(x^2+x^3) \quad \text{ث - } (3x^2+2k)^2$$

$$\text{ج - } -\frac{1}{2}(x^2-4)^2 \quad \text{چ - } \left(-\frac{1}{2}(x^2-4)\right)^2 \quad \text{خ - } x^2y^2(x^4+2x^2y+y^2)$$

$$\text{دریم:} \quad \text{الف - } (3x^2-5x)(1-x^3) + (x^2+3x^4)x^3$$

$$\text{ب - } a^{2r}b^r(a^{2r}-a^rb^{r+1}+b^{2r+2})$$

څلورم:

الف - $-3x^3 \cdot x^2 + 5x \cdot x^4$ ب - $4k^{n-4} \cdot k^3 - k \cdot k^{n-2}$

پ - $\frac{4x^5 + 6x^4 - 12x^2}{2x^2}$ ت - $2x^5y^3 \cdot y - 4x^3y^2 \cdot x^2y^2$

ت - $\frac{a^2}{2} (a^{n+2} - 4a^n - 2a^{2-n})$ ث - $(9 \cdot 3^n - 3^{n+1}) : 3^{n-1}$

پنځم: له نوکانوڅخه وېستو له لارې یې ساده کړئ

الف - $(2x+6)^2 + (x+3)^2$ ب - $\frac{5a-20}{4a-16}$ پ - $(3k^2 - 3k^3)^2$

ت - $\frac{x(5a+15)}{a+3}$ ب - $\frac{(2x-6)^2}{4}$ ث - $\frac{(-2a-4)^3}{a+2}$

شپږم: د ضربونو په توګه یې ولیکئ

الف - $3a^2 + 6a^3$ ب - $2a^2 - 6a^3 + 4a^4 - 8a^5$ پ - $2^x + 2^{x+1}$

ت - $\frac{1}{2}e^x - \frac{1}{4}e^{x+1}$ ب - $(3x-6)\left(\frac{1}{4}x^2 - x + 1\right)$ ث - $\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$

ج - $a^{5b} + 3a^b$ چ - $3x^4 - 12x^2$ څ - $a^2 - 2a^3 + a^4$

اوم: د ضربونو(ځلونو) په توګه یې ولیکئ:

الف - $x^4 + 2x^3$ ب - $x^2e^x + 2xe^x + e^x$ پ - $x^{n+3} - 4x^{n+2}$

223 1.4-توان، ريڻه او د هغوي ...

ت - $3a^3 - 12a^9$ پ - $x^{n+2} - 6x^{n+1} + 9x^n$ ټ - $3 - x^2$

ج - $x^4 - a^2$ چ - $-6k^{n+2} + 18k^{2-n}$ څ - $x^4 - 8x^2 + 12$

خ - $e^x - e^{3x}$ ح - $x^{2n} + 4x^n + 4$ ځ - $e^{2x} - 1$

حلونه

توانونه **V**

نتيځي ا مفضل حلونه

Potenzgesetze د توان قوانين

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

نتيځي

لومړۍ:

$$\left(\frac{2}{x^2}\right)^5 - \left(\frac{3}{x^5}\right)^2 = \frac{23}{x^{10}} \quad \text{ب.} \quad \frac{(4-12x)^3}{64} = (1-3x)^3 \quad \text{الف.}$$

$$\frac{(ab)^2}{x^3y} \cdot \frac{x^5y^2}{a^2b} = bx^2y \quad \text{ت.} \quad \left(\left(-\frac{3}{k}\right)^3\right)^4 \cdot \frac{k^9}{81} = \frac{6561}{k^3} \quad \text{پ.}$$

دويم:

$$\frac{1}{4} \cdot 2^4 \cdot (2^2)^3 = 256 = 2^8 \quad \text{الف.}$$

$$(3^{n+1})^2 = 3^{2n+2} \quad \text{ب.}$$

$$(4x + 3y^3)^2 = 16x^2 + 24xy^3 + 9y^6 \quad \text{پ.}$$

$$-(x^4 - 2)^2 = -x^8 + 4x^4 - 4 \quad \text{ت.}$$

$$(x^2 - x^3)(x^2 + x^3) = x^4 - x^6 \quad \text{ت.}$$

$$(3x^2 + 2k)^2 = 9x^4 + 12kx^2 + 4k^2 \quad \text{ث.}$$

$$-\frac{1}{2}(x^2 - 4)^2 = -\frac{1}{2}x^4 + 4x^2 - 8 \quad \text{ج.}$$

$$\left(-\frac{1}{2}(x^2 - 4)\right)^2 = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 4 \quad \text{ج.}$$

$$x^2y^2(x^4 + 2x^2y + y^2) = x^6y^2 + 2x^4y^3 + x^2y^4 \quad \text{خ.}$$

دریم:

الف.

$$(3x^2 - 5x)(1 - x^3) + (x^2 + 3x^4)x^3 = 3x^7 - 2x^5 + 5x^4 + 3x^2 - 5x$$

$$a^{2r}b^r(a^{2r} - a^rb^{r+1} + b^{2r+2}) = a^{4r}b^r - a^{3r}b^{2r+1} + a^{2r}b^{3r+2} \quad \text{ب.}$$

خلورم:

$$\text{الف} - 3x^3 \cdot x^2 + 5x \cdot x^4 = 2x^5$$

$$\text{ب} - 4k^{n-4} \cdot k^3 - k \cdot k^{n-2} = 3k^{n-1}$$

$$\text{پ} - 2x^5y^3 \cdot y - 4x^3y^2 \cdot x^2y^2 = -2x^5y^4$$

$$\text{ت} - \frac{4x^5 + 6x^4 - 12x^2}{2x^2} = 2x^3 + 3x^2 - 6$$

$$\text{ټ} - (a^{n+2} - 4a^n - 2a^{2-n}) \frac{a^2}{2} = \frac{1}{2} (a^{n+4} - 4a^{n+2} - 2a^{4-n})$$

$$\text{ث} - (9 \cdot 3^n - 3^{n+1}) : 3^{n-1} = 18$$

پنځم:

$$\text{الف} - \frac{5a-20}{4a-16} = \frac{5}{4} \quad \text{ب} - (2x+6)^2 + (x+3)^2 = 5(x+3)^2$$

$$\text{پ} - \frac{x(5a+15)}{a+3} = 5x \quad \text{ت} - (3k^2 - 3k^3)^2 = 9k^4(k-1)^2$$

$$\text{ټ} - \frac{(2x-6)^2}{4} = (x-3)^2 \quad \text{ث} - \frac{(-2a-4)^3}{a+2} = -8(a+2)^2$$

شپږم:

$$\text{الف} - 3a^2 + 6a^3 = 3a^2(1+2a)$$

$$\text{ب} - 2a^2 - 6a^3 + 4a^4 - 8a^5 = 2a^2(1 - 3a + 2a^2 - 4a^3)$$

$$\text{پ} - 2^x + 2^{x+1} = 3 \cdot 2^x$$

$$\text{ت} - \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{4}e^{x+1} = \frac{e^x}{4}(2-e)$$

$$\text{ټ} - (3x-6)\left(\frac{1}{4}x^2 - x + 1\right) = \frac{3(x-2)^3}{4}$$

$$\begin{aligned} a^{5b} + 3a^b &= a^b (3 + a^{4b}) \quad \text{ج} \quad \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x = \frac{x(x-3)^2}{3} \quad \text{ث} \\ a^2 - 2a^3 + a^4 &= a^2(a-1)^2 \quad \text{خ} \quad 3x^4 - 12x^2 = 3x^2(x-2)(x+2) \quad \text{چ} \\ &\quad \text{اوم:} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2e^x + 2xe^x + e^x &= e^x(x+1)^2 \quad \text{ب} \quad x^4 + 2x^3 = x^3(x+2) \quad \text{الف} \\ 3a^3 - 12a^9 &= 3a^3(1-2a^3)(1+2a^3) \quad \text{ت} \quad x^{n+3} - 4x^{n+2} = x^{n+2}(x-4) \quad \text{پ} \\ 3 - x^2 &= (\sqrt{3}-x)(\sqrt{3}+x) \quad \text{ث} \quad x^{n+2} - 6x^{n+1} + 9x^n = x^n(x-3)^2 \quad \text{ب} \\ -6k^{n+2} + 18k^{2-n} &= -6k^2(k^n - 3k^{-n}) \quad \text{چ} \quad x^4 - a^2 = (x^2-a)(x^2+a) \quad \text{ج} \\ e^x - e^{3x} &= e^x(1-e^{2x}) \quad \text{خ} \quad x^4 - 8x^2 + 12 = (x^2-6)(x^2-2) \quad \text{ح} \\ e^{2x} - 1 &= (e^x-1)(e^x+1) \quad \text{خ} \quad x^{2n} + 4x^n + 4 = (x^n+2)^2 \quad \text{ث} \end{aligned}$$

مفضل حلونه

لومړی:

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{x^2}\right)^5 - \left(\frac{3}{x^5}\right)^2 &= \frac{2^5}{x^{10}} - \frac{3^2}{x^{10}} \\ &= \frac{2^5 - 3^2}{x^{10}} \\ &= \frac{32 - 9}{x^{10}} = \frac{23}{x^{10}} \quad \text{ب} \\ \frac{(4-12x)^3}{64} &= \frac{[4(1-3x)]^3}{4^3} \\ &= \frac{4^3(1-3x)^3}{4^3} \\ &= (1-3x)^3 \quad \text{الف} \end{aligned}$$

1.4-توان، ریشه او د هغوي ... 227

$$\frac{(ab)^2}{x^3y} \cdot \frac{x^5y^2}{a^2b} = \frac{a^2 \cdot b^2 \cdot x^5 \cdot y^2}{a^2 \cdot b \cdot x^3 \cdot y} = \frac{\cancel{a^2} \cdot b^2 \cdot x^5 \cdot y^2}{\cancel{a^2} \cdot b \cdot x^3 \cdot y} = \underline{\underline{bx^2y}} \quad \text{ت -}$$

$$\left(\left(-\frac{3}{k} \right)^3 \right)^4 \cdot \frac{k^9}{81} = \left[(-1)^3 \frac{3^3}{k^3} \right]^4 \cdot \frac{k^9}{81} = (-1)^{12} \cdot \frac{3^{12}}{k^{12}} \cdot \frac{k^9}{3^4} = 1 \cdot \frac{3^8}{k^3} = \underline{\underline{\frac{6561}{k^3}}} \quad \text{پ -}$$

دويم:

$$\frac{1}{4} \cdot 2^4 \cdot (2^2)^3 = \frac{1}{2^2} \cdot 2^4 \cdot 2^6 = 2^8 = \underline{\underline{256}} \quad \text{الف -}$$

$$(3^{n+1})^2 = 3^{2(n+1)} = \underline{\underline{3^{2n+2}}} \quad \text{ب -}$$

$$\underbrace{(4x + 3y^3)^2}_{1. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{16x^2 + 24xy^3 + 9y^6}} \quad \text{پ -}$$

$$- \underbrace{(x^4 - 2)^2}_{2. \text{ bin. Formel}} = (-1) \cdot (x^8 - 4x^4 + 4) = \underline{\underline{-x^8 + 4x^4 - 4}} \quad \text{ت -}$$

ث -

$$\underbrace{(3x^2 + 2k)^2}_{1. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{9x^4 + 12kx^2 + 4k^2}} \quad \text{ث -}$$

$$- \underbrace{\frac{1}{2}(x^2 - 4)^2}_{2. \text{ bin. Formel}} = -\frac{1}{2}(x^4 - 8x^2 + 16) = \underline{\underline{-\frac{1}{2}x^4 + 4x^2 - 8}} \quad \text{ج -}$$

چ -

$$\left(-\frac{1}{2}(x^2-4)\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \underbrace{(x^2-4)^2}_{2. \text{ bin. Formel}} = \frac{1}{4}(x^4-8x^2+16) = \underline{\underline{\frac{1}{4}x^4-2x^2+4}}$$

$$x^2y^2(x^4+2x^2y+y^2) = \underline{\underline{x^6y^2+2x^4y^3+x^2y^4}} \quad \text{ح -}$$

$$\begin{aligned} & (3x^2-5x)(1-x^3) + (x^2+3x^4)x^3 \\ &= 3x^2-3x^5-5x+5x^4+x^5+3x^7 \\ &= 3x^7-3x^5+x^5+5x^4+3x^2-5x \\ &= \underline{\underline{3x^7-2x^5+5x^4+3x^2-5x}} \quad \text{دریم: الف -} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & a^{2r}b^r(a^{2r}-a^rb^{r+1}+b^{2r+2}) \\ &= a^{2r} \cdot a^{2r}b^r - a^{2r} \cdot a^rb^{r+1} + a^{2r}b^r \cdot b^{2r+2} \\ &= \underline{\underline{a^{4r}b^r - a^{3r}b^{2r+1} + a^{2r}b^{3r+2}}} \quad \text{ب -} \end{aligned}$$

څلورم:

$$\begin{aligned} & 4k^{n-4} \cdot k^3 - k \cdot k^{n-2} & -3x^3 \cdot x^2 + 5x \cdot x^4 \\ &= 4k^{n-1} - k^{n-1} &= -3x^5 + 5x^5 \\ &= \underline{\underline{3k^{n-1}}} & \text{ب -} = \underline{\underline{2x^5}} \quad \text{الف -} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{4x^5+6x^4-12x^2}{2x^2} & 2x^5y^3 \cdot y - 4x^3y^2 \cdot x^2y^2 \\ &= \frac{4x^5}{2x^2} + \frac{6x^4}{2x^2} - \frac{12x^2}{2x^2} &= 2x^5y^4 - 4x^5y^4 \\ &= \underline{\underline{2x^3+3x^2-6}} & \text{ت -} = \underline{\underline{-2x^5y^4}} \quad \text{پ -} \end{aligned}$$

$$3a^2 + 6a^3 = 3a^1 \cdot 1 + 3a^2 \cdot 2a = \underline{\underline{3a^2(1+2a)}} \quad \text{الف -}$$

$$\begin{aligned} 2a^2 - 6a^3 + 4a^4 - 8a^5 &= 2a^2 \cdot 1 - 2a^2 \cdot 3a + 2a^2 \cdot 2a^2 - 2a^2 \cdot 4a^3 \\ &= \underline{\underline{2a^2(1-3a+2a^2-4a^3)}} \quad \text{ب -} \end{aligned}$$

$$2^x + 2^{x+1} = 2^x \cdot 1 + 2^x \cdot 2^1 = 2^x(1+2) = \underline{\underline{3 \cdot 2^x}} \quad \text{پ -}$$

$$\frac{1}{2}e^x - \frac{1}{4}e^{x+1} = \frac{1}{4}e^x \cdot 2 - \frac{1}{4}e^x \cdot e = \underline{\underline{\frac{1}{4}e^x(2-e)}} \quad \text{ت -}$$

$$\begin{aligned} (3x-6)\left(\frac{1}{4}x^2-x+1\right) &= 3(x-2) \cdot \frac{1}{4}\underbrace{(x^2-4x+4)}_{\text{2. bin. Formel}} \\ &= 3(x-2) \cdot \frac{1}{4}(x-2)^2 \\ &= \underline{\underline{\frac{3}{4}(x-2)^3}} \quad \text{ټ -} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x &= \frac{1}{3}x \cdot x^2 - \frac{1}{3}x \cdot 6x + \frac{1}{3}x \cdot 9 \\ &= \frac{1}{3}x\underbrace{(x^2-6x+9)}_{\text{2. bin. Formel}} \\ &= \underline{\underline{\frac{1}{3}x(x-3)^2}} \quad \text{ث -} \end{aligned}$$

$$a^{5b} + 3a^b = a^b \cdot a^{4b} + a^b \cdot 3 = \underline{\underline{a^b(a^{4b} + 3)}} \quad \text{ج -}$$

1.4-توان، ریشه او د هغوي ... 231

$$3x^4 - 12x^2 = 3x^2 \underbrace{(x^2 - 4)}_{3. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{3x^2(x-2)(x+2)}} \quad \text{چ -}$$

$$a^2 - 2a^3 + a^4 = a^2(1 - 2a + a^2) = a^2 \underbrace{(a^2 - 2a + 1)}_{2. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{a^2(a-1)^2}} \quad \text{ح -}$$

اوم:

$$x^2e^x + 2xe^x + e^x = e^x \underbrace{(x^2 + 2x + 1)}_{1. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{e^x(x+1)^2}} \quad \text{ب -}$$

$$x^4 + 2x^3 = x^3 \cdot x + x^3 \cdot 2 = \underline{\underline{x^3(x+2)}} \quad \text{الف -}$$

$$x^{n+3} - 4x^{n+2} = x^{n+2} \cdot x - x^{n+2} \cdot 4 = \underline{\underline{x^{n+2}(x-4)}} \quad \text{پ -}$$

$$3a^3 - 12a^9 = 3a^3 \cdot 1 - 3a^3 \cdot 4a^6 = 3a^3 \underbrace{(1 - 4a^6)}_{3. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{3a^3(1 - 2a^3)(1 + 2a^3)}} \quad \text{ت -}$$

$$x^{n+2} - 6x^{n+1} + 9x^n = x^n \underbrace{(x^2 - 6x + 9)}_{2. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{x^n(x-3)^2}} \quad \text{ب -}$$

$$\underbrace{3 - x^2}_{3. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{(\sqrt{3} - x)(\sqrt{3} + x)}} \quad \text{ث -}$$

$$\underbrace{x^4 - a^2}_{3. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{(x^2 - a)(x^2 + a)}} \quad \text{ج -}$$

$$\begin{aligned} -6k^{n+2} + 18k^{2-n} &= -6k^2 \cdot k^n - 6k^2 \cdot (-3k^{-n}) \\ &= -6k^2 (k^n - 3k^{-n}) \end{aligned}$$

چ -

$$e^x - e^{3x} = e^x \cdot 1 - e^x \cdot e^{2x} \quad x^4 - 8x^2 + 12 = x^4 - 2x^2 - 6x^2 + 2 \cdot 6$$

$$\begin{aligned} &= e^x (1 - e^{2x}) &= (x^2 - 6)(x^2 - 2) \end{aligned}$$

خ -

ح -

$$\begin{aligned} \underbrace{e^{2x} - 1}_{3. \text{ bin. Formel}} &= (e^x - 1)(e^x + 1) & \underbrace{x^{2n} + 4x^n + 4}_{1. \text{ bin. Formel}} &= (x^n + 2)^2 \end{aligned}$$

خ -

خ -

پوښتنې

توانونه VI

توانشمیرنه ساده کړئ

ساده یې کړئ

لومړی:

$$\frac{5x+15}{x+3} \quad \text{پ -} \quad \frac{(3x^2-6x^3)^2}{9x^4} \quad \text{ب -} \quad \frac{x^4-x^3}{x^2-x} \quad \text{الف -}$$

$$\frac{e^{3x}+e^{2x}}{e^{2x}} \quad \text{ث -} \quad \frac{a^4-a^2b^2}{ab-a^2} \quad \text{ب -} \quad \frac{a^3+2a^2b+ab^2}{(a+b)^2} \quad \text{ت -}$$

1.4-توان، ریښه او د هغوي ... 233

دویم:

$$\frac{a^7b^3 - ab^7}{a^5b - a^2b^4} \quad \text{پ} - \quad \frac{k^3 + 6k^2 + 9k}{k^2 - 9} \quad \text{ب} - \quad \frac{x^4 - 6x^3}{5x - 30} \quad \text{الف}$$

$$\frac{x^{n+3} - x^{n+1}}{x^{n+1} + x^n} \quad \text{ث} - \quad \frac{x^6 - k^2}{x^4 + kx} \quad \text{ب} - \quad \frac{x^{2n} - 10x^n + 25}{x^{2n} - 25} \quad \text{ت}$$

دریم:

$$\frac{4k^2 - 4}{k^2 + 2k + 1} \quad \text{ب} - \quad \frac{(x^2 + 8xy + 16y^2)}{(2x - 3y)^{-2}} \cdot \frac{x^2 - 16y^2}{2x - 3y} \quad \text{الف}$$

$$\frac{3 + 6x^2}{2x} - \frac{6x^3 - 5}{3x^2} - \frac{2x^4 - 2}{2x^3} \quad \text{ت} - \quad \frac{x^{n-1} - x^n}{x^n - x^{n+2}} \quad \text{پ}$$

$$\frac{2(a^2 + b^2)^2}{a^5 - ab^4} \quad \text{ث} - \quad \frac{32}{2^{n+5}} + \frac{2^{-n+3}}{8} \quad \text{ب}$$

څلورم:

$$\frac{am - an + bm - bn}{a^2 - b^2} \quad \text{پ} - \quad \frac{x^3y - xy^5}{x^3y^2 - x^2y^4} \quad \text{ب} - \quad \frac{x^4 - x^3}{x^4 - x^2} \quad \text{الف}$$

پنځم: y و شمیرئ:

$$y = \frac{kx^3}{2(x+k)^2} \quad \text{für } x = -3k \quad \text{ب} - \quad y = \frac{1}{4}x^4 - 2kx^3 + \frac{9}{2}k^2x^2 \quad \text{für } x = 3k \quad \text{الف}$$

$$y = \frac{e^{3kx} + 4e^3}{kx - 4} \quad \text{für } x = -\frac{1}{k} \quad \text{ت} - \quad y = \frac{3}{2k^2}x^4 - \frac{4}{k}x^3 + 3x^2 - 4 \quad \text{für } x = \frac{1}{3}k \quad \text{پ}$$

ب. $y = \frac{x^3 - kx + 1}{x^3}$ für $x = \frac{3}{2k}$ - ت. $y = e^{x^2 - k^2} + 3e^{5k - (k - x)}$ für $x = -k$ - ب. شپږم: په نوکانو کې افادې وټاکئ

الف. $a^n + a^{4-n} + a^{2n} = a^{2n} (\dots)$ - ب. $a^{k-2} + a^{3k} + a^{-k-1} = a^{-k} (\dots)$ - پ. $a^3 + a^{1-n} + a^{n+4} = a^{n+3} (\dots)$ - ت. $\frac{3}{2}x^4 + \frac{3}{4}x^3 + \frac{1}{8}x^2 = \frac{1}{8}x^2 (\dots)$ - ب. $e^{3x} - 2e^{-x} = e^{-x} (\dots)$ - ت. $ke^{2x} - 2e^{x+1} = e^x (\dots)$ - ب.

حلونه

توانونه VI

نتیجې او مفصل حلونه:

د توان قوانین

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

نتیجې:

لومړی:

$$\frac{(3x^2 - 6x^3)^2}{9x^4} = (1 - 2x)^2 \quad \text{ب.} \quad \frac{x^4 - x^3}{x^2 - x} = x^2 \quad \text{الف.}$$

$$\frac{a^3 + 2a^2b + ab^2}{(a+b)^2} = a \quad \frac{5x+15}{x+3} = 5 \quad \text{پ.} \quad \text{ت.}$$

$$\frac{e^{3x} + e^{2x}}{e^{2x}} = e^x + 1 \quad \frac{a^4 - a^2b^2}{ab - a^2} = -a(a+b) \quad \text{ث.}$$

دویم:

$$\frac{k^3 + 6k^2 + 9k}{k^2 - 9} = \frac{k(k+3)}{k-3} \quad \frac{x^4 - 6x^3}{5x - 30} = \frac{1}{5}x^3 \quad \text{ب.} \quad \text{الف.}$$

$$\frac{x^{2n} - 10x^n + 25}{x^{2n} - 25} = \frac{x^n - 5}{x^n + 5} \quad \frac{a^7b^3 - ab^7}{a^5b - a^2b^4} = \frac{a^6b^2 - b^6}{a^4 - ab^3} \quad \text{پ.} \quad \text{ت.}$$

$$\frac{x^{n+3} - x^{n+1}}{x^{n+1} + x^n} = x(x-1) \quad \frac{x^6 - k^2}{x^4 + kx} = \frac{x^3 - k}{x} \quad \text{ث.} \quad \text{ب.}$$

دریم:

$$\frac{(x^2 + 8xy + 16y^2)}{(2x - 3y)^{-2}} : \frac{x^2 - 16y^2}{2x - 3y} = \frac{x+4y}{x-4y} (2x - 3y)^3 \quad \text{الف.}$$

$$\frac{x^{n-1} - x^n}{x^n - x^{n+2}} = \frac{1}{x(x+1)} \quad \frac{4k^2 - 4}{k^2 + 2k + 1} = \frac{4(k-1)}{k+1} \quad \text{پ.} \quad \text{ب.}$$

$$\frac{3+6x^2}{2x} - \frac{6x^3-5}{3x^2} - \frac{2x^4-2}{2x^3} = \frac{9x^2+10x+6}{6x^3} \quad \text{ت.}$$

$$\frac{2(a^2+b^2)^2}{a^5-ab^4} = \frac{2(a^2+b^2)}{a(a^2-b^2)} \quad \frac{32}{2^{n+5}} + \frac{2^{-n+3}}{8} = 2^{1-n} \quad \text{ث.} \quad \text{ب.}$$

څلورم:

$$\frac{x^4 - x^3}{x^4 - x^2} = \frac{x}{x+1} \quad \text{الف}$$

$$\frac{x^3y - xy^5}{x^3y^2 - x^2y^4} = \frac{x+y^2}{xy} \quad \text{ب}$$

$$\frac{am - an + bm - bn}{a^2 - b^2} = \frac{m-n}{a-b} \quad \text{پ}$$

پنځم:

$$y = \frac{1}{4}x^4 - 2kx^3 + \frac{9}{2}k^2x^2 \text{ für } x = 3k \Rightarrow y = \frac{27k^4}{4} \quad \text{الف}$$

$$y = \frac{kx^3}{2(x+k)^2} \text{ für } x = -3k \Rightarrow y = -\frac{27k^2}{8} \quad \text{ب}$$

$$y = \frac{3}{2k^2}x^4 - \frac{4}{k}x^3 + 3x^2 - 4 \text{ für } x = \frac{1}{3}k \Rightarrow y = \frac{11k^2}{54} - 4 \quad \text{پ}$$

$$y = \frac{e^{3kx} + 4e^3}{kx - 4} \text{ für } x = -\frac{1}{k} \Rightarrow y = -\frac{e^{-3} + 4e^3}{5} \quad \text{ت}$$

$$y = e^{x^2 - k^2} + 3e^{5k - (k-x)} \text{ für } x = -k \Rightarrow y = 1 + 3e^{3k} \quad \text{ټ}$$

$$y = \frac{x^3 - kx + 1}{x^3} \text{ für } x = \frac{3}{2k} \Rightarrow 1 - \frac{4k^3}{27} \quad \text{ث}$$

شپږم:

$$a^n + a^{4-n} + a^{2n} = a^{2n} (a^{-n} + a^{4-3n} + 1) \quad \text{الف}$$

$$a^{k-2} + a^{3k} + a^{-k-1} = a^{-k} (a^{2k-2} + a^{4k} + a^{-1}) \quad \text{ب}$$

$$a^3 + a^{1-n} + a^{n+4} = a^{n+3} (a^{-n} + a^{-2n-2} + a) \quad \text{پ}$$

$$\frac{3}{2}x^4 + \frac{3}{4}x^3 + \frac{1}{8}x^2 = \frac{1}{8}x^2 (12x^2 + 6x + 1) \quad \text{ت}$$

$$e^{3x} - 2e^{-x} = e^{-x} (e^{4x} - 2) \quad \text{ب.}$$

$$ke^{2x} - 2e^{x+1} = e^x (ke^x - 2e) \quad \text{ث.}$$

مفصل حلونه:

لومړی:

$$\frac{(3x^2 - 6x^3)^2}{9x^4} = \frac{[3x^2(1 - 2x)]^2}{9x^4}$$

$$= \frac{9x^4(1 - 2x)^2}{9x^4}$$

$$= \frac{\cancel{9x^4}(1 - 2x)^2}{\cancel{9x^4}} = \underline{\underline{(1 - 2x)^2}} \quad \text{ب.}$$

$$\frac{x^4 - x^3}{x^2 - x} = \frac{x^3(x - 1)}{x(x - 1)}$$

$$= \frac{x^3 \cancel{(x - 1)}}{x \cancel{(x - 1)}}$$

$$= \frac{x^3}{x} = \underline{\underline{x^2}} \quad \text{الف.}$$

$$\frac{a^3 + 2a^2b + ab^2}{(a+b)^2} = \frac{a(a^2 + 2ab + b^2)}{(a+b)^2}$$

$$= \frac{a \cancel{(a+b)^2}}{\cancel{(a+b)^2}}$$

$$= \frac{a(a+b)^2}{(a+b)^2} = \underline{\underline{a}} \quad \text{ت.}$$

$$\frac{5x + 15}{x + 3} = \frac{5(x + 3)}{(x + 3)}$$

$$= \frac{5 \cancel{(x + 3)}}{\cancel{(x + 3)}}$$

$$= \underline{\underline{5}} \quad \text{پ.}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{e^{3x} + e^{2x}}{e^{2x}} &= \frac{e^{3x}}{e^{2x}} + \frac{e^{2x}}{e^{2x}} \\
 &= e^{3x-2x} + e^{2x-2x} \\
 &= e^x + \underbrace{e^0}_1 \\
 &= \underline{\underline{e^x + 1}} \quad \text{ث-}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{a^4 - a^2b^2}{ab - a^2} &= \frac{a^2(a^2 - b^2)}{a(b - a)} \\
 &= \frac{a(a-b)(a+b)}{-(a-b)} \\
 &= \frac{a\cancel{(a-b)}(a+b)}{-1\cancel{(a-b)}} \\
 &= \underline{\underline{-a(a+b)}} \quad \text{ب-}
 \end{aligned}$$

دويم:

$$\begin{aligned}
 \frac{k^3 + 6k^2 + 9k}{k^2 - 9} &= \frac{k(k^2 + 6k + 9)}{(k-3)(k+3)} \\
 &= \frac{k(k+3)^2}{(k-3)(k+3)} \\
 &= \underline{\underline{\frac{k(k+3)}{k-3}}} \quad \text{ب-}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{x^4 - 6x^3}{5x - 30} &= \frac{x^3(x-6)}{5(x-6)} \\
 &= \frac{x^3\cancel{(x-6)}}{5\cancel{(x-6)}} \\
 &= \underline{\underline{\frac{1}{5}x^3}}} \quad \text{الف-}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{x^{2n} - 10x^n + 25}{x^{2n} - 25} &= \frac{(x^n - 5)^2}{(x^n - 5)(x^n + 5)} \\
 &= \underline{\underline{\frac{x^n - 5}{x^n + 5}}} \quad \text{ت-}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{a^7b^3 - ab^7}{a^5b - a^2b^4} &= \frac{ab(a^6b^2 - b^6)}{ab(a^4 - ab^3)} \\
 &= \underline{\underline{\frac{a^6b^2 - b^6}{a^4 - ab^3}}} \quad \text{پ-}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{x^{n+3} - x^{n+1}}{x^{n+1} + x^n} &= \frac{x^n \cdot x(x^2 - 1)}{x^n(x+1)} & \frac{x^6 - k^2}{x^4 + kx} &= \frac{(x^3 - k)(x^3 + k)}{x(x^3 + k)} \\
 &= \frac{x(x-1)(x+1)}{(x+1)} & &= \frac{x^3 - k}{x} \\
 &= \underline{\underline{x(x-1)}} & \text{ب -} &
 \end{aligned}$$

دریم:

$$\begin{aligned}
 \frac{4k^2 - 4}{k^2 + 2k + 1} &= \frac{4(k^2 - 1)}{(k+1)^2} & \frac{(x^2 + 8xy + 16y^2)}{(2x - 3y)^{-2}} \cdot \frac{x^2 - 16y^2}{2x - 3y} & \\
 &= \frac{4(k-1)(k+1)}{(k+1)(k+1)} & = \frac{(x^2 + 8xy + 16y^2)(2x - 3y)}{(2x - 3y)^{-2}(x^2 - 16y^2)} & \\
 &= \frac{4(k-1)\cancel{(k+1)}}{(k+1)\cancel{(k+1)}} & = \frac{(x+4y)^2(2x-3y)^3}{(x-4)(x+4)} & \\
 &= \underline{\underline{\frac{4(k-1)}{k+1}}} & \text{ب -} & \\
 & & \text{الف -} &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{x^{n-1} - x^n}{x^n - x^{n+2}} &= \frac{x^{n-1}(1-x)}{x^n(1-x^2)} \\
 &= \frac{1}{x} \cdot \frac{(1-x)}{(1-x)(1+x)} \\
 &= \frac{1}{x} \cdot \frac{\cancel{(1-x)}}{\cancel{(1-x)}(1+x)} \\
 &= \underline{\underline{\frac{1}{x(x+1)}}} & \text{ب -} &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{3+6x^2}{2x} - \frac{6x^3-5}{3x^2} - \frac{2x^4-2}{2x^3} \quad \text{HN} = 6x^3 \\
 \Rightarrow & \frac{3x^2(3+6x^2)}{6x^3} - \frac{2x(6x^3-5)}{6x^3} - \frac{3(2x^4-2)}{6x^3} \\
 = & \frac{9x^2+18x^4-12x^4+10x-6x^4+6}{6x^3} \\
 = & \frac{9x^2+10x+6}{6x^3}
 \end{aligned}$$

ت -

$$\begin{aligned}
 \frac{2(a^2+b^2)^2}{a^5-ab^4} &= \frac{2(a^2+b^2)^2}{a(a^4-b^4)} \\
 &= \frac{2(a^2+b^2)^2}{a(a^2-b^2)(a^2+b^2)} \\
 &= \frac{2(a^2+b^2)}{a(a^2-b^2)}
 \end{aligned}$$

ث -

$$\begin{aligned}
 \frac{32}{2^{n+5}} + \frac{2^{-n+3}}{8} &= \frac{2^5}{2^{n+5}} + \frac{2^{-n+3}}{2^3} \\
 &= 2^{5-(n+5)} + 2^{-n+3-3} \\
 &= 2^{5-n-5} + 2^{-n} \\
 &= 2^{-n} + 2^{-n} \\
 &= 2 \cdot 2^{-n} = \underline{\underline{2^{1-n}}}
 \end{aligned}$$

ب -

څلورم:

$$\frac{x^4-x^3}{x^4-x^2} = \frac{x^3(x-1)}{x^2(x^2-1)} = \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{\cancel{x}(x-1)}{(\cancel{x-1})(x+1)} = \underline{\underline{\frac{x}{x+1}}}$$

الف -

ب -

$$\frac{x^3y-xy^5}{x^3y^2-x^2y^4} = \frac{xy(x^2-y^4)}{x^2y^2} = \frac{1}{xy} \cdot \frac{(x-y^2)(x+y^2)}{(x-y^2)} =$$

$$= \frac{1}{xy} \cdot \frac{\cancel{(x-y^2)}(x+y^2)}{\cancel{(x-y^2)}} = \frac{x+y^2}{\underline{\underline{xy}}}$$

$$\frac{am - an + bm - bn}{a^2 - b^2} = \frac{a(m-n) + b(m-n)}{(a-b)(a+b)} = \frac{(m-n)(a+b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{m-n}{\underline{\underline{a-b}}} \text{ پ.}$$

پنځم:

لاندې د الماني پښتو: د... لپاره باور لري.

$$y = \frac{1}{4}x^4 - 2kx^3 + \frac{9}{2}k^2x^2$$

für $x = 3k$ gilt:

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{4}(3k)^4 - 2k(3k)^3 + \frac{9}{2}k^2(3k)^2 \\ &= \frac{1}{4} \cdot 3^4 \cdot k^4 - 2 \cdot 3^3 \cdot k^4 + \frac{3^2 \cdot 3^2}{2} k \\ &= \left(\frac{1}{4} \cdot 3^4 - 2 \cdot 3^3 + \frac{1}{2} \cdot 3^4 \right) k^4 \\ &= 3^3 \left(\frac{1}{4} \cdot 3 - 2 + \frac{1}{2} \cdot 3 \right) k^4 \\ &= 27 \left(\frac{3}{4} - \frac{8}{4} + \frac{6}{4} \right) k^4 \\ &= 27 \cdot \left(\frac{1}{4} \right) k^4 = \underline{\underline{\frac{27k^4}{4}}} \end{aligned}$$

الف -

$$\begin{aligned} y &= \frac{kx^3}{2(x+k)^2} \\ \text{für } x = -3k \text{ gilt:} \\ y &= \frac{k(-3k)^3}{2(-3k+k)^2} \\ &= \frac{-27k^4}{2 \cdot (-2k)^2} \\ &= \frac{-27k^4}{2 \cdot 4k^2} \\ &= \underline{\underline{-\frac{27}{8}k^2}} \end{aligned}$$

ب -

$$y = \frac{e^{3kx} + 4e^3}{kx - 4}$$

$$\text{für } x = -\frac{1}{k} \text{ gilt:}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{e^{3k\left(-\frac{1}{k}\right)} + 4e^3}{k\left(-\frac{1}{k}\right) - 4} \\ &= \frac{e^{-3} + 4e^3}{-1 - 4} \\ &= \frac{e^{-3} + 4e^3}{-5} \\ &= -\frac{e^{-3} + 4e^3}{5} \quad \text{ت -} \end{aligned}$$

$$y = \frac{3}{2k^2}x^4 - \frac{4}{k}x^3 + 3x^2 - 4$$

$$\text{für } x = \frac{1}{3}k = \frac{k}{3} \text{ gilt:}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{3}{2k^2}\left(\frac{k}{3}\right)^4 - \frac{4}{k}\left(\frac{k}{3}\right)^3 + 3\left(\frac{k}{3}\right)^2 - 4 \\ &= \frac{3 \cdot k^4}{2 \cdot 3^4 k^2} - \frac{4k^3}{k \cdot 3^3} + 3 \cdot \frac{k^2}{3^2} - 4 \\ &= \frac{1}{54}k^2 - \frac{4}{27}k^2 + \frac{1}{3}k^2 - 4 \\ &= \frac{1}{54}k - \frac{8}{54}k^2 + \frac{18}{54}k^2 - 4 \\ &= \frac{11k^2}{54} - 4 \quad \text{پ -} \end{aligned}$$

لاندې د الماني پښتو: د... لپاره باور لري.

$$y = e^{x^2 - k^2} + 3e^{5k - (k - x)}$$

$$\text{für } x = -k \text{ gilt:}$$

$$\begin{aligned} y &= e^{(-k)^2 - k^2} + 3e^{5k - (k - (-k))} \\ &= e^{k^2 - k^2} + 3e^{5k - (k + k)} \\ &= \underbrace{e^0}_1 + 3e^{5k - 2k} \\ &= \underline{\underline{1 + 3e^{3k}}} \quad \text{ټ -} \end{aligned}$$

ث -

$$y = \frac{x^3 - kx + 1}{x^3}$$

$$\text{د } x = \frac{3}{2k} \text{ لپاره باور لري}$$

1.4-توان، ریشه او د هغوي ... 243

$$y = \frac{\left(\frac{3}{2k}\right)^3 - k\left(\frac{3}{2k}\right) + 1}{\left(\frac{3}{2k}\right)^3} = \frac{\frac{27}{8k^3} - \frac{3}{2} + 1}{\frac{27}{8k^3}} = \frac{\frac{27}{8k^3} - \frac{1}{2}}{\frac{27}{8k^3}}$$

$$= \frac{\frac{27}{8k^3} - \frac{1}{2}}{\frac{27}{8k^3}} = 1 - \frac{8k^3}{54} = 1 - \frac{4k^3}{27}$$

شپږم:

$$\begin{aligned} a^{k-2} + a^{3k} + a^{-k-1} &= a^n + a^{4-n} + a^{2n} \\ = a^{-k} \left(\frac{a^{k-2}}{a^{-k}} + \frac{a^{3k}}{a^{-k}} + \frac{a^{-k-1}}{a^{-k}} \right) &= a^{2n} \left(\frac{a^n}{a^{2n}} + \frac{a^{4-n}}{a^{2n}} + \frac{a^{2n}}{a^{2n}} \right) \\ = a^{-k} (a^{2k-2} + a^{4k} + a^{-1}) &= a^{2n} (a^{-n} + a^{4-3n} + 1) \end{aligned}$$

الف - ب -

$$\begin{aligned} \frac{3}{2}x^4 + \frac{3}{4}x^3 + \frac{1}{8}x^2 &= \frac{a^3 + a^{1-n} + a^{n+4}}{a^{n+3}} \left(\frac{a^3}{a^{n+3}} + \frac{a^{1-n}}{a^{n+3}} + \frac{a^{n+4}}{a^{n+3}} \right) \\ = \frac{1}{8}x^2 \left(\frac{\frac{3}{2}x^4}{\frac{1}{8}x^2} + \frac{\frac{3}{4}x^3}{\frac{1}{8}x^2} + \frac{\frac{1}{8}x^2}{\frac{1}{8}x^2} \right) &= a^{n+3} (a^{-n} + a^{-2n-2} + a) \\ = \frac{1}{8}x^2 (12x^2 + 6x + 1) &= a^{n+3} (a^{-n} + a^{-2n-2} + a) \end{aligned}$$

پ - ت -

$$\begin{aligned} ke^{2x} - 2e^{x+1} &= e^x \left(\frac{ke^{2x}}{e^x} - \frac{2e^{x+1}}{e^x} \right) & e^{3x} - 2e^{-x} &= e^{-x} \left(\frac{e^{3x}}{e^{-x}} - \frac{2e^{-x}}{e^{-x}} \right) \\ &= e^x (ke^x - 2e) & &= e^{-x} (e^{4x} - 2) \end{aligned}$$

ث - ج -

پوښتنې

توانونه VII

پولینومویش

لاندې ترمونه وشمیرئ:

لومړی:

الف - $(6a^6 + a^4b + 25b^3) : (3a^2 + 5b)$

ب - $(15a^9 - 8a^6b + 8b^3) : (3a^3 + 2b)$

پ - $(14a^4 - a^3 + 5a^2 - 3a + 1) : (7a^2 - 4a + 1)$

دویم:

الف - $(a^5 + a^4 - 8a^3 + 26a^2 - 29a + 21) : (a^2 - 2a + 3)$

ب - $(a^3 - 2a^2b + 2ab^2 - b^3) : (a - b)$

پ - $(a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3) : (a + b)$

دریم:

1.4-توان، رینه او د هغوي ... 245

$$\frac{3x^5y^{n+2} + 3x^2y^{3n+2} - 2x^{m+3}y^{n+3} - 2x^my^{3n+3}}{x^3 + y^{2n}} \quad \text{الف -}$$

$$\frac{48a^{n+x} + 56a^xb^x - 72a^nb^c - 84b^{x+c}}{12a^n + 14b^x} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{8a^{2n+1} - 10a^{2n}b + 15a^{3n-2}b - 12a^{3n-1}}{2a^{2n} - 3a^{3n-2}} \quad \text{پ -}$$

څلورم:

$$\frac{2a^5b^{x+2} - 2a^3b^{x+5} + 3a^4b^{2x-1} - 3a^2b^{2x+2}}{a^2 - b^3} \quad \text{الف -}$$

$$\frac{24a^{c+x} + 28a^xb^x - 36a^cb^r - 42b^{x+r}}{6a^c + 7b^x} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{24a^{m+1}b^{m+2} - 28a^mb^{m+3} - 6a^{m+3}b^m + 7a^{m+2}b^{m+1}}{4a^mb^{m+2} - a^{m+2}b^m} \quad \text{پ -}$$

پنځم:

$$\left(\frac{a^{-2}b^3}{c^4d^{-5}}\right)^{-3} \quad \text{پ -} \quad \left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2 \quad \text{ب -} \quad \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 \quad \text{الف -}$$

$$\frac{\left[(-a^m)^2\right]^3}{a^{4m}} \quad \text{ث -} \quad \frac{\left[(-a)^2\right]^{2n} \cdot a^6}{a^4} \quad \text{ب -} \quad \left(\frac{a^0b^{-2}}{c^3d^{-4}}\right)^{-2} \quad \text{ت -}$$

شپږم:

$$\left(\frac{x^7}{y^4}\right) \cdot \left(\frac{y}{x^{-3}}\right)^4 \quad \text{ب -} \quad (5x^{-1}y^2z) : \frac{(2x^2y)^4}{(3yz^3)^8} \quad \text{الف -}$$

حلونه

توانونه VII (پولینوم ویش)

نتیجې او مفصل حلونه

د توان قوانین

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

نتیجې

لومړۍ:

$$(6a^6 + a^4b + 25b^3) : (3a^2 + 5b) = 2a^4 - 3a^2b + 5b^2 \quad \text{الف -}$$

$$(15a^9 - 8a^6b + 8b^3) : (3a^3 + 2b) = 5a^6 - 6a^3b + 4b^2 \quad \text{ب -}$$

$$(14a^4 - a^3 + 5a^2 - 3a + 1) : (7a^2 - 4a + 1) = 2a^2 + a + 1 \quad \text{پ -}$$

دویم:

$$(a^5 + a^4 - 8a^3 + 26a^2 - 29a + 21) : (a^2 - 2a + 3) = a^3 + 3a^2 - 5a + 7 \quad \text{الف -}$$

$$(a^3 - 2a^2b + 2ab^2 - b^3) : (a - b) = a^2 - ab + b^2 \quad \text{ب -}$$

$$(a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3) : (a + b) = a^2 + ab + b^2 \quad \text{پ -}$$

1.4-توان، ریشه او د هغوي ... 247

دریم:

$$\frac{3x^5y^{n+2} + 3x^2y^{3n+2} - 2x^{m+3}y^{n+3} - 2x^my^{3n+3}}{x^3 + y^{2n}} = 3x^2y^{n+2} - 2x^my^{n+3}$$

الف -

$$\frac{48a^{n+x} + 56a^xb^x - 72a^nb^c - 84b^{x+c}}{12a^n + 14b^x} = 4a^x - 6b^c$$

ب -

$$\frac{8a^{2n+1} - 10a^{2n}b + 15a^{3n-2}b - 12a^{3n-1}}{2a^{2n} - 3a^{3n-2}} = 4a - 5b$$

پ -

څلورم:

$$\frac{2a^5b^{x+2} - 2a^3b^{x+5} + 3a^4b^{2x-1} - 3a^2b^{2x+2}}{a^2 - b^3} = 2a^3b^{x+2} + 3a^2b^{2x-1}$$

الف -

$$\frac{24a^{c+x} + 28a^xb^x - 36a^cb^r - 42b^{x+r}}{6a^c + 7b^x} = 4a^x - 6b^r$$

ب -

$$\frac{24a^{m+1}b^{m+2} - 28a^mb^{m+3} - 6a^{m+3}b^m + 7a^{m+2}b^{m+1}}{4a^mb^{m+2} - a^{m+2}b^m} = 6a - 7b$$

پ -

پنځم:

$$\left(\frac{a^{-2}b^3}{c^4d^{-5}}\right)^{-3} = \frac{a^6c^{12}}{b^9d^{15}} \quad \text{پ} \quad \left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2 = \frac{1}{64} \quad \text{ب} \quad \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 = \frac{1}{64} \quad \text{الف}$$

$$\frac{\left[(-a^m)^2\right]^3}{a^{4m}} = a^{2m} \quad \text{ث} \quad \frac{\left[(-a)^2\right]^{2n} \cdot a^6}{a^4} = a^{4n+2} \quad \text{ت} \quad \left(\frac{a^0b^{-2}}{c^3d^{-4}}\right)^{-2} = \frac{b^4c^6}{d^8} \quad \text{ت}$$

$$\left(\frac{x^7}{y^4}\right) \cdot \left(\frac{y}{x^{-3}}\right)^4 = x^{19} \quad \text{ب} \quad (5x^{-1}y^2z) \cdot \frac{(2x^2y)^4}{(3yz^3)^8} = \frac{5 \cdot 3^8 y^6 z^{25}}{16x^9} \quad \text{الف: شپږم}$$

مفصل حلونه:

لومړی:

$$\begin{array}{r}
 (6a^6 + a^4b + 25b^3) : (3a^2 + 5b) = \underline{\underline{2a^4 - 3a^2b + 5b^2}} \\
 \underline{-(6a^6 + 10a^4b)} \\
 -9a^4b \\
 \underline{-(-9a^4b - 15a^2b^2)} \\
 15a^2b^2 + 25b^3 \\
 \underline{-(15a^2b^2 + 25b^3)} \\
 0
 \end{array}$$

الف -

$$\begin{array}{r}
 (15a^9 - 8a^6b + 8b^3) : (3a^3 + 2b) = \underline{\underline{5a^6 - 6a^3b + 4b^2}} \\
 \underline{-(15a^9 + 10a^6b)} \\
 -18a^6b \\
 \underline{-(-18a^6b - 12a^3b^2)} \\
 -12a^3b^2 + 8b^3 \\
 \underline{-(12a^3b^2 + 8b^3)} \\
 0
 \end{array}$$

ب -

پ -

$$\begin{array}{r}
 (14a^4 - a^3 + 5a^2 - 3a + 1) : (7a^2 - 4a + 1) = \underline{\underline{2a^2 + a + 1}} \\
 \underline{-(14a^4 - 8a^3 + 2a^2)} \\
 7a^3 - 3a^2 - 3a + 1
 \end{array}$$

1.4-توان، رینه او د هغوي ... 249

$$\begin{array}{r}
 7a^3 + 3a^2 - 3a \\
 - (7a^3 - 4a^2 + a) \\
 \hline
 7a^2 - 4a + 1 \\
 - (7a^2 - 4a + 1) \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 (14a^4 - a^3 + 5a^2 - 3a + 1) : (7a^2 - 4a + 1) = \underline{\underline{2a^2 + a + 1}} \\
 - (14a^4 - 8a^3 + 2a^2) \\
 \hline
 7a^3 + 3a^2 - 3a \\
 - (7a^3 - 4a^2 + a) \\
 \hline
 7a^2 - 4a + 1 \\
 - (7a^2 - 4a + 1) \\
 \hline
 \end{array}$$

دويم: الف -

$$\begin{array}{r}
 (a^5 + a^4 - 8a^3 + 26a^2 - 29a + 21) : (a^2 - 2a + 3) = \underline{\underline{a^3 + 3a^2 - 5a + 7}} \\
 - (a^5 - 2a^4 + 3a^3) \\
 \hline
 3a^4 - 11a^3 + 26a^2 \\
 - (3a^4 - 6a^3 + 9a^2) \\
 \hline
 - 5a^3 + 17a^2 - 29a \\
 - (-5a^3 + 10a^2 - 15a) \\
 \hline
 7a^2 - 14a + 21 \\
 - (7a^2 - 14a + 21) \\
 \hline
 \end{array}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 (a^3 - 2a^2b + 2ab^2 - b^3) : (a - b) &= \underline{\underline{a^2 - ab + b^2}} \\
 \underline{-(a^3 - a^2b)} & \\
 -a^2b + 2ab^2 & \\
 \underline{-(-a^2b + ab^2)} & \\
 ab^2 - b^3 & \\
 \underline{-(ab^2 - b^3)} &
 \end{aligned}$$

پ -

$$\begin{aligned}
 (a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3) : (a + b) &= \underline{\underline{a^2 + ab + b^2}} \\
 \underline{-(a^3 + a^2b)} & \\
 a^2b + 2ab^2 & \\
 \underline{-(a^2b + ab^2)} & \\
 ab^2 + b^3 & \\
 \underline{-(ab^2 + b^3)} &
 \end{aligned}$$

دریم: الف -

$$\begin{aligned}
 (3x^5y^{n+2} + 3x^2y^{3n+2} - 2x^{m+3}y^{n+3} - 2x^my^{3n+3}) : (x^3 + y^{2n}) &= \underline{\underline{3x^2y^{n+2} - 2x^my^{n+3}}} \\
 \underline{-(3x^5y^{n+2} + 3x^2y^{3n+2})} & \\
 -2x^{m+3}y^{n+3} - 2x^my^{3n+3} & \\
 \underline{-(-2x^{m+3}y^{n+3} - 2x^my^{3n+3})} &
 \end{aligned}$$

1.4-توان، ريينه او د هغوي ... 251

ب -

$$\begin{aligned} & (48a^{n+x} + 56a^xb^x - 72a^nb^c - 84b^{x+c}) : (12a^n + 14b^x) = \underline{\underline{4a^x - 6b^c}} \\ & \underline{-(48a^{n+x} + 56a^xb^x)} \\ & \quad -72a^nb^c - 84b^{x+c} \\ & \quad \underline{-(-72a^nb^c - 84b^{x+c})} \end{aligned}$$

پ -

$$\begin{aligned} & (8a^{2n+1} - 10a^{2n}b + 15a^{3n-2}b - 12a^{3n-1}) : (2a^{2n} - 3a^{3n-2}) = \underline{\underline{4a - 5b}} \\ & \underline{-(8a^{2n+1} \quad \quad \quad - 12a^{3n-1})} \\ & \quad -10a^{2n}b + 15a^{3n-2}b \\ & \quad \underline{-(-10a^{2n}b + 15a^{3n-2}b)} \end{aligned}$$

څلورم: الف -

$$\begin{aligned} & (2a^5b^{x+2} - 2a^3b^{x+5} + 3a^4b^{2x-1} - 3a^2b^{2x+2}) : (a^2 - b^3) = \underline{\underline{2a^3b^{x+2} + 3a^2b^{2x-1}}} \\ & \underline{-(2a^5b^{x+2} - 2a^3b^{x+5})} \\ & \quad 3a^4b^{2x-1} - 3a^2b^{2x+2} \\ & \quad \underline{-(3a^4b^{2x-1} - 3a^2b^{2x+2})} \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{array}{r}
 (24a^{o+x} + 28a^xb^x - 36a^ob^r - 42b^{x+r}) : (6a^o + 7b^x) = \underline{\underline{4a^x - 6b^r}} \\
 \underline{-(24a^{o+x} + 28a^xb^x)} \\
 -36a^ob^r - 42b^{x+r} \\
 \underline{-(-36a^ob^r - 42b^{x+r})}
 \end{array}$$

پ -

$$\begin{array}{r}
 (24a^{m+1}b^{m+2} - 28a^mb^{m+3} - 6a^{m+3}b^m + 7a^{m+2}b^{m+1}) : (4a^mb^{m+2} - a^{m+2}b^m) = \underline{\underline{6a - 7b}} \\
 \underline{-(24a^{m+1}b^{m+2} \quad \quad - 6a^{m+3}b^m)} \\
 \quad -28a^mb^{m+3} \quad \quad + 7a^{m+2}b^{m+1} \\
 \underline{-(-28a^mb^{m+3} \quad \quad + 7a^{m+2}b^{m+1})}
 \end{array}$$

پنځم:

$$\begin{array}{ll}
 \left[\left(\frac{1}{2} \right)^3 \right]^2 = \left(\frac{1}{2} \right)^{3 \cdot 2} & \left[\left(\frac{1}{2} \right)^2 \right]^3 = \left(\frac{1}{2} \right)^{2 \cdot 3} \\
 = \left(\frac{1}{2} \right)^6 & = \left(\frac{1}{2} \right)^6 \\
 = \frac{1^6}{2^6} = \underline{\underline{\frac{1}{64}}} & = \frac{1^6}{2^6} = \underline{\underline{\frac{1}{64}}}
 \end{array}$$

ب -

الف -

$$\begin{aligned} \left(\frac{a^0 b^{-2}}{c^3 d^{-4}}\right)^{-2} &= \frac{a^{0(-2)} \cdot b^{-2(-2)}}{c^{3(-2)} \cdot d^{-4(-2)}} & \left(\frac{a^{-2} b^3}{c^4 d^{-5}}\right)^{-3} &= \frac{a^{-2(-3)} \cdot b^{3(-3)}}{c^{4(-3)} \cdot d^{-5(-3)}} \\ &= \frac{a^0 b^4}{c^{-6} \cdot d^8} & &= \frac{a^6 b^{-9}}{c^{-12} d^{15}} \\ &= \frac{b^4 c^6}{d^8} & &= \frac{a^6 c^{12}}{b^9 d^{15}} \end{aligned}$$

ت -

پ -

$$\begin{aligned} \frac{[(-a^m)^2]^3}{a^{4m}} &= \frac{[a^{2m}]^3}{a^{4m}} & \frac{[(-a)^2]^{2n} \cdot a^6}{a^4} &= \frac{[a^2]^{2n} \cdot a^6}{a^4} \\ &= \frac{a^{2 \cdot 3m}}{a^{4m}} & &= \frac{a^{2 \cdot 2n} \cdot a^6}{a^4} \\ &= a^{6m-4m} & &= a^{4n} \cdot a^6 \cdot a^{-4} \\ &= \underline{\underline{a^{2m}}} & &= \underline{\underline{a^{4n+2}}} \end{aligned}$$

ث -

ب -

شپږم:

$$\begin{aligned} \left(\frac{x^7}{y^4}\right) \cdot \left(\frac{y}{x^{-3}}\right)^4 &= \frac{x^7}{y^4} \cdot (y \cdot x^3)^4 & (5x^{-1}y^2z) \cdot \frac{(2x^2y)^4}{(3yz^3)^8} \\ &= \frac{x^7 \cdot y^4 \cdot x^{12}}{y^4} & &= \frac{5x^{-1}y^2z \cdot (3yz^3)^8}{(2x^2y)^4} \\ &= \frac{x^7 \cdot \cancel{y^4} \cdot x^{12}}{\cancel{y^4}} & &= \frac{5x^{-1}y^2z \cdot 3^8 \cdot y^8 \cdot z^{24}}{2^4 \cdot x^8 \cdot y^4} \\ &= \underline{\underline{x^{19}}} & &= \frac{5 \cdot 3^8 x^{-1} y^{10} z^{25}}{2^4 \cdot x^8 \cdot y^4} \\ & & &= \underline{\underline{\frac{5 \cdot 3^8 y^6 z^{25}}{2^4 x^9}}} \end{aligned}$$

ب -

الف -

پوښتنې

توانونه VIII

توانونه د **e** -توابو سره

لومړۍ: سره ضرب يې کړئ او ساده يې کړئ

$$\text{الف - } \frac{1}{4} \cdot 2^{-4} \cdot (2^2)^3 \quad \text{ب - } (e^x + e^{-x})^2 \quad \text{پ - } (e^x - e^{-x} + 5)e^x$$

دویم: سره ضرب يې کړئ او ساده يې کړئ

$$\text{الف - } 2^x (2^{-1} + 2^x) \quad \text{ب - } (x^4 + x^{-2})(x^3 - x^{-3})$$

$$\text{پ - } (a^2 - a^{-2})^2 \quad \text{ت - } (x^{-2} - 3x)(x^{-2} + 3x)$$

$$\text{ټ - } (2^{-x} + 2^x)(2^{-x} - 2^x) \quad \text{ث - } (3x^n + 6x^{n+1} + 2x^{n-2})x^{-n}$$

دریم: ساده يې کړئ او سره يوځای يې کړئ

$$\text{الف - } a^2 \cdot (a^2)^{-2} + 3a \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^3 \quad \text{ب - } \frac{1}{18} \cdot (3^2)^2 + \frac{1}{2} \cdot 3^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$\text{پ - } \left(x^2 \cdot x^{-3}\right)^{-2} + \left(\frac{3}{x^2}\right)^{-1} \quad \text{ت - } a^5 \cdot a^{-2} + 4a^2 \cdot a$$

1.4-توان، ریشه او د هغوي ... 255

$$\left(\frac{2}{x}\right)^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3 \quad \text{پ.} \quad a^4 \cdot a^{-6} - 3a^3 \cdot a^{-5} + a^2 \quad \text{ث.}$$

څلورم: ساده يې کړئ او سره يوځای يې کړئ

$$\frac{e^{3x+1}}{e^{-x+2}} \quad \text{پ.} \quad \frac{(1-x)^2}{x-1} \quad \text{ب.} \quad \frac{-2^3 - 2 \cdot 4}{2 \cdot 2^3} \quad \text{الف.}$$

$$4k^2 \cdot k^{-3} - k \cdot k^{-2} \quad \text{ث.} \quad e^{-x} \cdot e^{-x+2} \cdot e^{2x-3} \quad \text{پ.} \quad \frac{1}{e^{2x}} + 3(e^{-x})^2 - \left(\frac{2}{e^x}\right)^2 \quad \text{ت.}$$

پنځم: ساده يې کړئ او سره يوځای يې کړئ

$$(a^{n+2} - 4a^n - 2a^{2-n}) \cdot \frac{a^{-2}}{2} \quad \text{ب.} \quad 6x^3 \cdot x^{-1} - 8x^4 \cdot x^{-2} \quad \text{الف.}$$

$$\frac{a^{n+1}}{a} + \frac{a^{2n-1}}{a^{n+2}} + (a^{n-1})^2 \cdot a^{2-n} \quad \text{ت.} \quad 4x^{-4}x^7 - 0,5x^4x^{-1} + \left(\frac{1}{x^2}\right)^{1,5} \quad \text{پ.}$$

$$\left(\frac{x-y}{a-b}\right)^5 \cdot \left(\frac{x-y}{5}\right)^{-2} \cdot \frac{(a-b)^2}{x^2-y^2} \quad \text{ث.} \quad (k^7 - k^4) \cdot k^{-3} \quad \text{پ.}$$

شپږم: ساده يې کړئ او سره يوځای يې کړئ

$$\frac{2^{2k}}{8} \cdot 2^{3-k} + 2 \cdot 2^{k-1} \quad \text{ب.} \quad 5 \cdot 2^{n+1} - 2^n + 8 \cdot 2^{n-2} - 12 \cdot 2^{n-1} \quad \text{الف.}$$

$$\frac{1,5e^{3x} - e^x}{1,5e^{3x}} \quad \text{ت.} \quad \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{e^x - e^{-x}} \quad \text{پ.}$$

اوم: ويي شميرئ

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} ; \frac{3^{-2}}{5} ; \frac{3}{5^{-2}} \quad \text{الف.}$$

$$(-3^2)^{-1} ; -(3^2)^{-1} ; [(-3)^2]^{-1} \quad \text{ب.}$$

حلونه

توانونه (توانونه د تابعو سره)

نتیجې او مفصل حلونه

د توان قوانین

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

نتیجې

$$\text{لومړۍ: الف - } \frac{1}{4} \cdot 2^{-4} \cdot (2^2)^3 = 1 \quad \text{ب - } (e^x + e^{-x})^2 = e^{2x} + e^{-2x} + 2$$

$$\text{پ - } (e^x - e^{-x} + 5)e^x = e^{2x} + 5e^x - 1$$

دویم:

$$\text{الف - } 2^x (2^{-1} + 2^x) = 2^{x-1} + 2^{2x} \quad \text{ب - } (x^4 + x^{-2})(x^3 - x^{-3}) = x^7 - x^{-5}$$

$$\text{پ - } (a^2 - a^{-2})^2 = a^4 + a^{-4} - 2 \quad \text{ت - } (x^{-2} - 3x)(x^{-2} + 3x) = x^{-4} - 9x^2$$

$$\text{ب - } (2^{-x} + 2^x)(2^{-x} - 2^x) = 2^{-2x} - 2^{2x}$$

$$\text{ث - } (3x^n + 6x^{n+1} + 2x^{n-2})x^{-n} = 3 + 6x + 2x^{-2}$$

1.4-توان، ریشه او د هغوي ... 257

دریم:

$$\frac{1}{18} \cdot (3^2)^2 + \frac{1}{2} \cdot 3^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 6 \quad \text{ب} \quad a^2 \cdot (a^2)^{-2} + 3a \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^3 = 4a^{-2} \quad \text{الف}$$

$$a^5 \cdot a^{-2} + 4a^2 \cdot a = 5a^3 \quad \text{ت} \quad (x^2 \cdot x^{-3})^{-2} + \left(\frac{3}{x^2}\right)^{-1} = \frac{4}{3}x^2 \quad \text{پ}$$

$$\left(\frac{2}{x}\right)^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3 = \frac{9}{x^3} \quad \text{ث} \quad a^4 \cdot a^{-6} - 3a^3 \cdot a^{-6} + a^2 = -2a^{-2} + a^2 \quad \text{ب}$$

خلوړم:

$$\frac{(1-x)^2}{x-1} = x-1 \quad \text{ب} \quad \frac{-2^3 - 2 \cdot 4}{2 \cdot 2^3} = -1 \quad \text{الف}$$

$$\frac{1}{e^{2x}} + 3(e^{-x})^2 - \left(\frac{2}{e^x}\right)^2 = 0 \quad \text{ت} \quad \frac{e^{3x+1}}{e^{-x+2}} = e^{4x-1} \quad \text{پ}$$

$$4k^2 \cdot k^{-3} - k \cdot k^{-2} = \frac{3}{k} \quad \text{ث} \quad e^{-x} \cdot e^{-x+2} \cdot e^{2x-3} = \frac{1}{e} \quad \text{ب}$$

پنځم:

$$6x^3 \cdot x^{-1} - 8x^4 \cdot x^{-2} = -2x^2 \quad \text{الف}$$

$$(a^{n+2} - 4a^n - 2a^{2-n}) \cdot \frac{a^{-2}}{2} = \frac{1}{2}a^n - 2a^{n-2} - a^{-n} \quad \text{ب}$$

$$4x^{-4}x^7 - 0,5x^4x^{-1} + \left(\frac{1}{x^2}\right)^{15} = 3,5x^3 + x^{-3} \quad \text{پ}$$

$$\frac{a^{n+1}}{a} + \frac{a^{2n-1}}{a^{n+2}} + (a^{n-1})^2 \cdot a^{2-n} = 2a^n + a^{n-3} \quad \text{ت -}$$

$$(k^7 - k^4) \cdot k^{-3} = k^4 - k \quad \text{ت -}$$

$$\left(\frac{x-y}{a-b}\right)^5 \cdot \left(\frac{x-y}{5}\right)^{-2} \cdot \frac{(a-b)^2}{x^2-y^2} = \frac{25(x-y)^2}{(x+y)(a-b)^3} \quad \text{ث -}$$

شپږم:

$$5 \cdot 2^{n+1} - 2^n + 8 \cdot 2^{n-2} - 12 \cdot 2^{n-1} = 5 \cdot 2^n \quad \text{الف -}$$

$$\frac{2^{2k}}{8} \cdot 2^{3-k} + 2 \cdot 2^{k-1} = 2^{k+1} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{1,5e^{3x} - e^x}{1,5e^{3x}} = 1 - \frac{2}{3}e^{-2x} \quad \text{ت -} \quad \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{e^x - e^{-x}} = e^x + e^{-x} \quad \text{پ -}$$

اوم:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} ; \frac{3^{-2}}{5} ; \frac{3}{5^{-2}} \Rightarrow \frac{25}{9} ; \frac{1}{45} ; 75 \quad \text{الف -}$$

$$(-3^2)^{-1} ; -(3^2)^{-1} ; [(-3)^2]^{-1} \Rightarrow -\frac{1}{9} ; -\frac{1}{9} ; \frac{1}{9} \quad \text{ب -}$$

مفصل حلونه:

لومړی:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \cdot 2^{-4} \cdot (2^2)^3 &= \frac{1}{4} \cdot 2^{-4} \cdot 2^6 = \frac{1}{2^2} \cdot 2^{-4} \cdot 2^6 \\ &= 2^{-2} \cdot 2^{-4} \cdot 2^6 = 2^{-2-4+6} = 2^0 = 1 \quad \text{الف -} \end{aligned}$$

259 1.4-توان، رینه او د هغوي ...

$$\underbrace{(e^x + e^{-x})^2}_{1. \text{ bin. Formel}} = (e^x)^2 + 2 \cdot e^x \cdot e^{-x} + (e^{-x})^2 = e^{2x} + 2e^{x-x} + e^{-2x}$$

$$= e^{2x} + 2e^0 + e^{-2x} = \underline{\underline{e^{2x} + e^{-2x} + 2}}$$

ب -

$$(e^x - e^{-x} + 5)e^x = e^x \cdot e^x - e^{-x} \cdot e^x + 5 \cdot e^x = e^{x+x} - e^{x-x} + 5e^x$$

$$= e^{2x} - 1 + 5e^x = \underline{\underline{e^{2x} + 5e^x - 1}}$$

پ -

دويم:

$$(x^4 + x^{-2})(x^3 - x^{-3})$$

$$= x^4 \cdot x^3 - x^4 \cdot x^{-3} + x^{-2} \cdot x^3 - x^{-2} \cdot x^{-3}$$

$$= x^7 - x^1 + x^1 - x^5$$

$$= \underline{\underline{x^7 - x^{-5}}}$$

ب -

$$2^x(2^{-1} + 2^x) = 2^x \cdot 2^{-1} + 2^x \cdot 2^x$$

$$= 2^{x-1} + 2^{x+x}$$

$$= \underline{\underline{2^{x-1} + 2^{2x}}}$$

الف -

$$\underbrace{(a^2 - a^{-2})^2}_{2. \text{ bin. Formel}} = (a^2)^2 - 2a^2 \cdot a^{-2} + (a^{-2})^2$$

$$= a^4 - 2a^0 + a^{-4}$$

$$= \underline{\underline{a^4 + a^{-4} - 2}}$$

پ -

$$\underbrace{(x^{-2} - 3x)(x^{-2} + 3x)}_{3. \text{ bin. Formel}} = (x^{-2})^2 - (3x)^2$$

$$= x^{-2-2} - 3^2 x^2$$

$$= \underline{\underline{x^{-4} - 9x^2}}$$

ت -

$$\underbrace{(2^{-x} + 2^x)(2^{-x} - 2^x)}_{3. \text{ bin. Formel}} = (2^{-x})^2 - (2^x)^2$$

$$= 2^{-x \cdot 2} - 2^{x \cdot 2}$$

$$= \underline{\underline{2^{-2x} - 2^{2x}}} \quad \text{ب. ت.}$$

$$(3x^n + 6x^{n+1} + 2x^{n-2})x^{-n}$$

$$= 3x^n \cdot x^{-n} + 6x^{n+1} \cdot x^{-n} + 2x^{n-2} \cdot x^{-n}$$

$$= 3^0 + 6x^1 + 2x^{-2}$$

$$= \underline{\underline{3 + 6x + 2x^{-2}}} \quad \text{ث. د ریم:}$$

$$\frac{1}{18} \cdot (3^2)^2 + \frac{1}{2} \cdot 3^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 3^2} \cdot 3^4 + \frac{1}{2} \cdot 3^3 \cdot \frac{1^2}{3^2}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 3^{-2} \cdot 3^4 + \frac{1}{2} \cdot 3^3 \cdot 3^{-2}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 3^2 + \frac{1}{2} \cdot 3$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 9 + \frac{1}{2} \cdot 3 = 6 \quad \text{ب. ت.}$$

$$a^2 \cdot (a^2)^{-2} + 3a \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^3 = a^2 \cdot a^{-4} + 3a \cdot \frac{1^3}{a^3}$$

$$= a^{-2} + 3a \cdot a^{-3}$$

$$= a^{-2} + 3a^{-2}$$

$$= 4a^{-2} = \underline{\underline{\frac{4}{a^2}}} \quad \text{الف. ت.}$$

$$(x^2 \cdot x^{-3})^{-2} + \left(\frac{3}{x^2}\right)^{-1} = (x^{-1})^{-2} + \frac{3^{-1}}{x^{-2}}$$

$$a^5 \cdot a^{-2} + 4a^2 \cdot a = a^{5-2} + 4a^{2+1}$$

$$= a^3 + 4a^3$$

$$= \underline{\underline{5a^3}} \quad \text{ت. ب.}$$

$$= x^2 + \frac{x^2}{3}$$

$$= \underline{\underline{\frac{4}{3}x^2}} \quad \text{ب. ت.}$$

1.4-توان، ریشه او د هغوي ... 261

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{x}\right)^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3 &= \frac{2^3}{x^3} + \frac{1^3}{x^3} \\ &= \frac{2^3 + 1^3}{x^3} \\ &= \frac{9}{x^3} \quad \text{ث.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^4 \cdot a^{-6} - 3a^3 \cdot a^{-5} + a^2 &= a^{4-6} - 3a^{3-5} + a^2 \\ &= a^{-2} - 3a^{-2} + a^2 \\ &= \underline{\underline{-2a^{-2} + a^2}} \quad \text{ت.} \end{aligned}$$

څلورم:

$$\begin{aligned} \frac{(1-x)^2}{x-1} &= \frac{(1-x)(1-x)}{(-1)(1-x)} \\ &= \frac{(1-x) \cancel{(1-x)}}{(-1) \cancel{(1-x)}} \\ &= -(1-x) \\ &= \underline{\underline{x-1}} \quad \text{ب.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-2^3 - 2 \cdot 4}{2 \cdot 2^3} &= \frac{-2^3 - 2 \cdot 2^2}{2 \cdot 2^3} \\ &= \frac{-2^3 - 2^3}{2^4} \\ &= \frac{-2 \cdot 2^3}{2^4} = \underline{\underline{-1}} \quad \text{الف.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{e^{2x}} + 3(e^{-x})^2 - \left(\frac{2}{e^x}\right)^2 \\ &= e^{-2x} + 3 \cdot e^{-2x} - \frac{2^2}{e^{2x}} \\ &= e^{-2x} + 3 \cdot e^{-2x} - 4 \cdot e^{-2x} \\ &= 4 \cdot e^{-2x} - 4 \cdot e^{-2x} = \underline{\underline{0}} \quad \text{ت.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{e^{3x+1}}{e^{-x+2}} &= e^{3x+1-(-x+2)} \\ &= e^{3x+1+x-2} \\ &= \underline{\underline{e^{4x-1}}} \quad \text{پ.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4k^2 \cdot k^{-3} - k \cdot k^{-2} &= 4k^{2-3} - k^{1-2} \\ &= 4k^{-1} - k^{-1} \\ &= 3k^{-1} = \underline{\underline{\frac{3}{k}}} \quad \text{ث.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e^{-x} \cdot e^{-x+2} \cdot e^{2x-3} &= e^{-x-x+2+2x-3} \\ &= e^{-1} \\ &= \underline{\underline{\frac{1}{e}}} \quad \text{ت.} \end{aligned}$$

پنځم: الف. $6x^3 \cdot x^{-1} - 8x^4 \cdot x^{-2} = 6x^{3-1} - 8x^{4-2} = 6x^2 - 8x^2 = \underline{\underline{-2x^2}}$

ب -

$$(a^{n+2} - 4a^n - 2a^{2-n}) \cdot \frac{a^{-2}}{2} = \frac{1}{2} a^{n+2-2} - \frac{1}{2} \cdot 4a^{n-2} - \frac{1}{2} \cdot 2a^{2-n-2} = \frac{1}{2} a^n - 2a^{n-2} - a^{-n}$$

$$4x^{-4}x^7 - 0,5x^4x^{-1} + \left(\frac{1}{x^2}\right)^{1,5} = 4x^{-4+7} - 0,5x^{4-1} + \frac{1^{1,5}}{x^{2 \cdot 1,5}}$$

$$= 4x^3 - 0,5x^3 + \frac{1}{x^3} = \underline{\underline{3,5x^3 + x^{-3}}}$$

پ -

$$\frac{a^{n+1}}{a} + \frac{a^{2n-1}}{a^{n+2}} + (a^{n-1})^2 \cdot a^{2-n} = a^{n+1} \cdot a^{-1} + a^{2n-1} \cdot a^{-(n+2)} + a^{2n-2} \cdot a^{2-n}$$

$$= a^{n+1-1} + a^{2n-1-n-2} + a^{2n-2+2-n}$$

$$= a^n + a^{n-3} + a^n$$

$$= \underline{\underline{2a^n + a^{n-3}}}$$

ت -

$$(k^7 - k^4) \cdot k^{-3} = k^7 \cdot k^{-3} - k^4 \cdot k^{-3}$$

$$= k^{7-3} - k^{4-3}$$

$$= \underline{\underline{k^4 - k}}$$

ب -

$$\left(\frac{x-y}{a-b}\right)^5 \cdot \left(\frac{x-y}{5}\right)^{-2} \cdot \frac{(a-b)^2}{x^2-y^2} = \left(\frac{x-y}{a-b}\right)^5 \cdot \frac{5^2}{(x-y)^2} \cdot \frac{(a-b)^2}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{5^2(a-b)^2(x-y)^5}{(a-b)^5(x-y)^3(x+y)}$$

$$= \underline{\underline{\frac{25(x-y)^2}{(x+y)(a-b)^3}}}$$

ث -

شپږم:

الف -

1.4-توان، ریشه او د هغوي ... 263

$$\begin{aligned}
 5 \cdot 2^{n+1} - 2^n + 8 \cdot 2^{n-2} - 12 \cdot 2^{n-1} &= 5 \cdot 2^{n+1} - 2^n + 2^3 \cdot 2^{n-2} - 3 \cdot 2^2 \cdot 2^{n-1} \\
 &= 5 \cdot 2^{n+1} - 2^n + 2^{n-2+3} - 3 \cdot 2^{n-1+2} \\
 &= 5 \cdot 2^{n+1} - 2^n + 2^{n+1} - 3 \cdot 2^{n+1} \\
 &= 5 \cdot 2 \cdot 2^n - 2^n + 2 \cdot 2^n - 3 \cdot 2 \cdot 2^n \\
 &= 10 \cdot 2^n - 2^n + 2 \cdot 2^n - 6 \cdot 2^n \\
 &= \underline{\underline{5 \cdot 2^n}}
 \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 \frac{2^{2k}}{8} \cdot 2^{3-k} + 2 \cdot 2^{k-1} &= \frac{2^{2k}}{2^3} \cdot 2^{3-k} + 2^1 \cdot 2^{k-1} \\
 &= 2^{2k} \cdot 2^{-3} \cdot 2^{3-k} + 2^1 \cdot 2^{k-1} \\
 &= 2^{2k-3+3-k} + 2^{k-1+1} \\
 &= 2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k \\
 &= \underline{\underline{2^{k+1}}}
 \end{aligned}$$

ب -

$$\frac{e^{2x} - e^{-2x}}{e^x - e^{-x}} = \frac{(e^x - e^{-x})(e^x + e^{-x})}{e^x - e^{-x}} = \frac{\cancel{(e^x - e^{-x})}(e^x + e^{-x})}{\cancel{(e^x - e^{-x})}} = \underline{\underline{e^x + e^{-x}}}$$

ت -

$$\frac{1.5e^{3x} - e^x}{1.5e^{3x}} = \frac{1.5e^{3x}}{1.5e^{3x}} - \frac{e^x}{1.5e^{3x}} = 1 - \frac{e^x}{\frac{3}{2}e^{3x}} = 1 - \frac{2}{3}e^x \cdot e^{-3x} = 1 - \frac{2}{3}e^{-2x}$$

$$(-3^2)^{-1} = \frac{1}{-3^2} = -\frac{1}{9} \qquad \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$$

$$-(3^2)^{-1} = -3^{-2} = -\frac{1}{9} \qquad \frac{3^{-2}}{5} = \frac{1}{5 \cdot 3^2} = \frac{1}{45}$$

$$[(-3)^2]^{-1} = [3^2]^{-1} = \frac{1}{9} \qquad \frac{3}{5^{-2}} = 3 \cdot 5^2 = 75$$

اوم: الف -

پوښتنې

IX توانونه

توانونه او د جملو یت متني پوښتنې، همداسې ګډوډې

لومړۍ: سره ضرب یې کړئ

الف - $x^8 (x^7 + x^5)$ ب - $4ab^2 (2a^2b^3 + 5ab^5 - 3a^2b)$

پ - $a^{n+3} (a^3 + a^5)$ ت - $3x^2y^3 (5xy - 3x^2y^4 + 2x^3y^4)$

ټ - $3x^2 (4x^2 - 5x^3 + 2x^5)$ ټ - $(2a^5 - 3b^2)(4a^3 + 2b)$

ج - $2y^4 (3y^5 - 7y^6)$ چ - $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$

دویم:

$0,25^3$	5^{-3}	5^{-4}	3^{-3}

دریم:

$$a^0 ; \frac{a^k}{a^n} ; (-a^2)^n ; \frac{a^n}{a^k} ; \frac{1}{a^n} ; a^{n-1} \cdot a^{n+1} ; a^{n-1} ; a \cdot a^n ; (a^2)^n$$

$$1 ; a^{-n} ; \frac{1}{a^{1-n}} ; a^{n-k} ; a^{n+1} ; a^{2n}$$

څلورم: له لاندو کومې افادې یا وینني رښتیا دي؟ دلایل یې راوړئ

الف- a^k د $a \in \mathbb{R}$ او $k \in \mathbb{Z}$ لپاره تعریف دی

ب- a^k د $a \in \mathbb{R}_+^*$ او $k \in \mathbb{Z}$ لپاره تعریف دی

پنځم:

ترم $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}$ ورکړ شوی

ترم بي له ماتکرېني وليکئ.

د کوم a, b او n لپاره ترم تعریف دی؟

شپږم: میرمن لرلیده د لور زیورورخ لپاره پیسې په شمیر حساب کې اچوي. دا د 3,5% کلني گټې سره اټکل کوي. لور په اتلسمه زیر ورخ باندې څومره پیسې په شمیر حساب لرو دی شي

اوم: یوه غونډوسکه یا کره له متره جگوالي په ځمکه رالویږي. د هر ځل ځمکې لگیدنې سره هغه خپل د وتون جگوالي ته رسیږي. له ضیو ځمکې سره لگیدنې وروسته د غونډوسکې جگوالی څومره دی؟

اتم: لاندې غوښتنو یا ثبوت ته خپل اند څرگند کړئ

$a^n > 0$ ، که n جوړه وي $\wedge n \in \mathbb{N} \wedge a \neq 0$

$a^n < 0$ ، که n ناجوړه وي او $\wedge n \in \mathbb{N} \wedge a \neq 0$

نهم: حیوانسانونکي ډار لري، چې د یوه کمپیدا حیوان نسل کیدی شي په لسو لکلونو کې د اوسني حالت دوه پر درې ته لویږي. یو مخترع غوښتنه لري، چې دا پوپولیشن هر کال 4 % کمیږي. دواړه ویناوې داسې کړئ، چې سر سره وخوري.

خوابونه

توان (جمله ییزی پوښتنې او گډې وډې)

نتیجې او مفصل حلونه

Potenzgesetze-توان قوانین

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

نتیجې:

لومړی:

$$(x^7 + x^5)x^8 = x^{15} + x^{13} \quad \text{الف -}$$

$$4ab^2(2a^2b^3 + 5ab^5 - 3a^2b) = 8a^3b^5 + 20a^2b^7 - 12a^3b^3 \quad \text{ب -}$$

$$(a^3 + a^5)a^{n+3} = a^{n+6} + a^{n+8} \quad \text{پ -}$$

$$3x^2y^3(5xy - 3x^2y^4 + 2x^3y^4) = 15x^3y^4 - 9x^4y^7 + 6x^5y^7 \quad \text{ت -}$$

$$(4x^2 - 5x^3 + 2x^5) \cdot 3x^2 = 12x^4 - 15x^5 + 6x^7 \quad \text{ټ -}$$

$$(2a^5 - 3b^2)(4a^3 + 2b) = 8a^8 - 12a^3b^2 + 4a^5b - 6b^3 \quad \text{ث -}$$

$$2y^4(3y^5 - 7y^6) = 6y^9 - 14y^{10} \quad \text{ج -}$$

1.4-توان، ریشه او د هغوي ... 267

$$(x-y)(x^2+xy+y^2)=x^3-y^3 \quad \text{چ}$$

$$5^{-4} < 5^{-3} < 0,25^3 < 3^{-3} \quad \text{دويم:}$$

دریم:

$$(a^2)^n = a^{2n} = a^{n+1} \cdot a^{n-1} \quad ; \quad (-a^2)^n = a^{2n}$$

د ناجوره يا طاق n لپاره

$$a \cdot a^n = a^{n+1} \quad ; \quad a^{n-1} = \frac{1}{a^{1-n}} \quad ; \quad \frac{1}{a^n} = a^{-n} \quad ; \quad \frac{a^n}{a^k} = a^{n-k} \quad ; \quad a^0 = 1$$

څلورم:

الف- د 0^{-2} له امله ناټيک او نه دی تعريفب - رښتيا، ځکه چې $a > 0$ پنځم:

الف- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = b^n a^{-n}$ ب- تعريف نه دی د $a \neq 0$ او $b \neq 0$ او $n \in \mathbb{Z}$ لپاره.

$$q = 1 + \frac{3,5}{100} = 1,035 \quad K = K_0 \cdot q^{18} = 2000 \text{ €} \cdot 1,035^{18} = 3714,98 \text{ €} \quad \text{شپږم:}$$

$$q = \frac{75}{100} = 0,75 \quad h = h_0 \cdot q^8 = 4,5 \text{ m} \cdot 0,75^8 \approx 0,801 \text{ m} \approx 0,8 \text{ m}$$

اتم:

$a^n > 0$ ، که n جوړه او $n \in \mathbb{N} \wedge a \neq 0$ رښتيا وينا وي.

$a^n < 0$ ، که n ناجوړه $n \in \mathbb{N} \wedge a \neq 0$ نارښتيا وينا، د بيلگي په توگه $3^7 > 0$ نهم:

$$q = 1 - \frac{4}{100} = 0,96 \quad N = N_0 \cdot q^{10} = 1 \cdot 0,96^{10} \approx 0,665$$

په لسو کالو کې دا شتون 66,5% ، يعنې نږدې ۲ پر درې شاته لويږي. دواړه ويناوي يو بل پټوي يا سره برابري دي.
مفصل ځوابونه:

لومړی:

$$\begin{aligned}(x^7 + x^5)x^8 &= x^7 \cdot x^8 + x^5 \cdot x^8 \\ &= x^{7+8} + x^{5+8} \\ &= \underline{x^{15} + x^{13}}\end{aligned}$$

الف -

$$\begin{aligned}4ab^2(2a^2b^3 + 5ab^5 - 3a^2b) \\ &= 4ab^2 \cdot 2a^2b^3 + 4ab^2 \cdot 5ab^5 - 4ab^2 \cdot 3a^2b \\ &= \underline{8a^3b^5 + 20a^2b^7 - 12a^3b^3}\end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned}(a^3 + a^5)a^{n+3} &= a^3 \cdot a^{n+3} + a^5 \cdot a^{n+3} \\ &= a^{3+n+3} + a^{5+n+3} \\ &= \underline{a^{n+6} + a^{n+8}}\end{aligned}$$

پ -

$$\begin{aligned}3x^2y^3(5xy - 3x^2y^4 + 2x^3y^4) \\ &= 3x^2y^3 \cdot 5xy - 3x^2y^3 \cdot 3x^2y^4 + 3x^2y^3 \cdot 2x^3y^4 \\ &= \underline{15x^3y^4 - 9x^4y^7 + 6x^5y^7}\end{aligned}$$

ت -

$$\begin{aligned}(4x^2 - 5x^3 + 2x^5) \cdot 3x^2 \\ &= 4x^2 \cdot 3x^2 - 5x^3 \cdot 3x^2 + 2x^5 \cdot 3x^2 \\ &= \underline{12x^4 - 15x^5 + 6x^7}\end{aligned}$$

ټ -

1.4-توان، ریشه او د هغوي ... 269

$$\begin{aligned}
 & (2a^5 - 3b^2)(4a^3 + 2b) \\
 &= 2a^5 \cdot 4a^3 + 2a^5 \cdot 2b - 3b^2 \cdot 4a^3 - 3b^2 \cdot 2b \\
 &= \underline{8a^8 + 4a^5b - 12a^3b^2 - 6b^3}
 \end{aligned}$$

ث-

$$\begin{aligned}
 & (x - y)(x^2 + xy + y^2) \\
 &= x^3 + x^2y + xy^2 - x^2y - xy^2 - y^3 \\
 &= x^3 + \cancel{x^2y} + \cancel{xy^2} - \cancel{x^2y} - \cancel{xy^2} - y^3 \\
 &= \underline{x^3 - y^3}
 \end{aligned}$$

ج -

ج -

دويم:

$$\begin{aligned}
 0,25^3 &= \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{4^3}; 5^{-3} = \frac{1}{5^3}; 5^{-4} = \frac{1}{5^4}; 3^{-3} = \frac{1}{3^3} \\
 \frac{1}{5^4} &< \frac{1}{5^3} < \frac{1}{4^3} < \frac{1}{3^3} \\
 \frac{1}{5^4} &< \frac{1}{5^3} < 0,25^3 < \frac{1}{3^3}
 \end{aligned}$$

درېم:

له مخه ورکړه:

$$\begin{aligned}
 & (a^2)^n; a \cdot a^n; a^{n-1}; a^{n-1} \cdot a^{n+1}; \frac{1}{a^n}; \frac{a^n}{a^k}; (-a^2)^n; \frac{a^k}{a^n}; a^0 \\
 & a^{2n}; a^{n+1}; a^{n-k}; \frac{1}{a^{1-n}}; a^{-n}; 1
 \end{aligned}$$

بڼه بدلون:

$$(a^2)^n = a^{2n}; a \cdot a^n = a^{n+1}; a^{n-1} \cdot a^{n+1} = a^{2n}; \frac{1}{a^n} = a^{-n}; \frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}$$

$$(-a^2)^n = a^{2n} \text{ که } n \text{ جوړه، } (-a^2)^n = -a^{2n} \text{ که } n \text{ نا جوړه}$$

$$\frac{a^k}{a^n} = a^{k-n}; a^0 = 1; \frac{1}{a^{1-n}} = a^{n-1}$$

يو بل سره سرخوړنه:

$$(a^2)^n = a^{2n} = a^{n+1} \cdot a^{n-1}; (-a^2)^n = a^{2n}$$

د جوړه n لپاره.

$$a \cdot a^n = a^{n+1}; a^{n-1} = \frac{1}{a^{1-n}}; \frac{1}{a^n} = a^{-n}; \frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}; a^0 = 1$$

څلورم:

الف- وينا a^k دا $a \in \mathbb{R}$ او $k \in \mathbb{Z}$ لپاره تعريف ده

ناتيک يا نا رښتيا ده، دا چې د بيلگي په توگه 0^{-2} تعريف نه دی، ځکه چې د توان قانون له مخي $0^{-2} = 1/0^2$ دی. دا چې سړی په صفر وېشي اجازه نه لري، نو له دې سره 0^{-2} تعريف نه دی. د دې لپاره چې يوه وينا نفې کړو، بسيا کوي، چې يو معکوسه بيلگه يې پيدا کړو.

ب- وينا a^k د $a \in \mathbb{R}_+^*$ او $k \in \mathbb{Z}$ ($\mathbb{R}_+^* = \{x | x > 0\}_{\mathbb{R}}$) لپاره تعريف ده

رښتيا ده، ځکه چې بنسټ a له صفر لوي دی او له دې سره هم هر توان ارزښت a^k له صفر لوی دی. پنځم:

$$a^{-1} = \frac{1}{a} \text{ د } \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{a^{-n}}{b^{-n}} = \underline{\underline{a^{-n}b^n}} \text{ الف. له امله}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = a^{-n}b^n = \frac{b^n}{a^n} \Rightarrow a \neq 0 \text{ ب. او } b \neq 0 \text{ او } n \in \mathbb{Z}$$

یعني د $a \neq 0$ او $b \neq 0$ او $n \in \mathbb{Z}$ لپاره تعریف دی.

شپږم: دلته د گټې گټې مسئله مخ ته لرو، چې د هغو لپاره باور لري:

$$K_n = K_0 \cdot q^n \quad \text{د} \quad q = \left(1 + \frac{p}{100}\right) \quad \text{سره. چې}$$

K_n : له n کالو وروسته بډايي (اخرنی ارزښت)

K_0 : پیل بډايي (بنسټ ارزښت یا هم نغد ارزښت بلل کيږي)

q : د گټې پینه او p د گټې ضریب، همداسې د n سره د تیریدو وخت.

$$K_0 = 2000 \text{ €}; p = 3,5\% \text{ und } n = 18$$

$$K_{18} = 2000 \cdot \left(1 + \frac{3,5}{100}\right)^{18} = 2000 \cdot 1,035^{18} = \underline{\underline{3714,98}}$$

د هغې په ۱۸-م زیږکال کړی شي لور 3714,98 € ته انتظار وباسي.
اوم: پیل جگوالی $h_0 = 4,5 \text{ m}$.

د لومړي ځکې وهلو سره 75% د وتتجگوالی

$$h_1 = h_0 \cdot 0,75$$

د دویم ځکې سره تماس وروسته نور هم فقط 75% د h_1 .

$$h_2 = h_1 \cdot 0,75 = h_0 \cdot 0,75 \cdot 0,75 = h_0 \cdot 0,75^2$$

د شپږم ځمکې تماس څخه روسته لرو

$$h_8 = h_0 \cdot 0,75^8 = 4,5m \cdot 0,75^8 \approx \underline{\underline{0,801m}}$$

د شپږم ځمکي تماس څخه وروسته بالون فقط 0,8 m له ځمکي جگ دی. اتم:

$a^n > 0$, که n جوړه وي او $n \in \mathbb{N} \wedge a \neq 0$. یوه رښتیا وینا وي.

که $a > 0$ وي، نو $a^n > 0$ هم.

$a^n < 0$ ، که n ناجوړه (طاق) او $n \in \mathbb{N} \wedge a \neq 0$ ، ناتیګ یا نارښتیا وینا وي، د بیلګې په توګه $3^7 > 0$.

د دې لپاره چې یوه وینا رد کړو، په ډېرو حالتونو کې بسیا کوي، لږ تر لږه یوه مخامخ یا معکوسه بیلګه پیدا کړو.

نهم: په کال کې د نفوسو یا پیدایښت په 4% کمښت یا شاته تګ په دې معنا دی:

$$N_1 = N_0 \left(1 - \frac{4}{100} \right) = N_0 \cdot 0,96$$

د لومړي کال وروسته

$$N_2 = N_1 \cdot 0,96 = N_0 \cdot 0,96 \cdot 0,96 = N_0 \cdot 0,96^2$$

د دویم کال وروسته

$$N_{10} = N_0 \cdot 0,96^{10}$$

د لسم کال وروسته

$$N_{10} = N_0 \cdot 0,96^{10} \Rightarrow \frac{N_{10}}{N_0} = \frac{N_0 \cdot 0,96^{10}}{N_0} = 0,96^{10} \approx \underline{\underline{0,665}}$$

د لسو کالو وروسته دا شتون 66,5% باندې شاته ځي، دا نږدې د اوسني حالت دوه دریم یا دوه پر درې دي

پوښتنې

توانونه x

د ستونځمنو توان ترمونو شمیرل

لاندې ترمونه وشمیرئ

لومړۍ:

$$\frac{ax+a+x+1}{a^2-1} \quad \text{ب} - \quad \frac{(x-y)(x^2+2xy+y^2)}{x^4-y^4} : \frac{(x^2-y^2)(x+y)}{(x-y)(x^2+y^2)} \quad \text{الف} -$$

$$\frac{am+bm-an-bn}{a^2-b^2} \quad \text{ت} - \quad \frac{(a^2+2ab+b^2) \cdot a^2}{a^2-b^2} : \frac{a^2}{(a+b)(a-b)} \quad \text{پ} -$$

دویم:

$$\frac{x^3+y^3}{x^2-y^2} : \frac{x+y}{x^2-xy+y^2} \quad \text{ب} - \quad \frac{ac-bc+ad-bd}{(c+d)^2} \quad \text{الف} -$$

$$\frac{a^2+ab+b^2}{(a+b)^2} : \frac{a^2-b^2}{a^3-b^3} \quad \text{ت} - \quad \left(\frac{a^5b^{-2}c^7}{d^6c^9} \right)^{10} : (a^2b^4c^5d^6)^{12} \quad \text{پ} -$$

$$(x^2-2x+1) \cdot \frac{x^2+x}{x^2-1} \quad \text{ب} - \quad \left[(x^2-y^2)^3 \right]^4 : (x-y)^{12} \quad \text{الف} - \quad \text{دریم:}$$

$$\left[(m+n)^{\frac{1}{2}} \right]^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[(m+n)^{\frac{2}{3}} \right]^{\frac{3}{4}} - \frac{ax+bx-am-bm}{a^2-b^2} \quad \text{پ - ت}$$

څلورم:

$$\left(\frac{a^{-2}c^4}{b^4} \right)^{-3} : \left(\frac{2a^{-3}}{b^2c^{-5}} \right)^{-4} : \left(\frac{4b^2c^3}{a^3} \right)^2 \quad \text{پ - ب} \quad [(a+b)^2]^3 : (a+b)^5 \quad \text{الف}$$

$$\left(\frac{2a^3b^6}{c^6} \right)^2 : \left(\frac{c^4d^{-4}}{4a^4b^5} \right)^{-3} : \left(\frac{4a^3d^6}{b^{-2}} \right)^{-2} - \frac{[(-x^2)^2]^2 \cdot x^{2a}}{x^6} \quad \text{پ - ت} \quad \text{پنځم:}$$

$$\left[(a^2 - x^2)^{-3} \right]^{-2} \cdot [(a+x)(a-x)]^{-5} - \left(\frac{7a^2b^3c^4}{8x^5y^7z^7} \right)^u : \left(\frac{21a^2b^2c^4}{16x^6y^7z^8} \right)^u \quad \text{پ - ب} \quad \text{الف - شپږم:}$$

$$\left(\frac{7xy^2}{3p^2q^2} \right)^5 \cdot \left(\frac{18p^2q^2}{14xy^2} \right)^5 - \left[(x^2 - y^2)^3 \right]^4 : (x-y)^{12} \quad \text{پ - ب} \quad \text{الف -}$$

$$\left(\frac{a^2}{x^3} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{2x^2}{5a^3} \right)^{-1} \cdot 2ax^{-4} - \left(\frac{4m^7n^8p^5}{28rs^2} \right)^x : \left(\frac{m^7n^7p^6}{35r^2s^2} \right)^x \quad \text{پ - ت}$$

ځوابونه

توان (د توان ستونځمن ترمونه وشميرئ)

1.4-توان، ریشه او د هغوي ... 275

نتیجې او مفصل ځوابونه ځوابونه

نتیجې او مفصل ځوابونه

توان (د توان ستونځمن ترمونه وشمیرئ)

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

نتیجې:

لومړی:

$$\frac{(x-y)(x^2+2xy+y^2)}{x^4-y^4} \cdot \frac{(x^2-y^2)(x+y)}{(x-y)(x^2+y^2)} = \frac{1}{x+y} \quad \text{الف -}$$

$$\frac{ax+a+x+1}{a^2-1} = \frac{x+1}{a-1} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{(a^2+2ab+b^2) \cdot a^2}{a^2-b^2} \cdot \frac{a^2}{(a+b)(a-b)} = (a+b)^2 \quad \text{پ -}$$

$$\frac{am+bm-an-bn}{a^2-b^2} = \frac{m-n}{a-b} \quad \text{ت - د ویم:$$

$$\frac{x^3+y^3}{x^2-y^2} \cdot \frac{x+y}{x^2-xy+y^2} = \frac{x+y}{x-y} \quad \text{ب -} \quad \frac{ac-bc+ad-bd}{(c+d)^2} = \frac{a-b}{c+d} \quad \text{الف -}$$

پ -

$$\frac{a^2+ab+b^2}{(a+b)^2} \cdot \frac{a^2-b^2}{a^3-b^3} = \frac{1}{a+b} \quad \text{ت -} \quad \left(\frac{a^5b^{-2}c^7}{d^8c^9}\right)^{10} : (a^2b^4c^5d^6)^{12} = \frac{a^{26}}{b^{68}c^{80}d^{152}}$$

دریم:

$$\text{الف - } \left[(x^2 - y^2)^3 \right]^4 : (x - y)^{12} = (x + y)^{12} \quad \text{ب - } (x^2 - 2x + 1) \cdot \frac{x^2 + x}{x^2 - 1} = x^2 - x$$

$$\text{پ - } \frac{ax + bx - am - bm}{a^2 - b^2} = \frac{x - m}{a - b} \quad \text{ت - } \left[(m + n)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left[(m + n)^{\frac{2}{3}} \right]^{\frac{3}{4}} = (m + n)^{\frac{1}{4}}$$

څلورم:

$$\text{الف - } \left[(a + b)^2 \right]^3 : (a + b)^5 = a + b \quad \text{ب - } \left(\frac{a^{-2}c^4}{b^4} \right)^{-3} : \left(\frac{2a^{-3}}{b^2c^{-5}} \right)^{-4} : \left(\frac{4b^2c^3}{a^3} \right)^2 = c^2$$

$$\text{پ - } \frac{\left[(-x^2)^2 \right]^2 \cdot x^{2a}}{x^6} = x^{2a+2} \quad \text{ت - } \left(\frac{2a^3b^6}{c^6} \right)^2 : \left(\frac{c^4d^{-4}}{4a^4b^5} \right)^{-3} : \left(\frac{4a^3d^6}{b^{-2}} \right)^{-2} = b$$

پنځم:

$$\text{الف - } \left(\frac{7a^2b^3c^4}{8x^5y^7z^7} \right)^u : \left(\frac{21a^2b^2c^4}{16x^6y^7z^8} \right)^u = \left(\frac{2bxz}{3} \right)^u$$

$$\text{ب - } \left[(a^2 - x^2)^{-3} \right]^{-2} \cdot [(a + x)(a - x)]^{-5} = a^2 - x^2 \quad \text{شپږم:}$$

$$\text{الف - } \left[(x^2 - y^2)^3 \right]^4 : (x - y)^{12} = (x + y)^{12} \quad \text{ب - } \left(\frac{7xy^2}{3p^2q^2} \right)^5 \cdot \left(\frac{18p^2q^2}{14xy^2} \right)^5 = 243$$

$$\text{پ - } \left(\frac{a^2}{x^3} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{2x^2}{5a^3} \right)^{-1} \cdot 2ax^{-4} = 5 \quad \text{ت - } \left(\frac{4m^7n^8p^5}{28rs^2} \right)^x : \left(\frac{m^7n^7p^6}{35r^2s^2} \right)^x = \left(\frac{5nr}{p} \right)^x$$

مفصل ځوابونه

لومړی:

الف -

$$\begin{aligned}
 \frac{(x-y)(x^2+2xy+y^2)}{x^4-y^4} \cdot \frac{(x^2-y^2)(x+y)}{(x-y)(x^2+y^2)} &= \frac{(x-y)(x+y)^2 \cdot (x-y)(x^2+y^2)}{(x^4-y^4)(x^2-y^2)(x+y)} \\
 &= \frac{(x-y)^2(x+y)^2(x^2+y^2)}{(x^2-y^2)(x^2+y^2)(x-y)(x+y)(x+y)} \\
 &= \frac{(x-y)^2 \cancel{(x+y)^2} \cancel{(x^2+y^2)}}{(x^2-y^2) \cancel{(x^2+y^2)} (x-y) \cancel{(x+y)} \cancel{(x+y)}} \\
 &= \frac{(x-y)^2}{(x-y)(x+y)(x-y)} \\
 &= \frac{\cancel{(x-y)}^2}{\cancel{(x-y)} \cancel{(x-y)} (x+y)} = \underline{\underline{\frac{1}{x+y}}}
 \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 \frac{ax+a+x+1}{a^2-1} &= \frac{a(x+1)+1(x+1)}{(a-1)(a+1)} \\
 &= \frac{(x+1)(a+1)}{(a-1)(a+1)} \\
 &= \frac{(x+1) \cancel{(a+1)}}{(a-1) \cancel{(a+1)}} \\
 &= \underline{\underline{\frac{x+1}{a-1}}}
 \end{aligned}$$

ج -

$$\begin{aligned}
 \frac{(a^2 + 2ab + b^2) \cdot a^2}{a^2 - b^2} \cdot \frac{a^2}{(a+b)(a-b)} &= \frac{(a+b)^2 \cdot a^2 (a+b)(a-b)}{(a^2 - b^2) \cdot a^2} \\
 &= \frac{(a+b)^2 \cdot \cancel{a^2} (a+b)(a-b)}{(a^2 - b^2) \cdot \cancel{a^2}} \\
 &= \frac{(a+b)^2 (a^2 - b^2)}{(a^2 - b^2)} \\
 &= \frac{(a+b)^2 \cancel{(a^2 - b^2)}}{\cancel{(a^2 - b^2)}} \\
 &= \underline{\underline{(a+b)^2}}
 \end{aligned}$$

ت -

$$\begin{aligned}
 \frac{am + bm - an - bn}{a^2 - b^2} &= \frac{m(a+b) - n(a+b)}{(a-b)(a+b)} \\
 &= \frac{(a+b)(m-n)}{(a-b)(a+b)} \\
 &= \frac{\cancel{(a+b)}(m-n)}{(a-b)\cancel{(a+b)}} \\
 &= \underline{\underline{\frac{m-n}{a-b}}}
 \end{aligned}$$

دويم: الف -

$$\begin{aligned}
 \frac{ac - bc + ad - bd}{(c+d)^2} &= \frac{c(a-b) + d(a-b)}{(c+d)^2} \\
 &= \frac{(a-b)(c+d)}{(c+d)(c+d)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(a-b) \cancel{(c+d)}}{(c+d) \cancel{(c+d)}} \\
 &= \frac{a-b}{\underline{\underline{c+d}}}
 \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 \frac{x^3 + y^3}{x^2 - y^2} \cdot \frac{x + y}{x^2 - xy + y^2} &= \frac{(x^3 + y^3)(x + y)}{(x^2 - y^2)(x^2 - xy + y^2)} \\
 &= \frac{(x^3 + y^3)(x + y)}{(x - y)(x + y) \cdot (x^2 - xy + y^2)} \\
 &= \frac{(x^3 + y^3)(x + y)}{(x - y)(x^3 - x^2y + xy^2 + x^2y - xy^2 + y^3)} \\
 &= \frac{(x^3 + y^3)(x + y)}{(x - y)(x^3 - \cancel{x^2y} + \cancel{xy^2} + \cancel{x^2y} - \cancel{xy^2} + y^3)} \\
 &= \frac{(x^3 + y^3)(x + y)}{(x - y)(x^3 + y^3)} \\
 &= \frac{\cancel{(x^3 + y^3)}(x + y)}{(x - y) \cancel{(x^3 + y^3)}} \\
 &= \frac{x + y}{\underline{\underline{x - y}}}
 \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{a^5 b^{-2} c^7}{d^6 c^9} \right)^{10} : (a^2 b^4 c^5 d^6)^{12} &= \frac{a^{50} b^{-20} c^{70}}{d^{60} c^{90}} : \frac{a^{24} b^{48} c^{60} d^{72}}{1} \\
 &= \frac{a^{50} b^{-20} c^{70} \cdot 1}{d^{60} c^{90} \cdot a^{24} b^{48} c^{60} d^{72}} \\
 &= \frac{a^{50} c^{70}}{a^{24} b^{48} b^{20} c^{90} c^{60} d^{60} d^{72}} \\
 &= \frac{a^{50-24}}{b^{48+20} c^{90+60-70} d^{60+72}} \\
 &= \frac{a^{26}}{b^{68} c^{80} d^{152}}
 \end{aligned}$$

ت -

$$\begin{aligned}
 \frac{a^2 + ab + b^2}{(a+b)^2} \cdot \frac{a^2 - b^2}{a^3 - b^3} &= \frac{(a^2 + ab + b^2)(a^2 - b^2)}{(a+b)^2(a^3 - b^3)} \\
 &= \frac{(a^2 + ab + b^2)(a-b)(a+b)}{(a+b)(a+b)(a^3 - b^3)} \\
 &= \frac{(a^2 + ab + b^2)(a-b) \cancel{(a+b)}}{\cancel{(a+b)}(a+b)(a^3 - b^3)} \\
 &= \frac{a^3 - a^2b + a^2b - ab^2 + ab^2 - b^3}{(a+b)(a^3 - b^3)} \\
 &= \frac{a^3 - \cancel{a^2b} + \cancel{a^2b} - \cancel{ab^2} + \cancel{ab^2} - b^3}{(a+b)(a^3 - b^3)} \\
 &= \frac{a^3 - b^3}{(a+b)(a^3 - b^3)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\cancel{(a^3 - b^3)}}{(a+b) \cancel{(a^3 - b^3)}} \\
 &= \frac{1}{\underline{\underline{a+b}}}
 \end{aligned}$$

دریم:

الف –

$$\begin{aligned}
 \left[(x^2 - y^2)^3 \right]^4 : (x - y)^{12} &= \frac{\left[(x - y)^3 (x + y)^3 \right]^4}{(x - y)^{12}} \\
 &= \frac{(x - y)^{12} (x + y)^{12}}{(x - y)^{12}} \\
 &= \frac{\cancel{(x - y)^{12}} (x + y)^{12}}{\cancel{(x - y)^{12}}} \\
 &= \underline{\underline{(x + y)^{12}}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (x^2 - 2x + 1) \cdot \frac{x^2 + x}{x^2 - 1} &= \frac{(x - 1)^2 \cdot x(x + 1)}{(x - 1)(x + 1)} \\
 &= \frac{(x - 1)(x - 1) \cdot x(x + 1)}{(x - 1)(x + 1)} \\
 &= \frac{\cancel{(x - 1)}(x - 1) \cdot x \cancel{(x + 1)}}{\cancel{(x - 1)} \cancel{(x + 1)}} \\
 &= \underline{\underline{x(x - 1) = x^2 - x}}
 \end{aligned}$$

ب –

$$\begin{aligned}
 \frac{ax+bx-am-bm}{a^2-b^2} &= \frac{x(a+b)-m(a+b)}{(a-b)(a+b)} \\
 &= \frac{(a+b)(x-m)}{(a-b)(a+b)} \\
 &= \frac{\cancel{(a+b)}(x-m)}{(a-b)\cancel{(a+b)}} \\
 &= \frac{x-m}{a-b}
 \end{aligned}$$

پ -

$$\begin{aligned}
 \left[(m+n)^{\frac{1}{2}} \right]^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[(m+n)^{\frac{2}{3}} \right]^{\frac{3}{4}} &= (m+n)^{\frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} \right)} \cdot (m+n)^{\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4}} \\
 &= (m+n)^{-\frac{1}{4}} \cdot (m+n)^{\frac{1}{2}} \\
 &= (m+n)^{-\frac{1}{4} + \frac{1}{2}} \\
 &= \underline{\underline{(m+n)^{\frac{1}{4}}}}
 \end{aligned}$$

ت -

دریم:

$$[(a+b)^2]^3 : (a+b)^5 = \frac{(a+b)^6}{(a+b)^5} = \underline{\underline{a+b}}$$

الف -

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{a^{-2}c^4}{b^4} \right)^{-3} : \left(\frac{2a^{-3}}{b^2c^{-5}} \right)^{-4} : \left(\frac{4b^2c^3}{a^3} \right)^2 &= \left(\frac{b^4}{a^{-2}c^4} \right)^3 : \left(\frac{b^2c^{-5}}{2a^{-3}} \right)^4 : \left(\frac{4b^2c^3}{a^3} \right)^2 \\
 &= \frac{b^{12}}{a^{-6}c^{12}} : \frac{b^8c^{-20}}{2^4a^{-12}} : \frac{4^2b^4c^6}{a^6}
 \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 &= \frac{b^{12} \cdot 2^4 a^{-12}}{a^{-6} c^{12} \cdot b^8 c^{-20}} \cdot \frac{2^4 b^4 c^6}{a^6} \\
 &= \frac{b^{12} \cdot 2^4 a^{-12} \cdot a^{-6}}{a^{-6} c^{12} \cdot b^8 c^{-20} \cdot 2^4 b^4 c^6} \\
 &= \frac{2^4 \cdot a^{-6} b^{12}}{2^4 \cdot a^{-6} b^{12} c^{-2}} \\
 &= \frac{\cancel{2^4} \cdot \cancel{a^{-6}} \cancel{b^{12}}}{\cancel{2^4} \cdot \cancel{a^{-6}} \cancel{b^{12}} c^{-2}} = \frac{1}{c^{-2}} = c^2
 \end{aligned}$$

ب-

$$\frac{\left[(-x^2)^2\right]^2 \cdot x^{2a}}{x^6} = \frac{\left[x^4\right]^2 \cdot x^{2a}}{x^6} = \frac{x^8 \cdot x^{2a}}{x^6} = x^2 \cdot x^{2a} = \underline{\underline{x^{2a+2}}}$$

ت-

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{2a^3b^6}{c^6}\right)^2 &\cdot \left(\frac{c^4d^{-4}}{4a^4b^5}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{4a^3d^6}{b^{-2}}\right)^{-2} = \left(\frac{2a^3b^6}{c^6}\right)^2 \cdot \left(\frac{4a^4b^5}{c^4d^{-4}}\right)^3 \cdot \left(\frac{b^{-2}}{4a^3d^6}\right)^2 \\
 &= \frac{2^2 a^6 b^{12}}{c^{12}} \cdot \frac{2^6 a^{12} b^{15}}{c^{12} d^{-12}} \cdot \frac{b^{-4}}{2^4 a^6 d^{12}} \\
 &= \frac{2^2 a^6 b^{12} \cdot c^{12} d^{-12}}{c^{12} \cdot 2^6 a^{12} b^{15}} \cdot \frac{1}{2^4 a^6 b^4 d^{12}} \\
 &= \frac{2^2 \cdot 2^4 \cdot a^6 \cdot a^6 \cdot b^{12} \cdot b^4 \cdot c^{12} \cdot d^{-12} \cdot d^{12}}{c^{12} \cdot 2^6 a^{12} b^{15}} \\
 &= \frac{2^6 \cdot a^{12} \cdot b^{16} \cdot c^{12} \cdot d^0}{2^6 \cdot a^{12} \cdot b^{15} \cdot c^{12}} \\
 &= \frac{\cancel{2^6} \cdot \cancel{a^{12}} \cdot b^{16} \cdot \cancel{c^{12}} \cdot 1}{\cancel{2^6} \cdot \cancel{a^{12}} \cdot b^{15} \cdot \cancel{c^{12}}} \\
 &= \frac{b^{16}}{b^{15}} = b
 \end{aligned}$$

پنجم:

الف –

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{7a^2b^3c^4}{8x^5y^7z^7}\right)^u \cdot \left(\frac{21a^2b^2c^4}{16x^6y^7z^8}\right)^u &= \frac{(7a^2b^3c^4)^u (16x^6y^7z^8)^u}{(8x^5y^7z^7)^u (21a^2b^2c^4)^u} \\
 &= \frac{[(7a^2b^3c^4)(16x^6y^7z^8)]^u}{[(8x^5y^7z^7)(21a^2b^2c^4)]^u} \\
 &= \left[\frac{7a^2b^3c^4 \cdot 16x^6y^7z^8}{8x^5y^7z^7 \cdot 21a^2b^2c^4}\right]^u \\
 &= \left[\frac{7 \cdot 2 \cdot 8a^2b^3c^4x^6y^7z^8}{7 \cdot 3 \cdot 8a^2b^2c^4x^5y^7z^7}\right]^u \\
 &= \left[\frac{\cancel{7} \cdot 2 \cdot \cancel{8}a^{\cancel{2}}b^3\cancel{c^4}x^6\cancel{y^7}z^8}{\cancel{7} \cdot 3 \cdot \cancel{8}a^{\cancel{2}}b^2\cancel{c^4}x^5\cancel{y^7}z^7}\right]^u \\
 &= \left(\frac{2b^3x^6z^8}{3b^2x^5z^7}\right)^u = \underline{\underline{\left(\frac{2bxz}{3}\right)^u}}
 \end{aligned}$$

ب –

$$\begin{aligned}
 \left[(a^2 - x^2)^{-3}\right]^{-2} \cdot [(a+x)(a-x)]^{-5} &= (a^2 - x^2)^6 \cdot [a^2 - x^2]^{-5} \\
 &= \frac{(a^2 - x^2)^6}{(a^2 - x^2)^5} \\
 &= \underline{\underline{a^2 - x^2}}
 \end{aligned}$$

شپږم:

الف –

$$\begin{aligned}
 \left[(x^2 - y^2)^3 \right]^4 : (x - y)^{12} &= \frac{(x^2 - y^2)^{12}}{(x - y)^{12}} \\
 &= \frac{[(x - y)(x + y)]^{12}}{(x - y)^{12}} \\
 &= \left[\frac{(x - y)(x + y)}{(x - y)} \right]^{12} \\
 &= \left[\frac{\cancel{(x - y)}(x + y)}{\cancel{(x - y)}} \right]^{12} \\
 &= \underline{\underline{(x + y)^{12}}}
 \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{7xy^2}{3p^2q^2} \right)^5 \cdot \left(\frac{18p^2q^2}{14xy^2} \right)^5 &= \left[\frac{7xy^2}{3p^2q^2} \cdot \frac{18p^2q^2}{14xy^2} \right]^5 \\
 &= \left[\frac{7 \cdot 3 \cdot 6xy^2p^2q^2}{3 \cdot 2 \cdot 7p^2q^2xy^2} \right]^5 \\
 &= \left[\frac{\cancel{7} \cdot \cancel{3} \cdot 6 \cancel{xy^2} \cancel{p^2q^2}}{\cancel{3} \cdot 2 \cdot \cancel{7} \cancel{p^2q^2} \cancel{xy^2}} \right]^5 \\
 &= \underline{\underline{3^5 = 243}}
 \end{aligned}$$

ج -

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{4m^7n^8p^5}{28rs^2} \right)^x : \left(\frac{m^7n^7p^6}{35r^2s^2} \right)^x &= \left(\frac{4m^7n^8p^5 \cdot 35r^2s^2}{28rs^2 \cdot m^7n^7p^6} \right)^x \\
 &= \left(\frac{4 \cdot 5 \cdot 7m^7n^8p^5r^2s^2}{4 \cdot 7rs^2m^7n^7p^6} \right)^x
 \end{aligned}$$

$$= \left(\frac{4 \cdot 5 \cdot 7 m^7 n^8 p^5 r^2 s^2}{4 \cdot 7 r s^2 m^7 n^7 p^6} \right)^x$$

$$= \left(\frac{5n^8 p^5 r^2}{m^7 p^6} \right)^x = \underline{\underline{\left(\frac{5nr}{p} \right)^x}}$$

ت -

$$\left(\frac{a^2}{x^3} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{2x^2}{5a^3} \right)^{-1} \cdot 2ax^{-4} = \left(\frac{x^3}{a^2} \right)^2 \cdot \left(\frac{5a^3}{2x^2} \right)^1 \cdot \frac{2a}{x^4}$$

$$= \frac{x^6}{a^4} \cdot \frac{5a^3}{2x^2} \cdot \frac{2a}{x^4}$$

$$= \frac{x^6}{a^4} \cdot \frac{5a^3}{\cancel{2}x^2} \cdot \frac{\cancel{2}a}{x^4}$$

$$= \frac{5a^4 x^6}{a^4 x^6} = \frac{\cancel{5} \cancel{a^4} \cancel{x^6}}{\cancel{a^4} \cancel{x^6}} = 5$$

پوښتنې

توان XI

لسميز توانونه

لومړۍ: جدول پک کړئ

10^0	10^{-3}		10^{-x}	10^3		10^6	$3,4 \cdot 10^9$
		$\frac{1}{100}$			10000		

دويم: ګڼونه يا اعداد د حقيقي اعدادو د ضرب په څير په لسم توان وليکئ

1.4-توان، رینه او د هغوي ... 287

الف - 7 000 000 ب - 725 000 000 000 پ - 0,000 07

ت - 0,000 32 ب - $\frac{1}{0,004}$ ث - 0,072

دریم:

تر مخ سیلابونه Kilo-, Mega-, Milli-, Mikro-, Nano-, Dezi-, Zenti- په لاندې ورکړ شوي کچوني سره تنظیم کړئ.

4 MHz 35 kJ 5 GW 17 mg

8 dl 75,4 cm 6 μm 5,4 ns

څلورم: لاندې د یون- یا واحد تر مونه ساده کړئ

الف - $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ب - $\frac{\text{kg m s}^{-2}}{\text{V m}^{-1}}$ پ - $\frac{\text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{m}}{\text{V} \cdot \text{cm}}$

ت - $\sqrt{\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m} \cdot \text{s}}$ ب - $\frac{4 \cdot 10^{-3} \text{m}^{-1} \cdot 10^{19} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{s}^2 \cdot 10^{-4}}$ ث - $\frac{24 \text{ m}^2}{8 \text{ mm}}$

ج - $\frac{10^{-2} \text{m}^{-2}}{10^{-3} \text{cm}}$ چ - $\frac{\text{kg m}}{\text{s}^2 \cdot \text{m s}^{-2}}$ ح - $\frac{\frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}}{\frac{\text{C}}{\text{s}} \cdot \text{m}}$

پنځم: په متر () یې وړوئ او نتیجه یې په لسم توان ولیکئ.

الف - 0,004 mm ب - 5 nm پ - $7,2 \cdot 10^{-6} \text{ mm}$ ت - $2,42 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$ شپږم:

د لمر ډکۍ یا حجم څومره د ځمکې غونډارو یا غونډوسکو یا کرو ډکۍ ورکوي؟

د ځمکې ډکۍ = $1,08 \cdot 10^{21} \text{ m}^3$ د لمر ډکۍ یا حجم = $1,41 \cdot 10^{18} \text{ km}^3$ = اوم: د ځمکې او لمر ترمنځ واټن یواسترونومي یون یا واحد astronomischen Einheit

دۍ. (1 AE) Quasar RD J030117 + 002025 له ۱۳ میلیارده نور کلونونه لرې دۍ. دا څومره استرونومي واحدونه یا یوونونه دي؟

$1 \text{ AE} = 149,6 \cdot 10^6 \text{ km}$ یو نوري ثانيه = $3 \cdot 10^5 \text{ km}$
اتم: لاندې لویې په لسمیز لیکدود ورکړئ

د لمر او ځمکې ترمنځ منځنی واټن $d = 15 \cdot 10^{10} \text{ m}$

ځوابونه

توان XI (لسمیز توان)

نتیجې او مفصل ځوابونه
Potenzgesetze د توان قوانین

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

نتیجې:

1.4-توان، رینه او د هغوي ... 289

لومړی:

10^{-1}	10^0	10^{-3}	10^{-2}	10^{-x}	10^3	10^4	10^6	$3,4 \cdot 10^9$
0,1	1	0,001	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{10^x}$	1000	10000	1000000	3400000000

دویم:

$$725\,000\,000\,000 = 7,25 \cdot 10^{11} \quad \text{ب} \quad 7\,000\,000 = 7 \cdot 10^6 \quad \text{الف}$$

$$0,000\,32 = 32 \cdot 10^{-5} \quad \text{ت} \quad 0,000\,07 = 7 \cdot 10^{-5} \quad \text{پ}$$

$$\frac{1}{0,004} = 2,5 \cdot 10^{-2} \quad \text{ب} \quad -0,072 = -72 \cdot 10^{-3} \quad \text{ث}$$

په لاندې الماني بڼه لیکل شوي، سری ترې پوهیدلی شي.

$$4\,\text{MHz (Mega)} \quad 35\,\text{kJ (Kilo)} \quad 5\,\text{GW (Giga)} \quad 17\,\text{mg (Milli)}$$

$$8\,\text{dl (Dezi)} \quad 75,4\,\text{cm (Zenti)} \quad 6\,\mu\text{m (Mikro)} \quad 5,4\,\text{ns (Nano)}$$

څلورم:

$$\frac{\text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{m}}{\text{V} \cdot \text{cm}} = \frac{10^2 \text{As}}{\text{V}} \quad \text{پ} \quad \frac{\text{kg m s}^{-2}}{\text{V m}^{-1}} = \frac{\text{kg m}^2}{\text{V s}^2} \quad \text{ب} \quad \frac{\text{m}}{\text{m s}^{-2}} = \text{s}^2 \quad \text{الف}$$

$$\frac{24\,\text{m}^2}{8\,\text{mm}} = 3 \cdot 10^3 \text{m} \quad \text{ث} \quad \frac{4 \cdot 10^{-3} \text{m}^{-1} \cdot 10^{19} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{s}^2 \cdot 10^{-4}} = \frac{4 \cdot 10^{20}}{\text{s}^4} \quad \text{ب} \quad \sqrt{\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \cdot \text{m} \cdot \text{s} = \text{m} \quad \text{ت}$$

$$\frac{\frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}}{\frac{\text{C}}{\text{s}} \text{m}} = \frac{\text{kg}}{\text{C s}} \quad \text{ح} \quad \frac{\frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}}{\text{m s}^{-2}} = \text{kg} \quad \text{چ} \quad \frac{10^{-2} \text{m}^{-2}}{10^{-3} \text{cm}} = 10^3 \text{m}^{-3} \quad \text{ج}$$

پنځم:

الف - $0,004 \text{ mm} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ ب - $5 \text{ nm} = 5 \cdot 10^{-9} \text{ m}$
 پ - $7,2 \cdot 10^{-6} \text{ mm} = 7,2 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ ت - $2,42 \cdot 10^{-5} \text{ cm} = 2,42 \cdot 10^{-7} \text{ m}$
شیرم:

$$\frac{1,41 \cdot 10^{18} \text{ km}^3}{1,08 \cdot 10^{21} \text{ m}^3} = \frac{1,41 \cdot 10^{18} \cdot 10^9 \text{ m}^3}{1,08 \cdot 10^{21} \text{ m}^3} = \frac{1,41 \cdot 10^{27} \text{ m}^3}{1,08 \cdot 10^{21} \text{ m}^3} = 1,3 \cdot 10^6$$

د ځمکې غونډاری

اوم:

$$\frac{13 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ km}}{149,6 \cdot 10^6 \text{ km}} = \frac{1,3 \cdot 3,65 \cdot 2,4 \cdot 3,6 \cdot 3 \cdot 10^{21} \text{ km}}{149,6 \cdot 10^6 \text{ km}} \approx$$

$$\approx 0,8 \cdot 10^{15} \text{ AE}$$

اتم:

$$d = 15 \cdot 10^{10} \text{ m} = 150 \text{ 000 000 000 m}$$

مفصل ځوابونه:

لومړی:

$0,1 = 10^{-1} = \frac{1}{10}$	$10^{-x} = \frac{1}{\underline{\underline{10^x}}}$
$10^0 = \underline{\underline{1}}$	$10^3 = \underline{\underline{1000}}$
هر بنسټ په توان د 0 دا ارزښت لري	$10 \text{ 000} = \underline{\underline{10^4}}$
$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = \underline{\underline{0,001}}$	$10^6 = \underline{\underline{1000 \text{ 000}}}$
$\frac{1}{100} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = \underline{\underline{0,01}}$	$3,4 \cdot 10^9 = \underline{\underline{3 \text{ 400 000 000}}}$

1.4-توان، ريڻه او د هغوي ... 291

دويم:

$$725\,000\,000\,000 = 7,25 \cdot 10^{11}$$

$$7\,000\,000 = \underline{7 \cdot 10^6} \quad \text{الف} - \quad \underline{725 \cdot 10^9} \quad \text{ب} -$$

$$0,000\,32 = 32 \cdot 10^{-5} \quad 0,000\,07 = 7 \cdot 10^{-5}$$

$$= \underline{320 \cdot 10^{-6}} \quad \text{ت} - \quad = \underline{70 \cdot 10^{-6}} \quad \text{پ} -$$

$$\frac{1}{0,004} = \frac{1}{4 \cdot 10^{-3}}$$

$$-0,072 = \underline{-72 \cdot 10^{-3}} \quad \text{ث} - \quad = 0,25 \cdot 10^{-3} = \underline{2,5 \cdot 10^{-2}} \quad \text{ب} -$$

دريم: لاندې کې دې فکر وشي!!

- 4 MHz = 4 Megahertz Vorsilbelمختاری "Mega". (Frequenz)
 د تودخی انرژي واحد يا ("Kilo". مختاری Vorsilbe 35 kJ = 35 Kilojoule
 Wärmeenergieeinheit)يوون
 5 GW = 5 Gigawatt "Giga". مختاری،، Leistungseinheit (د توان واحد)
 17 mg = 17 Milligramm مختاری "Milli". (د کتلي واحد)
 8 dl = Deziliter Vorsilbeمختاری "Dezi". (Volumeneinheit)
 75,4 cm = 75,4 Zentimeter مختاری "Zenti". (اوردوالي واحد)
 6 μm = 6 Mikrometer مختاری "Mikro". (اوردوالي واحد)
 5,4 ns = 5,4 Nanosekunden مختاری "Nano". (وخت واحد)

څلورم:

$$\frac{m}{m \cdot s^{-2}} = \frac{m}{m} \cdot s^2 = \frac{\cancel{m}}{\cancel{m}} \cdot s^2 = s^2 \quad \text{الف} -$$

$$\frac{\text{kg m s}^{-2}}{\text{V m}^{-1}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{m}}{\text{V} \cdot \text{s}^2} = \frac{\text{kg m}^2}{\text{V s}^2} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{\text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{m}}{\text{V} \cdot \text{cm}} = \frac{\text{A} \cdot \text{s} \cdot 100 \text{ cm}}{\text{V} \cdot \text{cm}} = \frac{\text{A} \cdot \text{s} \cdot 100 \cancel{\text{cm}}}{\text{V} \cdot \cancel{\text{cm}}} = \frac{10^2 \text{ As}}{\text{V}} \quad \text{پ -}$$

$$\sqrt{\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \cdot \text{m} \cdot \text{s} = \sqrt{\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} \cdot \text{s} = \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \text{s} = \frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot \cancel{\text{s}} = \text{m} \quad \text{ت -}$$

$$\begin{aligned} \frac{4 \cdot 10^{-3} \text{m}^{-1} \cdot 10^{19} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{s}^2 \cdot 10^{-4}} &= \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{19} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{m}}{\text{s}^2 \cdot 10^{-4}} \\ &= \frac{4 \cdot 10^{19-3} \cdot \text{m}^{-1+1} \cdot 1}{\text{s}^2 \cdot \text{s}^2 \cdot 10^{-4}} \\ &= \frac{4 \cdot 10^{16} \cdot 1 \cdot 1}{\text{s}^4 \cdot 10^{-4}} = \frac{4 \cdot 10^{20}}{\text{s}^4} \quad \text{ث -} \end{aligned}$$

$$\frac{24 \text{ m}^2}{8 \text{ mm}} = \frac{24}{8} \cdot \frac{(10^3 \text{ mm})^2}{\text{mm}} = 3 \cdot \frac{10^6 \text{ mm}^2}{\text{mm}} = 3 \cdot 10^6 \text{ mm} = \underline{\underline{3 \cdot 10^3 \text{ m}}} \quad \text{ث -}$$

$$\frac{10^{-2} \text{m}^{-2}}{10^{-3} \text{cm}} = \frac{10^3}{10^2 \cdot \text{m}^2 \cdot \text{cm}} = \frac{10^3}{10^2 \cdot \text{m}^2 \cdot 10^{-2} \text{m}} = \frac{10^3}{\text{m}^3} = \underline{\underline{10^3 \text{ m}^{-3}}} \quad \text{ج -}$$

$$\begin{aligned} \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} &= \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} = \frac{\text{kg m} \cdot 1}{\text{s}^2 \cdot \text{m s}^{-2}} = \frac{\text{kg} \cancel{\text{m}}}{\text{s}^2 \cdot \cancel{\text{m}} \text{s}^{-2}} = \frac{\text{kg}}{\text{s}^{2-2}} = \frac{\text{kg}}{1} = \underline{\underline{\text{kg}}} \quad \text{ج -} \end{aligned}$$

$$\frac{\frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}}{\frac{\text{C m}}{\text{s}}} = \frac{\text{kg m} \cdot \text{s}}{\text{s}^2 \cdot \text{C} \cdot \text{m}} = \frac{\text{kg} \cancel{\text{m}} \cdot \text{s}}{\text{s}^2 \cdot \text{C} \cdot \cancel{\text{m}}} = \frac{\text{kg}}{\text{C s}} \quad \text{ح -}$$

پنځم:

$$0,004 \text{ mm} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ mm} = \underline{\underline{4 \cdot 10^{-6} \text{ m}}} \quad \text{الف -}$$

$$5 \text{ nm} = \underline{\underline{5 \cdot 10^{-9} \text{ m}}} \quad (\text{Nano} = 10^{-9}) \quad \text{ب -}$$

$$\begin{aligned} 7,2 \cdot 10^{-8} \text{ mm} &= 7,2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ &= \underline{\underline{7,2 \cdot 10^{-9} \text{ m}}} \quad \text{پ -} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2,42 \cdot 10^{-5} \text{ cm} &= 2,42 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-2} \text{ m} \\ &= \underline{\underline{2,42 \cdot 10^{-7} \text{ m}}} \quad \text{ت -} \end{aligned}$$

شپږم:

$$= 1,08 \cdot 10^{21} \text{ m}^3 = \text{د ځمکې ډکۍ يا حجم}$$

$$= 1,41 \cdot 10^{18} \text{ km}^3 = 1,41 \cdot 10^{18} \cdot (10^3 \text{ m})^3 = 1,41 \cdot 10^{27} \text{ m}^3 = \text{د لمر ډکۍ}$$

$$n = \frac{1,41 \cdot 10^{27} \text{ m}^3}{1,08 \cdot 10^{21} \text{ m}^3} = \frac{1,41}{1,08} \cdot 10^6 \text{ m}^3 \approx \underline{\underline{1,306 \cdot 10^6}}$$

ځمکغونډاری

نږدې 1,3 میلیونه د ځمکې غونډاري يا غونډوسکې د لمر ډکۍ راکوي.

اوم:

یو استرونومي یون یا واحد $(AE) = 149,6 \cdot 10^8 \text{ km} = 1,496 \cdot 10^8 \text{ km}$

یونورثانیه $= 3 \cdot 10^5 \text{ km}$

دیارلس میلیارده لمر کلونه دي:

$$13 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ km} = 1,3 \cdot 3,65 \cdot 2,4 \cdot 3,6 \cdot 3 \cdot 10^7 \cdot 10^9 \cdot 10^5 \text{ km}$$

$$= \frac{1,3 \cdot 3,65 \cdot 2,4 \cdot 3,6 \cdot 3 \cdot 10^{21} \text{ km}}{1,496 \cdot 10^8 \text{ km}}$$

$$= \frac{1,3 \cdot 3,65 \cdot 2,4 \cdot 3,6 \cdot 3}{1,496} \cdot 10^{13} \approx 82,213 \cdot 10^{13} = \underline{\underline{822,13 \cdot 10^{12}}} = \text{واتن}$$

کوازار Quasar نږدې 822 بیلیونه له ځمکې لرې دی.

اتم:

$$d = 15 \cdot 10^{10} \text{ m} = 150\,000\,000\,000 \text{ m} \quad (\text{یعنې لس صفرونه پسې وتری})$$

پوښتنې

توان او رینه |

د توان او رینې شمیرنه

1.4-توان، رینہ او د ہغوی ... 295

لاندی ترمونہ وشمیری:

لومری:

$$\text{الف - } (a+b)^2 \text{ ب - } (a+x)^2 \text{ پ - } (a-b)^2 \text{ ت - } (x-y)^2$$

$$\text{ب - } (a+b)^3 \text{ ت - } \frac{ax^9+bx^7}{x^5} \text{ ج - } \frac{(4a^2+4a+1)^x}{(2a+1)^x} \text{ چ - } \frac{49z^2-1}{7z-1} \text{ دویم:}$$

$$\text{الف - } \frac{ma^5-ma^3b^2}{ma^2} \text{ ب - } \frac{25x^2-100y^2}{5x+10y} \text{ پ - } \frac{(a^2+2ab+b^2)^3}{(a+b)^3} \text{ دریم:}$$

$$\text{الف - } \frac{(a^3-3a^2b+3ab^2-b^3)^m}{(a-b)^m} \text{ ب - } \frac{x^4y^5-x^3y^4+x^2y^3}{x^2y^2} \text{ خلورم:}$$

$$\text{الف - } \sqrt{x^2y^2} \text{ ب - } \sqrt{a^2b^2c^2} \text{ پ - } \sqrt{4x^2y^2} \text{ ت - } \sqrt[3]{u^3v^3w^3}$$

$$\text{ب - } \sqrt[5]{x^{10}y^5z^{15}} \text{ ت - } \sqrt[4]{a^2b^4c^6} \text{ ج - } (x^4y^4)^{\frac{3}{2}} \text{ چ - } (27a^3b^6)^{\frac{1}{3}} \text{ پنجم:}$$

$$\text{الف - } \sqrt{3}+3\sqrt{2}-\sqrt{2}+4\sqrt{3} \text{ ب - } \sqrt[3]{y}-\sqrt[4]{b}+2\sqrt[3]{y}-3\sqrt[4]{b}$$

$$\text{ب - } \left[(a+b)^{\frac{2}{3}} \right]^{\frac{3}{2}} \cdot \left[(a+b)^{-\frac{3}{2}} \right]^{\frac{1}{3}} \text{ ت - } \frac{3\sqrt{a^3} \cdot 2\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a} \cdot a^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[4]{a} \cdot a^{\frac{3}{4}}}$$

$$\text{ب - } (n+x)^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[4]{(n+x)^5} \text{ ت - } x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{5}{6}} \cdot \sqrt[12]{x^{-18}}$$

$$\text{الف - } \frac{x^{\frac{3}{2}} \cdot 2x^{\frac{2}{3}} \cdot 5\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^4}}{x^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[4]{x^3}} \text{ ب - } \frac{a^{\frac{4}{5}} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot a^{\frac{3}{5}} \cdot a^{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt[3]{a^7}}{a^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{a^3} \cdot \sqrt[4]{a^3}} \text{ شپیرم:}$$

اوم:

$$\text{الف - } x^{\frac{1}{3}} - 2x^{\frac{1}{2}} + 5x^{\frac{2}{3}} - 3x^{\frac{1}{2}} + 5x^{\frac{1}{3}} - 3x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{2}} - 2x^{\frac{2}{3}}$$

$$\text{ب - } (a+b)^{\frac{1}{2}} + (a+b)^{\frac{2}{3}} - (a-b)^{\frac{1}{2}} + (a+b)^{\frac{2}{3}} - (a+b)^{\frac{1}{2}} + (a-b)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{پ - } \sqrt{a+b} + \sqrt[3]{a+b} - \sqrt{a-b} + \sqrt[3]{a-b} - 3\sqrt[3]{a+b} + 2\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b}$$

خوابونه

توان او ریشه |

نتیجې او مفصل خوابونه

د توان او ریشه قوانین

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$
$(\sqrt{a})^2 = a$	$\sqrt{a^{-1}} = \sqrt{\frac{1}{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}}$

1.4-توان، ريښه او د هغوي ... 297

دا چې هره ريښه د ت وان پېڅير ليكل كيدى شي، دا پېڅيرو حالتونو كې كتوره ده، چې ريښه په توان وليكل شي او بيا شميرنه د توان قوانينو له مخې مخ ته بوځو. د اړتيا په وخت كې مېدى شي بو ما-يا مسري اكسپوننت بيرته په ريښه واړول شي.

نتيجه:

لومړى:

$$\text{الف - } (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \text{ب - } (a+x)^2 = a^2 + 2ax + x^2$$

$$\text{پ - } (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad \text{ت - } (x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$\text{ټ - } (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad \text{ث - } \frac{ax^9 + bx^7}{x^5} = ax^4 + bx^2$$

$$\text{ج - } \frac{(4a^2 + 4a + 1)^x}{(2a + 1)^x} = (2a + 1)^x \quad \text{چ - } \frac{49z^2 - 1}{7z - 1} = 7z + 1$$

$$\text{دويم: الف - } \frac{ma^5 - ma^3b^2}{ma^2} = a^3 - ab^2$$

$$\text{ب - } \frac{25x^2 - 100y^2}{5x + 10y} = 5x - 10y$$

$$\text{پ - } \frac{(a^2 + 2ab + b^2)^3}{(a+b)^3} = (a+b)^3$$

درېم:

$$\frac{(a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3)^m}{(a-b)^m} = (a-b)^{2m} \quad \text{الف -}$$

$$\frac{x^4y^5 - x^3y^4 + x^2y^3}{x^2y^2} = x^2y^3 - xy^2 + y \quad \text{ب -}$$

څلورم:

$$\sqrt{a^2b^2c^2} = abc \quad \text{ب -} \quad \sqrt{x^2y^2} = xy \quad \text{الف -}$$

$$\sqrt[3]{u^3v^3w^3} = uvw \quad \text{ت -} \quad \sqrt{4x^2y^2} = 2xy \quad \text{پ -}$$

$$\sqrt[4]{a^2b^4c^6} = \sqrt{a} \cdot bc \cdot \sqrt{c} \quad \text{ث -} \quad \sqrt[5]{x^{10}y^5z^{15}} = x^2yz^3 \quad \text{ټ -}$$

$$(27a^3b^6)^{\frac{1}{3}} = 3ab^2 \quad \text{ج -} \quad (x^4y^4)^{\frac{3}{2}} = (xy)^6 \quad \text{ج -}$$

پنځم:

$$\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - \sqrt{2} + 4\sqrt{3} = 5\sqrt{3} + 2\sqrt{2} \quad \text{الف -}$$

$$\sqrt[3]{y} - \sqrt[4]{b} + 2\sqrt[3]{y} - 3\sqrt[4]{b} = 3\sqrt[3]{y} - 4\sqrt[4]{b} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{3\sqrt{a^3} \cdot 2\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a} \cdot a^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[4]{a} \cdot a^{\frac{3}{4}}} = 6a^3 \quad \text{ت -} \quad \left[(a+b)^{\frac{2}{3}} \right]^{\frac{3}{2}} \cdot \left[(a+b)^{-\frac{3}{2}} \right]^{\frac{1}{3}} = (a+b)^{\frac{1}{2}}$$

$$(n+x)^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[4]{(n+x)^5} = (n+x)^2 \quad \text{ث -} \quad x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{5}{6}} \cdot \sqrt[12]{x^{-18}} = 1 \quad \text{ټ -}$$

$$\frac{a^{\frac{4}{5}} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot a^{\frac{3}{5}} \cdot a^{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt[3]{a^7}}{a^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{a^3} \cdot \sqrt[4]{a^3}} = a^2 \quad \text{ب -} \quad \frac{x^{\frac{3}{2}} \cdot 2x^{\frac{2}{3}} \cdot 5\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^4}}{x^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[4]{x^3}} = 10x^3 \quad \text{الف -}$$

شپږم:

$$x^{\frac{1}{3}} - 2x^{\frac{1}{2}} + 5x^{\frac{2}{3}} - 3x^{\frac{1}{2}} + 5x^{\frac{1}{3}} - 3x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{2}} - 2x^{\frac{2}{3}} = 6x^{\frac{1}{3}} - 4x^{\frac{1}{2}} \quad \text{الف -}$$

اوم:

$$\text{ب. } (a+b)^{\frac{1}{2}} + (a+b)^{\frac{2}{3}} - (a-b)^{\frac{1}{2}} + (a+b)^{\frac{2}{3}} - (a+b)^{\frac{1}{2}} + (a-b)^{\frac{1}{2}} = 2(a+b)^{\frac{2}{3}}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{a+b} + \sqrt[3]{a+b} - \sqrt{a-b} + \sqrt[3]{a-b} - 3\sqrt[3]{a+b} + 2\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b} \\ & = 3\sqrt{a+b} - 2\sqrt[3]{a+b} + \sqrt[3]{a-b} \end{aligned} \quad \text{پ.}$$

مفصل ځوابونه:

لومړۍ: (لاندې الماني: د بېنوم جمله)

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \text{الف. 1. binomische Formel}$$

$$(a+x)^2 = a^2 + 2ax + x^2 \quad \text{ب. 1. binomische Formel}$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad \text{پ. 2. binomische Formel}$$

$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 \quad \text{ت. 2. binomische Formel}$$

$$\begin{aligned} (a+b)^3 &= (a+b)(a+b)^2 = (a+b)(a^2 + 2ab + b^2) \\ &= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 = \underline{a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3} \end{aligned} \quad \text{ټ.}$$

$$\frac{ax^9 + bx^7}{x^5} = \frac{x^5(ax^4 + bx^2)}{x^5} = \underline{ax^4 + bx^2} \quad \text{ث.}$$

$$\begin{aligned} \frac{(4a^2 + 4a + 1)^x}{(2a + 1)^x} &= \left[\frac{(4a^2 + 4a + 1)}{2a + 1} \right]^x \\ &= \left[\frac{(2a + 1)^2}{2a + 1} \right]^x = \underline{(2a + 1)^x} \end{aligned} \quad \text{ج.}$$

$$\frac{49z^2 - 1}{7z - 1} = \frac{(7z + 1)(7z - 1)}{7z - 1} = \underline{7z + 1} \quad \text{چ.}$$

$$\frac{ma^5 - ma^3b^2}{ma^2} = \frac{ma^2(a^3 - ab^2)}{ma^2} = \underline{\underline{a^3 - ab^2}} \quad \text{دویم: الف -}$$

$$\frac{25x^2 - 100y^2}{5x + 10y} = \frac{(5x - 10y)(5x + 10y)}{5x + 10y} = \underline{\underline{5x - 10y}} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{(a^2 + 2ab + b^2)^3}{(a+b)^3} = \left[\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a+b} \right]^3 = \left[\frac{(a+b)^2}{a+b} \right]^3 = \underline{\underline{(a+b)^3}} \quad \text{پ -}$$

$$\frac{(a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3)^m}{(a-b)^m} = \left[\frac{a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}{a-b} \right]^m \quad \text{دریم:}$$

برخه ځواب د پو لښوم وېش له لارې

$$(a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3) : (a-b) = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\underline{-(a^3 - a^2b)}$$

$$- 2a^2b + 3ab^2$$

$$\underline{-(-2a^2b + 2ab^2)}$$

$$ab^2 - b^3$$

$$\underline{-(ab^2 - b^3)}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}{a-b} \right]^m = \left(\frac{a^2 - 2ab + b^2}{\text{2. bin. Formel}} \right)^m$$

$$= \left[(a-b)^2 \right]^m = \underline{\underline{(a-b)^{2m}}} \quad \text{الف -}$$

$$\frac{x^4y^5 - x^3y^4 + x^2y^3}{x^2y^2} = \frac{x^2y^2(x^2y^3 - xy^2 + y)}{x^2y^2} = \underline{\underline{x^2y^3 - xy^2 + y}} \quad \text{ب -}$$

1.4-توان، ریشه او د هغوي ... 301

$$\sqrt{x^2 y^2} = (x^2 y^2)^{\frac{1}{2}} = x^{2 \cdot \frac{1}{2}} y^{2 \cdot \frac{1}{2}} = xy \quad \underline{\underline{=}} \quad \text{څلورم: الف -}$$

$$\sqrt{4x^2 y^2} = (2^2 x^2 y^2)^{\frac{1}{2}} = 2xy \quad \underline{\underline{=}} \quad \text{پ -} \quad \sqrt{a^2 b^2 c^2} = (a^2 b^2 c^2)^{\frac{1}{2}} = abc \quad \underline{\underline{=}} \quad \text{ب -}$$

$$\sqrt[5]{x^{10} y^5 z^{15}} = (x^{10} y^5 z^{15})^{\frac{1}{5}} = x^2 y z^3 \quad \underline{\underline{=}} \quad \text{ت -} \quad \sqrt[3]{u^3 v^3 w^3} = (u^3 v^3 w^3)^{\frac{1}{3}} = uvw \quad \underline{\underline{=}} \quad \text{ت -}$$

$$\sqrt[4]{a^2 b^4 c^6} = (a^2 b^4 c^6)^{\frac{1}{4}}$$

$$(x^4 y^4)^{\frac{3}{2}} = x^{4 \cdot \frac{3}{2}} y^{4 \cdot \frac{3}{2}} = x^6 y^6 = (xy)^6 \quad \underline{\underline{=}} \quad \text{ج -} \quad = a^{\frac{1}{2}} b c^{\frac{3}{2}} = \sqrt{a} \cdot bc \cdot \sqrt{c} \quad \underline{\underline{=}} \quad \text{ث -}$$

$$(27a^3 b^6)^{\frac{1}{3}} = (3^3 a^3 b^6)^{\frac{1}{3}} = 3ab^2 \quad \underline{\underline{=}} \quad \text{چ -}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{y} - \sqrt[3]{b} + 2\sqrt[3]{y} - 3\sqrt[3]{b} \\ &= \sqrt[3]{y} + 2\sqrt[3]{y} - \sqrt[3]{b} - 3\sqrt[3]{b} \\ &= 3\sqrt[3]{y} - 4\sqrt[3]{b} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{3} + 3\sqrt{2} - \sqrt{2} + 4\sqrt{3} \\ &= \sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - \sqrt{2} \\ &= 5\sqrt{3} + 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

پنځم: الف - ب -

$$\begin{aligned} & \frac{3\sqrt{a^3} \cdot 2\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a} \cdot a^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[4]{a} \cdot a^{\frac{3}{4}}} \\ &= \frac{3a^{\frac{3}{2}} \cdot 2a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{3}{4}}} \\ &= \frac{6a^{\frac{3}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}}} = \frac{6a^{\frac{9}{6} + \frac{4}{6} + \frac{3}{6} + \frac{2}{6}}}{a} \\ &= \frac{6a^{\frac{24}{6}}}{a} = \frac{6a^4}{a} = \underline{\underline{6a^3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left[(a+b)^{\frac{2}{3}} \right]^{\frac{3}{2}} \cdot \left[(a+b)^{-\frac{3}{2}} \right]^{\frac{1}{3}} \\ &= \left(a+b^{\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2}} \right) (a+b)^{-\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3}} \\ &= (a+b)(a+b)^{-\frac{1}{2}} \\ &= (a+b)^{1-\frac{1}{2}} \\ &= \underline{\underline{(a+b)^{\frac{1}{2}}}} \end{aligned}$$

ت - پ -

$$\begin{aligned}
 x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{5}{6}} \cdot \sqrt[12]{x^{-18}} &= x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{5}{6}} \cdot x^{-\frac{18}{12}} \text{HN-6} \\
 &= x^{\frac{4}{6}} \cdot x^{\frac{5}{6}} \cdot x^{-\frac{9}{6}} \\
 &= x^{\frac{4}{6} + \frac{5}{6} - \frac{9}{6}} \\
 &= \underline{\underline{x^0 = 1}}
 \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 (n+x)^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[4]{(n+x)^5} &= (n+x)^{\frac{3}{4}} \cdot (n+x)^{\frac{5}{4}} \\
 &= (n+x)^{\frac{3}{4} + \frac{5}{4}} \\
 &= (n+x)^{\frac{8}{4}} \\
 &= \underline{\underline{(n+x)^2}}
 \end{aligned}$$

ث

$$\begin{aligned}
 &\frac{a^{\frac{4}{5}} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot a^{\frac{3}{5}} \cdot a^{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt[3]{a^7}}{a^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{a^3} \cdot \sqrt[4]{a^3}} \\
 &= \frac{a^{\frac{4}{5}} \cdot a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{3}{5}} \cdot a^{\frac{3}{5}} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^{\frac{3}{4}} \cdot a^{\frac{3}{2}} \cdot a^{\frac{3}{4}}} \\
 &= \frac{a^{\frac{4}{5} + \frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{7}{3}} \text{HN-15}}{a^{\frac{3}{4} + \frac{3}{2} + \frac{3}{4}} \text{HN-4}} \\
 &= \frac{a^{\frac{12}{15} + \frac{10}{15} + \frac{9}{15} + \frac{9}{15} + \frac{35}{15}}}{a^{\frac{3}{4} + \frac{6}{4} + \frac{3}{4}}} = \frac{a^{\frac{75}{15}}}{a^{\frac{12}{4}}} \\
 &= \frac{a^5}{a^3} = \underline{\underline{a^2}}
 \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 &\frac{x^{\frac{3}{2}} \cdot 2x^{\frac{2}{3}} \cdot 5\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^4}}{x^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[4]{x^3}} \\
 &= \frac{2 \cdot 5x^{\frac{3}{2}} \cdot x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{4}{3}} \text{HN-6}}{x^{\frac{1}{4}} \cdot x^{\frac{3}{4}}} \\
 &= \frac{10x^{\frac{9}{6}} \cdot x^{\frac{4}{6}} \cdot x^{\frac{3}{6}} \cdot x^{\frac{8}{6}}}{x^{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}}} \\
 &= \frac{10x^{\frac{9}{6} + \frac{4}{6} + \frac{3}{6} + \frac{8}{6}}}{x^1} = \frac{10x^{\frac{24}{6}}}{x^1} \\
 &= \frac{10x^4}{x} = \underline{\underline{10x^3}}
 \end{aligned}$$

شپږم: الف -

1.4-توان، رینہ او د هغوي ... 303

اوم:

په لاندې کې: $\text{sortieren} =$ سره یوځای کړئ یا په ترتیب کړئ.

$$\begin{aligned} & x^{\frac{1}{3}} - 2x^{\frac{1}{2}} + 5x^{\frac{2}{3}} - 3x^{\frac{1}{2}} + 5x^{\frac{1}{3}} - 3x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{2}} - 2x^{\frac{2}{3}} \text{ sortieren} \\ & = x^{\frac{1}{3}} + 5x^{\frac{1}{3}} - 2x^{\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}} + 5x^{\frac{2}{3}} - 3x^{\frac{2}{3}} - 2x^{\frac{2}{3}} = \underline{\underline{6x^{\frac{1}{3}} - 4x^{\frac{1}{2}}}} \end{aligned}$$

الف -
ب -

$$\begin{aligned} & (a+b)^{\frac{1}{2}} + (a+b)^{\frac{2}{3}} - (a-b)^{\frac{1}{2}} + (a+b)^{\frac{2}{3}} - (a+b)^{\frac{1}{2}} + (a-b)^{\frac{1}{2}} \text{ sortieren} \\ & = (a+b)^{\frac{1}{2}} - (a-b)^{\frac{1}{2}} - (a+b)^{\frac{1}{2}} + (a-b)^{\frac{1}{2}} + (a+b)^{\frac{2}{3}} + (a+b)^{\frac{2}{3}} = \underline{\underline{2(a+b)^{\frac{2}{3}}}} \end{aligned}$$

پ -

$$\begin{aligned} & \sqrt{a+b} + \sqrt[3]{a+b} - \sqrt{a-b} + \sqrt[3]{a-b} - 3\sqrt[3]{a+b} + 2\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b} \text{ sortieren} \\ & = \sqrt{a+b} + 2\sqrt{a+b} + \sqrt[3]{a+b} - 3\sqrt[3]{a+b} - \sqrt{a-b} + \sqrt{a-b} + \sqrt[3]{a-b} \\ & = \underline{\underline{3\sqrt{a+b} - 2 \cdot \sqrt[3]{a+b} + \sqrt[3]{a-b}}} \end{aligned}$$

پوښتنې

رینہ او توان

رینہ او توان |

لومړۍ: ساده یې کړئ

$$\text{الف - } \sqrt{3} \cdot \sqrt{27t} \text{ ب - } (3\sqrt{a} + x\sqrt{a})\sqrt{a} \text{ پ - } (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2$$

$$\text{ت - } (\sqrt{x} - \sqrt{2})(\sqrt{x} + \sqrt{2}) \text{ ب - } (\sqrt{50} + \sqrt{18}) : \sqrt{2} \text{ ث - } (\sqrt{3x} - \sqrt{12x}) : \sqrt{x}$$

$$\text{ج - } (e^{0.5} - e^{-0.5})\sqrt{2e} \text{ چ - } (0.5x^{0.5})^3 + 3x\sqrt{x} \text{ ح - } 0.5e\sqrt{e^{-2}} + 2e$$

دویم: ساده یې کړئ

الف - $\sqrt{50}$ ب - $3\sqrt{7} - \sqrt{112}$ پ - $\sqrt{8x^2} + \frac{x}{2}\sqrt{2}$

ت - $\sqrt{a^7} - \sqrt{9a^3}$ ټ - $\sqrt{8t^2 - 16t + 8}$ ټ - $(1 + \sqrt{t})^2$

ج - $(\sqrt{a} - 2\sqrt{b})^2$ چ - $\sqrt{0,25t} - \sqrt{\frac{t}{25}} + 3\sqrt{t}$ ح - $\sqrt{0,25t} - \sqrt{\frac{t}{25}} + 3\sqrt{t}$

خلورم: ساده یې کړئ

دريم:مخرج راشنل يا هوښيار کړئ

الف - $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ب - $\frac{x}{2\sqrt{x}}$ پ - $\frac{1+\sqrt{t}}{1-\sqrt{t}}$

ت - $\sqrt{a} + 1 + a - \frac{a}{\sqrt{a}}$ ټ - $\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x}-1}$ ټ - $\frac{t}{\sqrt{5t}-\sqrt{3t}}$

پنځم: سره يوځای يې کړئ:

الف - $\frac{1}{9t}(\sqrt{t})^5 + \frac{1}{9}(\sqrt{t})^3 + \frac{3}{2}t\sqrt{t}$ ب - $-\frac{1}{2t}\left[(-\sqrt{t})^4 + t(-\sqrt{t})^2\right]$

پ - $\frac{1}{t^2}(\sqrt{0,5t})^3 - \frac{3}{2t}(\sqrt{0,5t})^2 + 2$ ټ - $-\frac{t^2}{144}\left(\frac{6}{\sqrt{t}}\right)^3 + \frac{t}{2}\left(\frac{6}{\sqrt{t}}\right)$

الف - $\sqrt{8} - 3\sqrt{2}$ ب - $\sqrt{18} - 3\sqrt{8}$

پ - $\sqrt{4} - \sqrt{8} + 3\sqrt{18}$ ټ - $\sqrt{5} + \sqrt{20} - \sqrt{25}$

ټ - $4(\sqrt{2})^3 - 5\sqrt{2} + \sqrt{18}$ ټ - $2\sqrt{3} - \sqrt{27} + 4\sqrt{9}$

ج - $(\sqrt{5})^3 3\sqrt{5^2} - (4\sqrt{5})^2 + \sqrt{5}\sqrt{5^3}$

چ - $\sqrt{3^4} + (-2\sqrt{3})^4 + (\sqrt{3^2})^3 - 5\sqrt{3}\sqrt{3^3}$

شپږم: ساده يې کړئ

الف - $(\sqrt{2})^3 + (\sqrt{2})^4 + (\sqrt{2})^5$ ب - $4\sqrt{2} + 3\sqrt{0,5} - 2\sqrt{4,5}$ پ - $(\sqrt{t})^4 + \frac{1}{2}(\sqrt{t})^2$

ت - $(\sqrt{8} - \sqrt{2})\sqrt{2}$ ب - $(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ ث - $(\sqrt{8} - \sqrt{7})^2$

ج - $\sqrt{x^3} \cdot \sqrt{x^5}$ چ - $\sqrt{a^3} \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{a^5}$ ح - $\sqrt{\frac{2x}{3y}} \cdot \sqrt{\frac{4x}{3y^2}}$

خ - $(\sqrt{t})^3 + t\sqrt{t} - \sqrt{4t^3}$ غ - $(\sqrt{2t})^3 - t + (2\sqrt{t})^2 - \sqrt{2t^3}$ خ - $\sqrt{(1,5t)^2} - 0,5t$ اوم: ساده يې کړئ، که شوني وي

الف - $\sqrt{4t^2 + 8t + 4}$ ب - $\frac{\sqrt{3t^2 - 3}}{\sqrt{t-1}}$ پ - $\frac{\sqrt{t^2 - 16}}{t-4}$

ت - $\sqrt{x-y} \cdot \sqrt{x+y}$ ب - $\frac{(\sqrt{2t})^5 + (2\sqrt{t})^3}{4\sqrt{t}}$ ث - $(x\sqrt{y} + y\sqrt{x})^2$

اتم: وشميرئ

الف - $y = \frac{1}{2t}x^4 - x^2 + 3t$ für $x = \sqrt{t}$ ب - $y = \frac{2}{3}x^3 - tx + 5t\sqrt{t}$ für $x = -\frac{1}{2}\sqrt{t}$

نهم: مخرج يا ماتلاندي راشنل کړئ.

الف - $\frac{3}{\sqrt{3}}$ ب - $\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$ پ - $\frac{3}{\sqrt{12}}$

ت - $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ ب - $\frac{t+\sqrt{t}}{2\sqrt{t}}$ ث - $\frac{t}{\sqrt{t}-1}$

لسم: کوم ترمونه د $a > 1$ لپاره خورا کوچنی ارزښت ورکوي؟

$\sqrt{a^2+1}$	$\sqrt{a(a+1)}$	$\sqrt{a^2\left(1+\frac{1}{a}\right)}$

خپله پرېکړه وشمیرئ.

یولسم:

$$\sqrt{a^2+b^2} = a+b \qquad \sqrt{(a+b)^2} = a+b$$

ایا دا دواړه غوښتنې د $a, b \in \mathbb{R}$ لپاره باور لري. خپله پرېکړه په دلیل ودانه کړئ.

کیدۍ شي یوه غوښتنه داسې بدله شي، چې د ټولو $a, b \in \mathbb{R}$ لپاره باوري وي؟

دولسم: د $a > 0$ لپاره رېښه په اړونده توان باندې تنظیم کړئ.

$$a\sqrt{a} \quad a^2\sqrt{a} \quad \frac{a}{\sqrt{a}} \quad \frac{\sqrt{a}}{a} \quad \left(\frac{a}{\sqrt{a}}\right)^2 \quad \frac{\sqrt{a}}{a^2} \quad \sqrt{\frac{1}{a^2}}$$

$$a^{2.5} \quad a^{-1} \quad a^{1.5} \quad a^{-1.5} \quad a \quad a^{-0.5} \quad a^{0.5}$$

$$5t\sqrt{\frac{1}{2t}}e^{-0.5} = 5\sqrt{\frac{t}{2e}} \text{ für } t > 0$$

دیارلسم: مساوات وښایاست

څوارلسم: یو ولاړگودیز یا مستطیل $a=2$ او $b=\sqrt{2}$ اړخونه لري. دوه کونجترې یا قطر څومره اوږد دی؟

ځوابونه رېښه او توان

رېښه او توان |

1.4-توان، رینه او د هغوي ... 307

نتیجې:

لومړی:

$$\text{الف - } \sqrt{3} \cdot \sqrt{27t} = 9\sqrt{t} \quad \text{ب - } (3\sqrt{a} + x\sqrt{a})\sqrt{a} = a(3+x)$$

$$\text{پ - } (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2 = 8 - 2\sqrt{15} \quad \text{ت - } (\sqrt{x} - \sqrt{2})(\sqrt{x} + \sqrt{2}) = x - 2$$

$$\text{ټ - } (\sqrt{50} + \sqrt{18}) : \sqrt{2} = 8 \quad \text{ث - } (\sqrt{3x} - \sqrt{12x}) : \sqrt{x} = -\sqrt{3}$$

$$\text{ج - } (0,5x^{0,5})^3 + 3x\sqrt{x} = \frac{25}{8}x\sqrt{x} \quad \text{چ - } (e^{0,5} - e^{-0,5})\sqrt{2e} = (e-1)\sqrt{2}$$

$$\text{ح - } 0,5e\sqrt{e^{-2}} + 2e = \frac{1}{2} + 2e$$

دویم:

$$\text{الف - } 5\sqrt{2} \quad \text{ب - } -\sqrt{7} \quad \text{پ - } 2,5x\sqrt{2} \quad \text{ت - } (a^3 - 3a)\sqrt{a}$$

$$\text{ټ - } 2(t-1)\sqrt{2} \text{ für } t \geq 1 \quad \text{ث - } t + 2\sqrt{t} + 1 \quad \text{ج - } a + 4\sqrt{ab} + 4b$$

$$\text{چ - } 3,3\sqrt{t} \quad \text{ح - } 3(x\sqrt{y} - 3y\sqrt{x})$$

دریم:

$$\text{الف - } \frac{2}{5}\sqrt{5} \quad \text{ب - } \frac{1}{2}\sqrt{x} \quad \text{پ - } \frac{1+2\sqrt{t}+t}{1-t}$$

$$\text{ت - } \frac{1}{2}(\sqrt{5t} + \sqrt{3t}) \quad \text{ټ - } \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{x-1} \quad \text{ث - } 1+a$$

$$\text{څلورم: الف - } \frac{31}{18}t\sqrt{t} \quad \text{ب - } t^2 - \frac{t}{2} \quad \text{پ - } \frac{3}{2}\sqrt{t} \quad \text{ت - } \frac{5}{4} + \frac{1}{2t}\sqrt{0,5t}$$

پنځم:

الف - $\sqrt{2}$ - ب - $-3\sqrt{2}$ - پ - $3\sqrt{5} - 5$ - ت - $2 + 7\sqrt{2}$

ب - $\sqrt{3} - 12$ - ث - $6\sqrt{2}$ - ج - $5\sqrt{5} - 40$ - چ - 135

شپږم:

الف - $6\sqrt{2} + 4$ - ب - $\frac{5}{2}\sqrt{2}$ - پ - $t^2 + 0,5t$ - ت - 2 - ث - $15 - 4\sqrt{14}$

ج - x^4 - چ - $a^4\sqrt{a}$ - ح - $\frac{2x}{3y} \cdot \sqrt{\frac{2}{y}}$ - خ - 0 - ځ - $t\sqrt{2t} + 3t$ - ځ - t

اوم:

الف - $2(t+1)$ - ب - $\sqrt{3(t+1)}$ - پ - $\sqrt{\frac{t^2-16}{(t-4)^2}} = \sqrt{\frac{t+4}{t-4}}$

ت - $\sqrt{x^2 - y^2}$ - ث - $t^2\sqrt{2} + 2t$ - ج - $x^2y + 2xy\sqrt{xy} + xy^2$ - ځ - 0

اتم:

الف - $y = \frac{3t}{2}$ - ب - $y = \frac{65}{12}t\sqrt{t}$

نهم:

الف - $\frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ - ب - $\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = -(\sqrt{2}+2)$ - پ - $\frac{3}{\sqrt{12}} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

ت - $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = 4 - \sqrt{15}$ - ث - $\frac{t+\sqrt{t}}{2\sqrt{t}} = \frac{1}{2}(\sqrt{t}+1)$ - ج - $\frac{t}{\sqrt{t}-1} = \frac{t(\sqrt{t}+1)}{t-1}$

لسم: $a > 1$ لپاره خورا کوچنی ارزښت راکوي، ځکه چې

$$a^2 + 1 < a(a+1) = a^2 \left(1 + \frac{1}{a}\right)$$

1.4-توان، رینه او د هغوي ... 309

یولسم: د $a, b \in \mathbb{R}$ لپاره داړه غوښتنې یا ثبوتونه ناتیګ دي.

د بیلګې په توګه: $\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \neq 1 + 2$ $\sqrt{(1-2)^2} = 1 \neq 1-2$.

د ټول $a, b \in \mathbb{R}$ لپاره مګر باور لري: $\sqrt{(a+b)^2} = |a+b|$

$a\sqrt{a}$	$a^2\sqrt{a}$	$\frac{a}{\sqrt{a}}$	$\frac{\sqrt{a}}{a}$	$\left(\frac{a}{\sqrt{a}}\right)^2$	$\frac{\sqrt{a}}{a^2}$	$\sqrt{\frac{1}{a^2}}$
$a^{1.5}$	$a^{2.5}$	$a^{0.5}$	$a^{-0.5}$	a	$a^{-1.5}$	a^{-1}

دولسم: ديارلسم:

$$e^{-0.5} = e^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{e^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{e}} = \sqrt{\frac{1}{e}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5t\sqrt{\frac{1}{2t}}e^{-0.5} = 5t\sqrt{\frac{1}{2t}} \cdot \sqrt{\frac{1}{e}} = 5t\sqrt{\frac{1}{2te}} = 5\sqrt{\frac{t^2}{2te}} = 5\sqrt{\frac{t}{2e}}$$

څوارلسم:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{4 + 2} = \sqrt{6} : \text{دوه کونجترې يا قطر } c$$

پوښتنې رینه او توان

توان او رینه II

لومړي: ساده یې کړئ.

$$\text{الف - } \sqrt[3]{24} \text{ ب - } \sqrt[4]{32} \text{ پ - } \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{25} \text{ ت - } \sqrt[3]{t^2} \cdot \sqrt[3]{t^5}$$

ټ - $\sqrt[4]{25^3} \cdot \sqrt[4]{5^2}$ - ټ - $(\sqrt[4]{6})^8$

دويم:مخرج راشنلکړئ

الف - $\frac{\sqrt[4]{4}}{\sqrt[3]{2}}$ ب - $\sqrt[3]{t}$: t پ - $\frac{1}{\sqrt{t}-1}$

درېم: د توان په څير يې وليکئ.

الف - $(\sqrt{5})^3$ ب - $\sqrt[3]{t}$ پ - $\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$

ت - $\sqrt[4]{t^3}$ ټ - $\sqrt[3]{t^3+1}$ ټ - $\sqrt[4]{t^2} : \sqrt[3]{t}$

څلورم: ساده يې کړئ او توان يې د رېښې په توگه وليکئ

الف - $\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^5$ ب - $a^{\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{3}{2}}$ پ - $a^{-\frac{1}{2}} : a^{\frac{1}{3}}$

ت - $\sqrt[3]{a^4} \cdot \sqrt[4]{a^3}$ ټ - $\frac{1}{\sqrt{a^3}} + a^{-1.5}$ ټ - $\frac{\sqrt[4]{ab^2}}{b}$

ج - $a^2\sqrt{a} + 4a\sqrt{a^3} + a^{2.5}$ چ - $\sqrt{a} : (\sqrt{a} - \sqrt{a^3})$ ح - $\sqrt[3]{t^2} \cdot \sqrt[3]{2t}$

پنځم: ساده يې کړئ

الف - $(x^2 + 2x + 1)^{0.5}$ ب - $(9t^2 + 36)^{0.5}$ پ - $3^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{(-3)^4} \cdot \frac{1}{9}$

ت - $4 \cdot 2^{0.25} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 4$ ټ - $\sqrt{a^3} + (2a)^{0.5} + 5a^{1.5}$ ټ - $(9t^4 + 12t^2 + 4)^{0.5}$

شپږم: بي د جشميري استعمال څخه د لويوالي له لوري سره يا پسي ترتيب کړئ:

$0,5^{2,4}$	$3^{-3,2}$	$2^{-3,2}$	$3^{-4,2}$	$5^{-3,2}$

اوم: د x او n کومو شرايطو لپاره باور لري:

1.4-توان، رېښه او د هغوي ... 311

اتم: د لاندې ويناو څخه کومې رېښتيا يا نارېښتيا دي. دليل يې راورئ.

الف: د $x \geq 0$ ټولو لپاره تعريف دى ب - د ټولو $x \in \mathbb{N}$ لپاره تعريف دى. پ - مساوي په $\frac{1}{x^2}$ دى.

الف- د $x \in \mathbb{R}$ ټولو لپاره تعريف دى ب- 5 د x^2 رېښه ده. پ مربع رېښه د x^3

الف- د ټولو $x \in \mathbb{Q}$ لپاره تعريف دى. ب - مساوي په $\frac{x^2}{\sqrt{x}}$ پ- مساوي په $\frac{\sqrt{x}}{x^2}$ نهم: د خپل جېشميرې سره $\sqrt[8]{200}$ وشميرئ: د يوې دانې يا غورځونې (جې شپږ خواوې لري) ژئ (په cm) څومره اوړې دي د 15 ليتر ډکي يا حجم سره؟ د هغه پورته سطحه يا ټوله سطحه څومره لويه ده؟ يولسم: يوه بډايټ په برابر پاتې کټي سره په پنځه کاله کې په 30% زياتيږي. کلنۍ گټه به څومره وي؟

پوښتنې رېښه او توان

توان اورېښه ||

نتيجه:

لومړۍ:

الف - $2\sqrt[3]{3}$ ب - $2\sqrt[4]{2}$ پ - 5 ت - t^3 ټ - 5^2 ث - 36

دويم:

الف - $\frac{\sqrt[4]{4}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{4}}{2}$ ب - $\sqrt[3]{t} = \sqrt[3]{t^2}$ ت: $\frac{1}{\sqrt{t}-1} = \frac{\sqrt{t}+1}{t-1}$ پ - $\frac{1}{\sqrt[3]{4}} = 4^{-\frac{1}{3}}$ دريم: الف - $(\sqrt{5})^3 = 5^{\frac{1}{3}}$ ب - $\sqrt[3]{t} = t^{\frac{1}{3}}$ پ -

ت. $\sqrt[4]{t^2} : \sqrt[3]{t} = t^{\frac{1}{2}} \cdot t^{-\frac{1}{3}} = t^{\frac{1}{6}}$ - ث. $\sqrt[3]{t^3+1} = (t^3+1)^{\frac{1}{3}}$ - پ. $\sqrt[4]{t^3} = t^{\frac{3}{4}}$ -
څلورم:

الف. $a^{-\frac{1}{2}} : a^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[6]{a^5}}$ - پ. $a^{\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{3}{2}} = \sqrt{(ab)^3}$ - ب. $\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^5 = x^2 \sqrt{x}$
ت. $\frac{\sqrt[4]{ab^2}}{b} = \sqrt[4]{\frac{a}{b^2}}$ - ث. $\frac{1}{\sqrt{a^3}} + a^{-1.5} = \frac{2}{\sqrt{a^3}}$ - پ. $\sqrt[3]{a^4} \cdot \sqrt[4]{a^3} = \sqrt[12]{a^{25}}$
ج. $(\sqrt{a} - \sqrt{a^3}) : \sqrt{a} = 1 - a$ - چ. $a^2 \sqrt{a} + 4a \sqrt{a^3} + a^{2.5} = 6 \sqrt{a^5}$
ح. $\sqrt[3]{t^2} \cdot \sqrt[3]{2t} = t \sqrt[3]{2}$ - پنځم:

الف. $x+1$ für $x \geq -1$ - ب. $3(t^2+4)^{0.5}$ - پ. $\frac{1}{3}$

ت. $8 \cdot 8^{0.25} = 2^{3.75}$ - پ. $6\sqrt{a^3} + \sqrt{2a} = \sqrt{a}(6a + \sqrt{2})$ - ث. $3t^2 + 2$ شپږم:
 $0.5^{2.4} < 2^{-3.2} < 3^{-4.2} < 3^{-3.2}$
اوم: $x \geq 0$ د $n \in \mathbb{N}$ لپاره؛ $x \in \mathbb{R}$ د جوړه n لپاره او $n \in \mathbb{N}$

اتم: $x^{-0.5} = \frac{1}{\sqrt{x}}$
د $x > 0$ لپاره تعريف دی له دې لاس ته راځي چې ټولې ويناوې ناټيک دي

الف او ب. ټيک دي ځکه چې $x^2 \geq 0$ دی.

د $x > 0$ لپاره تعريف دی، پ. ټيک دی.

نهم:

1.4-توان، رېښه او د هغوي ... 313

دري ځله د رېښې تكمه راكوي $1,939227447$ لسم:

$$a = \sqrt[3]{15 \text{ dm}^3} \approx 2,466 \text{ dm} = 24,66 \text{ cm}$$

$$O = 6 \cdot a^2 \approx 3649,32 \text{ cm}^2$$
 پاس يا پورته سطحه: يوولسم:

$$K_5 = 1,3K_0 = K_0 (1+i)^5 \Rightarrow 1+i = \sqrt[5]{1,3} \Rightarrow i \approx 0,05387$$

$$\approx 5,4\%$$
 د گټې پښه ده

1.5-د کار لومړۍ پاڼه: توان، رېښه او لوگاريتم

د توان قانون

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

د لوگاريتم قانون د e په بنسټ

$\ln(b \cdot c) = \ln(b) + \ln(c)$	$\ln\left(\frac{b}{c}\right) = \ln(b) - \ln(c)$	$a = e^{\ln(a)}$	$e^0 = 1$
$\ln(b^c) = c \cdot \ln(b)$	$\log_a b = \frac{\lg b}{\lg a} = \frac{\ln b}{\ln a}$	$\ln(1) = 0$	$\ln(e) = 1$

دا چې د جېشميري سره فقط لسيز او طبيعي لوگاريتم شميرل كېدې شي، د حلت و حالت ته اړين ده چې د لوگاريتم په بله بڼه واړو يا شمير بدل كړو.

$$\log_3 5 = \frac{\lg 5}{\lg 3} = \frac{\ln 5}{\ln 3} \approx 1,465$$

د بيلگې په توگه :

$$\log_a b = \frac{\lg b}{\lg a} = \frac{\ln b}{\ln a}$$

لومړۍ: ساده يې كړۍ

الف - $(1-t)^2 - \frac{1}{2}(1-t)^2$ ب - $a(x+t)^k - b(x+t)^k$

پ - $tx^3 - 3x^2 + 2tx^3 - 4x^2$ ت - $(x+1)^{n-1} \cdot (x+1)^{n+1}$

ث - $\left(\frac{x}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{x}{3}\right)^2$ ج - $(x-2)^n \cdot (x-2)^{1-n}$

د - $2^x \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^x \cdot 5$ ه - $(x-3)^n \cdot (x+3)^n$

و - $2^n \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^n \cdot x$ ز - $8x^4 - 7x^5 + 2x^4 - 3x^5$

ح - $7x^5 - 3y^5 + x^5 - 2y^5$ ط - $5a^m - 2a^n + 4a^m - 3a^n$

دويم: ساده يې کړی

الف - $\frac{x^{2n+1}}{x^n}$ ب - $\frac{15e^{x+1}}{5e^x}$ پ - $\frac{4^{x+2}}{16}$

ت - $\frac{10^3}{2^3}$ ث - $\frac{(4-x^2)^n}{(2-x)^n}$ ج - $\left(\frac{x}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{x}{3}\right)$

د - $(3b^{n+1} \cdot c^{n-1})^2$ ه - $(0,5e^{x+2})^2$ و - $\frac{x^{n-4}}{x^{n-5}}$

ز - $\frac{x^n}{x^{n-2}}$ ح - $\left(\frac{25ab}{15xy}\right)^n \cdot \left(\frac{5x \cdot 3x}{5b \cdot 10a}\right)^n$ ط - $\left(\frac{x^7}{y^4}\right) \cdot \left(\frac{y}{x^{-3}}\right)^4$

درېم: ساده يې کړی

الف - $\frac{e^{3x} + e^{2x}}{e^{2x}}$ - پ - $-(x^4 - 2)^2$ - ب - $\frac{1}{4} \cdot 2^4 \cdot (2^2)^3$

ت - $128 \cdot 2^{n-7}$ - ب - $243 \cdot 3^{n-5}$ - ث - $\frac{3^{2n+4}}{81}$

څلوم -

د نوکانو منځ وټاکي

الف - $\frac{1}{2}e^x - \frac{1}{4}e^{x+1} = \frac{e^x}{4} \cdot (\dots)$ - ب - $2^x + 2^{x+1} = 2^x \cdot (\dots)$

پ - $x^{n+2} - 6x^{n+1} + 9x^n = x^n \cdot (\dots)$ - ت - $e^x - e^{3x} = e^x \cdot (\dots)$

ب - $e^{2x} - 1 = (e^x - 1) \cdot (\dots)$ - ث - $x^2e^x + 2xe^x + e^x = e^x \cdot (\dots)$

ج - $a^n + a^{4-n} + a^{2n} = a^{2n} (\dots)$ - چ - $e^{3x} - 2e^{-x} = e^{-x} (\dots)$

څ - $te^{2x} - 2e^{x+1} = e^x (\dots)$

پنځم -

سره ضرب يې او ساده يې کړی.

الف - $(e^x + e^{-x})^2$ - ب - $(e^x - e^{-x} + 5)e^x$ - پ - $2^x(2^{-1} + 2^x)$

شپږم - ساده يې کړی او سره يوځای يې کړی.

الف - $\frac{e^{3x+1}}{e^{-x+2}}$ ب - $\frac{1}{e^{2x}} + 3(e^{-x})^2 - \left(\frac{2}{e^x}\right)^2$ پ - $e^{-x} \cdot e^{-x+2} \cdot e^{2x-3}$

ت - $4t^2 \cdot t^{-3} - t \cdot t^{-2}$ ب - $\frac{e^{2x} - e^{-2x}}{e^x - e^{-x}}$ ث - $\frac{1,5e^{3x} - e^x}{1,5e^{3x}}$

ج - $\frac{(4a^2 + 4a + 1)^x}{(2a + 1)^x}$ چ - $\frac{ma^5 - ma^3b^2}{ma^2}$ خ - $\frac{25x^2 - 100y^2}{5x + 10y}$

خ - $\frac{(a^2 + 2ab + b^2)}{(a+b)^3}$ ح - $\frac{49z^2 - 1}{7z - 1}$ خ - $\frac{[(-x^2)^2]^2 \cdot x^{2a}}{x^6}$

اوم: ګڼونه يا اعداد د يو حقيقي عدد ضرب د يوه لسيز توان سره وليکي (چې يو حقيقي عدد د يوه لسيز توان سره ضرب شوي وي)

الف - 6 000 000 ب - 445 000 000 000 پ - 0,000 04

ت - 0,000 52 ب - $\frac{1}{0,005}$ ث - -0,052

اتم -

لاندې ترمونه وشميرئ.

د اړتيا په وخت کې د مات - يا کسري اکسپوننت سره رېښه په توان وړوئ.

له دې لومړۍ دوه بيلګې:

بيلګه ۱: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

$$: \sqrt[4]{a \cdot \sqrt{bc}} = \sqrt[4]{a \cdot (bc)^{\frac{1}{2}}} = \left[a \cdot (bc)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{4}}$$

بیلګه ۲:

الف - $\sqrt[5]{x^{10} \cdot y^5 \cdot z^{15}}$ ب - $\sqrt{\frac{5a+b}{a-b}} \cdot \sqrt{a^2-b^2}$ پ - $\sqrt[3]{\sqrt{216}}$

ت - $\sqrt[4]{\sqrt[3]{a^8}}$ ټ - $\sqrt[12]{x} \cdot \sqrt[3]{x^4} \cdot \sqrt[3]{x^3} \cdot \sqrt[4]{x^4}$ ټ - $\sqrt[4]{625a^3} \cdot \sqrt[3]{4^6} \cdot \sqrt{a^4}$

نهم - مخرج راشنل کړی.

الف - $\frac{3}{\sqrt{3}}$ ب - $\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$ پ - $\frac{3}{\sqrt{12}}$

ت - $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ ټ - $\frac{t+\sqrt{t}}{2\sqrt{t}}$ ټ - $\frac{t}{\sqrt{t}-1}$

لسم - لاندې لوګاریتمونه وټاکئ.

الف - $\ln 8$ ب - $\ln(2+e)$ پ - $3\ln e^{-2}$

ت - $\left[\ln(1-e^{-1}) \right]^2$ ټ - $\ln 2 - \ln \sqrt{e}$ ټ - $\ln 2 \cdot (\ln e^3 - 2)$

ج - $\frac{\ln 2}{3} - 1$ ټ - $\frac{\ln \sqrt{3}}{\ln \sqrt{2}}$ ټ - $\ln \frac{2}{e} - 1$

یولسم - ساده یې کړی

الف - $(t - e^{\ln 2t})^2$ ب - $\ln \sqrt{e^{2t}}$ پ - $e^{\ln(2t)} - 2te^{\ln 2}$

دولسم – بڼه بدل يې کړی

الف - $\log \sqrt{2xy}$ ب - $\ln u + 2 \ln v$ پ - $-\lg \frac{1}{u}$

ت - $\lg x - \lg y + \frac{1}{2} \lg z$ ب - $\ln e^2 - 3 \ln \frac{e}{2}$ ث - $\ln \frac{1-x}{1+x}$

ديارلسم – ساده يې کړی

الف - $\ln(2e^2) + \ln \frac{e}{2}$ ب - $\ln\left(\frac{4}{3}t\right) - \ln \frac{4}{t}; t > 0$ پ - $\ln(1-x^2) - \ln(1+x)$

ت - $\ln x - \ln 4 + \ln \frac{4y}{x}$ ب - $\ln \frac{1}{a^2} - \ln(2a) - \ln \frac{1}{a}$ ث - $\ln \frac{1+x}{2+x} - \ln(x+1)$

څوارلسم – وټاکي

a) $e^{2 \ln t}$ b) $e^{\ln \frac{t}{2}}$ c) $\frac{1}{2} e^{\frac{\ln t}{2}}$ d) $e^{-\frac{\ln t}{3}}$ e) $2e^{\ln t^2}$

f) $e^{\ln t - 1}$ g) $e^{\ln(t-1)}$

پنځلسم – گډوله پوښتنې

الف - $\sqrt[3]{u^2} \cdot \sqrt[3]{u^2} \cdot \sqrt[3]{u^5}$ ب - $3^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{(-3)^4} \cdot \frac{1}{9}$ پ - $\sqrt{4} - \sqrt{8} + 3\sqrt{18}$

ت - $\frac{13a^{11}b^3 \cdot 14x^4y^9}{26a^{12}b^5} \cdot \frac{x^3y^9}{49ab^2}$ ب - $\left(\frac{7xy^2}{3p^2q^2}\right)^5 \cdot \left(\frac{18p^2q^2}{14xy^2}\right)^5$

1.4 توان، ریشه او د هغوي.... 319

$$\text{ث - } \frac{ax+a+x+1}{a^2-1} \quad \text{ج - } \frac{1}{2} \cdot \ln a - 2 \cdot \ln b^2 + \ln c \quad \text{چ - } 2 \cdot \ln \frac{p}{q} + \frac{1}{2} \cdot \ln q^2 - \ln p^3$$

$$\text{خ - } x \cdot \ln y - y \cdot \ln x \quad \text{خ - } 5 \cdot \ln x + \frac{1}{4} \cdot \ln y + \frac{3}{2} \cdot \ln z$$

$$\text{ح - } 4 \cdot \ln a - \frac{3}{2} \cdot \ln b^2 - \frac{2}{3} \cdot \ln \sqrt{a^3} \quad \text{خ - } \ln x^5 - \ln x^2 + \ln 4x^3$$

$$\text{د - } \ln \frac{1}{x} + \ln \sqrt{x} - \ln x^3 \quad \text{ذ - } \ln \frac{5}{x} + \ln \frac{x}{5} - \ln \sqrt[3]{x^2} \quad \text{ر - } \ln \frac{e}{a} + \ln a^2 - \ln a\sqrt{e}$$

$$\text{ز - } \ln e^3 - \ln b^2 + 2 \cdot \ln \frac{b}{e} \quad \text{ز - } \ln \sqrt{e \cdot b} + \ln \frac{b}{e^2} - \frac{3}{2} \cdot \ln (eb)$$

$$\text{ژ - } \frac{\ln u^2 - \ln u + \ln \sqrt{u}}{\ln u^3}$$

خوابونه

توان، ریشه او لوگاریتم |

نتیجې

لومړی:

$$\text{الف - } \frac{1}{2}(1-t)^2 \quad \text{ب - } (x+t)^k (a-b) \quad \text{پ - } 3tx^3 - 7x^2$$

ت - $(x+1)^{2n}$ - ب - $\left(\frac{x}{3}\right)^6$ - ث - $x-2$ - ج - 5^{x+1} - چ - $(x^2-9)^n$ -

خ - x^{n+1} - خ - $-10(x^5-x^4)$ - د - $8x^5-5y^5$ - ذ - $9a^m-5a^n$ -

دویم:

الف - x^{n+1} - ب - $3e$ - پ - 4^x - ت - 5^3 - ث - $(2+x)^n$ - $\frac{3}{8}x^2$ -

ج - $9b^{2n+2}c^{2n-2}$ - چ - $0,25e^{2x+4}$ - خ - x - ج - x^2 - ح - $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ - خ - x^{19} -

دریم:

الف - $2^8 = 256$ - ب - $-x^8+4x^4-4$ - پ - e^x+1 -

ت - 2^n - ب - 3^n - ث - 3^{2n} -

څلورم:

الف - $\frac{e^x}{4}(2-e)$ - ب - $3 \cdot 2^x$ - پ - $x^n(x-3)^2$ - ت - $e^x(1-e^{2x})$ -

ب - $(e^x-1)(e^x+1)$ - ث - $e^x(x+1)^2$ - ج - $a^{2n}(a^{-n}+a^{4-3n}+1)$ -

چ - $e^{-x}(e^{4x}-2)$ - خ - $e^x(te^x-2e)$ -

پنځم:

الف - $e^{2x}+e^{-2x}+2$ - ب - $e^{2x}+5e^x-1$ - پ - $2^{x-1}+2^{2x}$ -

1.4-توان، ریښه او د هغوي.... 321

شپږم:

الف - e^{4x-1} ب - 0 پ - $\frac{1}{e}$ ت - $\frac{3}{t}$ ټ - $e^x + e^{-x}$ ټ - $1 - \frac{2}{3}e^{-2x}$

ج - $(2a+1)^x$ چ - $a^3 - ab^2$ څ - $5x - 10y$ ځ - $(a+b)^3$ ح - $7z+1$ خ - x^{2a+2}

اوم:

الف - $6\,000\,000 = 6 \cdot 10^6$ ب - $445\,000\,000\,000 = 4,45 \cdot 10^{11}$

پ - $0,000\,04 = 4 \cdot 10^{-5}$ ت - $0,000\,52 = 5,2 \cdot 10^{-4}$

ټ - $\frac{1}{0,005} = 2 \cdot 10^2$ ټ - $-0,052 = -5,2 \cdot 10^{-2}$

اتم:

الف - $x^2 \cdot y \cdot z^3$ ب - $(a+b)\sqrt{5}$ پ - $\sqrt{6}$

ت - $\sqrt[3]{a^2}$ ټ - x^2 ټ - $10a$

نهم:

الف - $\frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ ب - $\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = -(\sqrt{2}+2)$ پ - $\frac{3}{\sqrt{12}} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

ت - $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = 4-\sqrt{15}$ ټ - $\frac{t+\sqrt{t}}{2\sqrt{t}} = \frac{1}{2}(\sqrt{t}+1)$

$$\frac{t}{\sqrt{t}-1} = \frac{t(\sqrt{t}+1)}{t-1} \quad \text{ث -}$$

لسم:

الف - 2,07944 ب - 1,55144 پ - 6- ت - 0,21038
 ب - 0,193 ث - 0,693 ج - 0,768950 چ - 1,58496 خ - 1,30685

یولسم:

$$e^{\ln(2t)} - 2te^{\ln 2} = -2t \quad \text{پ -} \quad \ln \sqrt{e^{2t}} = t \quad \text{ب -} \quad (t - e^{\ln 2t})^2 = t^2 \quad \text{الف -}$$

دولسم:

$$\lg u \quad \text{پ -} \quad \ln(uv^2) \quad \text{ب -} \quad \frac{1}{2}(\log 2 + \log x + \log y) \quad \text{الف -}$$

$$\lg \frac{x\sqrt{z}}{y} \quad \text{ت -} \quad 3\ln 2 - 1 \quad \text{ث -} \quad \ln(1-x) - \ln(1+x) \quad \text{پ -}$$

دیارلسم:

$$\ln(1-x) \quad \text{پ -} \quad 2\ln t - \ln 3 \quad \text{ب -} \quad 3 \quad \text{الف -}$$

$$\ln y \quad \text{ت -} \quad -2\ln a - \ln 2 \quad \text{ب -} \quad -\ln(2+x) \quad \text{ث -}$$

a) t^2 b) $\frac{t}{2}$ c) $\frac{1}{2}\sqrt{t}$ d) $\frac{1}{\sqrt[3]{t}}$ e) $2t^2$ خوارلسم:

f) $t \cdot e^{-1}$ g) $t-1$

پنځلسم:

الف - u^3 ب - $\frac{1}{3}$ پ - $2+7\sqrt{2}$ ت - $343x$ ټ - $3^5 = 243$ څ - $\frac{x+1}{a-1}$

ج - $\ln \frac{c \cdot \sqrt{a}}{b^4}$ ځ - $\ln \left(\frac{1}{pq} \right)$ ځ - $\ln \frac{y^x}{x^y}$ ځ - $\ln (x^5 \cdot \sqrt[4]{y} \cdot z \cdot \sqrt{z})$

د - $\ln \left(\frac{a}{b} \right)^3$ ډ - $\ln 4x^6$ ذ - $-\frac{7}{2} \ln x$ ر - $-\frac{2}{3} \ln x$ ز - $\frac{1}{2}$ ښ - 1 څ - 3 - س - $\frac{1}{2}$

مفصل حلونه:

لومړی:

الف - $(1-t)^2 - \frac{1}{2}(1-t)^2 = 1 \cdot (1-t)^2 - \frac{1}{2}(1-t)^2 = \underline{\underline{\frac{1}{2}(1-t)^2}}$

ب - $a(x+t)^k - b(x+t)^k = \underline{\underline{(x+t)^k (a-b)}}$

پ - $tx^3 - 3x^2 + 2tx^3 - 4x^2 = tx^3 + 2tx^3 - 3x^2 - 4x^2 = \underline{\underline{3tx^3 - 7x^2}}$

ت - $(x+1)^{n-1} \cdot (x+1)^{n+1} = (x+1)^{n-1+n+1} = \underline{\underline{(x+1)^{2n}}}$

ټ - $\left(\frac{x}{3} \right)^4 \cdot \left(\frac{x}{3} \right)^2 = \left(\frac{x}{3} \right)^{4+2} = \underline{\underline{\left(\frac{x}{3} \right)^6}}$

$$\text{ث.} - (x-2)^n \cdot (x-2)^{1-n} = (x-2)^{n+1-n} = (x-2)^1 = \underline{\underline{x-2}}$$

$$\text{ج.} - 2^x \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^x \cdot 5 = 2^x \cdot \frac{5^x}{2^x} \cdot 5 = 5^x \cdot 5 = \underline{\underline{5^{x+1}}}$$

$$\text{چ.} - (x-3)^n \cdot (x+3)^n = [(x-3)(x+3)]^n = \underline{\underline{(x^2-9)^n}}$$

$$\text{خ.} - 2^n \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^n \cdot x = 2^n \cdot \frac{x^n}{2^n} \cdot x = x^n \cdot x = \underline{\underline{x^{n+1}}}$$

خ.

$$\begin{aligned} 8x^4 - 7x^5 + 2x^4 - 3x^5 &= -7x^5 - 3x^5 + 8x^4 + 2x^4 = -10x^5 + 10x^4 = \\ &= \underline{\underline{-10(x^5 - x^4)}} \end{aligned}$$

$$\text{ح.} - 7x^5 - 3y^5 + x^5 - 2y^5 = 7x^5 + x^5 - 3y^5 - 2y^5 = \underline{\underline{8x^5 - 5y^5}}$$

$$\text{خ.} - 5a^m - 2a^n + 4a^m - 3a^n = 5a^m + 4a^m - 2a^n - 3a^n = \underline{\underline{9a^m - 5a^n}}$$

$$\text{دویم: الف.} - \frac{x^{2n+1}}{x^n} = x^{2n+1-n} = \underline{\underline{x^{n+1}}}$$

$$\text{ب.} - \frac{15e^{x+1}}{5e^x} = 3 \cdot \frac{e^{x+1}}{e^x} = 3 \cdot e^{x+1-x} = 3 \cdot e^1 = \underline{\underline{3e}}$$

$$\text{پ.} - \frac{4^{x+2}}{16} = \frac{4^{x+2}}{4^2} = 4^{x+2-2} = \underline{\underline{4^x}}$$

$$\frac{10^3}{2^3} = \left(\frac{10}{2}\right)^3 = \underline{\underline{5^3}} \quad \text{ت. -}$$

$$\frac{(4-x^2)^n}{(2-x)^n} = \frac{[(2+x)(2-x)]^n}{(2-x)^n} = \left[\frac{(2+x)(2-x)}{2-x}\right]^n = \underline{\underline{(2+x)^n}} \quad \text{ب. -}$$

$$\left(\frac{x}{2}\right)^3 : \left(\frac{x}{3}\right) = \frac{x^3}{2^3} : \frac{x}{3} = \frac{3x^3}{2^3x} = \underline{\underline{\frac{3}{8}x^2}}} \quad \text{ث. -}$$

$$(3b^{n+1} \cdot c^{n-1})^2 = 9b^{2(n+1)} \cdot c^{2(n-1)} = \underline{\underline{9b^{2n+2} \cdot c^{2n-2}}} \quad \text{ج. -}$$

$$(0,5e^{x+2})^2 = 0,5^2 e^{2x+4} = \underline{\underline{0,25e^{2x+4}}} \quad \text{چ. -}$$

$$\frac{x^{n-4}}{x^{n-5}} = x^{n-4-(n-5)} = x^{n-4-n+5} = \underline{\underline{x}} \quad \text{خ. -}$$

$$\frac{x^n}{x^{n-2}} = x^{n-(n-2)} = x^{n-n+2} = \underline{\underline{x^2}} \quad \text{ح. -}$$

- خ

$$\left(\frac{25ab}{15xy}\right)^n \cdot \left(\frac{5x \cdot 3x}{5b \cdot 10a}\right)^n = \left[\frac{25ab}{15xy} \cdot \frac{5y \cdot 3x}{5b \cdot 10a}\right]^n = \left(\frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3abxy}{3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5abxy}\right)^n = \underline{\underline{\left(\frac{1}{2}\right)^n}}$$

$$\left(\frac{x^7}{y^4}\right) \cdot \left(\frac{y}{x^{-3}}\right)^4 = \frac{x^7}{y^4} \cdot \frac{y^4}{x^{-3 \cdot 4}} = \frac{x^7}{x^{-12}} = x^7 \cdot x^{12} = \underline{\underline{x^{19}}} \quad \text{د. -}$$

دریم:

$$\frac{1}{4} \cdot 2^4 \cdot (2^2)^3 = \frac{1}{2^2} \cdot 2^4 \cdot 2^6 = 2^4 \cdot 2^6 \cdot 2^{-2} = \underline{\underline{2^8}} \quad \text{الف -}$$

$$-(x^4 - 2)^2 = -[x^8 - 4x^4 + 4] = \underline{\underline{-x^8 + 4x^4 - 4}} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{e^{3x} + e^{2x}}{e^{2x}} = \frac{e^{3x}}{e^{2x}} + \frac{e^{2x}}{e^{2x}} = \underline{\underline{e^x + 1}} \quad \text{پ -}$$

$$128 \cdot 2^{n-7} = 2^7 \cdot 2^{n-7} = 2^{n-7+7} = \underline{\underline{2^n}} \quad \text{ت -}$$

$$243 \cdot 3^{n-5} = 3^5 \cdot 3^{n-5} = 3^{n-5+5} = \underline{\underline{3^n}} \quad \text{ټ -}$$

$$\frac{3^{2n+4}}{81} = \frac{3^{2n+4}}{3^4} = 3^{2n+4-4} = \underline{\underline{3^{2n}}} \quad \text{ث -}$$

څلورم:

لار ښود: له يوې جمعې يا زياتون څخه يو ضريب له نوکانو راوځي، داسې چې هره جمع د دې ضريب سره وېشل شي د ازماېښت لپاره دې له نوکانو راوستلو ورسته ضرب جوړ کړي، داسې چې بيرته دا وتوانترم رامنځ ته شي. په زياتو حالتونو کې ازماېښتونه په سر(فکر) کې شميرنې له لارې سرته رسيدای شي.

الف – لاندې په پښتو: ازماېښت:

$$\frac{1}{2}e^x - \frac{1}{4}e^{x+1} = \frac{e^x}{4} \cdot (\dots) \quad \frac{e^x}{2} : \frac{e^x}{4} = \frac{4 \cdot e^x}{2 \cdot e^x} = 2 \quad \frac{1 \cdot e^{x+1}}{4} : \frac{e^x}{4} = \frac{4 \cdot e^{x+1}}{4 \cdot e^x} = e$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{4}e^{x+1} = \underline{\underline{\frac{e^x}{4} \cdot (2 - e)}} \quad \text{Probe: } \frac{e^x}{4} \cdot 2 - \frac{e^x}{4} \cdot e = \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{4}e^{x+1}$$

ب –

$$2^x + 2^{x+1} = 2^x \cdot (\dots) \quad \frac{2^x}{2^x} = 1 \quad \frac{2^{x+1}}{2^x} = 2$$

$$\Rightarrow 2^x + 2^{x+1} = 2^x \cdot (1+2) = 2^x \cdot 3 = \underline{\underline{3 \cdot 2^x}}$$

پ -

$$x^{n+2} - 6x^{n+1} + 9x^n = x^n \cdot (\dots) \quad \frac{x^{n+2}}{x^n} = x^2 \quad \frac{6x^{n+1}}{x^n} = 6x \quad \frac{9x^n}{x^n} = 9$$

$$\Rightarrow x^{n+2} - 6x^{n+1} + 9x^n = x^n \cdot \underbrace{(x^2 - 6x + 9)}_{\text{2. bin. Formel}} = \underline{\underline{x^n (x-3)^2}}$$

ت -

$$e^x - e^{3x} = e^x \cdot (\dots) \quad \frac{e^x}{e^x} = 1 \quad \frac{e^{3x}}{e^x} = e^{2x}$$

$$\Rightarrow e^x - e^{3x} = \underline{\underline{e^x \cdot (1 - e^{2x})}}$$

$$e^{2x} - 1 = (e^x - 1) \cdot (\dots) \quad \underbrace{e^{2x} - 1}_{\text{3. bin. Formel}} = \underline{\underline{(e^x - 1)(e^x + 1)}}$$

ب -

$$x^2 e^x + 2x e^x + e^x = e^x \cdot (\dots)$$

$$\Rightarrow x^2 e^x + 2x e^x + e^x = e^x \cdot \underbrace{(x^2 + 2x + 1)}_{\text{1. bin. Formel}} = \underline{\underline{e^x (x+1)^2}}$$

ث -

ج -

$$a^n + a^{4-n} + a^{2n} = a^{2n} (\dots) \quad \frac{a^n}{a^{2n}} = a^{-n} \quad \frac{a^{4-n}}{a^{2n}} = a^{4-3n} \quad \frac{a^{2n}}{a^{2n}} = 1$$

$$\Rightarrow a^n + a^{4-n} + a^{2n} = \underline{\underline{a^{2n} (a^{-n} + a^{4-3n} + 1)}}$$

چ -

$$e^{3x} - 2e^{-x} = e^{-x} (\dots) \quad \frac{e^{3x}}{e^{-x}} = e^{4x} \quad \frac{2e^{-x}}{e^{-x}} = 2$$

$$\Rightarrow e^{3x} - 2e^{-x} = \underline{\underline{e^{-x}(e^{4x} - 2)}}$$

خ -

$$te^{2x} - 2e^{x+1} = e^x (\dots) \quad \frac{te^{2x}}{e^x} = t \cdot e^x \quad \frac{2e^{x+1}}{e^x} = 2e^1 = 2e$$

$$\Rightarrow te^{2x} - 2e^{x+1} = \underline{\underline{e^x(t \cdot e^x - 2e)}}$$

پنځم:

$$(e^x + e^{-x})^2 = e^{2x} + 2 \cdot e^x \cdot e^{-x} + e^{-2x} = e^{2x} + 2 + e^{-2x} = \underline{\underline{e^{2x} + e^{-2x} + 2}} \quad \text{الف -}$$

$$(e^x - e^{-x} + 5)e^x = e^{2x} - e^{-x} \cdot e^x + 5 \cdot e^x = e^{2x} - 1 + 5 \cdot e^x = \underline{\underline{e^{2x} + 5 \cdot e^x - 1}} \quad \text{ب -}$$

$$2^x(2^{-1} + 2^x) = \underline{\underline{2^{x-1} + 2^{2x}}} \quad \text{پ -}$$

$$\frac{e^{3x+1}}{e^{-x+2}} = e^{3x+1-(-x+2)} = e^{3x+1+x-2} = \underline{\underline{e^{4x-1}}} \quad \text{شپږم: الف -}$$

$$\frac{1}{e^{2x}} + 3(e^{-x})^2 - \left(\frac{2}{e^x}\right)^2 = e^{-2x} + 3e^{-2x} - 4e^{-2x} = 0 \quad \text{ب -}$$

$$e^{-x} \cdot e^{-x+2} \cdot e^{2x-3} = e^{-x-x+2+2x-3} = e^{-1} = \underline{\underline{\frac{1}{e}}} \quad \text{پ -}$$

$$4t^2 \cdot t^{-3} - t \cdot t^{-2} = 4t^{-1} - t^{-1} = 3t^{-1} = \frac{3}{t} \quad \text{ت -}$$

$$\frac{e^{2x} - e^{-2x}}{e^x - e^{-x}} = \frac{(e^x + e^{-x})(e^x - e^{-x})}{e^x - e^{-x}} = \underline{\underline{e^x + e^{-x}}} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{1,5e^{3x} - e^x}{1,5e^{3x}} = 1 - \frac{e^x}{1,5 \cdot e^{3x}} = 1 - \frac{3}{2} e^{-2x} \quad \text{ث -}$$

$$\frac{(4a^2 + 4a + 1)^x}{(2a + 1)^x} = \left(\frac{4a^2 + 4a + 1}{2a + 1} \right)^x = \left[\frac{(2a + 1)^2}{2a + 1} \right]^x = \underline{\underline{(2a + 1)^x}} \quad \text{ج -}$$

$$\frac{ma^5 - ma^3b^2}{ma^2} = \frac{ma^2(a^3 - ab^2)}{ma^2} = \underline{\underline{a^3 - ab^2}} \quad \text{چ -}$$

$$\frac{25x^2 - 100y^2}{5x + 10y} = \frac{(5x + 10y)(5x - 10y)}{5x + 10y} = \underline{\underline{5x - 10y}} \quad \text{خ -}$$

$$\frac{(a^2 + 2ab + b^2)^3}{(a + b)^3} = \left(\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a + b} \right)^3 = \left[\frac{(a + b)^2}{a + b} \right]^3 = \underline{\underline{(a + b)^3}} \quad \text{خ -}$$

$$\frac{49z^2 - 1}{7z - 1} = \frac{(7z + 1)(7z - 1)}{7z - 1} = \underline{\underline{7z + 1}} \quad \text{ح -}$$

$$\frac{\left[(-x^2)^2 \right]^2 \cdot x^{2a}}{x^6} = \frac{\left[x^4 \right]^2 \cdot x^{2a}}{x^6} = \frac{x^8 \cdot x^{2a}}{x^6} = x^2 \cdot x^{2a} = \underline{\underline{x^{2a+2}}} \quad \text{خ -}$$

$$6\,000\,000 = \underline{\underline{6 \cdot 10^6}} \quad \text{الف - اووم:}$$

$$445\,000\,000\,000 = 445 \cdot 10^9 = \underline{\underline{4,45 \cdot 10^{11}}} \quad \text{ب -}$$

$$0,000\,04 = \frac{4}{100\,000} = \frac{4}{10^5} = \underline{\underline{4 \cdot 10^{-5}}} \quad \text{پ -}$$

$$0,000\,52 = \frac{52}{100\,000} = \frac{52}{10^5} = 52 \cdot 10^{-5} = \underline{\underline{5,2 \cdot 10^{-4}}} \quad \text{ت -}$$

$$-0,052 = \underline{\underline{-5,2 \cdot 10^{-2}}} \quad \text{ث -} \quad \frac{1}{0,005} = \frac{1}{5 \cdot 10^{-3}} = \frac{1}{5} \cdot 10^3 = \frac{10}{5} \cdot 10^2 = \underline{\underline{2 \cdot 10^2}} \quad \text{ج -}$$

اتم - لارښود: د اړتیا په وخت کې ریشه د توان او مات اکیوننت سره و کاروی.

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \text{بېلګه ۱:}$$

$$\sqrt[4]{a \cdot \sqrt{bc}} = \sqrt[4]{a \cdot (bc)^{\frac{1}{2}}} = \left[a \cdot (bc)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{4}} \quad \text{بېلګه ۲:}$$

$$\sqrt[5]{x^{10} \cdot y^5 \cdot z^{15}} = (x^{10} \cdot y^5 \cdot z^{15})^{\frac{1}{5}} = x^{\frac{10}{5}} \cdot y^{\frac{5}{5}} \cdot z^{\frac{15}{5}} = \underline{\underline{x^2 \cdot y \cdot z^3}} \quad \text{الف -}$$

ب -

$$\begin{aligned} \sqrt{a^2 - b^2} \cdot \sqrt{\frac{5a+b}{a-b}} &= \sqrt{\frac{(a^2 - b^2)(5a+b)}{a-b}} = \sqrt{\frac{(a+b)(a-b) \cdot 5 \cdot (a+b)}{a-b}} \\ &= \sqrt{5(a+b)^2} = (a+b) \cdot \sqrt{5} = \underline{\underline{\sqrt{5}(a+b)}} \end{aligned}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{216}} = \sqrt[3]{216^{\frac{1}{2}}} = \left(216^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(216^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left[(6^3)^{\frac{1}{3}}\right]^{\frac{1}{2}} = 6^{\frac{1}{2}} = \underline{\underline{\sqrt{6}}} \quad \text{ب. -}$$

$$\sqrt[4]{\sqrt[3]{a^8}} = \sqrt[4]{a^{\frac{8}{3}}} = \left(a^{\frac{8}{3}}\right)^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{8}{3} \cdot \frac{1}{4}} = a^{\frac{2}{3}} = \underline{\underline{\sqrt[3]{a^2}}} \quad \text{ت. -}$$

ت. -

$$\begin{aligned} \sqrt[4]{\sqrt[3]{x^4}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt[4]{x^3}} \cdot \sqrt[3]{x^4} \cdot \sqrt[12]{x} &= \left(x^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \left(x^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{4}{3}} \cdot x^{\frac{1}{12}} \\ &= x^{\frac{4}{12}} \cdot x^{\frac{3}{12}} \cdot x^{\frac{4}{3}} \cdot x^{\frac{1}{12}} = x^{\frac{4}{12}} \cdot x^{\frac{3}{12}} \cdot x^{\frac{16}{12}} \cdot x^{\frac{1}{12}} = x^{\frac{4}{12} + \frac{3}{12} + \frac{16}{12} + \frac{1}{12}} = x^{\frac{24}{12}} = \underline{\underline{x^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt[4]{625a^3} \cdot \sqrt[3]{4^6} \cdot \sqrt{a^4} &= \sqrt[4]{5^4 \cdot a^3} \cdot \sqrt[3]{2^{12}} \cdot a \cdot a^2 = \sqrt[4]{5^4 \cdot a^3} \cdot a \cdot \sqrt[3]{2^{12}} \\ &= \sqrt[4]{5^4 \cdot a^4 \cdot 2^{\frac{12}{3}}} = (5^4 \cdot a^4 \cdot 2^4)^{\frac{1}{4}} = 5 \cdot a \cdot 2 = \underline{\underline{10a}} \quad \text{ث. -} \end{aligned}$$

$$\frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{3} = \underline{\underline{\sqrt{3}}} \quad \text{نهم: الف. -}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{2})}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{2}+2}{1-2} = \frac{2+\sqrt{2}}{-1} = \underline{\underline{-(2+\sqrt{2})}} \quad \text{ب. -}$$

$$\frac{3}{\sqrt{12}} = \frac{3 \cdot \sqrt{12}}{\sqrt{12} \cdot \sqrt{12}} = \frac{3 \cdot \sqrt{12}}{12} = \frac{1}{4} \sqrt{12} = \frac{1}{4} \sqrt{3 \cdot 4} = \frac{2}{4} \sqrt{3} = \underline{\underline{\frac{1}{2} \sqrt{3}}} \quad \text{ب. -}$$

ت. -

$$\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{5-3} = \frac{1}{2}(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2$$

$$= \frac{1}{2}[5-2\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{3}+3] = \frac{1}{2}[5-2\cdot\sqrt{15}+3] = \frac{1}{2}(8-2\cdot\sqrt{15}) = \underline{\underline{4-\sqrt{15}}}$$

$$\frac{t+\sqrt{t}}{2\sqrt{t}} = \frac{(t+\sqrt{t})\cdot\sqrt{t}}{2\sqrt{t}\cdot\sqrt{t}} = \frac{t\cdot\sqrt{t}+t}{2t} = \frac{t\cdot(\sqrt{t}+1)}{2t} = \underline{\underline{\frac{1}{2}(\sqrt{t}+1)}} \quad \text{ب-}$$

$$\frac{t}{\sqrt{t}-1} = \frac{t(\sqrt{t}+1)}{(\sqrt{t}-1)(\sqrt{t}+1)} = \underline{\underline{\frac{t(\sqrt{t}+1)}{t-1}}} \quad \text{ث-}$$

لسم: الف - $\ln 8 \approx \underline{\underline{2,07944}}$ ب - $\ln(2+e) \approx \underline{\underline{1,55144}}$

پ - $3\ln e^{-2} = 3\cdot(-2)\cdot\underbrace{\ln e}_{1} = \underline{\underline{-6}}$ ت - $[\ln(1-e^{-1})]^2 \approx \underline{\underline{0,21038}}$

ب - $\ln 2 - \ln \sqrt{e} = \ln 2 - \ln e^{\frac{1}{2}} = \ln 2 - \frac{1}{2}\ln e = \ln 2 - \frac{1}{2} \approx \underline{\underline{0,193}}$

ث - $\ln 2 \cdot (\ln e^3 - 2) = \ln 2 \cdot (3\cdot\ln e - 2) = \ln 2 \cdot (3 - 2) = \ln 2 \approx \underline{\underline{0,693}}$

ج - $\frac{\ln \sqrt{3}}{\ln \sqrt{2}} = \frac{\ln 3^{\frac{1}{2}}}{\ln 2^{\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{1}{2}\ln 3}{\frac{1}{2}\ln 2} = \frac{\ln 3}{\ln 2} \approx \underline{\underline{1,58496}}$ ج - $\frac{\ln 2}{3} - 1 \approx \underline{\underline{-0,76895}}$

خ - $\ln \frac{2}{e} - 1 = \ln 2 - \ln e - 1 = \ln 2 - 1 - 1 = \ln 2 - 2 \approx \underline{\underline{-1,30685}}$

$$\left(t - e^{\ln 2t}\right)^2 \text{ aus } e^{\ln a} = a \text{ folgt } e^{\ln 2t} = 2t$$

$$\Rightarrow \left(t - e^{\ln 2t}\right)^2 = (t - 2t)^2 = (-t)^2 = \underline{\underline{t^2}} \quad \text{پولسم: الف -}$$

$$\ln \sqrt{e^{2t}} = \ln \left(e^{2t}\right)^{\frac{1}{2}} = \ln e^t = t \cdot \ln e = \underline{\underline{t}} \quad \text{ب -}$$

$$e^{\ln(2t)} - 2te^{\ln 2} = 2t - 2t \cdot 2 = 2t - 4t = \underline{\underline{-2t}} \quad \text{پ -}$$

$$\log \sqrt{2xy} = \log (2xy)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \log 2xy = \underline{\underline{\frac{1}{2}(\log 2 + \log x + \log y)}} \quad \text{دولسم: الف -}$$

$$\ln u + 2 \ln v = \ln u + \ln (v)^2 = \ln (uv^2) \quad \text{ب -}$$

$$-\lg \frac{1}{u} = -\lg u^{-1} = -(-1) \cdot \lg u = \underline{\underline{\lg u}} \quad \text{پ -}$$

$$\lg x - \lg y + \frac{1}{2} \lg z = \lg x - \lg y + \lg \sqrt{z} = \lg \left(\frac{x \cdot \sqrt{z}}{y}\right) \quad \text{ت -}$$

$$\ln e^2 - 3 \ln \frac{e}{2} = 2 \cdot \ln e - 3(\ln e - \ln 2) = 2 - 3 + 3 \cdot \ln 2 = -1 + 3 \cdot \ln 2 =$$

$$= 3 \cdot \ln 2 - 1$$

$$\ln \frac{1-x}{1+x} = \ln (1-x) - \ln (1+x) \quad \text{ث -}$$

ديارلسم: الف -

$$\ln (2e^2) + \ln \frac{e}{2} = \ln 2 + 2 \cdot \ln e + \ln e - \ln 2 = \ln 2 - \ln 2 + 2 \cdot \ln e + \ln e = 2 + 1 = \underline{\underline{3}}$$

$$\ln \left(\frac{4}{3}t \right) - \ln \frac{4}{t}; t > 0$$

$$= \ln \left(\frac{\frac{4}{3}t}{\frac{4}{t}} \right) = \ln \left(\frac{4t \cdot t}{3 \cdot 4} \right) = \ln \left(\frac{t^2}{3} \right) = \underline{\underline{2 \ln t - \ln 3}}$$

ب -

$$\ln (1-x^2) - \ln (1+x) = \ln \left(\frac{1-x^2}{1+x} \right) = \ln \frac{(1-x)(1+x)}{1+x} = \underline{\underline{\ln (1-x)}}$$

پ -

$$\ln x - \ln 4 + \ln \frac{4y}{x} = \ln \left(\frac{x}{4} \cdot \frac{4y}{x} \right) = \underline{\underline{\ln y}}$$

ت -

$$\begin{aligned} \ln \frac{1}{a^2} - \ln (2a) - \ln \frac{1}{a} &= \ln a^{-2} - (\ln 2 + \ln a) - \left(\underbrace{\ln 1}_{=0} - \ln a \right) \\ &= -2 \cdot \ln a - \ln 2 - \ln a + \ln a = \underline{\underline{-2 \cdot \ln a - \ln 2}} \end{aligned}$$

ب -

ث -

$$\ln \frac{1+x}{2+x} - \ln (x+1) = \ln \frac{1+x}{(2+x)(x+1)} = \ln \frac{1}{2+x} = \ln 1 - \ln (2+x) = \underline{\underline{-\ln (2+x)}}$$

$$e^{\ln \frac{t}{2}} = \frac{t}{2} \quad \text{ب -} \quad e^{2 \ln t} = (e^{\ln t})^2 = t^2 \quad \text{الف -}$$

ځوارلسم:

$$\frac{1}{2} e^{\frac{\ln t}{2}} = \frac{1}{2} e^{\frac{1}{2} \ln t} = \frac{1}{2} (e^{\ln t})^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} t^{\frac{1}{2}} = \underline{\underline{\frac{1}{2} \sqrt{t}}}$$

پ -

$$e^{-\frac{\ln t}{3}} = \frac{1}{e^{\frac{\ln t}{3}}} = \frac{1}{e^{\frac{1}{3} \ln t}} = \frac{1}{(e^{\ln t})^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{t^{\frac{1}{3}}} = \underline{\underline{\frac{1}{\sqrt[3]{t}}}}$$

ت -

$$2 \cdot e^{\ln(t^2)} = 2 \cdot t^2 \quad \text{ب -}$$

$$e^{\ln(t-1)} = \underline{t-1} \quad \text{ج} \quad e^{\ln t-1} = \frac{e^{\ln t}}{e} = \frac{t}{e} = t \cdot e^{-1} \quad \text{ث} -$$

$$\sqrt[3]{u^2} \cdot \sqrt[3]{u^2} \cdot \sqrt[3]{u^5} = u^{\frac{2}{3}} \cdot u^{\frac{2}{3}} \cdot u^{\frac{5}{3}} = u^{\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{5}{3}} = u^{\frac{9}{3}} = u^3 = \underline{u^3} \quad \text{الف} - \text{پنځلسم:}$$

$$3^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{(-3)^4} \cdot \frac{1}{9} = 3^{-3} \cdot 3^{\frac{4}{3}} \cdot 3^{-2} = 3^{-\frac{1}{3} + \frac{4}{3} - \frac{6}{3}} = 3^{-\frac{3}{3}} = 3^{-1} = \frac{1}{3} = \underline{\underline{3^{-1}}} \quad \text{ب} -$$

$$\sqrt{4} - \sqrt{8} + 3\sqrt{18} = 2 - \sqrt{2 \cdot 4} + 3\sqrt{2 \cdot 9} = 2 - 2\sqrt{2} + 9\sqrt{2} = 2 + 7\sqrt{2} = \underline{\underline{2 + 7\sqrt{2}}} \quad \text{پ} -$$

$$\frac{13a^{11}b^3 \cdot 14x^4y^9}{26a^{12}b^5} \cdot \frac{x^3y^9}{49ab^2} = \frac{13a^4b^3 \cdot 14x^4\cancel{y^9} \cdot 49ab^2}{26a^{12}b^5 \cdot x^3\cancel{y^9}}$$

$$= \frac{13 \cdot 14 \cdot 49 \cdot \cancel{a^{12}} b^5 x^4}{26 \cdot \cancel{a^{12}} b^5 x^3} = \frac{\cancel{13} \cdot \cancel{2} \cdot 7 \cdot 49 \cdot x^4}{\cancel{2} \cdot \cancel{13} \cdot x^3} = \underline{\underline{343x}} \quad \text{ت} -$$

ب -

$$\left(\frac{7xy^2}{3p^2q^2}\right)^5 \cdot \left(\frac{18p^2q^2}{14xy^2}\right)^5 = \left(\frac{7xy^2 \cdot 18p^2q^2}{3p^2q^2 \cdot 14xy^2}\right)^5 = \left(\frac{\cancel{7xy^2} \cdot 3 \cdot \cancel{2} \cdot 3p^2\cancel{q^2}}{3p^2\cancel{q^2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{7xy^2}}\right)^5 =$$

$$= 3^5 = \underline{\underline{243}}$$

$$\frac{ax+a+x+1}{a^2-1} = \frac{a(x+1)+1 \cdot (x+1)}{(a+1)(a-1)} = \frac{(x+1)(a+1)}{(a+1)(a-1)} = \frac{x+1}{a-1} = \underline{\underline{\frac{x+1}{a-1}}} \quad \text{ث} -$$

$$\frac{1}{2} \cdot \ln a - 2 \cdot \ln b^2 + \ln c = \ln a^{\frac{1}{2}} - \ln b^4 + \ln c = \ln \frac{a^{\frac{1}{2}}}{b^4} \cdot c = \ln \underline{\underline{\frac{c \cdot \sqrt{a}}{b^4}}} \quad \text{ج} -$$

$$\begin{aligned}
 2 \cdot \ln \frac{p}{q} + \frac{1}{2} \cdot \ln q^2 - \ln p^3 &= \ln \left(\frac{p}{q} \right)^2 + \ln (q^2)^{\frac{1}{2}} - \ln p^3 \\
 &= \ln \left(\frac{p}{q} \right)^2 + \ln q - \ln p^3 = \ln \frac{p^2 \cdot q}{q \cdot p^3} = \ln \left(\frac{1}{pq} \right)
 \end{aligned}$$

ج -

$$x \cdot \ln y - y \cdot \ln x = \ln y^x - \ln x^y = \ln \frac{y^x}{x^y}$$

خ -

$$\begin{aligned}
 5 \cdot \ln x + \frac{1}{4} \cdot \ln y + \frac{3}{2} \cdot \ln z &= \ln x^5 + \ln y^{\frac{1}{4}} + \ln z^{\frac{3}{2}} = \ln \left(x^5 \cdot \sqrt[4]{y} \cdot \sqrt{z^3} \right) = \\
 &= \ln \left(x^5 \cdot \sqrt[4]{y} \cdot z \cdot \sqrt{z} \right)
 \end{aligned}$$

خ -

$$\begin{aligned}
 4 \cdot \ln a - \frac{3}{2} \cdot \ln b^2 - \frac{2}{3} \cdot \ln \sqrt{a^3} &= \ln a^4 - \ln (b^2)^{\frac{3}{2}} - \ln \left(a^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{2}{3}} \\
 &= \ln a^4 - \ln b^3 - \ln a = \ln \frac{a^4}{b^3 a} = \ln \frac{a^3}{b^3} = \ln \left(\frac{a}{b} \right)^3
 \end{aligned}$$

ح -

$$\ln x^5 - \ln x^2 + \ln 4x^3 = \ln \frac{x^5 \cdot 4x^3}{x^2} = \ln \frac{4x^8}{x^2} = \ln 4x^6$$

خ -

$$\begin{aligned}
 \ln \frac{1}{x} + \ln \sqrt{x} - \ln x^3 &= \ln x^{-1} + \ln x^{\frac{1}{2}} - \ln x^3 = \ln \left(\frac{\sqrt{x}}{x \cdot x^3} \right) \\
 &= \ln \frac{\sqrt{x}}{x^4} = \ln x^{\frac{1}{2}-4} = \ln x^{-\frac{7}{2}} = -\frac{7}{2} \ln x
 \end{aligned}$$

د -

$$\ln \frac{5}{x} + \ln \frac{x}{5} - \ln \sqrt[3]{x^2} = \ln \frac{5x}{x \cdot 5x^{\frac{2}{3}}} = \ln \frac{1}{x^{\frac{2}{3}}} = \ln x^{-\frac{2}{3}} = -\frac{2}{3} \ln x \quad \text{د -}$$

$$\ln \frac{e}{a} + \ln a^2 - \ln a\sqrt{e} = \ln \frac{e \cdot a^2}{a \cdot a \cdot e^{\frac{1}{2}}} = \ln \frac{e}{e^{\frac{1}{2}}} = \ln e^{1-\frac{1}{2}} = \ln e^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \ln e = \frac{1}{2} \quad \text{د -}$$

$$\ln e^3 - \ln b^2 + 2 \cdot \ln \frac{b}{e} = \ln e^3 - \ln b^2 + \ln \left(\frac{b}{e}\right)^2 = \ln \frac{e^3 \cdot \left(\frac{b}{e}\right)^2}{b^2} = \quad \text{د -}$$

$$= \ln \frac{e^3 \cdot b^2}{e^2 \cdot b^2} = \ln e = 1$$

د -

$$\begin{aligned} \ln \sqrt{e \cdot b} + \ln \frac{b}{e^2} - \frac{3}{2} \cdot \ln (eb) &= \ln (eb)^{\frac{1}{2}} + \ln b \cdot e^{-2} - \ln (eb)^{\frac{3}{2}} \\ &= \ln \frac{e^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}} \cdot b \cdot e^{-2}}{e^{\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{3}{2}}} = \ln \frac{e^{\frac{1}{2}} \cdot e^{-2} \cdot e^{-\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}} \cdot b \cdot b^{-\frac{3}{2}}}{e^{\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{3}{2}}} = \ln e^{\frac{1}{2}-2-\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}+1-\frac{3}{2}} \\ &= \ln e^{-3} \cdot b^0 = \ln e^{-3} \cdot 1 = -3 \cdot \ln e = -3 \end{aligned}$$

د -

$$\frac{\ln u^2 - \ln u + \ln \sqrt{u}}{\ln u^3} = \frac{\ln \frac{u^2 \cdot u^{\frac{1}{2}}}{u}}{\ln u^3} = \frac{\ln u \cdot u^{\frac{1}{2}}}{\ln u^3} = \frac{\ln u^{\frac{3}{2}}}{\ln u^3} = \frac{\frac{3}{2} \ln u}{3 \ln u} = \frac{\frac{3}{2}}{3} = \frac{1}{2}$$

1.5-کرنیز مساوات

که دوه ترمونه د برابر نڅې له لارې یو بل سره وتړل شي، نو یو مساوات یا برابرۍ منځ ته راځي. که مساوات د x اووښتوني یا متحوله په فقط ۱. توان ولري، نو سړی د یوه کرنیز مساوات څخه غږیږي.

د کرنیز مساوات بیلگه د حلمتولي یا -اووښتوني x سره.

1.	$x + 7 = 9$
2.	$12x - 4 = 16 + 2x$
3.	$m + n = x + m - a$
4.	$x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$
5.	$\frac{2}{3}x - \frac{5}{6} + \frac{1}{2}x - \frac{3}{8} = \frac{4}{5}x - \frac{3}{4}$
6.	$56 - (7x - 9) = 9 + (11x - 3) - (6x + 13)$
7.	$12 - [(16 + 7x) + (3x - 1)] = 6 + (2x - 5)$
8.	$a^2b + b^2c - \left\{ bx - \left[(a^2b - bx) - (b^2c + bx) - a^2b \right] + bx \right\} = 0$

دا له موږ څخه انځور شوي مساوات ټولونه په پوښتنو کې زيات منځ ته راتلونکي مساوات دي. د دې لپاره يوه لنډه تشرېح:

لومړۍ: ساده مساوات په کين اړخ د متحولي x سره.

دويم: ساده مساوات په دواړو لورو د متحولي x سره .

درېم: کرښيز مساوات د متحولي x سره او بڼه متحولي m, n او a سره.

څلورم: ساده کرښيز مساوات د ماتونو يا کسرونو سره او په ښي لور د متحولي سره.

پنځم: کرښيز مساوات د کسرونو سره، په کوم کې چې اووښتونې يا متحوله x په دواړو خواوو منځ ته راځي.

شپږم: کرښيز مساوات د نوکانو يا قوسونو افادو سره.

اوم: کرښيز مساواه د کونجيزو او گردو نوکانو يا قوسونو سره (دوه واره قوسونه)

اتم: مساوات د مارپوله کوډيزو او گردو نوکانو سره (دريو اړه قوسونه).

د مخه له دې چې کرښيز مساوات حل شي، يو څو غوره کلیمې، چې د کرښيز مساواتو اړوند زيات رامنځ ته کيږي.

په ياد ولرئ: حلېږئ يا سټ (L) ټول ارزښتونه خوندي لري، د کومو لپاره چې اووښتونې يا متحوله x ځای په ځای کيدی شي. په عادي توګه دا د کرښيز مساواتو لپاره ټيک يو ارزښت دی. دا ارزښت د بنسټېږئ (G) څخه رانيول کيږي.

مساوات حلکيدنه په دې معنا، چې ،، د مساواتو حلېږئ يا – سټ ټاکنه،،.

په ياد ولرئ: تعريف ورشو يا –ساحه (D) چې په مساوات کې منځ ته راځي هغه سټ ده، چې د هغې لپاره د رياضي ترمونه تعريف دي.

د کرښيز مساواتو حلېږئ يا حلست سړی په ورته بڼه بدلون **Äquivalenzumformung** کې پيدا کوي.

اجازه شته، چې:

- د مساوات په دواړو لورو همغه عدد يا همغه ترم زیات يا کم شي يعنې ورسره جمعه يا ترې تفریق شي.

- د مساوات دواړه لوري د همغه يا برابر عدد يا برابر ترم سره ضرب شي يا په برابر عدد يا برابر ترم وه وېشل شي.

اجازه نه شته:

د صفر سره ضربونه، په صفر باندې وېشنه، همداسې د مساوات دواړه خواوې مربع کونه.

بېلگه:

کرښيز مساوات، چې په دواړو خواوې يې متحوله x منځ ته راځي.

$$12x - 4 = 16 + 2x \quad \text{تعريفست } D=R, \text{ بنسټست } G=R$$

حل د ورته بڼه بدلونن له لارې منځ ته راځي

$12x - 4 = 16 + 2x \quad +4$	په دواړو خواوې 4 جمعه کړئ.
$\Leftrightarrow 12x = 20 + 2x \quad - 2x$	له دواړو لورو 2x کم کړئ
$\Leftrightarrow 10x = 20 \quad :10$	دواړه خواوې په 10 وېشئ
$\Leftrightarrow x = 2$	له دې لاس ته راځي، چې $L = \{2\}$ حلست ده.

بېلگه:

کرښيز مساوات د بڼه واريابلي سره

$$Ux - 2 = 8 - 2x \quad \text{د } G=R \text{ سره يو پارامتر مساوات دی.}$$

د u اووېستوني يا متحوله پارامتر بلل کيږي. متحوله x د حل متحوله ده.

حلست د u په واکوالي يا تابعيت کې پيدا کړئ.

پارامتر يا ښه متحول (ښه اووښتونې) فقط يا ځانله د تعريف سټ څخه د يوه په خوښه توکي لپاره يو ځاينونکي ده.

بيلگه:

مساوات د ماتونو يا کسرونو سره، چې په هغه کې متحول x په دواړو خواو کې منځ ته راځي.

$$\frac{2}{3}x - \frac{5}{6} + \frac{1}{2}x - \frac{3}{8} = \frac{4}{5}x - \frac{3}{4}$$

د x سره زياتوونې يا د جمعي برخه کين لور ته راوړي

$$\frac{2}{3}x - \frac{5}{6} + \frac{1}{2}x - \frac{3}{8} = \frac{4}{5}x - \frac{3}{4} \quad | -\frac{4}{5}x$$

د جمعي برخه يا زياتوونې بې له متحولې x ښي خوا ته راوړئ

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x - \frac{4}{5}x - \frac{5}{6} - \frac{3}{8} = -\frac{3}{4} \quad | +\frac{5}{6} + \frac{3}{8}$$

دواړو خواو کې اصلي مخرج يا ماتلاندې پيدا کړئ

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x - \frac{4}{5}x}_{30} = \underbrace{-\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{3}{8}}_{48}$$

دواړه خواوې په اصلي مخرج راوړئ

$$\Leftrightarrow \frac{20}{30}x + \frac{15}{30}x - \frac{24}{30}x = -\frac{36}{48} + \frac{40}{48} + \frac{18}{48}$$

دواړه خواوې سره يوځای کړئ او سره ضرب يې کړئ.

$$\Leftrightarrow \frac{11}{30}x = \frac{22}{48} \quad | \cdot \frac{30}{11}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{22 \cdot 30}{48 \cdot 11} = \frac{2 \cdot 30}{4 \cdot 12} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} \Rightarrow L = \left\{ \frac{5}{4} \right\}$$

بيلگه:

کرښيز مساوات د نوکانو افادو سره

$$56 - (7x - 9) = 9 + (11x - 3) - (6x + 13)$$

نوکان حل يا لري کړئ او له دې سره د مخنځينې قانون په پام کې ولرئ.

$$\Leftrightarrow 56 - 7x + 9 = 9 + 11x - 3 - 6x - 13$$

تنظيم او سره يوځای کړئ.

$$\Leftrightarrow -7x + 65 = 5x - 7 \quad | -5x$$

$$\Leftrightarrow -12x + 65 = -7 \quad | -65$$

$$\Leftrightarrow -12x = -72 \quad | :(-12)$$

$$\Leftrightarrow x = 6 \Rightarrow L = \{6\}$$

بيلگه: کرښيز مساوات د گوييزو يا زاويه يي قوسونو او گردو قوسونو يا نوکانو سره (دوه ځله نوکان)

$$12 - [(16 + 7x) + (3x - 1)] = 6 + (2x - 5)$$

لومړی گرد قوسونه يا نوکن حل کړئ

$$\Leftrightarrow 12 - [16 + 7x + 3x - 1] = 6 + 2x - 5$$

سره يوځای کړئ او تنظيم يې کړئ

$$\Leftrightarrow 12 - [10x + 15] = 2x + 1$$

کونجيزه قوسونه حل کړئ

$$\Leftrightarrow 12 - 10x - 15 = 2x + 1$$

سره يوځای او تنظيم کړئ

$$\Leftrightarrow -10x - 3 = 2x + 1 \quad | -2x$$

$$\Leftrightarrow -12x - 3 = 1 \quad | +3$$

$$\Leftrightarrow -12x = 4 \quad | :(-12)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4}{-12} = -\frac{1}{3} \Rightarrow L = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$$

بیلگه: کرښیز مساوات د مارپیچ، کونجیزې او گردو نوکانو یا قوسونو سره. (درې واره قوسونه)

$$a^2b + b^2c - \left\{ bx - \left[(a^2b - bx) - (b^2c + bx) - a^2b \right] + bx \right\} = 0$$

گردقوسونه حل کړئ

$$\Leftrightarrow a^2b + b^2c - \left\{ bx - \left[a^2b - bx - b^2c - bx - a^2b \right] + bx \right\} = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2b + b^2c - \left\{ bx - \left[-2bx - b^2c \right] + bx \right\} = 0 \quad \text{سره یوځای کړئ:}$$

کونجیز قوسونه حل کړئ

$$\Leftrightarrow a^2b + b^2c - \left\{ bx + 2bx + b^2c + bx \right\} = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2b + b^2c - \left\{ 4bx + b^2c \right\} = 0 \quad \text{سره یوځای کړئ:}$$

مارپیچه قوسونه حل کړئ

$$\Leftrightarrow a^2b + b^2c - 4bx - b^2c = 0$$

سره یوځای او تنظیم کړئ

$$\Leftrightarrow -4bx + a^2b = 0 \quad | -a^2b$$

$$\Leftrightarrow -4bx = -a^2b \quad | : (-4b)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-a^2b}{-4b} = \frac{a^2}{4} = \frac{1}{4}a^2 \Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{4}a^2 \right\}$$

مساوات کړی شي چې د حل متحوله په مخرج کې هم ولري. داسې مساوات کسري مساوات بلل کېږي. کیدی شي دا زیات وخت په کرښیزو مساواتو وارول شي.

بیلگه:

یو کسري مساوات کرښيز مساوات کیږي.

$$\frac{2x}{x-1} = 3$$

تعریف سټ $D=R \setminus \{1\}$; بدسټ سټ $G=R$

$\begin{aligned} \frac{2x}{x-1} &= 3 & \cdot (x-1) \\ \Leftrightarrow 2x &= 3x-3 & -3x \\ \Leftrightarrow -x &= -3 & : (-1) \\ \Leftrightarrow x &= 3 \end{aligned}$	دواړه خواوې له $x-1$ سره ضربیږي له دواړو لورو $3x$ کمیږي دواړه خواوې په -1 وېشل کیږي $\Rightarrow L = \{3\}$ $3 \in D$ حلست ده، ځکه چې دی.

د کرښيزو مساواتو ځانگړي حالتونه:

په زیاتو حالتونو کې کرښيز مساوات ټیک یو حل لري، لکه پورته بیلگو چې په گوته کرل. دا کیدی شي چې کرښيز مساوات یا هیڅ حل ونه لري او یا ناپای ډېر حلونه ولري.

بیلگه: دا کرښيز مساوات حل نه لري.

$$\begin{aligned} 2x + 3 + x &= 4 + 3x & | -3x \\ \Leftrightarrow 2x + x - 3x + 3 &= 4 & | -3 \\ \Leftrightarrow 3x - 3x &= 1 \end{aligned}$$

له دې لاس ته راځي او برعکس $0x=1$
 مساوات حل نه لري له دې لاس ته راځي $L=\{\}$

بیلگه:

دا کرښیز مساوات ناپای زیات حلونه لري

$$\begin{aligned}
 4u + 2 - 4(2u - 2) + 8(0.5u - 4) &= -22 \quad D = \mathbb{R}, G = \mathbb{R} \\
 \Leftrightarrow 4u + 2 - 8u + 8 + 4u - 32 &= -22 \\
 \Leftrightarrow 4u - 8u + 4u + 2 + 8 - 32 &= -22 \\
 \Leftrightarrow 2 + 8 - 32 &= -22 \\
 \Leftrightarrow -22 &= -22
 \end{aligned}$$

له دې لاس ته راځي $L=R$ مساوات ناپای زیات حلونه لري.

ځکه چې هر $u \in \mathbb{R}$ مو ریښتوني وینا ته بیايي او له دې امله یا له دې سره یو حل دی.

پای یادونه:

د نوو زده کوونکو لپاره مشوره ده چې د مساوات حل لپاره د کوچنیو پلونو یا قدمونو سره مخ ته ولاړ شي. څوک چې زیات په دې کار کې تجربه لري، کیدی شي په همدې یا یوه وخت کې زیات پلونه مخ ته یوسي. دا به په یوه مفصله بیلگه کې وښوول شي.

مفصله بیلگه په لنډه توګه:

$$\begin{aligned}
 5(3x + 10) - (5 + 4x)(5 - 4x) - (2x + 3)(8x - 2) + 20 &= (x + 1)^2 - x^2 - 2x \\
 \Leftrightarrow 15x + 50 - [25 - 16x^2] - [16x^2 + 20x - 6] + 20 &= x^2 + 2x + 1 - x^2 - 2x \\
 \Leftrightarrow 15x + 70 - 25 + \cancel{16x^2} - \cancel{16x^2} - 20x + 6 &= 1 \\
 \Leftrightarrow -5x + 51 &= 1 \quad | -51 \\
 \Leftrightarrow -5x &= -50 \quad | : (-5) \\
 \Leftrightarrow x &= 10 \Rightarrow L = \{10\}
 \end{aligned}$$

1.6 مساوات او نامساوات (برابرونونه او نابرابرونونه)

1.6.1 مساوات او نامساوات د وینا په بڼه

د اعدادو مساوات یا نامساوات د اعدادو		ټاکنمساوات یا نامساوات لاندې	
سره لاندې افادې دي		وینا بڼې دي	
مساوات	$3 + 7 = 2 + 8$	مساوات	$8x + 2 = 18$
نامساوات	$3 + 7 < 3 + 8$	نامساوات	$32 - x > 19$

برابرونونه او نابرابرونونه یا مساوات او نامساوات له دوه ترمونو جوړ دي، چې د اړیکنځینو کین او ښي لور ته پراته دي.

تعریف: د توکو x سټ (ډېرۍ)، چې مساوات په همدې توګه نامساوات د رښتیا وینا په لور بیايي، د حلډېرۍ (L) یا د پوره کیدونکو ډېرۍ یا سټ بلل کیږي..

د مساواتو او نامساواتو حل کیدنه دا معنا لري، چې د حلونو ډېرۍ و ټاکل شي.

تعریف: هغه ډېرۍ (سټ)، چې له هغې څخه د مساوات یا نا مساوات توکي رانیول کیږي بنسټیسټ (بنسټډېرۍ) بلل کیږي

تعریف: ډېرۍ د کومو لپاره چې شمیرپوځنیز یا ریاضیکي ترمونه -، چې په مساواتو یا نامساواتو کې منځ ته راځي- تعریف وي تعریفډېرۍ (D) بلل کیږي.

بلګه:

د $12x - 4 = 16 + 2x$ تعریفسټ $D=R$ او $G=R$ بټسټ سټ ده

حلونه د برابر ارزښت ښي په څیر منځ ته راځي.

$ \begin{array}{lcl} 12x - 4 & = & 16 + 2x \quad +4 \\ \Leftrightarrow 12x & = & 20 + 2x \quad -2x \\ \Leftrightarrow 10x & = & 20 \quad :10 \\ \Leftrightarrow x & = & 2 \end{array} $	په دواړو لورو 4 زیاتوو له دواړو لورو 2x کموو دواړه لوري په 10 ویشو د حلونو سټ $\Rightarrow L = \{2\}$

$$\frac{1}{2}x^2 + 6 = 0 \quad D = \mathbb{R}, G = \mathbb{R} \quad \text{بیلگه:}$$

$$\Leftrightarrow x^2 = -12 \quad \Rightarrow \underline{\underline{L = \{ \}}}$$

$$4u + 2 - 4(2u - 2) + 8(0.5u - 4) = -22 \quad D = \mathbb{R}, G = \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow -22 = -22 \quad \Rightarrow \underline{\underline{L = \mathbb{R}}}$$

مساوات ناپای دېر حلونه لري، ځکه چې هر $u \in \mathbb{R}$ مو یوې رښتیا وینا ته لارښودوي او له دې امله یو حل دی.

بیلگه:

$\frac{2x}{x-1} = 3$	تعریفیږي (- سټ) $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ د عکس یا څیرې ډیری (-سټ) $G = \mathbb{R}$ دواړه خواوې د $x - 1$ سره ضرب کړی له دواړو لورو x کم کړی. دواړه لوري په 1- وویشي له دې لاس ته رځي، $L = \{3\}$ ځکه چې $3 \in D$ حل ی
$ \begin{array}{lcl} \frac{2x}{x-1} & = & 3 \quad \cdot (x-1) \\ \Leftrightarrow 2x & = & 3x - 3 \quad -3x \\ \Leftrightarrow -x & = & -3 \quad : (-1) \\ \Leftrightarrow x & = & 3 \end{array} $	

بیلگه:

$$\begin{aligned}
 15x + 14 = 0 \quad 5x - 2x + 8 \quad \mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{G} = \mathbb{N} \\
 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow L = \{ \} \\
 ux - 2 = 8 - 2x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ux - 2 &= 8 - 2x \quad | + 2x \\
 \Leftrightarrow ux + 2x - 2 &= 8 \quad | + 2 \\
 \Leftrightarrow ux + 2x &= 10 \\
 \Leftrightarrow x(u + 2) &= 10 \quad | : u + 2 \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{10}{u + 2}
 \end{aligned}$$

په $u + 2$ سره ویشنه ټیک هلته اجازه لری، چې $u \neq 2$ وی، پس $x = \frac{10}{u + 2}$ لري.

$$L = \left\{ x \mid x = \frac{10}{u + 2} \wedge u \in \mathbb{R} \setminus \{-2\} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 3x + 4 &> 6 \quad | - 4 \\
 \Leftrightarrow 3x &> 2 \quad | : 3 \\
 \Leftrightarrow x &> \frac{2}{3}
 \end{aligned}
 \quad \left| \Rightarrow L = \left\{ x \mid x > \frac{2}{3} \right\}_{\mathbb{R}} = \left] \frac{2}{3}; \infty \right[\right.$$

$I \subset \mathbb{R}$ لپاره صدق کوی $-3x + 8 < 2$ ؟

$$\begin{aligned}
 -3x + 8 &< 2 \quad | - 8 \\
 \Leftrightarrow -3x &< -6 \quad | : (-3) \\
 \Leftrightarrow x &> 2
 \end{aligned}
 \quad \left| L = \{ x \mid x > 2 \}_{\mathbb{R}} \right.$$

$I =]2; \infty[$ د حل انتروال دی

په یاد ولری: که په برابر ارزښت بڼه بدلون کی د یو نامساوات دواړه لوري د کمیز یا منفی عدد سره ضرب شي او یا یوه منفی عدد باندې ووبشل شي اړیکنځېنه بدلیږي.

1.7-کرنیز مساوات شي پوښتنو ته

کرنیز مساوات شيپوښتنو متن-ته

شي پوښتنې څه شي دي؟

د ورځني ژوند څخه د زياتو پرابلمونو راورنه يا منځ ته رااچونه همداسې د مختلفو پوهنو(علومو) دسيپلين څخه په رياضيکي مساوتو سره نه دي ورکړ شوي، بلکه د داسي شي حالت د پرابلمونو د تشریح له لارې ورکول کيږي. دا پرابلم رياضيکي کيږي. د دې لپاره کره قوا نين نه شته. د داسې پوښتنو په سوالونو حل تمرين غواړي او لږ بخت. دلته سماندیز فکر وړاندنيول کيږي د دې لپاره چې ټيکه پيل وميندل شي. په عمل کې زيات وخت ميندل کيږي، چې پرابلم ليکنه په رياضيکي ډول سره ورته دي او له دې سره دا ليکنه اړونده مساوات زيات اسا نه وي.

لاندې پلونه يا قدمونه د شي پوښتنو لپاره اخلو:

لومړی: متن په غور ولولئ، که ممکن وي يو جدول جمتو کړئ.

دويم: د غوښتونې لويې لپاره يوه متحوله کيږدئ.

دریم: یو مساوات ولیکئ، چې شي حالت تشریح کوي.

څلورم: د اړونده متحولي سره مساوات حل کړئ.

پنځم: حل د ایښوونې له لارې و ازمایئ.

شپږم: یوه په وینا تکیه یا ولاړ ځواب ولیکئ.

په دې مخ شي پوښتنې چې متن پوښتنې هم بلل کيږي تر څیرنې لاندې نیول کيږي، چې ریاضیکي والی یې کرښیزو مساواتو ته لارښودوي یا بیایي.

بیلگه ۱: عدد غواړو پیدا کړو.

د یوه عدد لښراېره چې ۱۰ ترې کم شي د عدد شپږواړه کيږي د ۲ پر ورزیات سره.

دا عدد څه بلل کيږي یا کوم دی؟

ایښوونه یا پیل:

غوښتونۍ عدد x دی، د دې لښ برابرې $10x$ دی.

په ۱۰ ترې کم په دې معنا چې ۱۰ ترې تفریقېږي یا کميږي.

دوه پرې زیات په دې معنا چې ۲ ور جمعه کيږي یا ورزیاتېږي

د دې پیل سره برابرې داسې لیکل کيږي

$$10x - 10 = 6x + 2 \quad \text{ازماېښت:}$$

$$\Leftrightarrow 4x - 10 = 2 \quad +10$$

$$\Leftrightarrow 4x = 12 \quad |:4$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow L = \{3\}$$

$$10 \cdot 3 - 10 = 6 \cdot 3 + 2$$

$$\Leftrightarrow 30 - 10 = 18 + 2$$

$$\Leftrightarrow 20 = 20 \quad (w)$$

خواب:

غوښتونى عدد 3 دى.

بيلگه ۲ : د پلار او د خوي د عمر ټاکنه

پلار ۳۸ کاله عمر لري او خوي ۱۱ کاله.

خو کاله وروسته به پلار دوه واره دومره عمر ولري لکه د هغه خوي؟

پيل: د x متحوله د هغو کلونو تعداد دى، تر هغې چې پلار دوه واره دومره عمر ولري لکه د هغه خوي.

دا دې په پام کې ونيول شي، چې خوى هم x کلونه زوړ شوى دى.

دا مو لاندې مساوات ته لارښودوي:

$$38 + x = 2(11 + x) \quad \text{ازمايښت:}$$

$$\Leftrightarrow 38 + x = 22 + 2x$$

$$\Leftrightarrow 22 + 2x = 38 + x \quad | -x$$

$$\Leftrightarrow 22 + x = 38 \quad | -22$$

$$\Leftrightarrow x = 16 \Rightarrow L = \{16\}$$

$$38 + 16 = 2(11 + 16)$$

$$\Leftrightarrow 54 = 2 \cdot 27$$

$$\Leftrightarrow 54 = 54 \quad (w)$$

خواب: له ۱۶ کاله وروسته پلار د خوي دوه برابره عمر ته رسيږي (پلار ۵۴ کاله او خوي ۲۷ کاله).

بيلگه ۳ : د يوه بايسکل خغلولو تور يا لار:

يو بايسکلوال په دوه ورځني يوه بايسکلسيالي وځي

په لومړۍ ورځ $1/5$ ليکه (لار) او 60 km متره په ورزيات وهي.

دویمه ورځ د فاصلې $\frac{1}{4}$ او 50 km په ور زیات وهي.

مگر په دواړو ورځو برابر ډیر کیلومتره لار وهي.

دا بایسکلځلونکی باید په دواړه ورځو کې څومرځ لار ووهي؟

پیل:

متحوله x د ټولې لار لپاره ږدو، چې بایسکلوال یې په دواړه ورځو کې وهي.

له دې مساوات څخه لاس ته راځي:

$$\begin{aligned}\frac{1}{5}x + 60 &= \frac{1}{4}x + 50 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{4}x + 50 &= \frac{1}{5}x + 60 \quad | -\frac{1}{5}x - 50 \\ \Leftrightarrow \underbrace{\frac{1}{4}x - \frac{1}{5}x}_{\text{HN} \cdot 20} &= 60 - 50 \\ \Leftrightarrow \frac{5}{20}x - \frac{4}{20}x &= 10 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{20}x &= 10 \quad | \cdot 20 \\ \Leftrightarrow x = 200 &\Rightarrow L = \{200\}\end{aligned}$$

Probe:

$$\begin{aligned}\frac{1}{5} \cdot 200 + 60 &= \frac{1}{4} \cdot 200 + 50 \\ \Leftrightarrow 40 + 60 &= 50 + 50 \\ \Leftrightarrow 100 &= 100 \quad (w)\end{aligned}$$

ځواب:

بایسکلوال باید ټوله 200 km لار ووهي.

بیلګه ۴:

د (د شگو) پاشلو موټر توان يا استعداد

درې د پاشلو موټرونو A, B او C په يوه شپه کې 360 km سرک وپاشه، A دوه واره ډير لکه B او C 40 km لږ لکه A.

هر موټر څومره کيلو متره سرک وپاشه؟

پيل يا ايښوونه يا ږدو:

درې د پاشلو موټرونو A, B او C په يوه شپه کې 360 km سرک وپاشه:

$$A + B + C = 360$$

دوه واره دومره لکه

$$A = 2B$$

C له A څخه 40 km کمه پاشلی

$$C = A - 40 \text{ يا } C = 2B - 40$$

له دې امله B د متحولې په څير ټاکل کيږي او لاندې مساوات ليکل کيږي:

$$\begin{aligned} 2B + B + 2B - 40 &= 360 \\ \Leftrightarrow 5B - 40 &= 360 \quad | +40 \\ \Leftrightarrow 5B &= 400 \quad | :5 \\ \Leftrightarrow B &= 80 \\ A = 2B &\Leftrightarrow A = 2 \cdot 80 = 160 \\ C = A - 40 &\Leftrightarrow C = 160 - 40 = 120 \end{aligned}$$

Probe:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 80 + 80 + 2 \cdot 80 - 40 &= 360 \\ \Leftrightarrow 160 + 80 + 160 - 40 &= 360 \\ \Leftrightarrow 360 &= 360 \text{ (w)} \end{aligned}$$

خواب:

پاشلي: $B = 80 \text{ km}, A = 160 \text{ km}, C = 120 \text{ km}$.
د متحولي متحولي دنخبو د ټاکلو انتخاب ته يادونه.

په زياتو حالتونو کې x يا متحوله نامعلومه ده. سړی کړی شي نورې نخښې هم وټاکي، لکه د بيلگي په توگه B د پورته متحولي لپاره.

بيلگه ۵:

يوه د بايسکل لار 4000m اوږده ده. دا په يوه غونډۍ او په يوه پله په يوه کړه تللي ده. غونډۍ 28m اوږده ده او کړه د پول 11 څله اوږده ده. پول څومره اوږد دی؟

پيل:

اووښتونې يا متحوله x پول اوږدوالي ښايي. دا چې د لارې ټول اوږدوالي په پول کچيري، نو له 28 څله پول جمعه 1 ځل پول څخه د لار اوږدوالی جوړ دی. له دې مساوات څخه لاس ته راځي

ازماښت:

$$\begin{aligned}
 11x + 28x + x &= 4000 \\
 \Leftrightarrow 40x &= 4000 \quad | : 40 \\
 \Leftrightarrow x &= 100
 \end{aligned}
 \qquad
 \begin{aligned}
 11 \cdot 100 + 28 \cdot 100 + 100 &= 4000 \\
 \Leftrightarrow 1100 + 2800 + 100 &= 4000 \\
 \Leftrightarrow 4000 &= 4000 \quad (w)
 \end{aligned}$$

خواب: پول سل متره اوږد دی.

بيلگه ۶: دوه موټر سره مخامخ کيږي.

دوه د ښوونځي زده کوونکي له همغه يوځای کور څخه ښوونځي ته په موټر کې ځي.

A په ساعت کې 60 km ځي، B بيا 45 km .

B زده کوونکي له حرکت یا له تگ څخه څومره وروسته به دوی سره یوځای شي، که B پنځه دقیقې له A څخه وروسته حرکت وکړي یا وخوږي؟
ایښوونه یا پیل:

په مخامخ ځای کې دواړو زده کوونکو برابره لار وهلي.

$$A: s = v_A \cdot t \quad B: s = v_B \cdot t_1 + v_B \cdot t \quad t_1 = 5 \text{ min}$$

زده کوونکی B $t_B = t + t_1$ دقیقې په لار دی.

دا چې وخت په دقیقو پوښتل شوی دی، نو چټکتیا یا سرعت په km/min شمیرل کیږي.

$$v_A = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{60 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{60 \frac{\text{min}}{\text{h}}} = 1 \frac{\text{km}}{\text{min}}; \quad v_B = 45 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{45 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{60 \frac{\text{min}}{\text{h}}} = \frac{3}{4} \frac{\text{km}}{\text{min}}$$

مساوات

د زده کوونکي B لپاره باور لري:

$$t_B = t_1 + t = 5 \text{ min} + 15 \text{ min} = 20 \text{ min}$$

ځواب:

د زده کوونکي A موټر 15 دقیقې هغه د B موټر 20 دقیقې دی، ځکه چې پنځه دقیقې دمخه یې حرکت کړی دی.

بیلگه: یو اوښی یا اوبه ساتونی (ابدان) وتون - او ننوتون نل لري

یو اوښی (ابدان) دوه ننوتونلونه A او B لري او یو وتون نل C لري.

A ځانله اوښی په ۹۰ دقیقو کې ډکوي، B ځانله دا په ۶۰ دقیقو کې ډکوي او ځانله د C له لارې دا کیدی شي په ۴۵ دقیقو کې تش شي.

په کوم وخت (ساعتونو) دا اوښی ډکيږي، که دریواړه نلونه په همغه یو وخت کې په کار لویډلي وي؟

پیل: A ځانله اوښي په ۱ دقیقه کې $1/90$ ډکوي.

B ځانله اوښی په ۱ دقیقه کې $1/60$ ډکوي.

C ځانله اوښي په ۱ دقیقه کې $1/45$ تشوي.

$A + B - C$ اوښي په ۱ دقیقه کې $1/90 + 1/60 - 1/45$ ډکوي.

$A + B - C$ په x دقیقو کې ټول اوښی ډکوي.

د متحولې x سره مساوات لیکل کيږي:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\frac{1}{90} + \frac{1}{60} - \frac{1}{45}}{\text{HN} = 180} \right) x = 1 \\ \Leftrightarrow & \left(\frac{2}{180} + \frac{3}{180} - \frac{4}{180} \right) x = 1 \\ \Leftrightarrow & \frac{1}{180} x = 1 \mid \cdot 180 \\ \Leftrightarrow & x = 180 \Rightarrow L = \{180\} \end{aligned}$$

ځواب: اوښی به په درې ساعته کې ډک شي.

بیلگه ۸: دوه موټره (براري او بي ام وي Ferrari او BMW) په یه یا همغه وخت کې په دویسبورگ او برلین کې حرکت کوي او یو بل ته مخامخ ځي. فراري په منځني ډول

160 km/h ځي، BMW 140 km/h . د دویسبورگ او برلین ترمنځ واټن 600 km دی؟ دا د مخامخ کیدو ځای له دویسبورگ څخه څومره لرې دی؟

پیل:

په برابر وخت کې د موټرو حرکت دا معنا لري، چې دواړه برابر اوږده په لار دي.

برابر واټن $s_F = v_F \cdot t$ ضرب t وهي.

د BMW و همې لار $s_B = v_B \cdot t$ ضرب t ده.

د دواړو واټنونو سره زیاتول یا جمعه کول د دویسبورگ او برلین ترمنځ لریوالی دی.

$$\begin{array}{l|l} v_F \cdot t + v_B \cdot t = 600 & s_F = v_F \cdot t = 160 \cdot 2 = 320 \\ \Leftrightarrow (v_F + v_B) \cdot t = 600 \mid : (v_F + v_B) & s_B = v_B \cdot t = 140 \cdot 2 = 280 \\ \Leftrightarrow t = \frac{600}{(v_F + v_B)} & \text{Probe:} \\ \Leftrightarrow t = \frac{600}{(160 + 140)} = \frac{600}{300} = 2 \Rightarrow L = \{2\} & 160 \cdot 2 + 140 \cdot 2 = 600 \\ & \Leftrightarrow 320 + 280 = 600 \end{array}$$

ځواب:

له دوه ساعته وروسته دواړه موټرونه سره مخامخ کیږي. فراري 320 km له دویسبورگ لرې او 280 km له برلین لرې پروت دی.

بیلګه ۹: په زیږورځي میله کې ۴ کلن داریوس، لس کلن لوییز او ۱۴ کلن په یوه کاسه شوکولادو په خوړلو پیلکوي. داریوس ځانله دا کاسه په ۳۶ دقیقو کې تشوي، لویز داپه ۱۸ دقیقو کې تشوي او تیل داپه ۶ دقیقو کې کاسه تشوي.

څومره وخت نیسي که دریواړه یو ځای کاسه تشه کړي؟

پیل:

د ریوړه یوځای x دقیقو ته اړتیا لري.

دلته برخې په لاندې توګه وېشلکیري:

$$\left(\underbrace{\frac{1}{36} \cdot x}_{\text{Darius}} + \underbrace{\frac{1}{18} \cdot x}_{\text{Luise}} + \underbrace{\frac{1}{6} \cdot x}_{\text{Till}} \right) = 1$$

د مساوات کینه لور په ګډمخرج ۳۶ راوړل.

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{36}x + \frac{2}{36}x + \frac{6}{36}x \right) = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{36}x = 1 \mid \cdot \frac{36}{9}$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow L = \{4\}$$

خواب:

په ۴ دقیقو کې د شوکولادو پوډینگ د ریوړو خوړلی.

7. 1- کرینیز مساوات ۳۵۹

مساوتونو ته تمرینونه

لومړۍ - لاندې مساوات حل کړئ او حلېږئ یې وټاکئ

$$\text{الف - } 2\left(\frac{7}{3} + 4a\right) - 4\left(-\frac{4}{3} + \frac{a}{2}\right) - 6a = 9$$

$$\text{ب - } 20(a + 6b) + 24(40 - 2a - 5b) + 7(4a) - 960 = 0$$

$$\text{پ - } 2(1+r) - (1+2r) + 1 = 0$$

دویم - تعریف ستونه او حلستونه (حلېږئ) وټاکئ

$$\frac{2k}{k+4} [4+k(4+k)] + \frac{k}{4} (-4-8k) = \frac{4k-k^2}{k+4}$$

دریم - وښایئ

$$x = \ln 2 \text{ د } e^{2x} - 4e^x + 4 = 0 \text{ حل دی.}$$

څلورم - وښایئ

$$x = t \text{ د } x^3 - tx^2 + 3tx - 3t^2 = 0 \text{ حل دی}$$

پنځم - لاندې مساوات حلونه نه لري. د دې لپاره دلایل راوړئ.

$$\text{الف - } \sqrt{2x+4} + 1 = 0 \text{ ب - } 2^x + 2^{-x} = 1$$

شپږم - مساوات $5x = x; G = R$ ورکړ شوی.

سپین ځوابوی $5 = 1 : x \Leftrightarrow x = 5$ وینا ناتیږي ده

سپین ثبوتوی: مساوات حل نه لري. اتباه چیرته پټه ده؟

دې ته موقف ونیسئ.

$$\sqrt{-2x} = -1; x < 0 \quad \text{اوم - مساوات ورکړشوی}$$

$$\Rightarrow -2x = 1 \Leftrightarrow x = -0.5 \quad \text{سپینه د حل لاندې لار وړاندیزوي: مربع کړئ}$$

د دې په هکله خپل نظر ووايي

مساوتونو ته ځوابونه |

نتیجې

لومړۍ -

$$\text{الف - } L = \emptyset \quad \text{ب - } L = \mathbb{R} \quad \text{پ - } L = \emptyset$$

$$\text{دویم - تعریف ست } D = \{-4\} \quad \text{حلېږي } L = \mathbb{R}$$

دریم - د ځای په ځای کولو له لارې ازمایښت

$$e^{2\ln 2} - 4e^{\ln 2} + 4 = 0 \Leftrightarrow 4 - 8 + 4 = 0$$

$$\text{څلورم - د ځای په ځای کولو له لارې ازمایښت } t^3 - t \cdot t^2 + 3t \cdot t - 3t^2 = 0$$

پنځم -

$$\text{الف - } \sqrt{2x+4} = -1 \quad \text{حل نه لري، ځکه چې ریښه تل زیاتیزه (مثبت) وي.}$$

$$2^x + \frac{1}{2^x} - 1 = 0 \mid \cdot 2^x \Leftrightarrow 2^{2x} + 1 - 2^x = 0 :$$

ب -

بدلون $2^x = z$ له دې لاس ته راځي: $z^2 - z + 1 = 0 \Leftrightarrow$

له دې لاس ته راځي او برعکس، مربعیزه تکمیلونه

$$z^2 - z + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\left|z - \frac{1}{2}\right|^2 = -\frac{3}{4} \quad \text{حل نه لري، ځکه چې د } -\frac{3}{4} \text{ ریښه نه نشي نیول کېدای}$$

یا د $x > 0$ لپاره $2^x > 1$ دی یا د $x < 0$ لپاره دی: $2^{-x} > 1 \Rightarrow 2^x + 2^{-x} > 1$

$$5x = x \Leftrightarrow 5x - x = 0 \Leftrightarrow x(5 - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \quad \text{شپږم-}$$

$x = 0$. د x سره ویش هلته اجازه لري، چې $x \neq 0$ وي.

اوم - $L = \emptyset$ ځکه چې د یوې ریښې یا جذر نتیجه تل مثبت وی.

مربع کول برابر ارزښته بڼه بدلون نه دی

پوښتنې (نامساواتو ته):

لومړی: لاندې نامساوات حل کړی

$$\text{الف - } \frac{2-x}{3} + 5 \geq \frac{x}{2} \quad \text{ب - } -\frac{1}{2}(x-6) < 6 \quad \text{پ - } 3(x-3) \geq 5\left(1-\frac{x}{2}\right)$$

ت - $\frac{1}{3}x - 5 \leq \frac{1}{4}x + 3$ - ب - $\frac{1}{2}(x - 5) > 0$ - ث - $2x + \frac{5}{2} < -(3 + 4x) - 3$

ج - $\frac{x}{5} + 3 \geq \frac{x}{2}$ - چ - $-3 < 2(x - 2) < 5$ - خ - $x \cdot e - x > 100$

خ - $3(1 - 2x) - 2 > 2(x - 3) - (3x + 5)$ - ح - $\frac{2x - 3}{2} - \frac{1}{4}(3x - 5) \leq -1$

خ - $4 - \frac{2x}{3} \geq \frac{x}{4}$ - د - $\frac{3}{4}(2x - 4) + \frac{3}{2}x - 4 < 5(1 - x) - 2x - 6$

دويم: د a په واکوالي يا تابعيت کې حلونه وټاکي.

الف - $ax + 3 < 7 - a$ - ب - $a(x - 3) > 2x$ - پ - $a - 4(x - 2) < 2(a - 3)$

دریم: بیمه A دا د 300 € ټول ټاوان څخه 90% ورکوي، د بیمه B ټول 200 € ټاوان څخه 85% په غاړه اخلي. د کومې کچې ټول د کال ټاوان ورکولو له امله بیمه B مساعده ده؟

څلورم: یو زده کوونکی نامساوات $\frac{1+x}{-2} > 1$ په لاندې ډول حل کوي:

$$1 + x > -2 \Leftrightarrow x > -3$$

د $x = -1$ سره ازمايښت ناتيکه افاده ورکوي.

ناتيکاوې يا غلطې چيرته پرته ده يا چيرته ده؟

پنځم: د x د کوم مثبت ارزښت لپاره صدق کوي $\frac{2x+1}{x} < 2,001$ ؟

شپږم: د یوه دانو یا ټوټو د جنس تولید لگښت لپاره ترم $K = 0,85x + 24$ راکوي.

خرڅلاو يې د مساوات $E = 1,45x$ سره شمېرل کيږي.

له څو دانو توليد وروسته فيرما گټه کوي؟

اوم: د برېښنا خرڅوونکي A د مياشتې په په يورو د x کيلووات په ساعت، له لارې شمېرني په بنسټ بازار ته د خرڅلاو لپاره وړاندې، چې فرمول يې دی

$$KA(x) = 0,195x + 21,35,$$

او سيال B يې د داسې شمېرني له مخې وړاندې کوي: $KB(x) = 0,265x + 18,45.$

د کوم مصرف سره برېښنا خرڅوونکي B ارزان يا مساعد دی.

ځوابونه: نابرابرونه يا نامساوات

نامساوات |

نتيجه

اول -

$$\text{الف - } -\infty < x \leq \frac{34}{5} \quad \text{ب - } -6 < x < \infty \quad \text{پ - } \frac{1}{2} \leq x < \infty$$

$$\text{ت - } -\infty < x \leq 96 \quad \text{ټ - } 5 < x < \infty \quad \text{ج - } -\infty < x < -\frac{17}{12}$$

$$\text{ح - } -\infty < x \leq 10 \quad \text{خ - } \frac{1}{2} < x < \frac{9}{2} \quad \text{ځ - } \frac{100}{e-1} < x < \infty$$

$$\text{څ - } -\infty < x \leq -3 \quad \text{چ - } -\infty < x < \frac{12}{5} \quad \text{د - } -\infty < x < \frac{3}{5}$$

$$\text{ډ.} -\infty < x \leq \frac{48}{11}$$

دویم -

$$\text{الف.} -\infty < x < \frac{4-a}{a} \text{ د } a > 0 \text{ لپاره،} \quad \frac{4-a}{a} < x < \infty \text{ د } a < 0 \text{ لپاره،}$$

$$L = \mathbb{R} \text{ د } a = 0 \text{ لپاره}$$

$$\text{ب.} \quad x < \frac{3a}{a-2} \text{ für } a < 2 \quad x > \frac{3a}{a-2} \text{ für } a > 2$$

له دې لاس ته راځي، چې د $a=2$ لپاره حل نه شته.

$$\text{پ.} \quad x > -\frac{a}{4} + \frac{7}{2} \text{ für } a \in \mathbb{R}$$

دریم - ټول ټولن x :

$$0,9(x-300) < 0,85(x-200) \Rightarrow \underline{\underline{x < 2000}}$$

B-یوه 2000€ ټولن پورې په نرخ ښه ده.

څلورم - دا باید وي

$$1+x < -2 \Rightarrow \underline{\underline{L = \{x \mid -\infty < x < -3\}_{\mathbb{R}}}}$$

له 2- سره ضربونې له لارې دا نامساوات نخښه په څت ګرځي یا معکوس کیږي.

$$\text{پنځم.} \quad x > 1000 \vee x < 0$$

شپږم - ږدو یا لرو:

$$G = E - K \Leftrightarrow 1,45x - 0,85x - 24 > 0 \Leftrightarrow x > 40$$

فیرمایوه د $x > 40$ گټه لاس ته راوړي.

اوم - تر 41,4 kWh کیلو واټ ساعت پورې B ارزښانه ده.

تمرینونه (مساوات II ته)

لومړۍ - مساوات په x پسې حل کړئ

الف - $20x - 3(5x + 7) = -2(3 - x)$ ب - $5x - (8 + 9x) = 12$

پ - $(2x - 3)(x - 3) = (x - 1)(2x - 8) + 6$ ت - $6x + 5t = 4x + 9t$

ټ - $t^2x = -x + t^2 + 3$ څ - $\frac{x}{18} - \frac{5}{2} = \frac{3x + 5}{8} - 6$

ج - $\frac{2x}{3} - 5 = -\frac{5x}{6} - 2$ چ - $\frac{x}{3} - 5 = \frac{x}{5} - 3$

ح - $4 - \frac{x - 5}{4} = \frac{x + 1}{2} - \frac{x - 3}{3}$ خ - $\frac{x}{t} + tx = 5; t \neq 0$

دویم- د t په واکوالی یا تابعیت کې د حلونو ګڼون یا تعداد و ټاکئ.

الف - $3t(x - 2) + t - 2x = 3t + 2$ ب - $2(tx - 2) - 2(x - 2) = t^2 - 1$

پ - $\frac{t}{2}x + 2t + 1 = \frac{1}{2}x + 4$ ت - $2t(x - t) - (t - x) = 0$ ټ - $t^2x + 1 = 2 - x$

څ - $\frac{tx + 1}{2} - \frac{t(x - 2)}{3} + \frac{x(2 - 3t)}{6} = 1$

دریم- a د کومې ټاکنې لپاره مساوات یو یا زیات حلونه یا کوم حل نه لري ؟

الف- $\frac{ax+2}{2} = 3x$ ب- $ax-3 = 2x+1$

پ- $6-ax = 2-(a-3)x$ ت- $-2x+9+2ax = 1+8a$

څلورم- x پسي حل کړی.

$$(1-a)x = b-2$$

a او b ترمنځ کومې اړیکې شته دی، که $x = 2$ حل وي؟

پنځم- د لاندې مساواتو څخه نور مختلف مساوات جوړ کړی، کوم چي همغه حل ولري.

$$2x - \frac{1}{3} = 0$$

شپږم-د 5 یو په بل پسي اعدادو (گڼونو) جمعه 460 ده. د دې څخه هغه لوی عدد وشمیری.

اوم-د دوه یو په بل پسي اعدادو د مربع تفریق(کمون) 55 دی دواړه اعداد پیدا کړی.

اتم- یو خټگر د 54 لری خښتو څخه د x جگوالی جوړوي. که خټگر په 1,6 cm جگي خښتي وکاروي، نو دی فقط 45 لری ته اړتیا لري.

د x جگوالی وشمیری

نهم- A د نل یو د لمبا ډنډ په یوه ساعت کې ډکوي. د B نل یې په دوه ساعته کې ډکوي، C نل په درې او د D نل په څلور ساعته کې.

که ټول نلونه په همغه وخت کې په کار واچول شي، د ډنډ ډکول به څومره وخت ونیسي؟

367 1. 7- کرښيز مساوات

لسم- به يوه ولاړکوډيز (مستطیل) يوه ضلعه (اړخ) 10 m متره اوږد دی. اوږد اړخ يا ضلعه 25 m او وړه ضلعه 15 m لنډيزي. له دې سره سطحه 1000 m^2 کوچنۍ کيږي.

دا پیل مسطیل به څومره لوي وو؟

یولسم- یو دوکانوال په درې د مارکیټ ورځو $1/8$; $1/4$ همداسې $1/3$ کې ممکنه خرڅلاو کوی.

د بازار خرڅلاو په اخر دی تر اوسه د € 875 پیسو سامان لري.

ده به د څومره پیسو خرڅلاو کړی وی، که ټول سامان یې خرڅ شوی وی؟

دولسم- د جملو تمرینونه پیدا کړی، چې د یوه کرښيز مساوات په مرسته حل کیدی شي.

تمرینونه (ساده کرښيز مساوات) |

ساده کرښيز مساوات

لومړۍ:

الف- $x - 5 = 9$ ب- $35 + x = 84$ پ- $x - 6 = 13$ ت- $8 + x = 25$

دویم-

الف- $x + 28 = 46$ ب- $125 + x = 264$ پ- $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ ت- $25\frac{1}{3} - x = 8\frac{5}{6}$

دریم-

الف- $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$ ب- $1,2 - x = 0,75$ پ- $u = v + x$ ت- $m = x - b$

څلورم- د حلونو سټ (ډېری) وټاکي

الف- $a+b+x=a+p$ ب- $m+n=x+m-a$

پ- $5a^2+2a+x=6a^2+3a$ ت- $0,4a+x-1,2b=0,8a-0,8b-0,4a$

پنځم- د حلونو سټ (ډېری) وټاکي

الف- $3x=3$ ب- $3x=\frac{3}{5}$ پ- $\frac{4}{5}x=2,4$ ت- $88=4x-16$

شپږم- د حلونو سټ (ډېری) وټاکي

الف- $mx=m$ ب- $px-p=p$ پ- $a+bx=3b+a$

اوم-

الف- $3n-4mx=3n-2m$ ب- $6a-5b=8a-3b-ax$

اتم- د حلونو سټ (ډېری) وټاکي

الف- $5a^2b^3-a^2b+a^2bx=6a^2b^3+a^2b$

ب- $6abc-5rst-4a^2b^2cx=5abc-3rst-3a^2b^2cx-2rst$ پ- ت-

نهم- د حلونو سټ (ډېری) وټاکي

الف- $\frac{x}{4}=5$ ب- $\frac{2x}{3}=4$ پ- $\frac{b^2m^3x}{n}=m^3$ ت- $\frac{a^2bc}{x}=ac$

لسم- د حلونو سټ (ډېری) وټاکي

الف- $\frac{x}{a^2b}=ab^2$ ب- $\frac{a^2bc}{x}=ac$ پ- $\frac{2}{3}+\frac{1}{3}x=\frac{4}{5}$ ت- $\frac{3}{8}=\frac{4}{5}-x$

یولسم- د حلونو سټ (ډېری) وټاکي

الف- $\frac{2}{3}x-\frac{5}{6}+\frac{1}{2}x-\frac{3}{8}=\frac{4}{5}x-\frac{3}{4}$ ب- $\frac{2a^2bx}{3bx}=a^2x$ پ- $\frac{1}{6}x-4=2$

دولسم- د حلونو سټ (ډېری) وټاکي

الف- $\frac{3}{4}x-2=\frac{2}{5}x+\frac{1}{10}$ ب- $\frac{x}{2}-\frac{3}{4}=\frac{2x}{3}-\frac{5}{12}$ ت- $\frac{2ax}{3}+\frac{a}{2}=\frac{ax}{4}-\frac{3a}{4}$ پ- $\frac{abx}{2}+\frac{7a}{12}=\frac{2abx}{3}+\frac{5a}{12}$

د کرښيز مساواتو حل |

لاس ته راوړنې (نتیجې)

لومړۍ -

$$\text{الف - } x - 5 = 9 \Rightarrow L = \{14\} \quad \text{ب - } 35 + x = 84 \Rightarrow L = \{49\}$$

$$\text{پ - } x - 6 = 13 \Rightarrow L = \{19\} \quad \text{ت - } 8 + x = 25 \Rightarrow L = \{17\}$$

دویم :

$$\text{الف - } x + 28 = 46 \Rightarrow L = \{18\} \quad \text{ب - } 125 + x = 264 \Rightarrow L = \{139\}$$

$$\text{پ - } x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \Rightarrow L = \left\{\frac{17}{12}\right\} \quad \text{ت - } 25\frac{1}{3} - x = 8\frac{5}{6} \Rightarrow L = \left\{\frac{33}{2}\right\}$$

درېم :

$$\text{الف - } \frac{5}{9} = x - \frac{1}{3} \Rightarrow L = \left\{\frac{8}{9}\right\} \quad \text{ب - } 1,2 - x = 0,75 \Rightarrow L = \{0,45\}$$

$$\text{پ - } u = v + x \Rightarrow L = \{u - v\} \quad \text{ت - } m = x - b \Rightarrow L = \{m + b\}$$

څلورم -

$$\text{الف - } a + b + x = a + p \Rightarrow L = \{p - b\}$$

$$\text{ب - } m + n = x + m - a \Rightarrow L = \{a + n\}$$

$$\text{پ - } 5a^2 + 2a + x = 6a^2 + 3a \Rightarrow L = \{a^2 + a\}$$

$$\text{ت - } 0,4a + x - 1,2b = 0,8a - 0,8b - 0,4a \Rightarrow L = \{0,4b\}$$

پنځم -

$$\text{الف - } 3x = 3 \Rightarrow L = \{1\} \quad \text{ب - } 3x = \frac{3}{5} \Rightarrow L = \left\{\frac{1}{5}\right\}$$

$$\text{پ - } \frac{4}{5}x = 2,4 \Rightarrow L = \{3\} \quad \text{ت - } 88 = 4x - 16 \Rightarrow L = \{26\}$$

شپږم -

$$\text{الف - } mx = m \Rightarrow L = \{1\} \quad \text{ب - } px - p = p \Rightarrow L = \{2\}$$

$$a + bx = 3b + a \Rightarrow L = \{3\} \quad \text{پ - اوم-}$$

$$3n - 4mx = 3n - 2m \Rightarrow L = \left\{\frac{1}{2}\right\} \quad \text{الف-}$$

$$6a - 5b = 8a - 3b - ax \Rightarrow L = \left\{\frac{2a + 2b}{a}\right\}; a \neq 0 \quad \text{ب - اتم-}$$

$$5a^2b^3 - a^2b + a^2bx = 6a^2b^3 + a^2b \Rightarrow L = \{b^2 + 2\} \quad \text{الف-}$$

$$6abc - 5rst - 4a^2b^2cx = 5abc - 3rst - 3a^2b^2cx - 2rst \\ \Rightarrow L = \left\{\frac{1}{ab}\right\}; a \neq 0, b \neq 0 \quad \text{ب - نهم-}$$

$$\frac{2x}{3} = 4 \Rightarrow L = \{6\} \quad \text{ب -} \quad \frac{x}{4} = 5 \Rightarrow L = \{20\} \quad \text{الف-}$$

$$\frac{b^2m^3x}{n} = m^3 \Rightarrow L = \left\{\frac{n}{b^2}\right\}; D = \mathbb{R}; n \neq 0; b \neq 0 \quad \text{پ -}$$

$$\frac{a^2bc}{x} = ac \Rightarrow L = \{ab^2\}; D = \mathbb{R}; a \neq 0; b \neq 0 \quad \text{ت - لسم-}$$

$$\frac{x}{a^2b} = ab^2 \Rightarrow L = \{a^3b^3\}; D = \mathbb{R}; a \neq 0; b \neq 0 \quad \text{الف-}$$

$$\frac{a^2bc}{x} = ac \Rightarrow L = \{ab\}; D = \mathbb{R}^* \quad \text{ب -}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{3}x = \frac{4}{5} \Rightarrow L = \left\{\frac{2}{5}\right\} \quad \text{پ -}$$

$$\frac{3}{8} = \frac{4}{5} - x \Rightarrow L = \left\{\frac{17}{40}\right\} \quad \text{ت -}$$

یولسم-

$$\frac{2}{3}x - \frac{5}{6} + \frac{1}{2}x - \frac{3}{8} = \frac{4}{5}x - \frac{3}{4} \Rightarrow L = \left\{1\frac{1}{4}\right\} \text{ الف-}$$

$$\frac{1}{6}x - 4 = 2 \Rightarrow L = \{36\} \text{ پ-} \quad \frac{2a^2bx}{3bx} = a^2x \Rightarrow L = \left\{\frac{2}{3}\right\}; \quad D = \mathbb{R}^*; b \neq 0 \text{ ب-}$$

دولسم-

$$\frac{x}{2} - \frac{3}{4} = \frac{2x}{3} - \frac{5}{12} \Rightarrow L = \{-2\} \text{ ب-} \quad \frac{3}{4}x - 2 = \frac{2}{5}x + \frac{1}{10} \Rightarrow L = \{6\} \text{ الف-}$$

$$\frac{2ax}{3} + \frac{a}{2} = \frac{ax}{4} - \frac{3a}{4} \Rightarrow L = \{-3\} \text{ پ-}$$

$$\frac{abx}{2} + \frac{7a}{12} = \frac{2abx}{3} + \frac{5a}{12} \Rightarrow L = \left\{\frac{1}{b}\right\}; b \neq 0 \text{ ت-}$$

مفصل حلونه:

لومړی-

$$\begin{array}{ll} 35 + x = 84 \mid -35 & x - 5 = 9 \mid +5 \\ \Leftrightarrow x = 49 & \Leftrightarrow x = 14 \\ \Rightarrow L = \{49\} & \Rightarrow L = \{14\} \end{array} \text{ الف-} \quad \text{ب-}$$

$$\begin{array}{ll} 8 + x = 25 \mid -8 & x - 6 = 13 \mid +6 \\ \Leftrightarrow x = 17 & \Leftrightarrow x = 19 \\ \Rightarrow L = \{17\} & \Rightarrow L = \{19\} \end{array} \text{ پ-} \quad \text{ت-}$$

دویم-

$$125 + x = 264 \mid -125$$

$$\Leftrightarrow x = 139$$

$$\Rightarrow L = \{139\}$$

$$x + 28 = 46 \mid -28$$

$$\Leftrightarrow x = 18$$

$$\Rightarrow L = \{18\} \text{ ب -}$$

الف -

$$25\frac{1}{3} - x = 8\frac{5}{6}$$

$$\Leftrightarrow \frac{76}{3} - x = \frac{53}{6} \mid -\frac{76}{3}$$

$$\Leftrightarrow -x = \frac{53}{6} - \frac{76}{3} \quad \text{HN} = 6$$

$$\Leftrightarrow -x = \frac{53}{6} - \frac{152}{6} = -\frac{99}{6} \mid \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{99}{6} = \frac{33}{2}$$

$$\Rightarrow L = \left\{ \frac{33}{2} \right\}$$

$$x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \mid +\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{4} + \frac{2}{3} \quad \text{HN} = 12$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{9}{12} + \frac{8}{12} = \frac{17}{12}$$

$$\Rightarrow L = \left\{ \frac{17}{12} \right\} \text{ ت -}$$

پ -
دریم:

$$\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3} \mid +\frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{9} + \frac{1}{3} = x$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{9} + \frac{1}{3} \quad \text{HN} : 9$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{9} + \frac{3}{9} = \frac{8}{9} \Rightarrow L = \left\{ \frac{8}{9} \right\} \text{ الف -}$$

$$1,2 - x = 0,75 \mid +x$$

$$\Leftrightarrow 1,2 = x + 0,75 \mid -0,75$$

$$\Leftrightarrow 0,45 = x$$

$$\Leftrightarrow x = 0,45$$

$$\Rightarrow L = \{0,45\}$$

ب -

$$m = x - b \mid +b$$

$$\Leftrightarrow m + b = x$$

$$\Leftrightarrow x = m + b$$

$$\Rightarrow L = \{m + b\} \text{ ت -}$$

$$u = v + x \mid -v$$

$$\Leftrightarrow u - v = x$$

$$\Leftrightarrow x = u - v$$

$$\Rightarrow L = \{u - v\} \text{ پ -}$$

خلورم:

$$m+n = x+m-a \mid -m$$

$$\Leftrightarrow n = x-a \mid +a$$

$$\Leftrightarrow n+a = x$$

$$\Leftrightarrow x = a+n$$

$$\Rightarrow L = \{a+n\}$$

$$0,4a+x-1,2b = 0,8a-0,8b-0,4a$$

$$\Leftrightarrow 0,4a+x-1,2b = 0,4a-0,8b \mid -0,4a$$

$$\Leftrightarrow x-1,2b = -0,8a \mid +1,2b$$

$$\Leftrightarrow x = 0,4b$$

$$\Rightarrow L = \{0,4b\}$$

$$a+b+x = a+p \mid -a$$

$$\Leftrightarrow b+x = p \mid -b$$

$$\Leftrightarrow x = p-b$$

$$\Rightarrow L = \{p-b\} \quad \text{الف - ب}$$

$$5a^2+2a+x = 6a^2+3a \mid -5a^2$$

$$\Leftrightarrow 2a+x = a^2+3a \mid -2a$$

$$\Leftrightarrow x = a^2-a$$

$$\Rightarrow L = \{a^2+a\} \quad \text{پ - ت}$$

پنجم:

$$3x = \frac{3}{5} \mid : 3$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{5} \right\} \quad \text{ب -}$$

$$88 = 4x-16 \mid +16$$

$$\Leftrightarrow 104 = 4x \mid : 4$$

$$\Leftrightarrow 26 = x$$

$$\Leftrightarrow x = 26$$

$$\Rightarrow L = \{26\}$$

$$3x = 3 \mid : 3$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

$$\Rightarrow L = \{1\} \quad \text{الف -}$$

$$\frac{4}{5}x = 2,4 = \frac{24}{10} = \frac{12}{5} \mid \cdot \frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{12}{5} \cdot \frac{5}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

$$\Rightarrow L = \{3\} \quad \text{پ - ت}$$

شیرم:

$$mx = m \mid : m \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow L = \{1\} \quad \text{الف -}$$

$$px-p = p \mid +p \Leftrightarrow px = 2p \mid : p \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow L = \{2\} \quad \text{ب -}$$

$$a+bx = 3b+a \mid -a \Leftrightarrow bx = 3b \mid : b \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow L = \{3\} \quad \text{پ - اوم:}$$

$$6a - 5b = 8a - 3b - ax \mid -8a$$

$$\Leftrightarrow -2a - 5b = -3b - ax \mid +3b$$

$$\Leftrightarrow -2a - 2b = -ax \mid : (-a)$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2a - 2b}{-a} = x$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2a + 2b}{a}$$

$$\Rightarrow L = \left\{ \frac{2a + 2b}{a} \right\}; a \neq 0$$

$$3n - 4mx = 3n - 2m \mid -3n$$

$$\Leftrightarrow -4mx = -2m \mid : m$$

$$\Leftrightarrow -4x = -2 \mid : (-4)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2}{-4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

ب -

الف -
اتم:

$$5a^2b^3 - a^2b + a^2bx = 6a^2b^3 + a^2b \mid -5a^2b^3$$

$$\Leftrightarrow -a^2b + a^2bx = a^2b^3 + a^2b \mid +a^2b$$

$$\Leftrightarrow a^2bx = a^2b^3 + 2a^2b \mid : a^2b$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a^2b^3 + 2a^2b}{a^2b} = \frac{\cancel{a^2b} (b^2 + 2)}{\cancel{a^2b}} = b^2 + 2$$

$$\Rightarrow L = \{b^2 + 2\}$$

الف -

$$\underbrace{6abc - 5rst - 4a^2b^2cx}_{\text{ordnen}} = \underbrace{5abc - 3rst - 3a^2b^2cx - 2rst}_{\text{ordnen und zusammenfassen}}$$

$$\Leftrightarrow -4a^2b^2cx + 6abc - 5rst = -3a^2b^2cx + 5abc - 5rst \mid +3a^2b^2cx$$

$$\Leftrightarrow -a^2b^2cx + 6abc - 5rst = 5abc - 5rst \mid +5rst$$

$$\Leftrightarrow -a^2b^2cx + 6abc = 5abc \mid -6abc$$

$$\Leftrightarrow -a^2b^2cx = -abc \mid : -a^2b^2c$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-abc}{-a^2b^2c} = \frac{\cancel{-abc} (1)}{\cancel{-abc} (ab)} = \frac{1}{ab}$$

$$\Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{ab} \right\}; a \neq 0; b \neq 0$$

ب -
نهم:

$$\begin{aligned}\frac{2x}{3} &= 4 \mid \cdot \frac{3}{2} & \frac{x}{4} &= 5 \mid \cdot 4 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{4}{1} \cdot \frac{3}{2} = \frac{12}{2} = 6 & \Leftrightarrow x &= 20 \\ \Rightarrow L &= \{6\} & \Rightarrow L &= \{20\} \quad \text{الف- ب-}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{a^2bc}{x} &= ac \mid \cdot x & \frac{b^2m^3x}{n} &= m^3 \mid \cdot n \\ \Leftrightarrow a^2bc &= acx & \Leftrightarrow b^2m^3x &= m^3n \mid : b^2m^3 \\ \Leftrightarrow acx &= a^2bc \mid : ac & \Leftrightarrow x &= \frac{\cancel{m^3}n}{b^2\cancel{m^3}} = \frac{n}{b^2} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{a^2bc}{ac} = ab & \Rightarrow L &= \left\{ \frac{n}{b^2} \right\}; \quad n \neq 0; b \neq 0 \\ \Rightarrow L &= \{ab\}; \quad a \neq 0; b \neq 0 \quad \text{ت-} & \text{ب-} & \\ & & \text{لسم:} &\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{x}{a^2b} &= ab^2 \mid \cdot a^2b \\ \Leftrightarrow x &= ab^2 \cdot a^2b \\ \Leftrightarrow x &= a^3b^3 \\ \Rightarrow L &= \{a^3b^3\}; \quad a \neq 0; b \neq 0 \quad \text{الف-}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{abc^2}{x} &= ac \mid \cdot x \\ \Leftrightarrow abc^2 &= acx \\ \Leftrightarrow acx &= abc^2 \mid : ac \\ \Leftrightarrow x &= \frac{abc^2}{ac} = bc \\ \Rightarrow L &= \{bc\} \quad \text{ب-}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{3}{8} &= \frac{4}{5} - x \mid +x & \frac{2}{3} + \frac{1}{3}x &= \frac{4}{5} \mid -\frac{2}{3} \\
 \Leftrightarrow x + \frac{3}{8} &= \frac{4}{5} \mid -\frac{3}{8} & \Leftrightarrow \frac{1}{3}x &= \frac{4}{5} - \frac{2}{3} \mid \cdot 3 \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{4}{5} - \frac{3}{8} \mid \text{HN} = 40 & \Leftrightarrow x &= \frac{12}{5} - \frac{6}{3} = \frac{12}{5} - 2 \mid \text{HN} = 5 \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{32}{40} - \frac{15}{40} = \frac{17}{40} & \Leftrightarrow x &= \frac{12}{5} - \frac{10}{5} = \frac{2}{5} \\
 \Rightarrow L &= \left\{ \frac{17}{40} \right\} & \Rightarrow L &= \left\{ \frac{2}{5} \right\}
 \end{aligned}$$

ت -

پ -

یولسم:

$$\begin{aligned}
 \frac{2}{3}x - \frac{5}{6} + \frac{1}{2}x - \frac{3}{8} &= \frac{4}{5}x - \frac{3}{4} \mid -\frac{4}{5}x \\
 \Leftrightarrow \underbrace{\frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x - \frac{4}{5}x}_{\text{HN}=30} - \frac{5}{6} - \frac{3}{8} &= -\frac{3}{4} \mid +\frac{5}{6} + \frac{3}{8} \\
 \Leftrightarrow \frac{20}{30}x + \frac{15}{30}x - \frac{24}{30}x &= \underbrace{-\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{3}{8}}_{\text{HN}=48} \\
 \Leftrightarrow \frac{11}{30}x &= -\frac{36}{48} + \frac{40}{48} + \frac{18}{48} = \frac{22}{48} \mid \cdot \frac{30}{11} \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{22 \cdot 30}{48 \cdot 11} = \frac{2 \cdot 30}{4 \cdot 12} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} \\
 \Rightarrow L &= \left\{ \frac{5}{4} \right\}
 \end{aligned}$$

الف -

$$\begin{aligned}
 \frac{2a^2 \cancel{b} \cancel{x}}{3 \cancel{b} \cancel{x}} &= a^2x \Leftrightarrow \frac{2a^2}{3} = a^2x \\
 \Leftrightarrow a^2x &= \frac{2a^2}{3} \mid : a^2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \Rightarrow L = \left\{ \frac{2}{3} \right\}; \quad b \neq 0
 \end{aligned}$$

ب -

$$\frac{1}{6}x - 4 = 2 \mid +4 \Leftrightarrow \frac{1}{6}x = 6 \mid \cdot 6 \Leftrightarrow x = 36 \Rightarrow L = \{36\}$$

پ -
دولسم:

$$\frac{x}{2} - \frac{3}{4} = \frac{2x}{3} - \frac{5}{12} \mid - \frac{2x}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{x}{2} - \frac{2x}{3}}_{\text{HN}=6} - \frac{3}{4} = -\frac{5}{12} \mid + \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x}{6} - \frac{4x}{6} = -\frac{5}{12} + \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{3x}{6} - \frac{4x}{6}}_{\text{HN}=12} = -\frac{5}{12} + \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{x}{6} = -\frac{5}{12} + \frac{9}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \mid \cdot (-6)$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{6}{3} = -3 \Rightarrow L = \{-3\}$$

$$\frac{abx}{2} + \frac{7a}{12} = \frac{2abx}{3} + \frac{5a}{12} \mid - \frac{2abx}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{abx}{2} - \frac{2abx}{3}}_{\text{HN}=6} + \frac{7a}{12} = \frac{5a}{12} \mid - \frac{7a}{12}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3abx}{6} - \frac{4abx}{6} = \frac{5a}{12} - \frac{7a}{12}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{abx}{6} = -\frac{2a}{12} = -\frac{a}{6} \mid \cdot (-6)$$

$$\Leftrightarrow abx = a \mid : (ab)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a}{ab} = \frac{1}{b} \Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{b} \right\}; b \neq 0$$

$$\frac{3}{4}x - 2 = \frac{2}{5}x + \frac{1}{10} \mid - \frac{2}{5}x$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{3}{4}x - \frac{2}{5}x}_{\text{HN}=20} - 2 = \frac{1}{10} \mid + 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{15}{20}x - \frac{8}{20}x = \frac{1}{10} + \frac{20}{10}$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{20}x = \frac{21}{10} \mid \cdot \frac{20}{7}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{21}{10} \cdot \frac{20}{7} = 6$$

$$\Rightarrow L = \{6\}$$

الف -

$$\frac{2ax}{3} + \frac{a}{2} = \frac{ax}{4} - \frac{3a}{4} \mid - \frac{ax}{4}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{2ax}{3} - \frac{ax}{4}}_{\text{HN}=12} + \frac{a}{2} = -\frac{3a}{4} \mid - \frac{a}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{8ax}{12} - \frac{3ax}{12} = -\frac{3a}{4} - \frac{a}{2}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{8ax}{12} - \frac{3ax}{12}}_{\text{HN}=4} = -\frac{3a}{4} - \frac{a}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5ax}{12} = -\frac{3a}{4} - \frac{2a}{4} = -\frac{5a}{4} \mid \cdot 12$$

$$\Leftrightarrow 5ax = -\frac{60a}{4} = -15a \mid : 5a$$

$$\Leftrightarrow x = -3 \Rightarrow L = \{-3\}$$

پ -

ت -

پوښتنې

ساده کرښيز مساوات II

کرښيز مساوات د ماتونو (کسرونو) او نوکانو (قوسونو) سره

لومړۍ: د حلونو سټ (ډېری) وټاکي

$$\text{الف- } 8 - (x + 5) = 2 \quad \text{ب- } 9 + (5 - x) = 6$$

$$\text{پ- } (x - 6)(x + 3) = (x - 5)(x - 2) \quad \text{ت- } (x + 3)(x + 7) = (x + 2)(x + 9)$$

دویم: د حلونو سټ (ډېری) وټاکي الف- $56 - (7x - 9) = 9 + (11x - 3) - (6x + 13)$

$$\text{ب- } (2x - 5)(3x + 1) = (6x - 10)(x - 1)$$

$$\text{پ- } \frac{x}{4} + \frac{5x}{6} + \frac{5}{6} = \frac{x}{2} + x \quad \text{ت- } \frac{10x}{6} - \frac{8x}{9} = 4\frac{2}{3}$$

$$\text{الف- } \frac{2x}{5} + \frac{3x}{2} = 4\frac{1}{2} + x \quad \text{ب- } \frac{3}{2x} + \frac{2}{3x} = \frac{1}{9} + \frac{7}{3x} \quad \text{پ- } \frac{2x-3}{11} + 2 = \frac{3x-4}{10}$$

خلورم: د حلونو سټ (ډېری) وټاکي

$$\text{الف- } 12 - [(16 + 7x) + (3x - 1)] = 6 + (2x - 5)$$

$$\text{ب- } x - [(4x + 4,5) + 3,5] = 2,5 - (3,5 - 4x)$$

$$\text{پ- } 23a - \{5ax - [9ax + (12a - 6ax)] - (3a - 8ax)\} - 15a = 5ax - 7a$$

$$a^2b + b^2c - \{bx - [(a^2b - bx) - (b^2c + bx) - a^2b] + bx\} = 0 \quad \text{ت.}$$

پنځم- د حلونو سټ (ډېری) وټاکي

$$(6x - 20)(8x - 4) = (12x - 20)(4x - 2) \quad \text{الف.}$$

$$(4x - 6)(3x - 4) - 4x(x - 4) = (8x + 2)(x - 5) + 4 \quad \text{ب.}$$

$$22 - (2x - 10)(2x + 9) = 2x^2 - (6x - 8)(x + 5) \quad \text{پ.}$$

$$(2a + x)(x + 2b) = (x - 3a)(x - 3b) + 5bx \quad \text{ت.}$$

$$(x + a^2)(b^2 - c^2) = a^2(2b^2 - c^2) - c^2x \quad \text{ټ.}$$

شپږم- د حلونو سټ (ډېری) وټاکي

$$\frac{5}{4(x+2)} - \frac{2}{12(x+2)} = \frac{x}{4(x+2)} + \frac{1}{3(x+2)} \quad \text{الف.}$$

$$\frac{2x}{4(x+10)} + \frac{3x}{2(x+10)} = \frac{5}{2(x+10)} + \frac{45}{6(x+10)} \quad \text{ب.}$$

اوم- د حلونو سټ (ډېری) وټاکي

$$\frac{x}{x+1} + \frac{4}{x-1} = \frac{x}{x-1} \quad \text{ب.} \quad \frac{5}{x+3} + \frac{1}{x-1} - \frac{6}{x+2} = 0 \quad \text{الف.}$$

$$\frac{2}{x-5} - \frac{6}{2x-5} + \frac{4}{3x-5} = \frac{1}{3x-5} \quad \text{ت.} \quad \frac{2}{x-1} + \frac{3}{x+2} = \frac{5}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \quad \text{پ.}$$

خوابونه (اوبیوني)

کرښيز مساوات II

نتیجې

لومړۍ- لاس ته راوړني (نتیجې)

$$8 - (x + 5) = 2 \Rightarrow L = \{1\} \quad \text{الف.}$$

$$9 + (5 - x) = 6 \Rightarrow L = \{8\} \quad \text{ب -}$$

$$(x - 6)(x + 3) = (x - 5)(x - 2) \Rightarrow L = \{7\} \quad \text{پ -}$$

$$(x + 3)(x + 7) = (x + 2)(x + 9) \Rightarrow L = \{3\} \quad \text{ت -}$$

دویم-لاس ته راوښي (نتیجی)

$$56 - (7x - 9) = 9 + (11x - 3) - (6x + 13) \Rightarrow L = \{6\} \quad \text{الف -}$$

$$(2x - 5)(3x + 1) = (6x - 10)(x - 1) \Rightarrow L = \{5\} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{x}{4} + \frac{5x}{6} + \frac{5}{6} = \frac{x}{2} + x \Rightarrow L = \{2\} \quad \text{پ -}$$

$$\frac{10x}{6} - \frac{8x}{9} = 4\frac{2}{3} \Rightarrow L = \{6\} \quad \text{ت -}$$

دریم: لاس ته راوښي (نتیجی)

$$\frac{2x}{5} + \frac{3x}{2} = 4\frac{1}{2} + x \Rightarrow L = \{5\} \quad \text{الف -}$$

$$\frac{3}{2x} + \frac{2}{3x} = \frac{1}{9} + \frac{7}{3x} \Rightarrow L = \left\{-1\frac{1}{2}\right\}; \quad D = \mathbb{R}^* \quad \text{ب -}$$

$$\frac{2x - 3}{11} + 2 = \frac{3x - 4}{10} \Rightarrow L = \{18\} \quad \text{پ -}$$

څلروم: لاس ته راوښي (نتیجی)

$$12 - [(16 + 7x) + (3x - 1)] = 6 + (2x - 5) \Rightarrow L = \left\{-\frac{1}{3}\right\} \quad \text{الف -}$$

$$x - [(4x + 4,5) + 3,5] = 2,5 - (3,5 - 4x) \Rightarrow L = \{-1\} \quad \text{ب -}$$

پ -

$$23a - \{5ax - [9ax + (12a - 6ax)] - (3a - 8ax)\} - 15a = 5ax - 7a \Rightarrow L = \{2\}$$

ت -

$$a^2b + b^2c - \{bx - [(a^2b - bx) - (b^2c + bx) - a^2b] + bx\} = 0 \Rightarrow L = \left\{\frac{1}{4}a^2\right\}$$

پنځم: لاس ته راوښي (نتیجی)

$$(6x - 20)(8x - 4) = (12x - 20)(4x - 2) \Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{2} \right\} \text{ الف-}$$

$$(4x - 6)(3x - 4) - 4x(x - 4) = (8x + 2)(x - 5) + 4 \Rightarrow L = \left\{ -1\frac{1}{2} \right\} \text{ ب-}$$

$$22 - (2x - 10)(2x + 9) = 2x^2 - (6x - 8)(x + 5) \Rightarrow L = \{-3\} \text{ پ-}$$

$$(2a + x)(x + 2b) = (x - 3a)(x - 3b) + 5bx \Rightarrow L = \{b\} \text{ ت-}$$

$$(x + a^2)(b^2 - c^2) = a^2(2b^2 - c^2) - c^2x \Rightarrow L = \{a^2\} \text{ ټ-}$$

شپږم: لاس ته راوړي (نتیجې)
الف-

$$\frac{5}{4(x+2)} - \frac{2}{12(x+2)} = \frac{x}{4(x+2)} + \frac{1}{3(x+2)} \Rightarrow L = \{3\}; D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$

ب-

$$\frac{2x}{4(x+10)} + \frac{3x}{2(x+10)} = \frac{5}{2(x+10)} + \frac{45}{6(x+10)} \Rightarrow L = \{5\}; D = \mathbb{R} \setminus \{-10\}$$

لاس ته راوړي (نتیجې)

$$\frac{5}{x+3} + \frac{1}{x-1} - \frac{6}{x+2} = 0 \Rightarrow L = \{7\}; D = \mathbb{R} \setminus \{-3; 1; -2\} \text{ الف-}$$

$$\frac{x}{x+1} + \frac{4}{x-1} = \frac{x}{x-1} \Rightarrow L = \{-2\}; D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\} \text{ ب-}$$

$$\frac{2}{x-1} + \frac{3}{x+2} = \frac{5}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \Rightarrow L = \left\{ \frac{2}{5} \right\}; D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1; 2\} \text{ پ-}$$

$$\frac{2}{x-5} - \frac{6}{2x-5} + \frac{4}{3x-5} = \frac{1}{3x-5} \Rightarrow L = \{1\}; D = \mathbb{R} \setminus \left\{ 5; \frac{5}{2}; \frac{5}{3} \right\} \text{ ت-}$$

مفصل حلونه:

لومړی:

الف- $8 - (x + 5) = 2$ نوکان حل یا لری کری

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow 8 - x - 5 &= 2 \mid +5 \\ \Leftrightarrow 8 - x &= 7 \mid -8 \\ \Leftrightarrow -x &= -1 \mid \cdot (-1) \\ \Leftrightarrow x &= 1 \Rightarrow L = \{1\} \end{aligned}$$

نوکان واز کری

ب -

$9 + (5 - x) = 6$ Klammer auflösen

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow 9 + 5 - x &= 6 \mid -5 \\ \Leftrightarrow 9 - x &= 1 \mid -9 \\ \Leftrightarrow -x &= -8 \mid \cdot (-1) \\ \Leftrightarrow x &= 8 \Rightarrow L = \{8\} \end{aligned}$$

نوکان واز کری

پ -

نوکان یا قوسونه سره ضرب کری $(x - 6)(x + 3) = (x - 5)(x - 2) \mid$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow x^2 + 3x - 6x - 18 &= x^2 - 2x - 5x + 10 \mid -x^2 \\ \Leftrightarrow 3x - 6x - 18 &= -2x - 5x + 10 \mid \text{سره یوځای کری} \\ \Leftrightarrow -3x - 18 &= -7x + 10 \mid +7x \\ \Leftrightarrow 4x - 18 &= 10 \mid +18 \\ \Leftrightarrow 4x &= 28 \mid : 4 \\ \Leftrightarrow x &= 7 \Rightarrow L = \{7\} \end{aligned}$$

ت -

$(x + 3)(x + 7) = (x + 2)(x + 9) \mid$

نوکان ضرب کری

383 1. 7 - کرئیز مساوات

$$\Leftrightarrow x^2 + 7x + 3x + 21 = x^2 + 9x + 2x + 18 \mid -x^2$$

$$\Leftrightarrow 7x + 3x + 21 = 9x + 2x + 18 \mid$$

سرہ یوځای کړی

$$\Leftrightarrow 10x + 21 = 11x + 18 \mid -11x$$

$$\Leftrightarrow -x + 21 = 18 \mid -21$$

$$\Leftrightarrow -x = -3 \mid \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow L = \{3\}$$

$$56 - (7x - 9) = 9 + (11x - 3) - (6x + 13) \quad \text{دویم: الف-}$$

نوکان حل کړی، دلته مخنځنه په پام کې ونیسی

$$\Leftrightarrow 56 - 7x + 9 = 9 + 11x - 3 - 6x - 13$$

تنظیم کړی او سره یوځای کړی

$$\Leftrightarrow -7x + 65 = 5x - 7 \mid -5x$$

$$\Leftrightarrow -12x + 65 = -7 \mid -65$$

$$\Leftrightarrow -12x = -72 \mid : (-12)$$

$$\Leftrightarrow x = 6 \Rightarrow L = \{6\}$$

ب-

$$(2x - 5)(3x + 1) = (6x - 10)(x - 1)$$

$$\Leftrightarrow 6x^2 + 2x - 15x - 5 = 6x^2 - 6x - 10x + 10 \mid -6x^2$$

$$\Leftrightarrow -13x - 5 = -16x + 10 \mid +16x$$

$$\Leftrightarrow 3x - 5 = 10 \mid +5$$

$$\Leftrightarrow 3x = 15 \mid : 3$$

$$\Leftrightarrow x = 5 \Rightarrow L = \{5\}$$

پ۔

$$\begin{aligned}
 \frac{x}{4} + \frac{5x}{6} + \frac{5}{6} &= \frac{x}{2} + x \mid -\frac{x}{2} - x \\
 \Leftrightarrow \underbrace{\frac{x}{4} + \frac{5x}{6} - \frac{x}{2} - \frac{x}{1}}_{\text{HN}=24} + \frac{5}{6} &= 0 \mid -\frac{5}{6} \\
 \Leftrightarrow \frac{6x}{24} + \frac{20x}{24} - \frac{12x}{24} - \frac{24x}{24} &= -\frac{5}{6} \\
 \Leftrightarrow -\frac{10x}{24} &= -\frac{5}{6} \mid \cdot \left(-\frac{24}{10}\right) \\
 \Leftrightarrow x = \frac{5}{6} \cdot \frac{24}{10} = 2 &\Rightarrow L = \{2\}
 \end{aligned}$$

ت۔

$$\begin{aligned}
 \frac{10x}{6} - \frac{8x}{9} &= 4\frac{2}{3} \\
 \Leftrightarrow \underbrace{\frac{5x}{3} - \frac{8x}{9}}_{\text{HN}=9} &= \frac{14}{3} \\
 \Leftrightarrow \frac{15x}{9} - \frac{8x}{9} &= \frac{14}{3} \\
 \Leftrightarrow \frac{7x}{9} &= \frac{14}{3} \mid \cdot \frac{9}{7} \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{14}{3} \cdot \frac{9}{7} = 6 \Rightarrow L = \{6\}
 \end{aligned}$$

دریم:

الف۔

$$\begin{aligned}
 \frac{2x}{5} + \frac{3x}{2} &= 4\frac{1}{2} + x \quad | -x \\
 \Leftrightarrow \underbrace{\frac{2x}{5} + \frac{3x}{2} - \frac{x}{1}}_{\text{HN}=10} &= \frac{9}{2} \\
 \Leftrightarrow \frac{4x}{10} + \frac{15x}{10} - \frac{10x}{10} &= \frac{9}{2} \\
 \Leftrightarrow \frac{9x}{10} &= \frac{9}{2} \quad | \cdot \frac{10}{9} \\
 \Leftrightarrow x = \frac{9}{2} \cdot \frac{10}{9} = 5 &\Rightarrow L = \{5\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{3}{2x} + \frac{2}{3x} &= \frac{1}{9} + \frac{7}{3x} \quad | -\frac{7}{3x} \\
 \Leftrightarrow \underbrace{\frac{3}{2x} + \frac{2}{3x} - \frac{7}{3x}}_{\text{HN}=6x} &= \frac{1}{9} \\
 \Leftrightarrow \frac{9}{6x} + \frac{4}{6x} - \frac{14}{6x} &= \frac{1}{9} \\
 \Leftrightarrow -\frac{1}{6x} &= \frac{1}{9} \quad | \cdot x \\
 \Leftrightarrow -\frac{1}{6} &= \frac{x}{9} \quad | \cdot 9 \\
 \Leftrightarrow -\frac{9}{6} = x &\Leftrightarrow x = -\frac{9}{6} = -\frac{3}{2} \Rightarrow L = \left\{-\frac{3}{2}\right\}; \quad D = \mathbb{R}^*
 \end{aligned}$$

ج

$$\begin{aligned}
 \underbrace{\frac{2x-3}{11}}_{\text{HN}=11} + 2 &= \frac{3x-4}{10} \\
 \Leftrightarrow \frac{2x-3}{11} + \frac{22}{11} &= \frac{3x-4}{10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\Leftrightarrow \frac{2x-3+22}{11} = \frac{3x-4}{10} \quad | \cdot 11 \cdot 10 \\
 &\Leftrightarrow 10(2x+19) = 11(3x-4) \\
 &\Leftrightarrow 20x+190 = 33x-44 \quad | -33x-190 \\
 &\Leftrightarrow -13x = -234 \quad | : (-13) \\
 &\Leftrightarrow x = \frac{-234}{-13} = 18 \Rightarrow L = \{18\}
 \end{aligned}$$

څلوم- الف-

$$12 - [(16 + 7x) + (3x - 1)] = 6 + (2x - 5)$$

لومړۍ گرد نوکان واز کړۍ يا حل کړۍ

$$\Leftrightarrow 12 - [16 + 7x + 3x - 1] = 6 + 2x - 5$$

سره يوځای کړۍ او تنظيم کړۍ

$$\Leftrightarrow 12 - [10x + 15] = 2x + 1 \quad \text{گوديزه نوکان واز يا حل کړۍ}$$

$$\Leftrightarrow 12 - 10x - 15 = 2x + 1$$

سره يوځای کړۍ او تنظيم کړۍ

$$\begin{aligned}
 &\Leftrightarrow -10x - 3 = 2x + 1 \quad | -2x \\
 &\Leftrightarrow -12x - 3 = 1 \quad | +3 \\
 &\Leftrightarrow -12x = 4 \quad | : (-12) \\
 &\Leftrightarrow x = \frac{4}{-12} = -\frac{1}{3} \Rightarrow L = \left\{-\frac{1}{3}\right\}
 \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 x - [(4x + 4,5) + 3,5] &= 2,5 - (3,5 - 4x) \\
 \Leftrightarrow x - [4x + 4,5 + 3,5] &= 2,5 - 3,5 + 4x \\
 \Leftrightarrow x - 4x - 4,5 - 3,5 &= -1 + 4x \quad | -4x \\
 \Leftrightarrow -7x - 8 &= -1 \quad | +8 \\
 \Leftrightarrow &-7x = 7 \quad | : (-7) \\
 \Leftrightarrow &x = -1 \Rightarrow L = \{-1\}
 \end{aligned}$$

پ-

$$\begin{aligned}
 23a - \{5ax - [9ax + (12a - 6ax)] - (3a - 8ax)\} - 15a &= 5ax - 7a \\
 \Leftrightarrow 8a - \{5ax - [9ax + 12a - 6ax] - 3a + 8ax\} &= 5ax - 7a \\
 \Leftrightarrow 8a - 5ax + 9ax + 12a - 6ax + 3a - 8ax &= 5ax - 7a \quad | -5ax \\
 \Leftrightarrow -15ax + 23a = -7a \quad | -23a \\
 \Leftrightarrow -15ax &= -30a \quad | : (-15a) \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{-30a}{-15a} = 2 \Rightarrow L = \{2\}
 \end{aligned}$$

ت -

$$a^2b + b^2c - \{bx - [(a^2b - bx) - (b^2c + bx) - a^2b] + bx\} = 0$$

گرد نوکان واز کری

$$\Leftrightarrow a^2b + b^2c - \{bx - [a^2b - bx - b^2c - bx - a^2b] + bx\} = 0$$

سره یوځای کری

$$\Leftrightarrow a^2b + b^2c - \{bx - [-2bx - b^2c] + bx\} = 0$$

کوډیز نوکان حل کری

$$\Leftrightarrow a^2b + b^2c - \{bx + 2bx + b^2c + bx\} = 0$$

سره یوځای کړی

$$\Leftrightarrow a^2b + b^2c - \{4bx + b^2c\} = 0$$

مارپیچ نوکان واز کړی یا حل کړی

$$\Leftrightarrow a^2b + b^2c - 4bx - b^2c = 0$$

سره یوځای کړی او تنظیم کړی

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow -4bx + a^2b &= 0 \mid -a^2b \\ \Leftrightarrow -4bx &= -a^2b \mid : (-4b) \\ \Leftrightarrow x &= \frac{-a^2b}{-4b} = \frac{a^2}{4} = \frac{1}{4}a^2 \Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{4}a^2 \right\} \end{aligned}$$

پنځم:
الف

$$\begin{aligned} (6x - 20)(8x - 4) &= (12x - 20)(4x - 2) \\ \Leftrightarrow 48x^2 - 24x - 160x + 80 &= 48x^2 - 24x - 80x + 40 \mid -48x^2 \\ \Leftrightarrow -184x + 80 &= -104x + 40 \mid +104x \\ \Leftrightarrow -80x + 80 &= 40 \mid -80 \\ \Leftrightarrow -80x &= -40 \mid : (-80) \\ \Leftrightarrow x &= \frac{-40}{-80} = \frac{1}{2} \Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{2} \right\} \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 (4x - 6)(3x - 4) - 4x(x - 4) &= (8x + 2)(x - 5) + 4 \\
 \Leftrightarrow 12x^2 - 16x - 18x + 24 - 4x^2 + 16x &= 8x^2 - 40x + 2x - 10 + 4 \\
 \Leftrightarrow 8x^2 - 18x + 24 &= 8x^2 - 38x - 6 \mid -8x^2 \\
 \Leftrightarrow -18x + 24 &= -38x - 6 \mid +38x \\
 \Leftrightarrow 20x + 24 &= -6 \mid -24 \\
 \Leftrightarrow 20x &= -30 \mid : 20 \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{-30}{20} = -\frac{3}{2} \Rightarrow L = \left\{ \frac{3}{2} \right\}
 \end{aligned}$$

$$22 - (2x - 10)(2x + 9) = 2x^2 - (6x - 8)(x + 5) = \text{پ}$$

که د ضرب مخ ته یوه کمیزه یا منفي نڅېنه وي (-)، نو ضرب په نوکانو کې ولیکي

$$\begin{aligned}
 \Leftrightarrow 22 - [4x^2 + 18x - 20x - 90] &= 2x^2 - [6x^2 + 30x - 8x - 40] \\
 \Leftrightarrow 22 - [4x^2 - 2x - 90] &= 2x^2 - [6x^2 + 22x - 40] \\
 \Leftrightarrow 22 - 4x^2 + 2x + 90 &= 2x^2 - 6x^2 - 22x + 40 \\
 \Leftrightarrow -4x^2 + 2x + 112 &= -4x^2 - 22x + 40 \mid +4x^2 \\
 \Leftrightarrow 2x + 112 &= -22x + 40 \mid +22x \\
 \Leftrightarrow 24x + 112 &= 40 \mid -112 \\
 \Leftrightarrow 24x &= -72 \mid : 24 \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{-72}{24} = -3 \Rightarrow L = \{-3\}
 \end{aligned}$$

ت -

$$\begin{aligned}
 (2a + x)(x + 2b) &= (x - 3a)(x - 3b) + 5bx \\
 \Leftrightarrow 2ax + 4ab + x^2 + 2bx &= x^2 - 3bx - 3ax + 9ab + 5bx \mid -x^2 \\
 \Leftrightarrow 2ax + 2bx + 4ab &= -3ax + 2bx + 9ab \mid +3ax - 2bx \\
 \Leftrightarrow 5ax + 4bx &= 9ab \mid -4ab \\
 \Leftrightarrow 5ax &= 5ab \mid : 5a
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5ab}{5a} = b \Rightarrow L = \{b\}$$

ب

$$\begin{aligned} (x + a^2)(b^2 - c^2) &= a^2(2b^2 - c^2) - c^2x \\ \Leftrightarrow b^2x - c^2x + a^2b^2 - a^2c^2 &= 2a^2b^2 - a^2c^2 - c^2x \mid +c^2x \\ \Leftrightarrow b^2x + a^2b^2 - a^2c^2 &= 2a^2b^2 - a^2c^2 \mid -a^2b^2 \\ \Leftrightarrow b^2x - a^2c^2 &= a^2b^2 - a^2c^2 \mid +a^2c^2 \\ \Leftrightarrow b^2x &= a^2b^2 \mid : b^2 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{a^2b^2}{b^2} = a^2 \Rightarrow L = \{a^2\} \end{aligned}$$

شپيرم:

الف -

$$\begin{aligned} \frac{5}{4(x+2)} - \frac{2}{12(x+2)} &= \frac{x}{4(x+2)} + \frac{1}{3(x+2)} \mid \text{HN} = 12(x+2) \\ \Leftrightarrow \frac{15}{12(x+2)} - \frac{2}{12(x+2)} &= \frac{3x}{12(x+2)} + \frac{4}{12(x+2)} \mid \cdot 12(x+2) \\ \Leftrightarrow 15 - 2 &= 3x + 4 \\ \Leftrightarrow 3x + 4 &= 13 \mid -4 \\ \Leftrightarrow 3x &= 9 \mid : 3 \\ \Leftrightarrow x &= 3 \Rightarrow L = \{3\}; D = \mathbb{R} \setminus \{-2\} \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned} \frac{2x}{4(x+10)} + \frac{3x}{2(x+10)} &= \frac{5}{2(x+10)} + \frac{45}{6(x+10)} \mid \text{kürzen} \\ \Leftrightarrow \frac{x}{2(x+10)} + \frac{3x}{2(x+10)} &= \frac{5}{2(x+10)} + \frac{15}{2(x+10)} \mid \cdot 2(x+10) \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow x + 3x = 5 + 15$$

$$\Leftrightarrow 4x = 20 \mid : 4$$

$$\Leftrightarrow x = 5 \Rightarrow L = \{5\}; \quad D = \mathbb{R} \setminus \{-10\}$$

اوم:

الف -

$$\frac{5}{x+3} + \frac{1}{x-1} - \frac{6}{x+2} = 0 \mid \text{HN} = (x+3)(x-1)(x+2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{5(x-1)(x+2)}{(x+3)(x-1)(x+2)} + \frac{1(x+3)(x+2)}{(x+3)(x-1)(x+2)} - \frac{6(x+3)(x-1)}{(x+3)(x-1)(x+2)} = 0 \mid \cdot \text{HN}$$

$$\Leftrightarrow 5(x-1)(x+2) + (x+3)(x+2) - 6(x+3)(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 5[x^2 + x - 2] + [x^2 + 5x + 6] - 6[x^2 + 2x - 3] = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 + 5x - 10 + x^2 + 5x + 6 - 6x^2 - 12x + 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow -2x + 14 = 0 \mid -14$$

$$\Leftrightarrow -2x = -14 \mid : (-2)$$

$$\Leftrightarrow x = 7 \Rightarrow L = \{7\}; \quad D = \mathbb{R} \setminus \{-3; 1; -2\}$$

$$\frac{x}{x+1} + \frac{4}{x-1} = \frac{x}{x-1} \mid \text{HN} = (x+1)(x-1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)} + \frac{4(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{x(x+1)}{(x+1)(x-1)} \mid \cdot (x+1)(x-1)$$

$$\Leftrightarrow x(x-1) + 4(x+1) = x(x+1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x + 4x + 4 = x^2 + x \mid -x^2$$

$$\Leftrightarrow 3x + 4 = x \mid -x - 4$$

$$\Leftrightarrow 2x = -4 \mid : 2$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow L = \{-2\}; \quad D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\} \quad \text{ب -}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 \frac{2}{x-1} + \frac{3}{x+2} &= \frac{5}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \mid \text{HN} = (x-1)\underbrace{(x+2)(x-2)}_{\text{3. bin. Formel}} = (x-1)(x^2-4) \\
 \Leftrightarrow \frac{2(x^2-4)}{(x-1)(x^2-4)} + \frac{3(x-1)(x-2)}{(x-1)(x^2-4)} &= \frac{5(x-1)(x+2)}{(x-1)(x^2-4)} - \frac{4(x-1)}{(x-1)(x^2-4)} \mid \cdot \text{HN} \\
 \Leftrightarrow 2(x^2-4) + 3(x-1)(x-2) &= 5(x-1)(x+2) - 4(x-1) \\
 \Leftrightarrow 2x^2 - 8 + 3[x^2 - 3x + 2] &= 5[x^2 + x - 2] - 4x + 4 \\
 \Leftrightarrow 2x^2 - 8 + 3x^2 - 9x + 6 &= 5x^2 + 5x - 10 - 4x + 4 \\
 \Leftrightarrow 5x^2 - 9x - 2 &= 5x^2 + x - 6 \mid -5x^2 \\
 \Leftrightarrow -9x - 2 &= x - 6 \mid -x \\
 \Leftrightarrow -10x &= -4 \mid : (-10) \\
 \Leftrightarrow x = \frac{-4}{-10} = \frac{2}{5} \Rightarrow L &= \left\{ \frac{2}{5} \right\}; \quad D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1; 2\}
 \end{aligned}$$

ت -

$$\begin{aligned}
 \frac{2}{x-5} - \frac{6}{2x-5} + \frac{4}{3x-5} &= \frac{1}{3x-5} \mid -\frac{1}{3x-5} \\
 \Leftrightarrow \frac{2}{x-5} - \frac{6}{2x-5} + \frac{3}{3x-5} &= 0 \mid \text{HN} = (x-5)(2x-5)(3x-5) \\
 \Leftrightarrow \frac{2(2x-5)(3x-5)}{\text{HN}} - \frac{6(x-5)(3x-5)}{\text{HN}} + \frac{3(x-5)(2x-5)}{\text{HN}} &= 0 \mid \cdot \text{HN} \\
 \Leftrightarrow 2(2x-5)(3x-5) - 6(x-5)(3x-5) + 3(x-5)(2x-5) &= 0 \\
 \Leftrightarrow 2[6x^2 - 10x - 15x + 25] - 6[3x^2 - 5x - 15x + 25] + 3[2x^2 - 5x - 10x + 25] \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow 2[6x^2 - 25x + 25] - 6[3x^2 - 20x + 25] + 3[2x^2 - 15x + 25] = 0 \\
&\Leftrightarrow 12x^2 - 50x + 50 - 18x^2 + 120x - 150 + 6x^2 - 45x + 75 = 0 \\
&\Leftrightarrow 12x^2 - 18x^2 + 6x^2 - 50x + 120x - 45x + 50 - 150 + 75 = 0 \\
&\Leftrightarrow 25x - 25 = 0 \quad | +25 \\
&\Leftrightarrow 25x = 25 \quad | :25 \\
&\Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow L = \{1\}; \quad D = \mathbb{R} \setminus \left\{5; \frac{5}{2}; \frac{5}{3}\right\}
\end{aligned}$$

پوښتنې

کرښيز مساوات

کرښيز مساوات د شي او تکست پوښتنو سره

تمرینونه:

III کرښيز مساوات

لومړۍ – تعريفېږئ (- ست) او حلست و ټاکي يا معلومه کړئ

$$\frac{x}{a} - \frac{x}{2a} = m \quad \text{ب -} \quad \frac{a}{x} + \frac{b}{x} = m \quad \text{الف -}$$

$$\frac{x}{a-b} + \frac{x}{a+b} = a \quad \text{ت -} \quad \frac{ax}{b} - \frac{b}{ac} = \frac{a}{bc} - \frac{bx}{a} \quad \text{پ -}$$

دويم - تعريف ست او حلست و ټاکي يا معلوم کړئ

$$\frac{a-x}{b-x} - \frac{a-b}{a+b} = 0 \quad \text{الف -} \quad \frac{m-x}{a-b} - \frac{m+x}{a+b} = 0 \quad \text{ب -}$$

$$\frac{a+x}{b-x} - \frac{b-x}{a+x} = \frac{2a^2 - 2b^2}{ab - ax + bx - x^2} \quad \text{پ -}$$

$$2\left(\frac{7}{3} + 4a\right) - 4\left(-\frac{4}{3} + \frac{a}{2}\right) - 6a = 9 \quad \text{ت -}$$

دریم - درې خویندې وروڼه یوځای 21 کاله دي A دوه واره د B او C د B نیم عمر لري. هر یو یا هره یوه له دوی څومره عمر لري؟

څلورم - یو اوبه ساتونکی د دوه نلونو له لارې ډمېدی شي. لومړی یې په 10 min دقیقو او دویم یې په 15 min دقیقو کې ډکوی. په څو دقیقو کې به دا اوبه ساتی ډک شي، که دواړه نلونه په همغه وخت کې په کار واچول شي؟

پنځم - یوه کیشتی له بار څخه د 9 کارگرو له خوا په 5 ورځو کې تشیږي. په څو ورځو کې به دا کینستی د 15 کارگرو څخه د برابر کار سره تشه شي؟

شپږم - پلار او زوی خوږه زاړه دی، که لار نن د زوی دوه برابره وی او 15 کاله پخوا دې ځله دومره زوړ وو لکه زوی؟

اوم - درې ملگرو په گډه € 350 سپما کړي. A د B دوه ځل زاتي سپما کړي او C فقط د B نیمایي سپما کړي. هر یوه له دوی څومره € بیسي سپما کړي؟

اتم - یو ولاړگودیز یا مستطیل 24 cm محیط لري، که ضلعي یې دوه برابری لوي شوې وي. د اصلي مستطیل ضلعي یا اړخونه څومره لوی دي؟

نهم - که د یوې مربع یو اړخ 6 cm لنډ او بل یې 5 cm سانتي متره اوږد شي، نو د منځ ته راغلي مستطیل سطحه 45 cm^2 کوچنی کيږي، نسبت مربع ته. د مربع اړخ څومره لوي دی؟

لسم - يو ټانک دوه نلونه A او B ډکوی او يو نل C يې تشوی. دا ټانک ځانله A په 80 min دقيقو کې ډکوي، B ځانله په 90 min کې. C دا ټانک به 60 min دقیقو تشولای شي. که دريو اړه نلونه په همغه وخت کې په کار پيل وکړي. ټانک به په څو دقيقو کې ډک شي؟

يولسم - دوه موټروالا A او B د کار ځای ته په موټر کې ځي. A په ساعت کې په منځنۍ (متوسط) ډول 54 km لا په ساعت کې وهي او B په ساعت کې 72 km لار وهي. کله به A او B سره يوځای شي، که A له B په همغه لار 7 min دقيقې د مخه حرکت وکړي؟

ځوابونه

کرښيز مساوات (برابرونه) III پایلي يا لاس ته راوړني (نتیجې)

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{x} = m \Rightarrow L = \left\{ \frac{a+b}{m} \right\}; \quad m \neq 0; \quad D = \mathbb{R}^*$$

لومړۍ: الف-

$$\frac{x}{a} - \frac{x}{2a} = m \Rightarrow L = \{2am\}; \quad D = \mathbb{R}; a \neq 0$$

ب -

$$\frac{ax}{b} - \frac{b}{ac} = \frac{a}{bc} - \frac{bx}{a} \Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{c} \right\}; \quad c \neq 0; \quad D = \mathbb{R}; a \neq 0; b \neq 0; c \neq 0$$

پ -

$$\frac{x}{a-b} + \frac{x}{a+b} = a \Rightarrow L = \left\{ \frac{a^2 - b^2}{2} \right\}; \quad D = \mathbb{R}; a-b \neq 0; a+b \neq 0$$

ت -

دویم: الف-

$$\frac{m-x}{a-b} - \frac{m+x}{a+b} = 0 \Rightarrow L = \left\{ \frac{bm}{a} \right\}; \quad a \neq 0; \quad D = \mathbb{R}; a-b \neq 0; a+b \neq 0$$

ب -

$$\frac{a-x}{b-x} - \frac{a-b}{a+b} = 0 \Rightarrow L = \left\{ \frac{a^2 + b^2}{2b} \right\}; \quad b \neq 0; \quad D = \mathbb{R} \setminus \{x=b\}; a+b \neq 0$$

پ -

$$\frac{a+x}{b-x} - \frac{b-x}{a+x} = \frac{2a^2 - 2b^2}{ab - ax + bx - x^2} \Rightarrow L = \left\{ \frac{a-b}{2} \right\}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{x = -a; x = b\}; a+b \neq 0$$

ت -

$$2\left(\frac{7}{3} + 4a\right) - 4\left(-\frac{4}{3} + \frac{a}{2}\right) - 6a = 9 \Rightarrow L = \emptyset$$

دریم :

$$x + 2x + 4x = 21 \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow L = \{3\}$$

خویندي(ورونه)درې، شیر او دولس کاله عمر لري.
څلورم:

$$\frac{x}{10} + \frac{x}{15} = 1 \Leftrightarrow x = 6 \Rightarrow L = \{6\}$$

د اوبو لوبڼی به 6 دقیقو کې ډکيږي

پنځم:

$$\frac{x}{5} = \frac{9}{15} \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow L = \{3\}$$

کیشتی په درې روځو کې ډکيږي.
شپږم:

$$x - 15 = 3\left(\frac{x}{2} - 15\right) \Leftrightarrow x = 60 \Rightarrow L = \{60\}$$

پلار 60 کلن او زوی 30 کلن دی.

اوم:

$$4x + 2x + x = 350 \Leftrightarrow x = 50 \Rightarrow L = \{50\}$$

A په 200 €، B په 100 € او C په 50 € ادعا لري.

اتم:

$$24 = 2(b + 2b) \Leftrightarrow b = 4 \Rightarrow L = \{4\}$$

د مسطیل ضلعي(اړخونه) 8 cm او 4 cm دي.

$$(a-6)(a+5) = a^2 - 45 \Leftrightarrow a = 15 \Rightarrow L = \{15\} \quad \text{نہم:}$$

د مربع اړخ یا ضلعہ 15 cm اوږده ده.

$$\frac{1}{80}x + \frac{1}{90}x - \frac{1}{60}x = 1 \Leftrightarrow x = 144 \Rightarrow L = \{144\} \quad \text{لسم:}$$

ټانک به په 144 دقیقو کې ډک شي.

$$\frac{54}{60} \cdot 7 + \frac{9}{10}x = \frac{72}{60}x \Leftrightarrow x = 21 \Rightarrow L = \{21\} \quad \text{یولسم:}$$

دوی له 21 دقیقو وروسته سره مخامخ کیږي.

مفصل حلونه:

لومړۍ:

$$\begin{aligned} \frac{a}{x} + \frac{b}{x} &= m \mid \cdot x \\ \Leftrightarrow a+b &= mx \\ \Leftrightarrow mx &= a+b \mid : m \\ \Leftrightarrow x &= \frac{a+b}{m} \Rightarrow L = \left\{ \frac{a+b}{m} \right\}; \quad m \neq 0; \quad D = \mathbb{R}^* \end{aligned} \quad \text{الف-}$$

$$\begin{aligned} \frac{x}{a} - \frac{x}{2a} &= m \mid \cdot 2a \\ \Leftrightarrow \frac{2x}{2a} - \frac{x}{2a} &= m \mid \cdot 2a \\ \Leftrightarrow 2x - x &= 2am \\ \Leftrightarrow x &= 2am \Rightarrow L = \{2am\}; \quad D = \mathbb{R}; a \neq 0 \end{aligned} \quad \text{ب-}$$

پ -

$$\begin{aligned}
 \frac{ax}{b} - \frac{b}{ac} &= \frac{a}{bc} - \frac{bx}{a} \mid + \frac{bx}{a} + \frac{b}{ac} \\
 \Leftrightarrow \underbrace{\frac{ax}{b} + \frac{bx}{a}}_{\text{HN} = ab} &= \underbrace{\frac{a}{bc} + \frac{b}{ac}}_{\text{HN} = abc} \\
 \Leftrightarrow \frac{a^2x}{ab} + \frac{b^2x}{ab} &= \frac{a^2}{abc} + \frac{b^2}{abc} \mid \cdot ab \\
 \Leftrightarrow a^2x + b^2x &= \frac{a^2}{c} + \frac{b^2}{c} \\
 \Leftrightarrow (a^2 + b^2)x &= \frac{a^2 + b^2}{c} \mid : (a^2 + b^2) \\
 \Leftrightarrow x = \frac{1 \cancel{(a^2 + b^2)}}{c \cancel{(a^2 + b^2)}} &= \frac{1}{c} \Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{c} \right\}; \quad c \neq 0; \quad D = \mathbb{R}; a \neq 0; b \neq 0; c \neq 0
 \end{aligned}$$

ت -

$$\begin{aligned}
 \frac{x}{a-b} + \frac{x}{a+b} &= a \mid \text{HN} = (a-b)(a+b) \\
 \Leftrightarrow \frac{(a+b)x}{(a-b)(a+b)} + \frac{(a-b)x}{(a-b)(a+b)} &= \frac{a(a-b)(a+b)}{(a-b)(a+b)} \mid : (a-b)(a+b) \\
 \Leftrightarrow (a+b)x + (a-b)x &= a \underbrace{(a-b)(a+b)}_{\text{3. binomische Formel}} \\
 \Leftrightarrow x[(a+b) + (a-b)] &= a(a^2 - b^2) \\
 \Leftrightarrow x[a+b+a-b] &= a(a^2 - b^2) \\
 \Leftrightarrow 2ax &= a(a^2 - b^2) \mid : 2a \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{a^2 - b^2}{2} \Rightarrow L = \left\{ \frac{a^2 - b^2}{2} \right\};
 \end{aligned}$$

$$D = \mathbb{R}; a-b \neq 0; a+b \neq 0$$

د بینوم دریم فرمول

دویم: الف-

$$\begin{aligned}
 \frac{m-x}{a-b} - \frac{m+x}{a+b} &= 0 \mid \text{HN} = (a-b)(a+b) \\
 \Leftrightarrow \frac{(m-x)(a+b)}{(a-b)(a+b)} - \frac{(a-b)(m+x)}{(a-b)(a+b)} &= 0 \mid \cdot (a-b)(a+b) \\
 \Leftrightarrow (m-x)(a+b) - (a-b)(m+x) &= 0 \\
 \Leftrightarrow am - ax + bm - bx - [am + ax - bm - bx] &= 0 \\
 \Leftrightarrow \cancel{am} - ax + bm - \cancel{bx} - \cancel{am} - ax + bm + \cancel{bx} &= 0 \\
 \Leftrightarrow -2ax + 2bm &= 0 \\
 \Leftrightarrow 2ax &= 2bm \mid 2a \\
 \Leftrightarrow x = \frac{2bm}{2a} = \frac{bm}{a} \Rightarrow L = \left\{ \frac{bm}{a} \right\}; & \quad a \neq 0; \quad D = \mathbb{R}; a-b \neq 0; a+b \neq 0 \\
 \frac{a-x}{b-x} - \frac{a-b}{a+b} &= 0 \mid + \frac{a-b}{a+b} \\
 \Leftrightarrow \frac{a-x}{b-x} &= \frac{a-b}{a+b} \mid \cdot (b-x) \\
 \Leftrightarrow a-x &= \frac{(a-b)(b-x)}{(a+b)} \mid \cdot (a+b) \\
 \Leftrightarrow (a-x)(a+b) &= (a-b)(b-x) \\
 \Leftrightarrow a^2 - \cancel{ax} + \cancel{ab} - bx &= \cancel{ab} - \cancel{ax} - b^2 + bx \\
 \Leftrightarrow a^2 - bx &= -b^2 + bx \mid -a^2 \\
 \Leftrightarrow -bx &= -b^2 - a^2 \mid : (-2b) \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{-a^2 - b^2}{-2b} = \frac{-(a^2 + b^2)}{-2b} = \frac{a^2 + b^2}{2b} \\
 \Rightarrow L = \left\{ \frac{a^2 + b^2}{2b} \right\}; & \quad b \neq 0; \quad D = \mathbb{R} \setminus \{x = b\}; a+b \neq 0
 \end{aligned}$$

ب -

پ -

$$\frac{a+x}{b-x} - \frac{b-x}{a+x} = \frac{2a^2 - 2b^2}{\underbrace{ab - ax + bx - x^2}_{(b-x)(a+x)}} \mid \cdot (b-x)(a+x)$$

$$\Leftrightarrow (a+x)(a+x) - (b-x)(b-x) = 2a^2 - 2b^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 2ax + \cancel{x^2} - b^2 + 2bx - \cancel{x^2} = 2a^2 - 2b^2 \mid -a^2 + b^2$$

$$\Leftrightarrow 2ax + 2bx = a^2 - b^2$$

$$\Leftrightarrow (2a + 2b)x = a^2 - b^2 \mid : 2(a+b)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a^2 - b^2}{2(a+b)} = \frac{(a-b)\cancel{(a+b)}}{2\cancel{(a+b)}} = \frac{a-b}{2}$$

$$\Rightarrow L = \left\{ \frac{a-b}{2} \right\} D = \mathbb{R} \setminus \{x = -a; x = b\}; a+b \neq 0$$

ت -

$$2\left(\frac{7}{3} + 4a\right) - 4\left(-\frac{4}{3} + \frac{a}{2}\right) - 6a = 9$$

$$\Leftrightarrow \frac{14}{3} + 8a + \frac{16}{3} - 2a - 6a = 9$$

$$\Leftrightarrow 8a - 2a - 6a + \frac{14}{3} + \frac{16}{3} = 9$$

$$\Leftrightarrow 0 \cdot a + \frac{30}{3} = 9 \mid -10$$

$$L = \{ \} \Leftrightarrow 0 \cdot a = -1 \text{ تضاد. له دې لاس ته راځي } L = \{ \}$$

دریم -

درې خويندې او وروڼه گډ 21 کاله عمر لري. A دوه واره دومره عمر لري لکه B او C فقط نیم دومره عمر لري لکه B. دا خويندې وروڼه هر یو څومره عمر لري؟

ایښوونه:

درې خويندې ورنه گډ 21 کاله عمر لري:

$$A + B + C = 21 \quad (1)$$

A دوه واه ومړه عمر لري لکه B :

$$A = 2B \quad (2)$$

C فقط نيم دومره عمر لري لکه B ؛

$$C = B/2 \quad (3)$$

له دې سره دا نامعلومه اووښتونې يا متحوله B ده.

له مساوات (1) څخه لرو:

$$A = 2B \quad (2):$$

$$2B + B + \frac{B}{2} = 21$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{2}B = 21 \quad | \cdot \frac{2}{7}$$

$$\Leftrightarrow B = \frac{21 \cdot 2}{7} = 6 \Rightarrow L = \{6\}$$

له (2) او (3) څخه لاس ته راځي:

$$C = B/2 = 3: \text{ و شميرل شو: } A = 2B = 12. B = 6$$

خويندې ورونه 12 ، 6 او 3 کاله عمر لري.

څلورم –

يو د اوبو لوبښی د دوه نلونو سره پک شي. لومړی دا په لس دقيقو کې پکوي او دويم يې په ۱۵ دقيقو کې. دا به کله پک شي که دواړه نلونه په يوه وخت کې واز شي؟

ايښوونه:

لومړی ډنډ په یوه دقیقه کې $1/10$ ډکوي.

دویم نل دا لوبښی په یوه دقیقه کې $1/15$ ډکوي.

وخت په دقیقه غواړو پیدا کړو، نو اووښتونې یا متحوله x .

$$\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15}\right)x = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{30} + \frac{2}{35}\right)x = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{30}x = 1 \mid \cdot \frac{30}{5} \Leftrightarrow x = 6 \Rightarrow L = \{6\}$$

د اوبو لوبښی په 6 دقیقو کې ډکيږي.

پنځم —

یوه کیشتی د نهو کښتی کارگرو څخه په پنځه ورځو کې تشیږي. ۱۵ کسان به د همغه کار ساعتونو کې څو ورځو ته اړتیا ولري

د درې جملې له لارې حل:

۹ کارگر ۵ ورځو ته اړتیا لري

۱۵ کارگر x ورځو ته اړتیا لري

۹ کارگر ۵ ورځو ته اړتیا لري

۱ کارگر ۹ — ځله زیات وخت

۱۵ کارگر ۱۵-مه برخه وخت ته اړتیا لري. یعنې

$$x = \frac{5 \text{Tage} \cdot 9}{15} = 3 \text{Tage}$$

ورځې

کښتۍ په ۳ ورځو کې تشیري.
شپږم -

پلار او ځوی څومره عمر لري که پلار د ځوي دوه واره زیات عمر ولري او 15 کاله پخوا یې درې واره دومره عمر لاره لکه ځوي؟
ایښوونه:

پلار y کاله عمر لري او ځوي x کاله عمر.

پلار ن دوه واره دومره لوی دی لکه ځوي: $y = 2x$

۱۵ کاله د مخه پلار ۳ واره ډېر عمر لاره لکه ځوي:

$$y - 15 = 3(x - 15) \quad |$$

د y لپاره $2x$ ځای په ځای کیري

$$\Leftrightarrow 2x - 15 = 3(x - 15)$$

$$\Leftrightarrow 2x - 15 = 3x - 45 \quad | -2x + 45$$

$$\Leftrightarrow 30 = x \Leftrightarrow x = 30 \Leftrightarrow L = \{30\}$$

متحوله x د ځوی د عمر لپاره دی.

ځوی ۳۰ کلن دی، پلار ۶۰ کاله عمر لري.

اوم:

درې ملگري په گډه € 350,- سپما کړي. A دوه واره دومره لکه B او C د B نیمایي.
له دوی هر یوه څو سپما کړي؟

ردو: دا ملگري په گډه: € 350 لري .

$$A + B + C = 350 \quad (1)$$

A دوه واره دومره لکه B:

$$A = 2B \quad (2)$$

C نیم دومره لکه B :

$$C = B/2 \quad (3)$$

مساوات داسې لیکل کیږي، چې B د حل متحوله وي.

$$2B + B + \frac{B}{2} = 350$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{2}B = 350 \quad | \cdot \frac{2}{7}$$

$$\Leftrightarrow B = \frac{350 \cdot 2}{7} = 100 \Rightarrow L = \{100\}$$

$$A = 2B = 200 \text{ €}, B = 100 \text{ €}, C = B/2 = 50 \text{ €}.$$

A 200,- €، B 100,- € او C 50,- € سپما کړي دي.

اتم –

د یوه ولاړگودیز اړخونه څومره لوي دي، که چاپیری یا محیط یې 24 cm وي، او یو اړخ یې نسبت بل اړخ ته دوه واره لوی وي؟

ردو:

د یوه ولاړگودیز یا مستطیل محیط

$$U = 2a + 2b = 24$$

یو اړخ نسبت بل ته دوه واره لوی دی:

$$a = 2b$$

له دې څخه لاندې برابرونه منځ ته راتلای شي:

$$U=2a+2b \quad U=24 \quad \text{او} \quad 2=2b \quad \text{سره}$$

$$\Leftrightarrow 24 = 2 \cdot 2b + 2b$$

$$\Leftrightarrow 6b = 24 \quad | : 6$$

$$\Rightarrow b = 4 \Rightarrow L = \{4\}$$

د b اړخ 4 cm اوږد دی. د $a = 2b$ له امله د a اړخ 8 cm اوږد دی.

د ولاړ ګوډيز اړخونه 8 cm او 4 cm دي.
— نهم

د یوې څلورۍ یا مربع یو اړخ په 6 cm کوچنی کيږي او بل اړخ په 5 cm لویيږي، د منځ ته راغلي مستطیل سطحه په 45 cm^2 نسبت مربع ته کوچنی کيږي. د څلورۍ اړخونه څومره لوی دي؟

ردو:

د مربع یا څلورۍ سطحه ده:

$$A_Q = a^2$$

د ولاړ ګوډيز یا مستطیل سطحه ده:

$$A_R = ab$$

د مربع اړخ په 4 cm لنډيږي. او په ولاړ ګوډي کې باید وي:

$$a - 4$$

د مربع اړخ a په 5 cm اوږديږي او په ولاړ ګوډيز یا مستطیل کې باید 5 cm وي.

د مستطیل سطحه نسبت مربع ته په 45 cm^2 کوچنی شوې.

$$A_R = A_Q - 45$$

د حل متحوله يا اوښتونې a ده. له دې سره لاندې برابرونه ليکلی شو:

$$A_Q - 45 = (a - 6)(a + 5) \text{ mit } A_Q = a^2 \text{ wird:}$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 45 = (a - 6)(a + 5)$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 45 = a^2 + 5a - 6a - 30$$

$$\Leftrightarrow -45 = -a - 30 \quad | +a + 45$$

$$\Leftrightarrow a = 15 \Rightarrow L = \{15\}$$

دا چې د a متحوله د مربع لپاره ده، باور لري:

د مبع اړخ 15 cm دی.
لسم-

يو ټانک دوه د ننوتو نلونه A او B او يو د وتونل C لري. A ځانله ټانک په 80 min کې ډکوي، B ځانله په 90 min. C سره ځاله ټانک په 60 min کې تشيږي. دا ټانک په څومره وخت کې ډکيږي، که دريو اړه نلونه په همغه يو وخت کې په کار واچول شي يعني واز وي؟

ردو يا لیکو:

لومړی نل (A) په يوه دقيقه کې ټانک $1/80$ ډکوي

دویم نل (B) په يوه دقيقه کې ټانک $1/90$ ډکوي

دریم نل (C) په يوه دقيقه کې ټانک $1/60$ تشوي.

وخت په دقيقه غواړو بيدا کړو، چې په هغه کې ټانک ډکيږي يعني اوښتونې يا متحوله x

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{\frac{80}{\text{HN}} + \frac{1}{90} - \frac{1}{60}} \right) x &= 1 \\ \Leftrightarrow \left(\frac{9}{720} + \frac{8}{720} - \frac{12}{720} \right) x &= 1 \\ \Leftrightarrow \frac{5}{720} x &= 1 \quad | \cdot \frac{720}{5} \\ \Leftrightarrow x &= 144 \Rightarrow L = \{144\} \end{aligned}$$

دا ټانک په 144 دقیقو کې ډکېږي.
يولسم –

دوه دریوران A او B هرا ورځ کار ته په موټرو کې ځي. A په ساعت کې په منځنۍ توګه 54 km لار وهي او B 72 km . د B د روانیدو څو دقیقې روسته به دواړه موټر یوځای شي، که A 7 min د مخه خوزیدلې وي او دواړه همغه لار باید ووهي؟

ردو یا لیکو:

دا چې د دقیقو پوښتل شوي دي، مګر چېکتیا یا سرعت په km/h ورکړ شوی دی، دا به په km/Minute واړول شي:

موټر A د لاندې چېکتیا سره ځي.

$$V_A = 54/60 = 0,9 \text{ (in km/Minute)}$$

موټر B د لاندې چېکتیا سره ځي.

$$V_B = 72/60 = 1,2 \text{ (in km/Minute)}$$

غواړو د دریور B په دقیقو د تګ وخت t_B پیدا کړو

دريور A د B څخه 7 Minuten دقيقې له مخه خوزي، دا نو له دې امله اوه دقيقې زيات په لار دی يعني $t_B + 7$.

موخه ټکي ته لار د دواړو لپاره برابره ده.

A: $s_A = V_A (t_B + 7)$	د A لپاره د لار برابرون:
B: $s_B = V_B \cdot t_B$!	د B لپاره د لار برابرون:

پورته سره برابر کيږدی

د $V_A = 0,9 \frac{\text{km}}{\text{Minute}}$ او $V_B = 1,2 \frac{\text{km}}{\text{Minute}}$ سره لرو:

$$1,2 \cdot t_B = 0,9 \cdot (t_B + 7)$$

$$\Leftrightarrow 1,2 \cdot t_B = 0,9t_B + 6,3 \quad | -0,9t_B$$

$$\Leftrightarrow 0,3t_B = 6,3 \quad | : 0,3$$

$$\Leftrightarrow t_B = 21 \Rightarrow L = \{21\}$$

دا د 21 دقيقو وروسته سره يوځای کيږي

پوښتنې

کرښيز مساوات IV

کرښيز مساواتو ته گډوله پوښتنې

لومړی - دا مساوات x پسې حل کړی.

الف - $20x - 3(5x + 7) = -2(3 - x)$ ب - $5x - (8 + 9x) = 12$

پ - $(2x - 3)(x - 3) = (x - 1)(2x - 8) + 6$ ت - $6x + 5k = 4x + 9k$

ټ - $k^2x = -x + k^2 + 3$ ټ - $\frac{x}{18} - \frac{5}{2} = \frac{3x+5}{8} - 6$

دويم -

د ا مساوات x پسي حل کړی.

الف - $\frac{2x}{3} - 5 = -\frac{5x}{6} - 2$ ب - $\frac{x}{3} - 5 = \frac{x}{5} - 3$

پ - $4 - \frac{x-5}{4} = \frac{x+1}{2} - \frac{x-3}{3}$ ت - $\frac{x}{k} + kx = 5; k \neq 0$

دریم - k په واکوالی یا تابعیت کې د خوابونو تعداد و ټاکي.

الف - $3k(x - 2) + k - 2x = 3k + 2$ ب - $2(kx - 2) - 2(x - 2) = k^2 - 1$

پ - $\frac{k}{2}x + 2k + 1 = \frac{1}{2}x + 4$ ت - $2k(x - k) - (k - x) = 0$

ټ - $k^2x + 1 = 2 - x$ ټ - $\frac{kx+1}{2} - \frac{k(x-2)}{3} + \frac{x(2-3k)}{6} = 1$

څلورم - د a د کومي ټاکنې لپاره مساوات ټیک یو، هیڅ، او یا زیات حلونه لري؟

الف - $\frac{ax+2}{2} = 3x$ ب - $ax - 3 = 2x + 1$

پ - $6 - ax = 2 - (a - 3)x$ ت - $-2x + 9 + 2ax = 1 + 8a$

پنځم - د x پسې يې حل کړی: $(1-a)x = b-2$

د a او b ترمنځ به کومې اړیکې شتون ولري يا اړیکې ټينگې وي، که $x = 2$ حل وي؟

شپږم -

$2x - \frac{1}{3} = 0$	د دې ترڅنګ مساوات څخه نور مختلف مساوات(برابرونه) جوړ کړی، چې همدا حل ولري.

اوم - د یو بل پسې 5 طبيعي اعدادو جمعه(زیاتون) 460 دی. لوی عدد پیدا کړی.

اتم - د دوه یو بل پسې طبيعي اعدادو د مربعو کمون یا تفریق 55 دی. دواړه عددونه پیدا کړی.

نهم - یو دیوال کیدی شي د 54 لړیو (یو بل باندې قطار) خښتو څخه چې جگوالی یې x دی جوړیږي. یو خټګر که په 1,6 cm جګې خښتې وکاروي، نو دی فقط 45 د خښتو لړیو (یو په بل د خښتو قطارونو) ته اړ دی. د x جگوالی وشمېری.

لسم - یو شي پوښتنې پیدا کړی، چې د کرښيز مساوات په مرسته حل کيږي.

ځوابونه

کرښيز مساوات IV

کرښيز مساواتو ګډوله پوښتنو ته ځوابونه

نتیجې

لومړی -

الف - $20x - 3(5x + 7) = -2(3 - x) \Rightarrow x = 5$

$$5x - (8 + 9x) = 12 \Rightarrow x = -5 \quad \text{ب۔}$$

$$(2x - 3)(x - 3) = (x - 1)(2x - 8) + 6 \Rightarrow x = 5 \quad \text{پ۔}$$

$$6x + 5k = 4x + 9k \Rightarrow x = 2k \quad \text{ت۔}$$

$$k^2x = -x + k^2 + 3 \Rightarrow x = \frac{k^2 + 3}{k^2 + 1} \quad \text{ث۔}$$

$$\frac{x}{18} - \frac{5}{2} = \frac{3x + 5}{8} - 6 \Rightarrow x = 9 \quad \text{ث۔}$$

دویم۔

$$\frac{2x}{3} - 5 = -\frac{5x}{6} - 2 \Rightarrow x = 2 \quad \text{الف۔}$$

$$\frac{x}{3} - 5 = \frac{x}{5} - 3 \Rightarrow x = 15 \quad \text{ب۔}$$

$$4 - \frac{x - 5}{4} = \frac{x + 1}{2} - \frac{x - 3}{3} \Rightarrow x = 9 \quad \text{پ۔}$$

$$\frac{x}{k} + kx = 5; k \neq 0 \Rightarrow x = \frac{5k}{k^2 + 1} \quad \text{ت۔}$$

دریم۔

$$3k(x - 2) + k - 2x = 3k + 2 \Rightarrow x = \frac{8k + 2}{3k - 2} \quad \text{الف۔}$$

لپارہ $k = \frac{2}{3}$ د لپارہ او د $k \neq \frac{2}{3}$ د لپارہ حل نہ شته۔

$$2(kx - 2) - 2(x - 2) = k^2 - 1 \Rightarrow x = \frac{k + 1}{2} \quad \text{ب۔}$$

لپارہ او د لپارہ حل نہ شته۔

$$\frac{k}{2}x + 2k + 1 = \frac{1}{2}x + 4 \Rightarrow x = \frac{6 - 4k}{k - 1} \quad \text{پ۔}$$

لپارہ او د لپارہ حل نہ شته۔

$$2k(x - k) - (k - x) = 0 \Rightarrow x = k \quad \text{ت۔}$$

لپارہ او د لپارہ حل نہ شته۔

ب- $k^2x + 1 = 2 - x \Rightarrow x = \frac{1}{k^2 + 1}$ für $k \in \mathbb{R}$ د لپاره او د لپاره حل نه شته.

ث- $\frac{kx+1}{2} - \frac{k(x-2)}{3} + \frac{x(2-3k)}{6} = 1 \Rightarrow x = \frac{4k-3}{2k-2}$ د $k \neq 1$ لپاره او د $k=1$ لپاره حل نه شته.

څلورم -

الف - $\frac{ax+2}{2} = 3x \Rightarrow x = -\frac{2}{a-6}$ له دې لاس ته راځي، چې ټیک یو حل د $a \in \mathbb{R} \setminus \{6\}$ لپاره او د $a=6$ لپاره حل نه شته.

ب- $ax - 3 = 2x + 1 \Rightarrow x = \frac{4}{a-2}$ له دې لاس ته راځي ټیک یو حل د $a \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ لپاره او د $a=2$ لپاره حل نه شته.

پ- $a \in \mathbb{R} \quad 6 - ax = 2 - (a-3)x \Rightarrow x = \frac{4}{3}$ لپاره .
ت- $-2x + 9 + ax = 1 + 8a$ له دې لاس ته راځي، چې د $x=4$ لپاره ټیک یو حل او ناپای ډېر حلونه د $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ لپاره $a=1$.

پنځم - $x = \frac{b-2}{1-a}$ د $a \neq 1$ لپاره د $x=2$ لپاره لاس ته راځي
 $2 = \frac{b-2}{1-a} \Leftrightarrow 2(1-a) = b-2 \Rightarrow a = 2 - \frac{b}{2}$
شپږم - $\left(2x - \frac{1}{3}\right)a = 0$ د $a \neq 0$ لپاره .

$$x + (x+1) + (x+2) + (x+3) + (x+4) = 460 \Leftrightarrow 5x + 10 = 460 \Rightarrow x = 90$$

$$\Rightarrow x + 4 = 94$$

اوم -

$$n+1 = 28 \text{ اتم - } (n+1)^2 - n^2 = 55 \Rightarrow n = 27$$

$$54x = 45(x+1,6) \Rightarrow x = 8 \text{ نههم -}$$

لسم -

بېلگه:

- په کوم صفرواټن کې یا صفر لار کې موټر له گاډۍ ارزان دی؟

- د صفر لار او مصرف کېدې شي په یوه کرښیزو اړیکو کې یو بل سره راشي.

- کرښیز Abschreibung یا د برېښنا لگښت.

پوښتنې

V کرښیز مساوات

په جملو او شي پوښتنې

لومړۍ - لاندې مساوات حل کړۍ او د حل سټ (ډېری) یې وټاکۍ.

$$20(a+6b) + 24(40-2a-5b) + 7(4a) - 960 = 0 \text{ الف -}$$

$$2(1+r) - (1+2r) + 1 = 0 \text{ ب -}$$

دویم - د تعریف سټ (-ورشو) او حل سټ (حل ډېری) وټاکۍ.

$$\frac{2k}{k+4} [4+k(4+k)] + \frac{k}{4} (-4-8k) = \frac{4k-k^2}{k+4}$$

$$\sqrt{-2x} = -1; x < 0 \text{ دریم - مساوات ورکړ شوي دي:}$$

دریا لاندې د حل لار وړاندې کوي: مربع کړۍ:

$$\Rightarrow -2x = 1 \Leftrightarrow x = -0,5$$

خپل موقف دې ته څرگند کړه.

څلورم - مساوات $5x=x; G=R$ ورکړ شوي دي.لاروی حل کوي: $5x = x \mid x \Leftrightarrow 5=1$ وینا ناتیګ ده.

لاروی کره کوي: مساوات حل نه لري. ناتیګاوی چې رته غلی دی؟ د دې لپاره مو مقف

روښانه کړ.

پنځم – د پمپ A سره ډنډ په يوه ساعت کې ډکيري. د پمپ B سره په دوه ساعته کې، بمپ C سره په درې ساعته او پمپ D سره په څلور ساعته کې. که ټول نلونه يو ځای واز شي، نو دا ډنډ به په څومره وخت کې ډک شي؟

شپږم – په يوه ولاړکوډيز (مستطيل) کې يو اړخ (ضلع) له بل اړخ (ضلع) 10 m اوږد دی. اوږد اړخ په 25 m او لنډ اړخ په 15 m لنډيږي. له دې سره د مستطيل سطحه په 1000 m^2 کوچنۍ کيږي. دا لومړی مستطيل څومره لوی وو؟
اوم – يو انتيکپلورونکی په درې روځو کې $1/4$; $1/8$ همداسې $1/3$ ممکنه خرڅلاو کړی دی. د بازار پای کې د $€ 875$ پيسو مال ورسره پاتې کيږي. که چېرې ټول مال يې خرڅ شوی وي، نو

ده به د څومره پيسو مال خرڅ کړی وي؟
اتم – يوه کوڅه اوږده ده. دا د يوه پيچومي (جگوالي)، يوه ونوکوڅي او يوه پله څخه جوړه ده. د ونو کوڅه پنځه ځله او پيچومي 14,5 ځله دومره اوږد دی لکه پل. پل څومره اوږد دی؟

نهم – يو درېگودي (مثلث) 43 cm محيط (چاپېری) لري. د b اړخ 2 cm اوږد دی نسبت د a اړخ ته او د c اړخ نسبت د b اړخ ته 12 cm اوږد دی. هر اړخ (هره ضلع) څومره اوږد دی؟

لسم – يوه ولاړکوډيز يا مستطيل ډوله کوټه د نامعلوم اوږدوالي a سره يوه د 10 m سروره b لري. که a او b په 1 m لنډ شي، نو د متطيل سطحه به 15 m^2 کمه شي. د a اوږدوالی څومره دی؟

ځوابونه

کرښيز مساوات V

نتیجې

لومړۍ –

$$20(a+6b)+24(40-2a-5b)+7(4a)-960=0 \Rightarrow L=\mathbb{R} \quad \text{الف}$$

$$2(1+r)-(1+2r)+1=0 \Rightarrow L=\emptyset \quad \text{ب}$$

دویم – تعریف ست (-ډېری) : $D=\{-4\}$ حلډېری : $L=\mathbb{R}$

415 1. 7- کرښيز مساوات

دریم - $L = \emptyset$ ځکه چې د ریښې نتیجه تل مثبت (زیاتیزه) ده مربع کونه ورته بڼه بدلون نه دی.

$$5x = x \Leftrightarrow 5x - x = 0 \Leftrightarrow x(5 - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

څلورم - $x = 0$ حل دی. په x وېشنه هلته ممکنه ده چې $x \neq 0$ وي.

پنځم -

$$x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x = 60 \Rightarrow x = 28,8 \text{ min}$$

شپږم -

$$x(x + 10) - 1000 = (x - 15)^2 \Rightarrow x = 30,625 \text{ m} \Rightarrow A = 1244,14 \text{ m}^2$$

$$\frac{1}{8}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{3}x + 875 = x \Rightarrow x = 3000$$

اوم -

اتم -

$$14,5x + 5x + x = 984 \Leftrightarrow x = 48 \Rightarrow L = \{48\}$$

پول 48 m اوږد دی.

نهم -

$$a + (a + 2) + (a + 2 + 12) = 43 \Leftrightarrow a = 9 \Rightarrow L = \{9\}$$

د مثلث اړخونه 9cm, 11 cm او 23 cm اوږده دي.

لسم -

$$a \cdot 10 = (a - 1)(10 - 1) + 15 \Leftrightarrow a = 6 \Rightarrow L = \{6\}$$

د a اړخ یا ضلع 6 m دی.

پوښتنې

I کرښيز نامساوات

ګډوله او شي ډوله پوښتنې

لومړۍ - لاندې نامساوات حل کړی.

$$\text{الف - لاندې نامساوات حل کړئ} \quad \frac{2-x}{3} + 5 \geq \frac{x}{2} \quad \text{ب - } -\frac{1}{2}(x-6) < 6 \quad \text{پ - } 3(x-3) \geq 5\left(1-\frac{x}{2}\right)$$

دویم - لاندې نامساوات حل کړئ

$$\text{الف - } \frac{1}{3}x - 5 \leq \frac{1}{4}x + 3 \quad \text{ب - } \frac{1}{2}(x-5) > 0 \quad \text{پ - } 2x + \frac{5}{2} < -(3+4x) - 3$$

دریم - لاندې نامساوات حل کړئ

$$\text{الف - } \frac{x}{5} + 3 \geq \frac{x}{2} \quad \text{ب - } -3 < 2(x-2) < 5 \quad \text{پ - } x \cdot e - x > 100$$

څلورم - لاندې نامساوات حل کړئ

$$\text{الف - } \frac{2x-3}{2} - \frac{1}{4}(3x-5) \leq -1 \quad \text{ب - } 3(1-2x) - 2 > 2(x-3) - (3x+5)$$

پنځم - لاندې نامساوات حل کړئ

$$\text{الف - } 4 - \frac{2x}{3} \geq \frac{x}{4} \quad \text{ب - } \frac{3}{4}(2x-4) + \frac{3}{2}x - 4 < 5(1-x) - 2x - 6$$

شپږم - د a په واکوالي (تابعیت) کې ځوابونه وټاکئ.

$$\text{الف - } ax + 3 < 7 - a \quad \text{ب - } a(x-3) > 2x \quad \text{پ - } a - 4(x-2) < 2(a-3)$$

اوم - بیمه A هغه 90% تاوان ورکوي، چې په 300 € کم شوی، د بیمه B بیمه 85% تاوان په غاړه اخلي چې په 200 € کم شوی وي. د برابري کلنۍ جایزې سره د بیمه څومره ارزانه ده؟

$$\text{اتم - یو زده کوونکی نامساوات} \quad \frac{1+x}{-2} > 1 \quad \text{په لاندې ډول حل کوي:}$$

$$-3 < x \Leftrightarrow x > -2 \quad \text{د } x = -1 \text{ سره ازماښت یوه ناتیګ وینا ورکوي. ناتیګاوی چېرته پروت دی؟}$$

$$\text{نهم - د کوم مثبت } x \text{ - ارزښت لپاره } \frac{2x+1}{x} < 2,001? \text{ باور لري؟}$$

لسم - ترم $K = 0,85x + 24$ د یوه جنس د x دانو یا ټوټو تولید قیمت راکوي. خرڅلاو یې د مساوات $E = 1,45x$ سره شمېرل کیږي. د کوم ټوټه تعداد د خرڅلاو سره فیږما ګټه کوي؟

یولسم - د برېښنا پلورونکي A د x kWh لپاره میاشتني مصارف په € کېدې شي د $K_A(x) = 0,195x + 21,35$ له لارې کېدې شي وشمېرل شي، د B پلورونکي د

$K_B(x) = 0,265x + 18,45$ مساوات له لارې شمېرل کيږي. د کوم مصرف لپاره د برېښنا پلورونکی ارزانه دی؟

خوابونه

I کرښيز نامساوات

نتیجې

لومړۍ -

$$\text{الف - } -\infty < x \leq \frac{34}{5} \quad \text{ب - } -6 < x < \infty \quad \text{پ - } x \geq \frac{28}{11}$$

دویم -

$$\text{الف - } -\infty < x \leq 96 \quad \text{ب - } 5 < x < \infty \quad \text{پ - } -\infty < x < -\frac{17}{12}$$

دریم -

$$\text{الف - } -\infty < x \leq 10 \quad \text{ب - } \frac{1}{2} < x < \frac{9}{2} \quad \text{پ - } \frac{100}{e-1} < x < \infty$$

څلورم -

$$\text{الف - } -\infty < x < \frac{12}{5} \quad \text{ب - } -\infty < x \leq -3$$

پنځم -

$$\text{الف - } -\infty < x < \frac{3}{5} \quad \text{ب - } -\infty < x \leq \frac{48}{11}$$

شپږم -

الف -

$$L = \mathbb{R} \text{ für } a = 0$$

$$\text{د } a > 0 \text{ لپاره } -\infty < x < \frac{4-a}{a} \quad \text{د } a < 0 \text{ لپاره } \frac{4-a}{a} < x < \infty$$

$$L=R \text{ د } a=0 \text{ لپاره}$$

ب -

$$x > \frac{3a}{a-2} \text{ د } a > 2 \text{ لپاره} \quad x < \frac{3a}{a-2} \text{ د } a < 0 \text{ لپاره} \quad \text{د } a=2 \text{ لپاره حل نه شته}$$

$$x > -\frac{a}{4} + \frac{7}{2} \text{ د } a \in \mathbb{R} \text{ لپاره} \quad \text{پ -}$$

اوم - د زیان جمعه x:

$$0,9(x-300) < 0,85(x-200) \Rightarrow x < 2000$$

B د یوه زیان تر 2000 € پورې ښه دی.

$$1+x < -2 \Rightarrow L = \{x \mid -\infty < x < -3\}_{\mathbb{R}} \text{ اتم - دا باید وي}$$

د 2- سره ضرب دا د نامساوات نخښه گرځوي یا په څت کوي

$$x > 1000 \vee x < 0 \quad \text{نهم -}$$

$$G = E - K \Leftrightarrow 1,45x - 0,85x - 24 > 0 \Leftrightarrow x > 40 \quad \text{لسم - ایښونه:}$$

له $x > 40$ وروسته فیما گټه کړی شي

یولسم - تر 41,4 kWh B ارزان دی.

1.8 مات – يا کسري مساوات

د کسري مساواتو حلونه

کسري مساوات ټيک همدا سي لکه کرښيز مساوات د ښه بدلون له لارې حل کيږي. مگر لومړی له هر څه بايد تعريف ورشو وټاکل شي. بنسټ دې - که ښه نه وي ورکړ شوي- IR وي. تعريف ورشو د متحولي ارزښتونه په بر کې لري، د کومو لپاره چې مساوات

اعتبار لري. د تعريف ورشو د ټاکلو لپاره دې توپير وشي، چې د کوم ارزښت لپاره مخرج (ماتلاندي) صفر کيږي. ټيک همدا ارزښتونه تعريف ورشو پورې اړه نه لري.

$$\frac{4+x}{x-2} = 6 \Rightarrow \text{بيلگه:}$$

له دې لاس ته راځي تعريف ورشو: $D=R \setminus \{2\}$ ، ځکه چې په صفر سره وېشنه اجازه نه لري.

بيلگه:

$$\begin{aligned} \frac{4+x}{x-2} &= 6 & | \cdot (x-2) \\ \Leftrightarrow 4+x &= 6 \cdot (x-2) \\ \Leftrightarrow 4+x &= 6x-12 & | -6x \\ \Leftrightarrow 4-5x &= -12 & | -4 \\ \Leftrightarrow -5x &= -16 & | : (-5) \\ \Leftrightarrow x &= \frac{16}{5} & \text{da } x \in D \Rightarrow L = \underline{\underline{\left\{ \frac{16}{5} \right\}}} \end{aligned}$$

بیلگه: ځکه چې د $x = -3$ لپاره لومړی مخرج صفر کیږي، د $x = 1$ لپاره دویم مخرج صفر کیږي.

اصلي مخرج $(x+3)(x-1)$

$$\begin{aligned} \frac{5(x-1)}{(x+3)(x-1)} + \frac{1(x+3)}{(x+3)(x-1)} &= 0 && | \cdot (x+3)(x-1) \\ \Leftrightarrow 5(x-1) + (x+3) &= 0 \\ \Leftrightarrow 5x - 5 + x + 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow 6x - 2 &= 0 && | +2 \\ \Leftrightarrow 6x &= 2 && | :6 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{2}{6} = \frac{1}{3} && \text{da } x \in D \Rightarrow L = \underline{\underline{\left\{ \frac{1}{3} \right\}}} \end{aligned}$$

بیلگه: $\frac{x}{x+1} + \frac{4}{x-1} = \frac{x}{x-1} \quad D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$
 اصلي مخرج $(x+1)(x-1)$

$$\begin{aligned} \frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)} + \frac{4(x+1)}{(x-1)(x+1)} &= \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} && | \cdot (x-1)(x+1) \\ \Leftrightarrow x^2 - x + 4x + 4 &= x^2 + x \\ \Leftrightarrow 3x + 4 &= x && -x \\ \Leftrightarrow 2x + 4 &= 0 && | -4 \\ \Leftrightarrow 2x &= -4 && | :2 \\ \Leftrightarrow x &= -2 && \text{da } x \in D \Rightarrow L = \underline{\underline{\{-2\}}} \end{aligned}$$

وروسته له دې چې دواړه مساوات په اصلي مخرج راوړل شوي دي، نو په پای کې د اصلي مخرج سره ضرب مو دې ته بیايي، چې نور نو کسرونه نه لرو.

بیلگه:

$$\frac{a-x}{b-x} - \frac{a-b}{a+b} = 0 \quad D = \mathbb{R} \setminus \{x=b\}; a+b \neq 0$$

اصلي مخرج: $(b-x)(a+b)$

$$\begin{aligned} \frac{(a-x)(a+b)}{(b-x)(a+b)} - \frac{(a-b)(b-x)}{(a+b)(b-x)} &= 0 \quad | \cdot (b-x)(a+b) \\ \Leftrightarrow (a-x)(a+b) - (a-b)(b-x) &= 0 \\ \Leftrightarrow a^2 + ab - ax - bx - [ab - ax - b^2 + bx] &= 0 \\ \Leftrightarrow a^2 + \cancel{ab} - \cancel{ax} - bx - \cancel{ab} + \cancel{ax} + b^2 - bx &= 0 \\ \Leftrightarrow a^2 - 2bx + b^2 &= 0 \quad | -a^2 - b^2 \\ \Leftrightarrow -2bx &= -a^2 - b^2 \quad | : (-2b) \\ \Leftrightarrow x &= \frac{a^2 + b^2}{2b} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow L = \left\{ \frac{a^2 + b^2}{2b} \right\}; b \neq 0$$

که بنی اړخ فقط له ارزښت صفر څخه جوړ وي، نو کینه لور په اصلي مخرج راوړو. دلته مو هم د اصلي مخرج سره ضربونه دي ته بیايي، چې نور نو کسرونه نه لرو. مگر دا دي په پام کې نیول شوي وي، چې ماتکرېنه په نوکانو کې ولیکل شي. که د کسر وړاندې یوه منفي یا کمیزه نڅېنه شتون ولري، نو د کسرونو د له منځه تللي سره دي د صورت ترم د منفي نوکانو یا قوسونو سره ولیکل شي. د معکوس ارزښتجوړلو سره چلول:

$\frac{2}{x+1} = \frac{4}{x-2} \quad $ د معکوس ارزښت جوړول $D = \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$ $\Leftrightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{x-2}{4} \quad HN = 4$	په ځنو حالتونو کېدی شي د معکوس ارزښت جوړولو له لارې شمېرنه ساده شي.

$\Leftrightarrow \frac{2x+2}{4} = \frac{x-2}{4} \mid \cdot 4$ $\Leftrightarrow 2x+2 = x-2 \Leftrightarrow x = -4 \Rightarrow L = \{-4\} \in D$ $\frac{4}{x+2} = \frac{3}{5x-4} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{-2; \frac{4}{5}\right\}$ $\frac{4}{x+2} = \frac{3}{5x-4}$ رډېدل يا اټيران ضرب $\Leftrightarrow 4(5x-4) = 3(x+2)$ $\Leftrightarrow 20x - 16 = 3x + 6 \mid -3x + 16$ $\Leftrightarrow 17x = 22 \mid 17 \Leftrightarrow x = \frac{22}{17}$ $\Rightarrow L = \left\{\frac{22}{17}\right\}$ $\frac{2}{x+1} = \frac{4}{x-2} \Leftrightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{x-2}{4}$	دا په ځانگړې توگه هلته باورلري، چې د کسرونو صورتونه يا ماتېاندي له اعدادو جوړ وي رډېدل ضرب سره چلول: ضرب کيدی شي د اټيران نخښې – يا رډېدل ضرب سره هم لنډ شي. له دې سره د لومړي کسر مخرج د د دويم کسر له صورت سره ضربېږي او همداسې د دويم کسر مخرج د لومړي مسر د صورت سره ضربېږي. ضرب کيدی شي د اټيران نخښې – يا رډېدل ضرب سره هم لنډ شي. دا مگر ټيک هلته شونې دی، که کسري مساوات دا په څنگ کې لرلي بڼه ولري

د معکوس ارزښت جوړولو لپاره ساده بڼونه:

غوښتنه(ثبوت): بڼونه د ساده ورته بڼه بدلون له لارې صورت نیسي.

$$\frac{2}{x+1} = \frac{4}{x-2} \mid \cdot (x+1) \Leftrightarrow 2 = \frac{4(x+1)}{x-2} \mid \cdot (x-2)$$

$$\Leftrightarrow 2(x-2) = 4(x+1) \mid : 8 \Leftrightarrow \frac{1}{4}(x-2) = \frac{1}{2}(x+1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-2}{4} = \frac{x+1}{2} \Leftrightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{x-2}{4} \mid$$

څه مو چې بڼول.

$$\frac{1}{x} + \frac{2}{x-2} = 0 \Rightarrow \text{بیلگه:}$$

تعريفوړشو: $D = \mathbb{R} \setminus \{0, 2\}$

$$\frac{1}{x} + \frac{2}{x-2} = 0 \mid -\frac{2}{x-2} \Leftrightarrow \frac{1}{x} = -\frac{2}{x-2} \mid$$

د معکوس ارزښت جوړونه

$$\Leftrightarrow x = -\frac{x-2}{2} \mid \cdot 2 \Leftrightarrow 2x = -(x-2) \Leftrightarrow 2x = -x+2 \mid +x$$

$$\Leftrightarrow 3x = 2 \mid : 3 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \text{ da } x \in D \Rightarrow \underline{\underline{L = \left\{ \frac{2}{3} \right\}}}}$$

بیلگه: تعريفوړشو: $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$

اصلي مخرج: $x+3$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3} = \frac{(x-2)(x+3)}{x+3} \mid \cdot (x+3)$$

$$\Leftrightarrow x^2+4x+3 = x^2+3x-2x-6 \Leftrightarrow x^2+4x+3 = x^2+x-6 \mid -x^2$$

$$\Leftrightarrow 4x+3 = x-6 \mid -x \Leftrightarrow 3x+3 = -6 \mid -3$$

$$\Leftrightarrow 3x = -9 \mid : 3 \Leftrightarrow x = -3 \text{ da } x \notin D \Rightarrow \underline{\underline{L = \{ \}}}$$

دا بیلگه ښايي، چې د تعريفوړشو ټاکل څومره غوره يا مهم دي. ورته ښه بدلون مو په حقيقت کې يوې نتيجه ته بيايي، مگر وتون مساوات د دې ارزښت لپاره تعريف نه دی.

$$\frac{x^2}{x^2-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{1-2x}{1-x^2} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$$

بیلگه:

$$\frac{1-2x}{1-x^2} = -\frac{1-2x}{x^2-1} = \frac{2x-1}{x^2-1}$$

چلول:

له دې سره اصلي مخرج دی: $x^2-1=(x+1)(x-1)$ د بينوم ۳-مه جمله

$$\begin{aligned}
 &\Leftrightarrow \frac{x^2}{x^2-1} - \frac{(x-1)(x-1)}{\underbrace{(x+1)(x-1)}_{x^2-1}} = \frac{2x-1}{x^2-1} \cdot (x^2-1) \\
 &\Leftrightarrow x^2 - \underbrace{(x-1)(x-1)}_{\text{2. binomische Formel}} = 2x-1 \Leftrightarrow x^2 - (x^2 - 2x + 1) = 2x-1 \\
 &\Leftrightarrow x^2 - x^2 + 2x - 1 = 2x-1 \Leftrightarrow 2x-1 = 2x-1
 \end{aligned}$$

دا مساوات د هر $x \in D$ لپاره پوره دی، له دې لاس ته راځي يا

$$\Rightarrow L = D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$$

دا مساوات ناپای ډیر حلونه يا ځوابونه لري، ځکه چې مساواتشرایط د هر x لپاره پوره دي.
تعریف سټ ته یادونه :

تعریف ورشو د متحولې x ټول ارزښتونه خوندي لري، د هغو لپاره چې مساوات باور لري. دا چې د یوه مات مخرج باید صفر نه وي، باید د تعریفورشو يا -ډېری د ټاکلو لپاره و ځنډېږل شي، چې د متحولې x د کوم ارزښت لپاره مخرج صفر کیږي.

د مات-یا کسر مساواتو د تعریفورشو لپاره بېلگې

بیلگه ۱ :

$$\frac{2}{x} + 7 = 3 \quad \text{له دې لاس ته راځي:} \quad D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

د متحولې x د ټول ارزښتونو پاره مات مساوات باور لري، پرته له صفر.

بیلگه ۲ :

$$\frac{3}{x-7} = 2 \quad \text{له دې لاس ته راځي:} \quad D = \mathbb{R} \setminus \{7\} \quad , \quad x-7=0 \Leftrightarrow x=7$$

مات مساوات د متحولې د ټول x ارزښتونو لپاره باور لري، پرته له ۷ څخه.

خکه چي د $x = 7$ لپاره مخرج صفر کيږي.

بېلگه ۳:

$$\frac{4}{x+2} + \frac{3}{5x-4} = 1$$

له دې لاس ته راځي: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-2; \frac{4}{5}\right\}$,

خکه چي $5x - 4 = 0 \mid +4 \Leftrightarrow 5x = 4 \mid :5 \Leftrightarrow x = \frac{4}{5}$ او $x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$

په اول کسر کې د $x = -2$ لپاره مخرج صفر کيږي.

په دويمه کسر کې د $x = 4/5$ لپاره مخرج صفر دی.

د يوې لورو بلي ته ورلو له امله چلول

$$\frac{4}{x+2} = \frac{3}{5x-4} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{-2; \frac{4}{5}\right\}$$

$$\Leftrightarrow 4(5x-4) = 3(x+2)$$

د رد بدلولو له لارې ضرب

$$\Leftrightarrow 20x - 16 = 3x + 6 \mid -3x + 16 \Leftrightarrow 17x = 22 \mid :17 \Leftrightarrow x = \frac{22}{17} \Rightarrow L = \left\{\frac{22}{17}\right\}$$

پوښتنې

کسر - يا ماتشمېرنه I دا دې له پورته سره بدل شي

لومړۍ -

تعريف ورشو وټاکي او مساوات حل کړي

الف - $\frac{2}{x} + 3 = \frac{5}{2}$ ب - $\frac{2}{3x-4} - \frac{1}{20} = \frac{5}{6x-8}$ پ - $\frac{2}{x-1} - \frac{4}{x+1} = \frac{1}{x-1}$

ت - $\frac{2+x}{x-1} = \frac{3+2x}{x+1} - 1$ ټ - $\frac{x^2+4x+3}{x+3} = x-2$ ث - $\frac{-3x+6}{2x-4} + \frac{x}{x-2} = -\frac{7}{6}$

$$\frac{32}{8x+16} = \frac{5x}{2x+4} \quad \text{ج.} \quad \frac{4}{x-1} + \frac{1}{5} = \frac{3}{1-x} + \frac{8}{5} \quad \text{چ.} \quad x + \frac{2x}{x-1} = 0 \quad \text{ح.}$$

دويم -

تعريفدېرئ وټاکي او مساوات حل کړي:

$$\frac{5x-5}{x+1} + 2 = \frac{6x-3}{2x-1} + 4 \quad \text{ب.} \quad \frac{x^2}{x^2-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{1-2x}{1-x^2} \quad \text{الف.}$$

$$\frac{3-x}{x+1} - 4 = 0 \quad \text{ت.} \quad \frac{x}{x-2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2x-4} \quad \text{پ.}$$

$$3u^2 + 6u = \frac{4}{3} + \frac{8}{3u} \quad \text{ث.} \quad \frac{1}{x} + \frac{2}{x-2} = 0 \quad \text{ټ.}$$

دريم -

لاندې غوښتنې يا ثبوتونه و ازمایي؟

$$\frac{2x^2 + 4x - 30}{2x - 6} = x + 5 \quad \text{د ټولو } x \in \mathbb{R} \text{ لپارمڅلورم -}$$

تعريف ورشو وټاکي او مساوات حل کړي

$$ux + (u+3)\frac{u}{u-3} = -u \quad \text{ب.} \quad 2x + (4-2u)\frac{u+3}{u-1} = -2u + 6 \quad \text{الف.}$$

پنځم -

و بنایي:

$$(a+1)^{-1} = a^{-1} + 1; a \in \mathbb{D} \quad \text{کوم حل نه لري. شپږم -}$$

مساوات سیستمونه حل کړي

$$\text{I: } \frac{3}{x-23} = \frac{-2}{y+2} \quad \text{II: } \frac{x-4}{y+2} = \frac{x-2}{y+5}$$

اوم -

يوه کوچنی لاری يو 405 m^3 بار زخیري ته په x واره کې وړي، يوه لویه لاری د دې لپاره ۹ واره کم تگ کې دا بار وړي. دواړه لاری دا بار په هر یو 20 واره کې وړي .

هره يوه ځانله به دا بار په څو تلو کې يوسي او د هرې لارې کاپڅېتې يا خونديونه به څومره وي؟

اتم -

کوم پېداېښتي يا طبيعي گڼ(گڼونه) يا عددونه کېدې شي د $2/5$ مخرج يا ماتلاندې ته ورزيات کړي او په همغه وخت کې يې له صورت يا ماتېاندې څخه کم کړي چې 2- لاس ته ترې راوړي؟

نهم -

$$\frac{6-2x}{x^2-9} = \frac{3}{2} \quad | \text{ مساوات يا برابرېون ورکړ شوی.}$$

الف - تعريف ورشو او حل ورشو وټاکي

ب - $3/2$ په داسې يو بل عدد بدل کړي، چې دا ناتغير شوی مساوات حل $x = -1$ ولري.

نتيجه:

لومړی:

$$\frac{2}{x} + 3 = \frac{5}{2} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad L = \{-4\} \quad \text{الف -}$$

$$\frac{2}{3x-4} - \frac{1}{20} = \frac{5}{6x-8} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{4}{3}\right\} \quad L = \{-2\} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{2}{x-1} - \frac{4}{x+1} = \frac{1}{x-1} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\} \quad L = \left\{\frac{5}{3}\right\} \quad \text{پ -}$$

$$\frac{2+x}{x-1} = \frac{3+2x}{x+1} - 1 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\} \quad L = \{-2\} \quad \text{ت -}$$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3} = x-2 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-3\} \quad L = \{\} \quad \text{ټ -}$$

$$\frac{-3x+6}{2x-4} + \frac{x}{x-2} = -\frac{7}{6} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{2\} \quad L = \{-1\} \quad \text{ث -}$$

$$\frac{4}{x-1} + \frac{1}{5} = \frac{3}{1-x} + \frac{8}{5} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\} \quad L = \{6\} \quad \text{ج -}$$

ج - $x + \frac{2x}{x-1} = 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\} \quad L = \{-1; 0\}$ - خ

ج - $\frac{32}{8x+16} = \frac{5x}{2x+4} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-2\} \quad L = \left\{\frac{8}{5}\right\}$

دويم: الف - $\frac{x^2}{x^2-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{1-2x}{1-x^2} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\} \quad L = D$

ب - $\frac{5x-5}{x+1} + 2 = \frac{6x-3}{2x-1} + 4 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{-1; \frac{1}{2}\right\} \quad L = \{\}$

پ - $\frac{x}{x-2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2x-4} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{2\} \quad L = \{1\}$

ت - $\frac{3-x}{x+1} - 4 = 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1\} \quad L = \left\{-\frac{1}{5}\right\}$

ټ - $\frac{1}{x} + \frac{2}{x-2} = 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0; 2\} \quad L = \left\{\frac{2}{3}\right\}$

ث - $3u^2 + 6u = \frac{4}{3} + \frac{8}{3u} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0\} = \mathbb{R}^* \quad L = \left\{\pm \frac{2}{3}; -2\right\}$ - دريم

غوښتنه ناتيک ده، رښتيا وينا د ټولو $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$ لپاره.

څلورم: الف - $2x + (4-2u)\frac{u+3}{u-1} = -2u+6 \Rightarrow x = \frac{5u-9}{u-1} \text{ für } u \neq 1$

ب - $ux + (u+3)\frac{u}{u-3} = -u \Rightarrow x = -\frac{2u}{u-3} \text{ für } u \neq 3$

پنځم -

$\frac{1}{a+1} = \frac{1}{a} + 1 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0; -1\}$ $a^2 + a + 1 = 0 \Rightarrow$	له بني بدلون لرو لاس ته راځي، چي د ديسکريمينانت $D < 0$ له امله حل نه شته

شپږم-

بڼه بدلون راکوي:

$$3y + 2x = 40 \wedge -2y + 3x = 16 \Rightarrow L = \left\{ \frac{128}{13}, \frac{88}{13} \right\}$$

اوم –

کوچنی لاری 45 واره تلنې ته اړتیا لري او 9 m^3 د خوندیونې توان لري یا ډکی لري.

لویه لاری 36 واره تلنې ته اړتیا لري او د $11,25 \text{ m}^3$ خوندیونې توان لري. اتم –

طبیعی گڼ یا عدد $n = 12$ دی.

نهم:

$$D = \mathbb{R} \setminus \{ \pm 3 \}; x = -\frac{13}{3} (x = 3 \notin D) \text{ الف-}$$

ب - $x = -1$ خای په خای کول ډښی اړخ لپاره 1- ورکوي.

مفصل حلونه:

لومړی:

الف-

$$\frac{2}{x} + 3 = \frac{5}{2} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\frac{2}{x} + 3 = \frac{5}{2} \mid -3 \Leftrightarrow \frac{5}{2} - \frac{6}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{x} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2 \cdot 2 = -x \Leftrightarrow x = -4$$

$$\text{da } x \in D \Rightarrow \underline{\underline{L = \{-4\}}}$$

ب –

$$\frac{2}{3x-4} - \frac{1}{20} = \frac{5}{6x-8} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{4}{3} \right\}$$

$$3x-4=0 \Leftrightarrow 3x=4 \Leftrightarrow x=\frac{4}{3} \quad \text{خکه چي}$$

$$6x-8=0 \Leftrightarrow 6x=8 \Leftrightarrow x=\frac{8}{6} \Leftrightarrow x=\frac{4}{3}$$

چلول: د دريم کسر له مخرج څخه 2 له نوکانو وباسی

$$\begin{aligned} \frac{2}{3x-4} - \frac{1}{20} &= \frac{5}{2(3x-4)} \quad | \cdot 2 \Leftrightarrow \frac{4}{3x-4} - \frac{1}{10} = \frac{5}{3x-4} \quad | + \frac{1}{10} \\ \Leftrightarrow \frac{4}{3x-4} &= \frac{5}{3x-4} + \frac{1}{10} \quad | - \frac{5}{3x-4} \Leftrightarrow \frac{4}{3x-4} - \frac{5}{3x-4} = \frac{1}{10} \\ \Leftrightarrow -\frac{1}{3x-4} &= \frac{1}{10} \Leftrightarrow -1 \cdot 10 = 1 \cdot (3x-4) \Leftrightarrow -10 = 3x-4 \quad | +4 \\ \Leftrightarrow -6 &= 3x \quad | :3 \Leftrightarrow x = -2 \quad \text{da } x \in D \Rightarrow \underline{L = \{-2\}} \end{aligned}$$

$$\frac{2}{x-1} - \frac{4}{x+1} = \frac{1}{x-1} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\} \quad \text{پ –}$$

$$\text{اصلی مخرج} \quad (x-1)(x+1) = x^2 - 1 \quad \text{د (د بېنوم دريمه جمله)}$$

$$\frac{2+x}{x-1} = \frac{3+2x}{x+1} - 1 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\} \quad \text{ت –}$$

$$\text{اصلی مخرج} \quad (x-1)(x+1) = x^2 - 1 \quad \text{د (د بېنوم دريمه جمله)}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{(2+x)(x+1)}{(x-1)(x+1)} &= \frac{(3+2x)(x-1)}{(x+1)(x-1)} - \frac{1 \cdot (x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} \mid (x-1)(x+1) \\
 \Leftrightarrow (2+x)(x+1) &= (3+2x)(x-1) - (x-1)(x+1) \\
 \Leftrightarrow 2x+2+x^2+x &= 3x-3+2x^2-2x-(x^2-1) \\
 \Leftrightarrow x^2+3x+2 &= 2x^2+x-3-x^2+1 \Leftrightarrow x^2+3x+2 = x^2+x-2 \mid -x^2 \\
 \Leftrightarrow 3x+2 &= x-2 \mid -2 \Leftrightarrow 3x = x-4 \mid -x \\
 \Leftrightarrow 2x &= -4 \mid :2 \Leftrightarrow x = -2 \text{ da } x \in D \Rightarrow \underline{L = \{-2\}}
 \end{aligned}$$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3} = x-2 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$$

ب-ت-

اصلی مخرج : $x+3$

$$\begin{aligned}
 \frac{x^2+4x+3}{x+3} &= \frac{(x-2)(x+3)}{x+3} \mid \cdot (x+3) \\
 \Leftrightarrow x^2+4x+3 &= x^2+3x-2x-6 \Leftrightarrow x^2+4x+3 = x^2+x-6 \mid -x^2 \\
 \Leftrightarrow 4x+3 &= x-6 \mid -x \Leftrightarrow 3x+3 = -6 \mid -3 \\
 \Leftrightarrow 3x &= -9 \mid :3 \Leftrightarrow x = -3 \text{ da } x \notin D \Rightarrow \underline{L = \{ \}}
 \end{aligned}$$

ث -

$$\frac{-3x+6}{2x-4} + \frac{x}{x-2} = -\frac{7}{6} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

$$\text{Hauptnenner : } 2x-4 = 2(x-2)$$

$$\frac{-3x+6}{2(x-2)} + \frac{2 \cdot x}{2 \cdot (x-2)} = -\frac{7}{6} \mid \cdot 2(x-2)$$

$$\Leftrightarrow -3x+6+2x = -\frac{7 \cdot 2(x-2)}{6} \Leftrightarrow -x+6 = -\frac{7x-14}{3} \mid \cdot (-3)$$

$$\Leftrightarrow 3x-18 = 7x-14 \mid -7x \Leftrightarrow -4x-18 = -14 \mid +18$$

$$\Leftrightarrow -4x = 4 \mid :(-4) \Leftrightarrow x = -1 \text{ da } x \in D \Rightarrow \underline{L = \{-1\}}$$

اصلي مخرج

ج -

$$\frac{4}{x-1} + \frac{1}{5} = \frac{3}{1-x} + \frac{8}{5} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

$$\frac{3}{1-x} = -\frac{3}{x-1}$$

چلول (لند:چل): د دريم مات لپاره باور لري

له مخرج څخه ضرب (-1) له نوکانو ووت

$$\Leftrightarrow \frac{4}{x-1} + \frac{1}{5} = -\frac{3}{x-1} + \frac{8}{5} \mid -\frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{4}{x-1} = -\frac{3}{x-1} + \frac{7}{5} \mid +\frac{3}{x-1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{x-1} = \frac{7}{5} \Leftrightarrow 7 \cdot 5 = 7(x-1) \Leftrightarrow 35 = 7x - 7 \mid +7$$

$$\Leftrightarrow 42 = 7x \Leftrightarrow 7x = 42 \mid :7 \Leftrightarrow x = 6 \text{ da } x \in D \Rightarrow \underline{\underline{L = \{6\}}}$$

$$x + \frac{2x}{x-1} = 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

ج -

اصلي مخرج: $x-1$

$$x + \frac{2x}{x-1} = 0 \mid \cdot (x-1) \Leftrightarrow x(x-1) + 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x + 2x = 0 \Leftrightarrow x^2 + x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+1) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \text{ (صفر سره د ضرب جمله)}$$

$$x+1=0 \Leftrightarrow x_2 = -1 \text{ da } x_{1/2} \in D \Rightarrow \underline{\underline{L = \{-1; 0\}}}$$

$$\frac{32}{8x+16} = \frac{5x}{2x+4} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$

ح -

HN اصلی مخرج يا ماتلاندي: $4(2x+4)$

$$\Leftrightarrow \frac{32}{4(2x+4)} = \frac{4 \cdot 5x}{4(2x+4)} \mid \cdot 4(2x+4) \Leftrightarrow 32 = 20x \mid : 20$$

$$\Leftrightarrow \frac{32}{20} = x \Leftrightarrow x = \frac{8}{5} \quad \text{da } x \in D \Rightarrow \underline{\underline{L = \left\{ \frac{8}{5} \right\}}}$$

دويم:
الف-

$$\frac{x^2}{x^2-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{1-2x}{1-x^2} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$$

$$\mid : \frac{1-2x}{1-x^2} = -\frac{1-2x}{x^2-1} = \frac{2x-1}{x^2-1}$$

چلول:

له دي سره اصلی مخرج د بينومي دريم فرمول له مخي دی: $x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{x^2-1} - \frac{(x-1)(x-1)}{\underbrace{(x+1)(x-1)}_{x^2-1}} = \frac{2x-1}{x^2-1} \mid \cdot (x^2-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - \underbrace{(x-1)(x-1)}_{2. \text{ binomische Formel}} = 2x-1 \Leftrightarrow x^2 - (x^2 - 2x + 1) = 2x-1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x^2 + 2x - 1 = 2x-1 \Leftrightarrow 2x-1 = 2x-1$$

دا مساوات د هر $\in D$: پوره دی له دي لاس ته راځييا

$$\Rightarrow \underline{\underline{L = D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}}}$$

دا مساوات ناپای ډېر حلونه لري، ځکه چې د مساوات شرایط د تعریفور شو دهر x لپاره پوره دي.

ب –

$$\frac{5x-5}{x+1} + 2 = \frac{6x-3}{2x-1} + 4 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -1; \frac{1}{2} \right\}$$

چلول: د دويم کسر صورت د مخرج څو برابره دی.

ضريب ۳ له نوکانو راوځي

$$\Leftrightarrow \frac{5x-5}{x+1} + 2 = \frac{3(2x-1)}{2x-1} + 4 \Leftrightarrow \frac{5x-5}{x+1} + 2 = 3 + 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{5x-5}{x+1} + 2 = 7 \quad | -2 \Leftrightarrow \frac{5x-5}{x+1} = 5 \quad | \cdot (x+1)$$

$$\Leftrightarrow 5x - 5 = 5x + 5 \quad | -5x \Leftrightarrow -5 = 5$$

تضاد

$$\Rightarrow L = \{ \}$$

له دې لاسته راځي .
په برابر ارزښته بڼه بدلون کي يو تضاد منځ ته راځي، نو له دې امله برابرون يا مساوات حل نه لري.

$$\frac{x}{x-2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2x-4} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

$$\frac{x}{x-2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2x-4} \quad | + \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{x}{x-2} = \frac{3}{2x-4} + \frac{1}{2} \quad | - \frac{3}{2x-4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{x-2} - \frac{3}{2x-4} = \frac{1}{2}$$

اصلي مخرج: $2x-4$

$$\Leftrightarrow \frac{2x}{2(x-2)} - \frac{3}{2x-4} = \frac{1}{2} \quad | \cdot 2x-4 \Leftrightarrow 2x-3 = \frac{2x-4}{2} \quad | \cdot 2$$

$$\Leftrightarrow 4x-6 = 2x-4 \quad | -2x \Leftrightarrow 2x-6 = -4 \quad | +6$$

$$\Leftrightarrow 2x = 2 \quad | :2 \Leftrightarrow x = 1 \quad \text{da } x \in D \Rightarrow L = \{1\}$$

ت –

$$\begin{aligned} \frac{3-x}{x+1} - 4 &= 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1\} \\ \frac{3-x}{x+1} - 4 &= 0 \mid +4 \Leftrightarrow \frac{3-x}{x+1} = 4 \mid \cdot x+1 \Leftrightarrow 3-x = 4x+4 \mid -4x \\ \Leftrightarrow -5x+3 &= 4 \mid -3 \Leftrightarrow -5x = 1 \mid : (-5) \\ \Leftrightarrow x &= -\frac{1}{5} \quad \text{da } x \in D \Rightarrow \underline{L = \left\{-\frac{1}{5}\right\}} \end{aligned}$$

ب

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{2}{x-2} &= 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0; 2\} \\ \frac{1}{x} + \frac{2}{x-2} &= 0 \mid -\frac{2}{x-2} \Leftrightarrow \frac{1}{x} = -\frac{2}{x-2} \mid \\ \text{د معکوس- يا د په څنډ ارزښت جوړول} \\ \Leftrightarrow x &= -\frac{x-2}{2} \mid \cdot 2 \Leftrightarrow 2x = -(x-2) \Leftrightarrow 2x = -x+2 \mid +x \\ \Leftrightarrow 3x &= 2 \mid : 3 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \quad \text{da } x \in D \Rightarrow \underline{L = \left\{\frac{2}{3}\right\}} \end{aligned}$$

ث -

$$\begin{aligned} 3u^2 + 6u &= \frac{4}{3} + \frac{8}{3u} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0\} \\ 3u^2 + 6u &= \frac{4u}{3u} + \frac{8}{3u} \mid \cdot 3u \Leftrightarrow 9u^3 + 18u^2 = 4u + 8 \mid -4u \\ \Leftrightarrow 9u^3 + 18u - 4u &= 8 \mid -8 \Leftrightarrow 9u^3 + 18u - 4u - 8 = 0 \end{aligned}$$

(د دریمې درجې پولینوم)

لومړۍ حل د هورنر شیماله لارې ازمایو

$$\begin{array}{rcl}
 & 9 & 18 & -4 & -8 \\
 u=1 & \downarrow & 9 & 27 & 23 \\
 & 9 & 27 & 23 & 15 \\
 \hline
 & 9 & 18 & -4 & -8 \\
 u=-1 & \downarrow & -9 & -9 & 13 \\
 & 9 & 9 & -13 & 5 \\
 \hline
 & 9 & 18 & -4 & -8 \\
 u=-2 & \downarrow & -18 & 0 & 8 \\
 & 9 & 0 & -4 & 0 \Rightarrow u_1 = -2
 \end{array}$$

$$da \ u_{1/2/3} \in D \Rightarrow \underline{L = \left\{ -2; -\frac{2}{3}; \frac{2}{3} \right\}}$$

باقي يا پاتي پولينوم:

$$9u^2 - 4 = 0 \mid +4$$

$$\Leftrightarrow 9u^2 = 4 \mid :9$$

$$\Leftrightarrow u^2 = \frac{4}{9} \mid \sqrt{}$$

$$\Leftrightarrow |u| = \sqrt{\frac{4}{9}} \Rightarrow u_{2/3} = \pm \frac{2}{3}$$

دریم -

$$\frac{2x^2 + 4x - 30}{2x - 6} = x + 5 \quad \text{د ټولو } x \in \mathbb{R} \text{ لپاره.}$$

دلته موخه دانه ده، چې مساوات حل کړو، بلکه ازمايو چې ايا غوښتنه يا ثبوت ټيک دی. مساوات په څرگنده توگه کېدی شي يو، زیات، ناپای ډیر حلونه ولري او يا کوم حل ونه لري. په پام کې راځي، چې تعریف ورشو ناټيک ده.

$x \in \mathbb{R}$ په دې معنا دی، چې برابرون د هر x متحولې لپاره تعریف دی. د $x=3$ لپاره مخرج صفر کیږي، د دې اجازه نه شته.

تعریف ورشو په تعقیب باید په لاندې ډول وي:

د ټول $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$ لپاره يا $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$ څلورم-

الف-

د داسې مساواتو ځانگړوالی په دې کې پروت دی، چې خپله متحوله بڼه لري.

په دې حالت کې u . سړی کړی شي u د کوم يوه گڼ يا عدد لپاره ځاینيوونکې په پام کې ونيسي، چې په مساوات کې ځای په ځای کېدی شي. د بڼې متحوله u پارامتر بلل کېږي.. متحوله، چې هغې پسې مساوات حل کېږي ، نامعلومه x پاتې کېږي.

$$2x + (4 - 2u) \frac{u+3}{u-1} = -2u + 6 \Rightarrow D = \mathbb{R} \text{ für } u \neq 1$$

$$2x + (4 - 2u) \frac{u+3}{u-1} = -2u + 6 \Leftrightarrow 2x + \frac{(4 - 2u)(u+3)}{u-1} = -2u + 6$$

څنگیز يا فرعي شرطونه

$$(4 - 2u)(u+3) = 4u - 12 - 2u^2 - 6u \Leftrightarrow -2u^2 - 2u + 12$$

$$\Leftrightarrow 2x + \frac{-2u^2 - 2u + 12}{u-1} = -2u + 6 \mid - \frac{-2u^2 - 2u + 12}{u-1}$$

$$\Leftrightarrow 2x = -2u + 6 - \frac{-2u^2 - 2u + 12}{u-1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x = \frac{(-2u+6)(u-1)}{u-1} - \frac{-2u^2 - 2u + 12}{u-1}$$

څنگیز يا فرعي شرطونه

$$(-2u+6)(u-1) = -2u^2 + 2u + 6u - 6 \Leftrightarrow -2u^2 + 8u - 6$$

$$\Leftrightarrow 2x = \frac{-2u^2 + 8u - 6}{u-1} - \frac{-2u^2 - 2u + 12}{u-1}$$

$$\Leftrightarrow 2x = \frac{-2u^2 + 8u - 6 - (-2u^2 - 2u + 12)}{u-1}$$

$$\Leftrightarrow 2x = \frac{-2u^2 + 8u - 6 + 2u^2 + 2u - 12}{u-1} \Leftrightarrow 2x = \frac{10u - 18}{u-1}$$

$$\Leftrightarrow 2x = \frac{2(5u-9)}{u-1} \mid : 2 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = \frac{5u-9}{u-1} \text{ für } u \neq 1}}$$

ب – لاندې کي: für = لپاره.

$$ux + (u+3) \frac{u}{u-3} = -u \text{ für } u \neq 3$$

$$ux + (u+3) \frac{u}{u-3} = -u \Leftrightarrow ux + \frac{u(u+3)}{u-3} = -u \mid : u$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{u+3}{u-3} = -1 \mid - \frac{u+3}{u-3} \Leftrightarrow x = -1 - \frac{u+3}{u-3}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1(u-3)}{u-3} - \frac{u+3}{u-3} \Leftrightarrow \frac{-u+3-u-3}{u-3}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2u}{u-3} \Leftrightarrow x = -\frac{2u}{u-3} \text{ für } u \neq 3$$

$$\underline{\underline{(a+1)^{-1} = a^{-1} + 1}} \quad \text{پنځم:}$$

ښايو، چې برابرون يا مساوات حل نه لري.

$$(a+1)^{-1} = a^{-1} + 1 \Leftrightarrow \frac{1}{a+1} = \frac{1}{a} + 1 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$$

اصلي مخرج: $a(a+1)$

$$\Leftrightarrow \frac{1a}{a(a+1)} = \frac{1(a+1)}{a(a+1)} + \frac{1a(a+1)}{a(a+1)} \mid \cdot a(a+1)$$

$$\Leftrightarrow a = a+1+a^2+a \mid -a \Leftrightarrow 0 = a^2+a+1$$

(مربع مساوات)

$$p=1 \quad q=1 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} - 1 = -\frac{3}{4} < 0$$

$$D < 0 \Rightarrow$$

مربع مساوات حل نه لري

له دې سره توانمساوات هم حل نه لري. څه مو چي ښوول.

$$I: \frac{3}{x-23} = \frac{-2}{y+2} \quad \text{شپږم:}$$

د $x \neq 23$ او $y \neq -2$ لپاره

$$II: \frac{x-4}{y+2} = \frac{x-2}{y+5}$$

د $y \neq -2$ او $y \neq -5$ لپاره

له دې سره د مساواتسيستم تعريفېږي ده:

$$x \in \mathbb{R} \setminus \{23\} \text{ und } y \in \mathbb{R} \setminus \{-5; -2\}$$

$$I: \frac{3}{x-23} = \frac{-2}{y+2}$$

$$\Leftrightarrow 3(y+2) = -2(x-23)$$

$$\Leftrightarrow 3y+6 = -2x+46 \quad | +2x$$

$$\Leftrightarrow 2x+3y+6 = 46 \quad | -6$$

$$\Leftrightarrow 2x+3y = 40$$

$$II: \frac{x-4}{y+2} = \frac{x-2}{y+5}$$

$$\Leftrightarrow (x-4)(y+5) = (x-2)(y+2)$$

$$\Leftrightarrow \cancel{xy} + 5x - 4y - 20 = \cancel{xy} + 2x - 2y - 4 \quad | -2x$$

$$\Leftrightarrow 3x - 4y - 20 = -2y - 4 \quad | +2y$$

$$\Leftrightarrow 3x - 2y - 20 = -4 \quad | +20$$

$$\Leftrightarrow 3x - 2y = 16$$

حل د جمعي طريقي سره I: $2x + 3y = 40$ II: $3x - 2y = 16$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{I} & 2x + 3y & = 40 \\
 \text{II} & 3x - 2y & = 16 \\
 \hline
 \text{I} & 6x + 9y & = 120 \\
 \text{II} & -6x + 4y & = -32 \\
 \hline
 \text{I} & 6x + 9y & = 120 \\
 \text{II} & 13y & = 88
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \cdot 3 \\
 \cdot (-2) \\
 \\
 \text{II} + \text{I} \\
 \\
 \\
 \end{array}$$

$$13y = 88 \mid 13 \Leftrightarrow y = \frac{88}{13}$$

$$6x + 9y = 120 \Leftrightarrow 6x + 9 \cdot \frac{88}{13} = 120 \mid -\frac{792}{13}$$

$$\Leftrightarrow 6x = -\frac{792}{13} + \frac{1560}{13} \Leftrightarrow 6x = \frac{768}{13} \mid : 6$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{128}{13}$$

$$x, y \in D \Rightarrow L = \left\{ \frac{128}{13}, \frac{88}{13} \right\}$$

ځکه چې

اوم – کوچنی لاری د 405 m^3 بار وړلو لپاره x واره ته اړتیا لري.

لویه لاری د دې لپاره 9 واره کم ته اړتیا لري، یعنې $x - 9$ واره ته.

کوچنی لاری په یو ځل $\frac{405}{x} \text{ m}^3$ بار وړي.

لویه لاری په یو ځل $\frac{405}{x-9} \text{ m}^3$ بار وړي.

دواړه لاری په یو ځل $\frac{405}{x}m^3 + \frac{405}{x-9}m^3$ بار وړي..

د دواړو لاریو لپاره د ۲۰ واره خوزښت لپاره چې $405 m^3$ بار یوسي لاندې باور لري:

$$20\left(\frac{405}{x}m^3 + \frac{405}{x-9}m^3\right) = 405m^3 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0; 9\}$$

په لاندې شمېرنه کې بې له یونونو یا واحدونو شمېرل کیږي:

په لاندې کې Hauptnenner د اصلي مخرج په معنا دی.

$$\Leftrightarrow 20\left(\frac{405}{x} + \frac{405}{x-9}\right) = 405 \Leftrightarrow 20 \cdot 405\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-9}\right) = 405 \mid : 405$$

$$\Leftrightarrow 20\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-9}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{20}{x} + \frac{20}{x-9} = 1 \text{ Hauptnenner: } x(x-9)$$

$$\Leftrightarrow \frac{20(x-9)}{x(x-9)} + \frac{20x}{(x-9)x} = 1 \cdot \frac{x(x-9)}{x(x-9)} \mid \cdot x(x-9)$$

$$\Leftrightarrow 20x - 180 + 20x = x^2 - 9x \Leftrightarrow 40x - 180 = x^2 - 9x \mid -x^2$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 40x - 180 = -9x \mid +9x \Leftrightarrow -x^2 + 49x - 180 = 0 \mid \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 49x + 180 = 0 \Rightarrow p = -49 \quad q = 180$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{2401}{4} - \frac{720}{4} = \frac{1681}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{1681}{4}} = \frac{41}{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = \frac{49}{2} + \frac{41}{2} = \frac{90}{2} = 45 \\ x_2 = \frac{49}{2} - \frac{41}{2} = \frac{8}{2} = 4 \end{array} \right. \Rightarrow L = \{4; 45\}$$

کوچنی لاری خانله 45 تلو ته اړتیا لري.

لویه لاری ځانله $36 = 45 - 9$ تلنو ته اړتیا لري.

د کوچنۍ لاری خونديونې توان $9 \text{ m}^3 = 405 \text{ m}^3 / 45$ دی.

د لوی لاری د خونديونې توان $11,25 \text{ m}^3 = 405 \text{ m}^3 / 36$ دی.

د مربع مساوات دویم حل په دې اړوند د مساوات لپاره د دې پوښتنې کونې سره موخه ور نه دی، ځکه چې دواړه لاری په گډه 20 ځله ځي.
اتم –

طبیعي عدد دې n وي، مات $2/5$ دی.

عدد n مخرج ته زیاتیري او له صورت څخه کمیري.

$$\Rightarrow \frac{2+n}{5-n} \Rightarrow D = \mathbb{N} \setminus \{5\}$$

د مات ارزښت دې -2 وي.

$$\Rightarrow \frac{2+n}{5-n} = -2 \mid \cdot (5-n) \Leftrightarrow 2+n = -10+2n \mid -2n$$

$$\Leftrightarrow 2-n = -10 \mid -2 \Leftrightarrow -n = -12 \mid : (-1) \Leftrightarrow \underline{n = 12}$$

طبیعي عدد $n = 12$ دی.

نهم –

الف –

$$\frac{6-2x}{x^2-9} = \frac{3}{2}$$

د ماتلاندې یا مخرج صفر ځایونه:

$$x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 3 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 3\}$$

$$\frac{6-2x}{x^2-9} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 2(6-2x) = 3(x^2-9) \Leftrightarrow 12-4x = 3x^2-27 \quad | -3x^2$$

$$\Leftrightarrow -3x^2-4x+12 = -27 \quad | +27 \Leftrightarrow -3x^2-4x+39 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow 3x^2+4x-39 = 0 \quad | : 3 \Leftrightarrow x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{39}{3} = 0$$

$$p = \frac{4}{3} \quad q = -\frac{39}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{4}{9} + \frac{117}{9} = \frac{121}{9} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{121}{9}} = \frac{11}{3}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = -\frac{2}{3} + \frac{11}{3} = \frac{9}{3} = 3 \\ x_2 = -\frac{2}{3} - \frac{11}{3} = -\frac{13}{3} \end{array} \right. \quad \text{da } x_1 = 3 \notin D \Rightarrow \underline{\underline{L = \left\{ -\frac{13}{3} \right\}}}$$

ب-

$$\frac{6-2x}{x^2-9} = z \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 3\} \quad \text{ردو:}$$

دا چي د مساوات حل دي 1- وي، نو 1- په مساوات کي کيږدی.

$$x = -1 \Rightarrow \frac{6-2(-1)}{(-1)^2-9} = z \Leftrightarrow \frac{6+2}{1-9} = z \Leftrightarrow \frac{8}{-8} = z \Leftrightarrow -1 = z \Leftrightarrow \underline{\underline{z = -1}}$$

پوښتنې

ماتشمېرنه |

تعريفورشو وټاکي او نابرابرونونه حل کړي.

لومړۍ- تعريفورشو وټاکي او نابرابرونونه حل کړي.

$$\frac{3-x}{x-2} > \frac{x+4}{2(x-2)} \quad \text{پ-} \quad \frac{1}{2x} > \frac{1}{3x} - 2 \quad \text{ب-} \quad \frac{3}{x+4} < 0 \quad \text{الف-}$$

دويم – تعريفور شو وټاکي او نابرابرونونه حل کړي.

$$\text{الف. } 4 - \frac{3+2x}{1-x} \geq 0 \quad \text{ب. } \frac{x-2}{x-5} \geq 0 \quad \text{پ. } \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \leq 0$$

درېم –

تعريفور شو وټاکي او نابرابرونونه حل کړي.

$$\text{الف. } \frac{x}{x-1} < 1 \quad \text{ب. } \frac{3-2x}{5x+2} \leq 1 \quad \text{پ. } \frac{x-2}{x^2} \geq 0$$

څلورم –

کوم طبيعي عدد(عددونه) دې د $2/5$ مخرج ته ورزيات او په همغه وخت کې له صورت څخه کم شي، داسې چې له 4 لوي عدد ورکړي؟

پنځم: وښايي:

$$\text{د } ux^3 - (4u+1)x^2 = 0 \text{ حل}$$

د $u > 0$ لپاره په انټروال $[1/2; 2]$ کې پروت نه دی.

شپږم: وښايي:

$$\text{د } u > 0 \text{ لپاره باور لري: } \frac{-1-8u}{-2u} > 4$$

حلونه

ماتشمېرنه |

نتيجي او مفصل حلونه

نامساناتو يا نابرابرونو ته يادونه:

نامساوت په ورته توګه لکه مساوات د ورته بڼه بدلون له لارې حل کيږي. مګر دلته بايد په پام کې ونیول شي، چې د یوه کمیز یا منفي عدد سره ضرب همداسې وېش له لارې اړیکنځېنه راګرځي (په څټ کيږي یا معکوس کيږي). که یو کسرمساوات د یوې اووښتونې یا متحولې سره ضربیږي همداسې په هغې وېشل کيږي. نوحالت ت وپیرې وشي. لومړۍ حالت: د متحولې ارزښت زیاتیز یا مثبت دی. دویم حالت: د متحولې ارزښت کمیز یا منفي دی.

بیلګه:

$$-x+2 > 1 \mid -2 \Leftrightarrow -x > -1 \mid \cdot (-1) \Leftrightarrow x < 1$$

$$\frac{1}{x} < 4 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

لومړۍ حالت

دویم حالت

$$\frac{1}{x} < 4 \mid \cdot x \Leftrightarrow 1 < 4x \mid : 4$$

$$\frac{1}{x} < 4 \mid \cdot x \Leftrightarrow 1 > 4x \mid : 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4} < x \Leftrightarrow x > \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4} > x \Leftrightarrow x < \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow L = \left\{ x \mid x < 0 \text{ oder } x > \frac{1}{4} \right\}$$

په لاندې und د او په معنا دی.

له شرایطو څخه

له شرایطو څخه

$$x > 0 \text{ und } x > \frac{1}{4} \Rightarrow x > \frac{1}{4}$$

$$x < 0 \text{ und } x < \frac{1}{4} \Rightarrow x < 0$$

نتیجې:

لومړۍ:

$$\frac{3}{x+4} < 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-4\} \quad L = \{x \mid x < -4\}_D \text{ الف-}$$

$$\frac{1}{2x} > \frac{1}{3x} - 2 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0\} = \mathbb{R}^* \quad L = \left\{x \mid x < -\frac{1}{12} \text{ oder } x > 0\right\}_D \text{ ب-}$$

$$\frac{3-x}{x-2} > \frac{x+4}{2(x-2)} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-2\} \quad L = \left\{x \mid \frac{2}{3} < x < 2\right\}_D \text{ پ-}$$

دويم:

$$4 - \frac{3+2x}{1-x} \geq 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\} \quad L = \left\{x \mid x \leq \frac{1}{6} \text{ oder } x > 1\right\}_D \text{ الف-}$$

$$\frac{x-2}{x-5} \geq 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{5\} \quad L = \{x \mid x \leq 2 \text{ oder } x > 5\}_D \text{ ب-}$$

$$\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \leq 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\} \quad L = \{x \mid x < -1 \text{ oder } x > 0\}_D \text{ پ-}$$

دريم:

$$\frac{x}{x-1} < 1 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\} \quad L = \{x \mid x < 1\}_D \text{ الف-}$$

$$\frac{3-2x}{5x+2} \leq 1 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{2}{5}\right\} \quad L = \left\{x \mid x < -\frac{2}{5} \text{ oder } x \geq \frac{1}{7}\right\}_D \text{ ب-}$$

$$\frac{x-2}{x^2} \geq 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0\}; \text{ wegen } x^2 \geq 0: L = \{x \mid x \geq 2\}_D \text{ پ-}$$

$$\frac{2+n}{5-n} > 4 \text{ für } n \in]3,6; 5[\text{ also } n = 4 \text{ خلورم:}$$

$$x_1 = 0; x_2 = \frac{4u+1}{u} = 4 + \frac{1}{u} > 4 \text{ für } u > 0 \text{ پنځم:}$$

$$\text{Für } u > 0 \text{ gilt: } \frac{-1-8u}{-2u} = 4 + \frac{1}{2u} > 4 \text{ شپږم: د } u > 0 \text{ لپاره باورلري:}$$

مفصل حلونه:

لومړی:

$$\frac{3}{x+4} < 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-4\} \quad \text{الف-}$$

لومړی حالت $x > -4$ له دې لاس ته راځي مخرج مثبت

$$\begin{aligned} \frac{3}{x+4} < 0 &| \cdot (x+4) \\ \Leftrightarrow 3 < 0 &\text{Widerspruch!} \\ \Rightarrow x > -4 &\notin L \\ \Rightarrow L = \{x \mid x < -4\}_D \end{aligned}$$

په پورته کې widerspruch تضاد په معنا دی.

دویم حالت $x < -4$ له دې لاس ته راځي مخرج منفي

$$\begin{aligned} \frac{3}{x+4} < 0 &| \cdot (x+4) \\ \Leftrightarrow 3 > 0 \\ \Rightarrow x < -4 &\subset L \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2x} > \frac{1}{3x} - 2 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad \text{ب-}$$

لومړی حالت $x > 0$ له دې لاس ته راځي چې مخرج زیاتیز یا مثبت دی

$$\frac{1}{2x} > \frac{1}{3x} - 2$$

$$\begin{aligned}
 &\Leftrightarrow \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 2x} > \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 3x} - \frac{2 \cdot 6x}{6x} \mid \cdot 6x \\
 &\Leftrightarrow 3 > 2 - 12x \mid +12x \\
 &\Leftrightarrow 12x + 3 > 2 \mid -3 \\
 &\Leftrightarrow 12x > -1 \mid : 12 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{12} \\
 &x > 0 \wedge x > -\frac{1}{12} \Rightarrow x > 0
 \end{aligned}$$

دويم حالت $x < 0$ له دې لاس ته راځي مخرج منفي

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{2x} > \frac{1}{3x} - 2 \\
 &\frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 2x} > \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 3x} - \frac{2 \cdot 6x}{6x} \mid \cdot 6x \\
 &\Leftrightarrow 3 < 2 - 12x \mid +12x \\
 &\Leftrightarrow 12x + 3 < 2 \mid -3 \\
 &\Leftrightarrow 12x < -1 \mid : 12 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{12} \\
 &x < 0 \wedge x < -\frac{1}{12} \Rightarrow x < -\frac{1}{12}
 \end{aligned}$$

حل دېږي:

په لاندي $oder$ د يا په معنا دی

$$\underline{\underline{L = \left\{ x \mid x < -\frac{1}{12} \text{ oder } x > 0 \right\}}}$$

$$\frac{3-x}{x-2} > \frac{x+4}{2(x-2)} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

پ-

ګډ ماتلاندې (اصلي مخرج) $2(x-2)$ له دې لاس ته راځي:

$$\Rightarrow \frac{2(3-x)}{2(x-2)} > \frac{x+4}{2(x-2)}$$

لومړۍ حالت $x > 2$ لاس ته راځي چې مخرج مثبت دی

$$\frac{6-2x}{2(x-2)} > \frac{x+4}{2(x-2)} \quad | \cdot 2(x-2)$$

$$\Leftrightarrow 6-2x > x+4 \quad | -x$$

$$\Leftrightarrow 6-3x > 4 \quad | -6$$

$$\Leftrightarrow -3x > -2 \quad | : (-3)$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{2}{3}$$

$$x > 2 \text{ und } x < \frac{2}{3} \Rightarrow x \notin L$$

دویم حالت $x < 2$ له دې لاس ته راځي چې مخرج منفي دی

$$\frac{6-2x}{2(x-2)} > \frac{x+4}{2(x-2)} \quad | \cdot 2(x-2)$$

$$\Leftrightarrow 6-2x < x+4 \quad | -x$$

$$\Leftrightarrow 6-3x < 4 \quad | -6$$

$$\Leftrightarrow -3x < -2 \quad | : (-3)$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{2}{3}$$

$$x < 2 \text{ und } x > \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2}{3} < x < 2$$

$$L = \left\{ x \mid \frac{2}{3} < x < 2 \right\}_0$$

حلېږئ:

دويم:

الف-

$$4 - \frac{3+2x}{1-x} \geq 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

$$\frac{4(1-x)}{1-x} - \frac{3+2x}{1-x} \geq 0 \mid + \frac{3+2x}{1-x} \Leftrightarrow \frac{4-4x}{1-x} \geq \frac{3+2x}{1-x}$$

لومړی حالت $x > 1$ مخرج منفي دی

$$\frac{4-4x}{1-x} \geq \frac{3+2x}{1-x} \mid \cdot (1-x)$$

$$\Leftrightarrow 4-4x \leq 3+2x \mid -2x$$

$$\Leftrightarrow 4-6x \leq 3 \mid -4 \Leftrightarrow -6x \leq -1 \mid : (-6)$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{1}{6}$$

$$x > 1 \text{ und } x \geq \frac{1}{6} \Rightarrow x > 1$$

دويم حالت $x < 1$ مخرج مثبت دی

$$\frac{4-4x}{1-x} \geq \frac{3+2x}{1-x} \mid \cdot (1-x)$$

$$\Leftrightarrow 4-4x \geq 3+2x \mid -2x$$

$$\Leftrightarrow 4-6x \geq 3 \mid -4 \Leftrightarrow -6x \geq -1 \mid : (-6)$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{1}{6}$$

$$x < 1 \text{ und } x \leq \frac{1}{6} \Rightarrow x \leq \frac{1}{6}$$

او = und

$$\underline{L = \left\{ x \mid x \leq \frac{1}{6} \text{ oder } x > 1 \right\}_D}$$

د حلونو ډېرې:

$$\frac{x-2}{x-5} \geq 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{5\}$$

ب –

لومړۍ حالت $x > 5$ له دې لاس ته راځي مخرج مثبت

$$\begin{aligned} \frac{x-2}{x-5} \geq 0 \mid \cdot (x-5) &\Leftrightarrow x-2 \geq 0 \mid +2 \\ &\Leftrightarrow x \geq 2 \end{aligned}$$

$$x > 5 \quad \text{او} \quad x \geq 2 \quad \text{له دې لاس ته راځي} \quad x > 5$$

دویم حالت $x < 5$ له دې لاس ته راځي مخرج منفي

$$\begin{aligned} \frac{x-2}{x-5} \leq 0 \mid \cdot (x-5) &\Leftrightarrow x-2 \leq 0 \mid +2 \\ &\Leftrightarrow x \leq 2 \\ x < 5 \text{ und } x \leq 2 &\Rightarrow x \leq 2 \end{aligned}$$

حل ډېرې: (د يا په معنا oder)

$$\underline{L = \{x \mid x \leq 2 \text{ oder } x > 5\}_D}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \leq 0 &\Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\} \\ \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \leq 0 \mid + \frac{1}{x} &\Leftrightarrow \frac{1}{x+1} \leq \frac{1}{x} \end{aligned}$$

پ –

لومړۍ حالت $x < -1$ دواړه مخرجونه منفي دي

$$\frac{1}{x+1} \leq \frac{1}{x} \mid \cdot x \Rightarrow \frac{x}{x+1} \geq 1 \mid \cdot (x+1) \Leftrightarrow x \leq x+1 \mid -x \Leftrightarrow 0 \leq 1$$

رېښتيا دی

$$\Rightarrow x < -1 \subset L$$

دویم حالت $-1 < x < 0$ له دې لاس ته راځي $x+1 > 1$ او $x < 0$

$$\frac{1}{x+1} \leq \frac{1}{x} \mid \cdot x \Rightarrow \frac{x}{x+1} \geq 1 \mid \cdot (x+1) \Leftrightarrow x \geq x+1 \mid -x \Leftrightarrow 0 \geq 1$$

نارېښتيا يا ناټيک

$$\Rightarrow -1 < x < 0 \not\subset L$$

درېم حالت $x > 0$ له دې لاس ته راځي $x+1 > 0$ او $x > 0$

$$\frac{1}{x+1} \leq \frac{1}{x} \mid \cdot x \Rightarrow \frac{x}{x+1} \leq 1 \mid \cdot (x+1) \Leftrightarrow x \leq x+1 \mid -x \Leftrightarrow 0 \leq 1$$

رېښتيا. له دې لاس ته راځي

$$\Rightarrow x > 0 \subset L$$

حلېږئ:

$$\underline{\underline{L = \{x \mid x < -1 \text{ oder } x > 0\}_D}}$$

درېم:

الف- د المانيېښتو له کينې ښي لورته: دويمه ليکه حالت ۱ حالت ۲

څلورمه ليکه ناټيک ټيک

$$\frac{x}{x-1} < 1 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

$$\text{Fall I } x > 1 \Rightarrow x - 1 > 0$$

$$\frac{x}{x-1} < 1 \mid \cdot (x-1) \Leftrightarrow x < x-1 \mid -x$$

$$\Leftrightarrow 0 < -1 \text{ falsch}$$

$$\Rightarrow L = \{x \mid x < 1\}_D$$

$$\text{Fall II } x < 1 \Rightarrow x - 1 < 0$$

$$\frac{x}{x-1} < 1 \mid \cdot (x-1) \Leftrightarrow x > x-1 \mid -x$$

$$\Leftrightarrow 0 > -1 \text{ wahr}$$

بـ

$$\frac{3-2x}{5x+2} \leq 1 \quad 5x+2 = 0 \mid -2 \Leftrightarrow 5x = -2 \mid 5 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{5} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{2}{5}\right\}$$

$$\text{Fall I } x > -\frac{2}{5} \Rightarrow 5x+2 > 0$$

$$\frac{3-2x}{5x+2} \leq 1 \mid \cdot (5x+2)$$

$$\Leftrightarrow 3-2x \leq 5x+2 \mid -5x$$

$$\Leftrightarrow -7x+3 \leq 2 \mid -3$$

$$\Leftrightarrow -7x \leq -1 \mid : (-7) \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{7}$$

$$x > -\frac{2}{5} \text{ und } x \geq \frac{1}{7} \Rightarrow x \geq \frac{1}{7}$$

$$\Rightarrow L = \left\{x \mid x < -\frac{2}{5} \text{ oder } x \geq \frac{1}{7}\right\}_D$$

$$\text{Fall II } x < -\frac{2}{5} \Rightarrow 5x+2 < 0$$

$$\frac{3-2x}{5x+2} \leq 1 \mid \cdot (5x+2)$$

$$\Leftrightarrow 3-2x \geq 5x+2 \mid -5x$$

$$\Leftrightarrow -7x+3 \geq 2 \mid -3$$

$$\Leftrightarrow -7x \geq -1 \mid : (-7) \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{7}$$

$$x < -\frac{2}{5} \text{ und } x \leq \frac{1}{7} \Rightarrow x < -\frac{2}{5}$$

بـ

$$\frac{x-2}{x^2} \geq 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

د $x < 0$ او $x > 0$ لپاره $x^2 > 0$ دی، له دې امله د حالت توپیر اړین نه دی.

$$\frac{x-2}{x^2} \geq 0 \mid x^2 \Leftrightarrow x-2 \geq 0 \mid +2 \Leftrightarrow x \geq 2 \Rightarrow \underline{L = \{x \mid x \geq 2\}}$$

څلورم:

طبيعي عدد دي $n \in \mathbb{N}$ وي، مات يا کسر $2/3$ دی

عدد يا گڼ n صورت ته زیاتیري (جمعه کیري) او له مخرج کمیري.

$$\Rightarrow \frac{2+n}{5-n} \Rightarrow D = \mathbb{N} \setminus \{5\}$$

د مات يا کسر ارزښت دي < 4 وي .

$$\text{Fall I } n > 5 \Rightarrow 5 - n < 0$$

$$\frac{2+n}{5-n} > 4 \mid \cdot (5-n)$$

$$\Leftrightarrow 2+n < 20-4n \mid +4n$$

$$\Leftrightarrow 5n+2 < 20 \mid -2 \Leftrightarrow 5n < 18 \mid : 5$$

$$\Leftrightarrow n < \frac{18}{5} \Leftrightarrow n < 3,6$$

$$n > 5 \text{ او } n < 3,6 \Rightarrow \text{حل نه شته}$$

$$\text{Fall II } n < 5 \Rightarrow 5 - n > 0$$

$$\frac{2+n}{5-n} > 4 \mid \cdot (5-n)$$

$$\Leftrightarrow 2+n > 20-4n \mid +4n$$

$$\Leftrightarrow 5n+2 > 20 \mid -2 \Leftrightarrow 5n > 18 \mid : 5$$

$$\Leftrightarrow n > \frac{18}{5} \Leftrightarrow n > 3,6$$

$$n < 5 \text{ او } n > 3 \Rightarrow n=4$$

دا چي غوښتونی عدد به یو طبيعي عدد وي او حل به د $3,6$ او 5 ترمنځ وي، نو فقط طبيعي عدد $n = 4$ د حل په حیث په پوښتنه کې راځي.

پنځم:

$$u > 0 \Rightarrow L \not\subset \left\{x \mid \frac{1}{2} \leq x \leq 2\right\} \text{ او } ux^3 - (4u+1)x^2 = 0$$

$$ux^3 - (4u+1)x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(ux - 4u - 1) = 0 \Rightarrow x_{1/2} = 0 \text{ (صفر ضرب)}$$

$$ux - 4u - 1 = 0 \mid +4u \Leftrightarrow ux - 1 = 4u \mid +1 \Leftrightarrow ux = 4u + 1 \mid : u$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4u+1}{u} \Leftrightarrow x_3 = 4 + \frac{1}{u} \text{ für } u \neq 0$$

$$x_3 = 4 + \frac{1}{u} > 4$$

دا چې $u > 0$ بايد وي، باور لري :

له دې سره $x_{1/2} = 0$ او $x_3 > 4$ په انټروال $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ کې نه ي پراته. شپږم:

$$\frac{-1-8u}{-2u} > 4$$

د بنوولو دى: د $u > 0$ لپاره باور لري:

$$\frac{-1-8u}{-2u} > 4 \Leftrightarrow \frac{\cancel{(-1)} \cdot (1+8u)}{\cancel{(-1)} \cdot 2u} > 4 \Leftrightarrow \frac{1+8u}{2u} > 4 \mid \cdot 2u$$

$$\Leftrightarrow 1+8u > 8u \mid -8u \Leftrightarrow 1 > 0$$

رښتيا دى.

له دې سره پورتنۍ غوښتنه صدق کوي، څه چې د بنوولو وړو. يا:

$$\frac{-1-8u}{-2u} > 4 \Leftrightarrow \frac{1}{2u} + 4 > 4 \Leftrightarrow 4 + \frac{1}{2u} > 4$$

1.9- لوگاریتم او د لوگاریتم قوانین

1.9.1- د لوگاریتم کلمه

موږ مساوات $5^3 = 125$ را اخلو .

کين لور ته توان دی 5 په بنسټ او 3 اکسپوننت یا جگړن (-عدد) سره.

بني لور ته اړونده توان ارزښت 125 ځای په ځای دی.

که بنسټ، اکسپوننت یا توان ارزښت په ځای اووښتوني یا متحوله x کینوول شي، نو لاندې پرابلم- انځوروني مخ ته لرو.

$5^3 = x$ توان ارزښت غوښتل شوی دی	د توانونو له لارې یې حل $x = 5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 \Rightarrow L = \{125\}$
$x^3 = 125$ بنسټ غواړو پیدا کړو	حل د ریښې نیونې له لارې $x = \sqrt[3]{125} = 5 \quad L = \{5\}$
$5^x = 125$ (اکسپوننشل مساوات) اکسپوننت یا جگعدد غواړو پیدا کړو	حل؟

د اکسپوننت یا جگگن (-عدد) ټاکنه لوگاریم بلل کیږي.

سری وایي: x برابر دی د 125 لوگاریم سره 5 په بنسټ. او د دې لپاره لنډ لیکو:

$x = \log_5 (125)$ موږ کړی شو برابر وړ: $5^x = 125$ لومړی د ازمایښي له لارې حل کړو:

$$5^x = 125 \Leftrightarrow x = \log_5 (125) \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow L = \{3\}$$

$$x = \log_5 (125) \quad \text{خکه چې}$$

پېژند(تعریف):

$$x = \log_a (b) \Leftrightarrow a^x = b$$

د $x \in \mathbb{R}; b \in \mathbb{R}_+ \setminus \{0\}; a \in \mathbb{R}_+ \setminus \{0; 1\}$ لپاره.

لوگاریم اکسپوننت (x) دی، د کوم سره چې بنسټ (a) په توان شي، چې د توان ارزښت (b) ترې لاس ته راشي.

سری وایي: x د b لوگاریم دی د a په بنسټ

بیلگي:

$2^3 = 8$	خکه چې	$\log_2 (8) = 3$
$4^2 = 16$	خکه چې	$\log_4 (16) = 2$
$5^4 = 625$	خکه چې	$\log_5 (625) = 4$
$10^3 = 1000$	خکه چې	$\log_{10} (1000) = 3$
$a^0 = 1$	خکه چې	$\log_a (1) = 0$

$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$	ځکه چې	$\log_{10}(0,1) = -1$
$4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$	ځکه چې	$\log_4(2) = \frac{1}{2}$
$4^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{4^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$	ځکه چې	$\log_4\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$
$2^3 = 8$	ځکه چې	$\log_2(8)$
$4^2 = 16$	ځکه چې	$\log_4(16)$
$5^4 = 625$	ځکه چې	$\log_5(625)$
$10^3 = 1000$	ځکه چې	$\log_{10}(1000)$
$a^0 = 1$	ځکه چې	$\log_a(1)$
$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$	ځکه چې	$\log_{10}(0,1) = -1$
$4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$	ځکه چې	$\log_4(2) = \frac{1}{2}$
$4^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{4^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$	ځکه چې	$\log_4\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$

لوگارېټم د استعمالېدونکو بنسټونو سره

د جېشمیري سره کیدی شي لوگارتمونه د 10 په بنسټ او د e په بنسټ (طبیعی لوگارېټ) وشمېرل شي.

طبیعی د ډیروالی تعاملونه زیات وخت د شمېرپوهنیزو ترمونو له لارې شمېرل کېږي یا څېړل کېږي، په کومو کې چې د عدد e توانونه خوندي دي. طبیعی لوگارېټم په

طبعی پوهنو (علومو) او تخنیک کې کارول کیږي. له دې امله د دې لپاره ځانګړی لیکندود منځ ته راوړل شوی.

لوگاریتم په 10 بنسټ (لسیز لوگاریتم)	$\log_{10}(a) := \lg(a)$
لوگاریتم په بنسټ e (طبیعی لوگاریتم)	$\log_e(a) := \ln(a)$

ځانګړي حالتونه.

د لوگاریتم له تعریف $x = \log_a(b) = a^x = b$ څخه ترلي لاس ته راځي

د لوگاریتم لپاره د a په بنسټ د لسمیز لوگاریتم لپاره د طبیعي لوگاریتم لپاره	$1 = \log_a(a) \Leftrightarrow a^1 = a$ $1 = \lg \Leftrightarrow 10^1 = 10$ $1 = \ln \Leftrightarrow e^1 = e$	ځکه چې ځکه چې ځکه چې	$\log_a(a) = 1$ $\lg(10) = 1$ $\ln(e) = 1$
د لوگاریتم لپاره د a په بنسټ د لسمیز لوگاریتم لپاره د طبیعي لوگاریتم لپاره	$0 = \log_a(1) \Leftrightarrow a^0 = 1$ $0 = \lg \Leftrightarrow 10^0 = 1$ $0 = \ln \Leftrightarrow e^0 = 1$	ځکه چې ځکه چې ځکه چې	$\log_a(1) = 0$ $\lg(1) = 0$ $\ln(1) = 0$

لوگاریتم په اکسپوننت کې

زیات وخت د ترم بڼه بدلون لپاره لاندې اړیکې ګټورې دي:

$2 = a^{\log_a(2)}$	د اعدادو بېلګه:	$x = \log_a(b) \Leftrightarrow a^x = b \Leftrightarrow a^{\log_a(b)} = b$
$5 = 10^{\lg(5)}$	د اعدادو بېلګه:	$x = \lg(b) \Leftrightarrow 10^x = b \Leftrightarrow 10^{\lg(b)} = b$
$9 = e^{\ln(9)}$	د اعدادو بېلګه:	$x = \ln(b) \Leftrightarrow e^x = b \Leftrightarrow e^{\ln(b)} = b$

460 1.9- لوگاریتم او د لوگاریم قوانین

$$2 = a^{\log_a(2)}$$

$$5 = 10^{\lg(5)}$$

$$9 = e^{\ln(9)}$$

د لوگاریتم قوانین

د یوه ضرب یا ځل لوگاریتم

د ضرب لوگاریتم د د یوگونو ضربیونو د لوگاریتمونو د جمعې سره برابر دی.

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a(b) + \log_a(c)$$

بېلگه:

$$\lg(500) = \lg(5 \cdot 100) = \lg(5) + \lg(100) = \lg(5) + 2$$

د یوه وېش لوگاریتم

د یوه وېش لوگاریتم برابر دی د مخرج (د وېشونې) د لوگاریتم کمول د صورت (د وېشونې) د لوگاریتم څخه.

$$\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a(b) - \log_a(c)$$

بېلگه:

$$\log_7\left(\frac{343}{7}\right) = \log_7(343) - \log_7(7) = \log_7(7)^3 - \log_7(7)^1 = 3 - 1 = 2$$

د یوه توان لوگاریتم

د توان لوگاریتم برابر دی د بنسټ د لوگاریم سره ضرب یې اکسپوننت.

$$\log_a(b^c) = c \cdot \log_a(b)$$

1.9- لوگارېتم او د لوگارېتم قوانین

461

$$\log_3 (3)^5 = 5 \cdot \log_3 (3)^1 = 5 \cdot 1 = 5$$

بېلگه:

په پام کې ولرئ:

$$\log_a (\sqrt[c]{b}) = \log_a (b)^{\frac{1}{c}} = \frac{1}{c} \cdot \log_a b$$

د ریښې لپاره باور لري

بېلگه:

$$\ln (\sqrt[3]{e}) = \ln \left(e^{\frac{1}{3}} \right) = \frac{1}{3} \ln (e) = \frac{1}{3}$$

د لوگارېتمونو ترمنځ شمېر بدلون

دا چې په جېشمیري سره فقط لسمیز او طبیعي لوگارېتم شمېرل کېدی شي، دا کله د یوه حالت و بل ته اړینه ده چې لوگارېتم شمېر بدل (یعنې د شمېرلو لپاره یې په بله بڼه واړولی شي) کړي.

$$\log_a (b) = \frac{\lg (b)}{\lg (a)} = \frac{\ln (b)}{\ln (a)}$$

$$\log_3 (5) = \frac{\lg(5)}{\lg(3)} \approx 1,4649735 \quad \text{oder} \quad \log_3 (5) = \frac{\ln(5)}{\ln(3)} \approx 1,4649735$$

بېلگه:

ښوونه:

$$\begin{aligned} x = \log_a (b) &\Leftrightarrow a^x = b \\ y = \log_c (b) &\Leftrightarrow c^y = b \end{aligned} \quad \left| \Leftrightarrow a^x = c^y \mid \log_c () \right.$$

$$\Leftrightarrow \log_c (a^x) = \log_c (c^y) \Leftrightarrow x \cdot \log_c (a) = y \cdot \log_c (c) \Leftrightarrow x \cdot \log_c (a) = y$$

د x او y لپاره لوگاریتمونه ځای په ځای کړی او د $\log_a(b)$ پسي يې بڼه بدل کړی.

$$\log_a(b) \cdot \log_c(a) = \log_c(b) \mid : \log_c(a)$$

$$\Leftrightarrow \log_a(b) = \frac{\log_c(b)}{\log_c(a)} = \frac{\lg(b)}{\lg(c)} = \frac{\ln(b)}{\ln(c)}$$

د استعمال بیلګه:

د ماتونو یا کسرونو ترمونه د **10** په بنسټ لوگاریتم شي یا دې لوگاریتم ونیول شي.

$$\frac{a^2 \cdot b \cdot \sqrt[3]{c}}{d \cdot \sqrt{e^3}}$$

$$\lg\left(\frac{a^2 \cdot b \cdot \sqrt[3]{c}}{d \cdot \sqrt{e^3}}\right) = \lg\left(\frac{a^2 \cdot b \cdot c^{\frac{1}{3}}}{d \cdot e^{\frac{3}{2}}}\right) = 2 \cdot \lg(a) + \lg(b) + \frac{1}{3} \cdot \lg(c) - \lg(d) - \frac{3}{2} \cdot \lg(e)$$

د لوگاریتم ترمونه دې یوه لوگاریتم ترم ته سره رايوځای شي.

$$\ln x - \frac{1}{2} \ln y + \frac{4}{5} \ln z$$

$$\ln(x) - \frac{1}{2} \cdot \ln(y) + \frac{4}{5} \cdot \ln(z) = \ln\left(\frac{x \cdot z^{\frac{4}{5}}}{y^{\frac{1}{2}}}\right) = \ln\left(\frac{x \cdot \sqrt[5]{z^4}}{\sqrt{y}}\right)$$

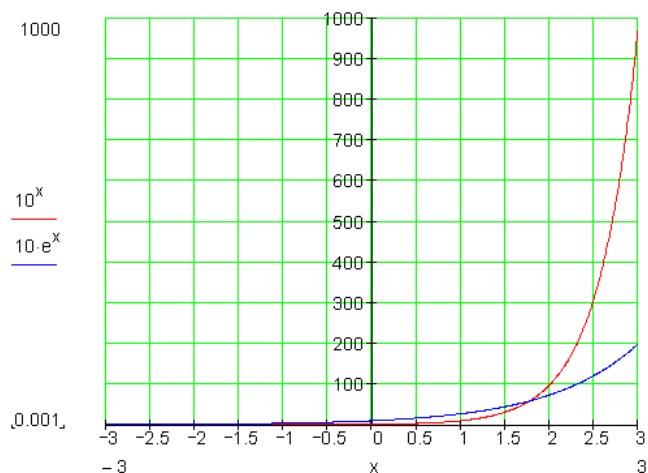
په اکسپوننت کې دلوگاریتمونو بڼه بدلون

$$2^x = e^{\ln(2^x)} = e^{\ln(2) \cdot x} \qquad 4^x = 10^{\lg(4^x)} = 10^{\lg(4) \cdot x}$$

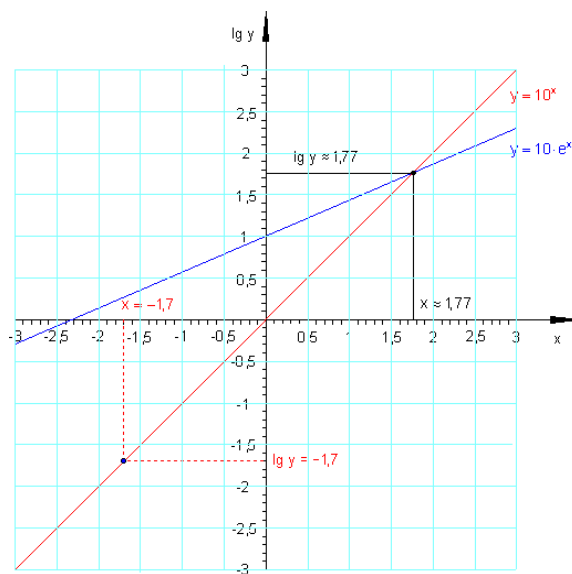
$$e^{\ln(10) \cdot x} = e^{\ln(10^x)} = 10^x \qquad 10^{\lg(e) \cdot x} = 10^{\lg(e^x)} = e^x$$

د لوگاریتم سکالاکونه یا گراف کښنه

بیلگه: د تابع $f(x) = 10^x$ او $g(x) = 10 \cdot e^x$ گرافونه دې په یوه کواورډینات-یا پروت ولاړ سیستم کې انځور شي.



د دې انځورونې زیان په دې کې دی، چې د کوچنیو x ارزښتونه نه شي لوستل کېدی.



د یوه لوگارېټم د y محور باندې سکالا کونې یا ارزښت ټاکنې باندې ګراف په کرښه کېږي. په y محور باندې د تابع ارزښتونو لوگارېټمونه لیکل کېږي.

$$y = 10^x \Leftrightarrow \lg(y) = \lg(10^x) = x \cdot \lg(10) = x$$

له دې لاس ته راځي $\lg(y) = x$ کرښه چې له سرجیني تیرېږي د جګوالي 1 سره

$$y = 10 \cdot e^x \Leftrightarrow \lg(y) = \lg(10 \cdot e^x) = \lg(10) + x \cdot \lg(e) = 1 + x \cdot \lg(e)$$

له دې لاس ته راځي $\lg(y) = \lg(e) \cdot x + 1$. کرښه د جګوالي $\lg(e)$ سره.

ریښتوني ارزښتونه باید وشمیرل شي.

په y محور ارزښت -1,7- دا معنا لري چې $\lg(y) = -1,7 \Rightarrow y = 10^{-1,7} \approx 0,02$

د تابع $f(x) = 10^x$ د ګراف غوڅتګی د تابع $g(x) = 10 \cdot e^x$ سره د y محور لوگارېټمیکي سکالا کولو د دوه کرښو غوڅتګو باندې بیرته اړول کېږي.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 10^x = 10 \cdot e^x \quad (\text{اکسپوننشل مساوات})$$

د لوگارېټم له لارې حل:

$$\Rightarrow \lg(10^x) = \lg(10 \cdot e^x) \Leftrightarrow x \cdot \lg(10) = \lg(10) + x \cdot \lg(e) \Leftrightarrow x \cdot 1 = 1 + x \cdot \lg(e)$$

$$\Leftrightarrow x - x \cdot \lg(e) = 1 \Leftrightarrow x(1 - \lg(e)) = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{1 - \lg(e)} \approx 1,77$$

$$\lg(y) = \lg(10^x) = x \cdot \lg(10) = x \approx 1,77$$

$$\lg(y) = \lg(10 \cdot e^x) = \lg(10) + x \cdot \lg(e) = 1 + x \cdot 0,434 \approx 1,77$$

1.9 - لوگاریتم او د لوگاریتم قوانین

465

$$f(x) \approx 10^{1.77} \approx 58.88 \Rightarrow S(1.77 | 58.88)$$

د دواړو گرافونو غوڅتکي

کنترول:

$$g(x) \approx 10 \cdot e^{1.77} \approx 58.70$$

(د راگردونې له لارې د اصل څخه سره په څنګینه)

بیلګه:

د یوه طبیعو له مخې یو د باکتریا نسل د یوه تابع $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$ وروسته مري.

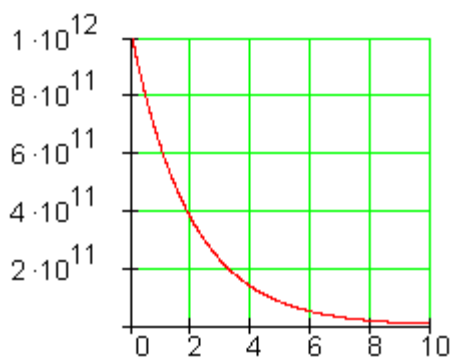
دلته په معنا دي: $N(t)$ د باکتریاګانو تعداد د وخت t وروسته.

N_0 د باکتریاګانو تعداد له وخت $t=0$ وروسته.

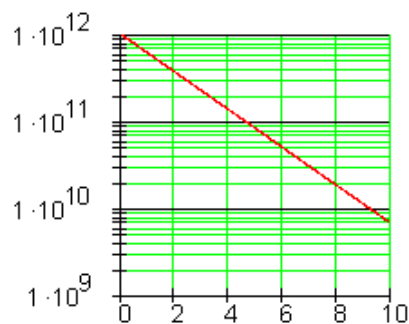
λ د کمیدو ثابت

هغه وخت، چې وروسته له هغه نیمې باکتریاګانې مړې شوي دي، نیموخت ارزښت τ بلل کیږي.

دا تلنار گرافیکي لکه چې لرو په لاندې ډول انځورېږي



لوگاریتمیکي د سکالا برخه



کربنیزه د سکالا برخه

د بڼه کیدنې ثابتې λ او د نیموخت ارزښت τ تر منځ اړیکې انځور کړئ.
نیموخت ارزښت:

$$N(\tau) = \frac{1}{2} \cdot N_0 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot \tau} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot \tau}$$

$$N(\tau) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot \tau}$$

$$e^{-\lambda \cdot \tau} = \frac{1}{2} \quad \text{لوگاریتمول}$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{-\lambda \cdot \tau}) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \quad \text{بڼه بدلون:}$$

$$\Leftrightarrow -\lambda \cdot \tau \cdot \underbrace{\ln e}_1 = \ln(1) - \ln(2) \quad | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \lambda \cdot \tau = \ln(2) - \ln(1) \quad | : \tau$$

$$\Leftrightarrow \lambda = \frac{\ln(2) - \underbrace{\ln(1)}_0}{\tau}$$

$$\Leftrightarrow \lambda = \frac{\ln(2)}{\tau}$$

$$\underline{\underline{V(t) = N_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{\tau} t}}}$$

له دې سره سړی هم لیکلی شي:

یادونه: نیم ارزښت وخت هغه وخت دي، په کوم کې چې اکسپوننشل د وخت سره د کمیدنې ارزښت نیموي

د لوگاریتم خورا غوره قوانین

ټولګه:

$$\log_e(b) = \ln(b) \quad \log_{10}(b) = \lg(b) \quad x = \log_a(b) \Leftrightarrow a^x = b$$

$$\lg(10) = 1 \quad \lg(1) = 0 \quad \log_a(a) = 1 \quad \log_a(1) = 0$$

$$\ln(e) = 1 \quad \ln(1) = 0$$

$$b = a^{\log_a(b)} = 10^{\lg(b)} = e^{\ln(b)} \quad b^x = a^{\log_a(b) \cdot x} = 10^{\lg(b) \cdot x} = e^{\ln(b) \cdot x}$$

$$\lg(b \cdot c) = \lg(b) + \lg(c) \quad \log_a(b \cdot c) = \log_a(b) + \log_a(c)$$

$$\ln(b \cdot c) = \ln(b) + \ln(c)$$

$$\lg\left(\frac{b}{c}\right) = \lg(b) - \lg(c) \quad \log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a(b) - \log_a(c)$$

$$\ln\left(\frac{b}{c}\right) = \ln(b) - \ln(c)$$

$$\ln(b^c) = c \cdot \ln(b) \quad \lg(b^c) = c \cdot \lg(b) \quad \log_a(b^c) = c \cdot \log_a(b)$$

د لوگاریتم پوښتنې

لوگاریتمونه |

لومړۍ: جدول پک کړئ

468 1.9 - لوگاریتم او د لوگاریتم قوانین

10^x	1	100	0,1	$\sqrt{10}$	$\frac{1}{\sqrt{10}}$	-1
x						

دویم: په توانبڼه یې ولیکئ.

الف - $\log_2 (7) = x$ ب - $\log_3 (x) = y$ پ - $\log_a (y) = x$ ت - $\log_e (b) = 1 - x$

دریم: د لوگاریتم تعریف وروسته یې وټاکئ

الف - $\log_2 (16)$ ب - $\log_5 (0,2)$ پ - $\log_5 (5)$ ت - $\log_a (\sqrt{a})$

ب - $\log_2 (2^{15})$ ث - $\log_2 (4^{-2})$ ج - $\lg (\sqrt[3]{10})$ چ - $\log_2 \left(\frac{1}{\sqrt{8}} \right)$

ح - $\log_2 (0,125)$ خ - $\log_{0,5} \left(\frac{1}{8} \right)$ ځ - $\log_{32} (2)$ ځ - $\log_{\sqrt{5}} (125)$

څلورم: د متحولو یا اووښتونو ارزښتونه ورکړئ.

الف - $\log_a (5) = 1$ ب - $\log_4 (y) = -2$ پ - $\log_3 (1) = x$ ت - $\log_3 (\sqrt{b}) = 1,5$

پنځم: وټاکئ $\log_a (81)$ که باور ولري: $\log_a (3) = 0,25$

د لوگاریتم پوښتنې

د لوگاریتم | نتیجې

نتیجې

لومړۍ:

10^x	1	100	0,1	$\sqrt{10}$	$\frac{1}{\sqrt{10}}$	-1
x	0	2	-1	0,5	-0,5	$\emptyset$

2^x	1	2	8	1024	0,5	$\sqrt{2}$	$\sqrt[3]{4} \cdot 2$
x	0	1	3	10	-1	0,5	$\frac{5}{3}$

دویم: الف - $2^x = 7$ ب - $3^y = x$ پ - $a^x = y$ ت - $e^{1-x} = b$

دریم: الف - 4 ب - -1 پ - 1 ت - 0,5

ټ - 1,5 ث - 4 ج - $\frac{1}{3}$ چ - 1,5

ح - 3 خ - 3 غ - 0,2 ځ - 6

څلورم: الف - $a = 5$ ب - $y = \frac{1}{16}$ پ - $x = 0$ ت - $b = 27$

پنځم:

$$\log_a(3) = 0,25 \Leftrightarrow a^{0,25} = 3; \text{ mit } 81 = 3^4 \text{ folgt } (a^{0,25})^4 = 3^4 \Rightarrow a = 81 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_{81}(81) = 1$$

مفصل حلونه:

لومړۍ: په لاندې کې denn څکه چې او keine Lösung حل نه شته.

$$\begin{aligned}
 10^x &= 1 \Rightarrow x = 0 \text{ denn } 10^0 = 1 \\
 10^x &= 100 \Rightarrow x = 2 \text{ denn } 10^2 = 100 \\
 10^x &= 0,1 \Rightarrow x = -1 \text{ denn } 10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1 \\
 10^x &= \sqrt{10} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ denn } 10^{\frac{1}{2}} = \sqrt{10} \\
 10^x &= \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ denn } 10^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \\
 10^x &= -1 \Rightarrow x = \emptyset \text{ keine Lösung}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2^x &= 1 \Rightarrow x = 0 \text{ denn } 2^0 = 1 \\
 2^x &= 2 \Rightarrow x = 1 \text{ denn } 2^1 = 2 \\
 2^x &= 8 \Rightarrow x = 3 \text{ denn } 2^3 = 8 \\
 2^x &= 1024 \Rightarrow x = 10 \text{ denn } 2^{10} = 1024 \\
 2^x &= \frac{1}{2} \Rightarrow x = -1 \text{ denn } 2^{-1} = \frac{1}{2} \\
 2^x &= \sqrt{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ denn } 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \\
 2^x &= \sqrt[3]{4} \cdot 2 \Rightarrow x = \frac{5}{3} \text{ denn } 2^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{4} \cdot 2
 \end{aligned}$$

$$\sqrt[3]{4} \cdot 2 = \sqrt[3]{2 \cdot 2} \cdot 2 = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot 2 = 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^1 = 2^{\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + 1} = 2^{\frac{5}{3}}$$

10^x	1	100	0,1	$\sqrt{10}$	$\frac{1}{\sqrt{10}}$	-1
x	0	2	-1	0,5	-0,5	$\emptyset$

2^x	1	2	8	1024	0,5	$\sqrt{2}$	$\sqrt[3]{4} \cdot 2$
x	0	1	3	10	-1	0,5	$\frac{5}{3}$

دویم:

الف - $\log_2(7) = x \Leftrightarrow 2^x = 7$ ب - $\log_3(x) = y \Leftrightarrow 3^y = x$

پ - $\log_a(y) = x \Leftrightarrow a^x = y$ ت - $\log_e(b) = 1-x \Leftrightarrow e^{1-x} = b$

دریم:

$$\log_5(0,2) = x \Leftrightarrow 5^x = 0,2$$

$$5^x = 0,2 = \frac{1}{5} = 5^{-1} \Leftrightarrow x = -1$$

$$\Rightarrow \log_5(0,2) = -1$$

$$\log_2(16) = x \Leftrightarrow 2^x = 16$$

$$2^x = 16 = 2^4 \Leftrightarrow x = 4$$

$$\Rightarrow \log_2(16) = 4$$

ب -

الف -

$$\log_a(\sqrt{a}) = x \Leftrightarrow a^x = \sqrt{a}$$

$$a^x = \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \log_a(\sqrt{a}) = \frac{1}{2}$$

$$\log_5(5) = x \Leftrightarrow 5^x = 5$$

$$5^x = 5 = 5^1 \Leftrightarrow x = 1$$

$$\Rightarrow \log_5(5) = 1 \quad \text{پ - ت -}$$

$$\log_2(2^{1.5}) = x \Leftrightarrow 2^x = 2^{1.5}$$

$$2^x = 2^{1.5} = 2^{\frac{3}{2}} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$\log_2(4^{-2}) = x \Leftrightarrow 2^x = 4^{-2}$$

$$2^x = 4^{-2} = (2 \cdot 2)^{-2} = 2^{-2} \cdot 2^{-2} = 2^{-4}$$

$$\Leftrightarrow x = -4 \Rightarrow \log_2(4^{-2}) = -4$$

$$\Rightarrow \log_2(2^{1.5}) = \frac{3}{2} \quad \text{ب - ث -}$$

$$\log_2\left(\frac{1}{\sqrt{8}}\right) = x \Leftrightarrow 2^x = \frac{1}{\sqrt{8}}$$

$$2^x = \frac{1}{\sqrt{8}} = 8^{-\frac{1}{2}} = (2^3)^{-\frac{1}{2}} = 2^{-\frac{3}{2}}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \Rightarrow \log_2\left(\frac{1}{\sqrt{8}}\right) = -\frac{3}{2} \quad \text{ج - چ -}$$

$$\lg(\sqrt[3]{10}) = x \Leftrightarrow 10^x = \sqrt[3]{10}$$

$$\Leftrightarrow 10^x = \sqrt[3]{10} = 10^{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \lg(\sqrt[3]{10}) = \frac{1}{3} \quad \text{د - ذ -}$$

$$\log_{0.5}\left(\frac{1}{8}\right) = x \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{8}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{8} = \frac{1}{2^3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow \log_{0.5}\left(\frac{1}{8}\right) = 3 \quad \text{ه - ح -}$$

$$\log_2(0.125) = x \Leftrightarrow 2^x = 0.125$$

$$2^x = 0.125 = \frac{1}{8} = 8^{-1} = (2^3)^{-1} = 2^{-3}$$

$$\Leftrightarrow x = -3 \Rightarrow \log_2(0.125) = -3 \quad \text{و - ز -}$$

$$\begin{aligned}
 \log_{\sqrt{5}}(125) = x &\Leftrightarrow (\sqrt{5})^x = 125 \\
 \left(5^{\frac{1}{2}}\right)^x = 125 = 5^3 &\Leftrightarrow (5^x)^{\frac{1}{2}} = 5^3 \mid^2 \\
 \Leftrightarrow 5^x = 5^6 &\Leftrightarrow x = 6 \Rightarrow \log_{\sqrt{5}}(125) = 6 \quad \text{خ} \\
 \log_{32}(2) = x &\Leftrightarrow 32^x = 2 \\
 32^x = 2 &\Leftrightarrow (2^5)^x = 2 \\
 \Leftrightarrow (2^x)^5 = 2 \mid \sqrt[5]{} &\Leftrightarrow 2^x = 2^{\frac{1}{5}} \\
 \Leftrightarrow x = \frac{1}{5} &\Rightarrow \log_{32}(2) = \frac{1}{5} \quad \text{خ}
 \end{aligned}$$

څلورم:

$$\begin{aligned}
 \log_4(y) = -2 &\Leftrightarrow 4^{-2} = y \\
 \Leftrightarrow y = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16} &\quad \text{الف} \\
 \log_a(5) = 1 &\Leftrightarrow a^1 = 5 \\
 \Leftrightarrow a = 5 &\quad \text{ب} \\
 \log_3(\sqrt{b}) = 1,5 &\Leftrightarrow 3^{1,5} = \sqrt{b} \\
 3^{1,5} = \sqrt{b} \mid^2 &\Leftrightarrow (3^{1,5})^2 = b \\
 \Leftrightarrow 3^3 = b &\Leftrightarrow b = 27 \quad \text{پ} \\
 \log_3(1) = x &\Leftrightarrow 3^x = 1 \\
 \Leftrightarrow x = 0 &\quad \text{ت}
 \end{aligned}$$

پنځم:

$$\begin{aligned}
 \log_a(81) = x \text{ es gilt: } \log_a(3) = 0,25 &\Leftrightarrow a^{0,25} = 3 \\
 a^{0,25} = 3 &\Leftrightarrow a^{\frac{1}{4}} = 3 \mid^4 \Leftrightarrow \left(a^{\frac{1}{4}}\right)^4 = 3^4 \Leftrightarrow a = 81 \\
 \log_{81}(81) = x &\Leftrightarrow 81^x = 81 \Leftrightarrow x = 1 \\
 \Leftrightarrow \log_{81}(81) = 1
 \end{aligned}$$

د لوگاریتم پوښتنې

لوگاریتم II

لومړۍ: لاندې لوگاریمونه وټاکئ.

الف - $\ln 8$ - ب $\ln (2 + e)$ - پ $3 \ln e^{-2}$

ت - $\left[\ln (1 - e^{-1}) \right]^2$ - ب $\ln 2 - \ln \sqrt{e}$ - ث $\ln 2 \cdot (\ln e^3 - 2)$

ج - $\frac{\ln 2}{3} - 1$ - چ $\frac{\ln \sqrt{3}}{\ln \sqrt{2}}$ - ح $\ln \frac{2}{e} - 1$

دویم: د کوم حقیقي عدد لپاره لوگاریم تعریف دی؟

الف - $\ln (-x)$ - ب $\ln (x - 2)$ - پ $\ln (\ln x)$

دریم: پرېکړه وکړئ، چې ایا ترم یو زیاتیز یا مثبت، منفي یا کمیز ارزښت نیسي که یا ارزښت صفر نیسي.

الف - $\ln \frac{2}{3}$ - ب $\ln 1,085$ - پ $\ln \frac{4}{\sqrt{18}}$

ت - $\ln (\ln e)$ - ب $\ln \frac{2^6}{32}$ - ث $\ln (x^2 + 2)$
für $x \in \mathbb{R}$

څلورم: ساده یې کړئ. الف - $(u - e^{\ln 2u})^2$ - ب $\ln \sqrt{e^{2u}}$ - پ $e^{\ln(2u)} - 2ue^{\ln 2}$

توان قوانین

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

د لوگاریتم قوانین و بنسټ e ته یا د e په بنسټ

$\ln(b \cdot c) = \ln(b) + \ln(c)$	$\ln\left(\frac{b}{c}\right) = \ln(b) - \ln(c)$	$a = e^{\ln(a)}$	$e^0 = 1$
$\ln(b^c) = c \cdot \ln(b)$	$\log_a b = \frac{\lg b}{\lg a} = \frac{\ln b}{\ln a}$	$\ln(1) = 0$	$\ln(e) = 1$

د لوگاریتم پوښتنې

لوگاریتم II

نتیجې:

لومړۍ:

الف - 2,07944 ب - 1,55144 پ - 6-
ت - 0,21038 ټ - 0,193 ډ - 0,693
ج - -0,768950 چ - 1,58496 ح - -1,30685
دویم:

په لاندې کې Für : د ... لپاره او wegen له امله

الف - $\ln(-x)$ für $x < 0$ ب - $\ln(x-2)$ für $x > 2$ پ - $\ln(\ln x)$ für $x > 1$

دریم:

$$\ln x > 0 \text{ für } x > 1$$

$$\ln x < 0 \text{ für } 0 < x < 1$$

الف - 0,4054 - ب - 0,08158 پ - 0,05889 -

$$\ln(x^2 + 2) > 0 \text{ für } x \in \mathbb{R}$$

ت - 0 - ب - 0,69314 - ث - wegen $x^2 + 2 > 1$

څلورم:

$$\text{الف - } (u - e^{\ln 2u})^2 = u^2 \text{ - ب - } \ln \sqrt{e^{2u}} = u \text{ - پ - } e^{\ln(2u)} - 2ue^{\ln 2} = -2u$$

مفصل حلونه:

د توان او لوگاریم قوانین:

د توان قوانین

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

د لوگاریم قوانین د e په بنسټ:

$\ln(b \cdot c) = \ln(b) + \ln(c)$	$\ln\left(\frac{b}{c}\right) = \ln(b) - \ln(c)$
$\ln(b^c) = c \cdot \ln(b)$	$\log_a b = \frac{\lg b}{\lg a} = \frac{\ln b}{\ln a}$

$a = e^{\ln(a)}$	$e^0 = 1$
$\ln(1) = 0$	$\ln(e) = 1$

د شمیرنې لپاره د تکزاس د Ti- 30 eco RS of Texas جېشمیری اله کارول کیږي. د استعمال تر مخه د توان او لوگاریتم ترمونه ساده کیږي.

لومړی:

$$\ln(2+e) \approx 1,551$$

$$\ln(8) \approx 2,079$$

$$\left(\left(2 + 1 \right)^{2nd} e^x \right)$$

$$\left(8 \right) \ln$$

الف -

$$\left[\ln(1-e^{-1}) \right]^2 \approx 0,210$$

$$3 \ln(e^{-2}) = -2 \cdot 3 \ln(e)$$

$$= -6 \cdot 1$$

$$\left(\left(1 - 1 \right)^{\pm} 2nd e^x \right) \ln x^2$$

$$= -6$$

پ -

$$\ln(2) - \ln(\sqrt{e}) = \ln(2) - \ln\left(e^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$= \ln(2) - \frac{1}{2} \ln(e)$$

$$= \ln(2) - \frac{1}{2} \cdot 1$$

$$\approx 0,193$$

ت -

$$\ln(2) \cdot (\ln(e^3) - 2) = \ln(2) \cdot (3 \cdot \ln(e) - 2)$$

$$= \ln(2) \cdot (3 \cdot 1 - 2)$$

$$= \ln(2) \cdot (1)$$

$$= \ln(2)$$

$$\approx 0,193$$

ث -

$$\frac{\ln(\sqrt{3})}{\ln(\sqrt{2})} = \frac{\ln\left(3^{\frac{1}{2}}\right)}{\ln\left(2^{\frac{1}{2}}\right)}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\ln(3)}{\frac{1}{2}\ln(2)}$$

$$= \frac{\ln(3)}{\ln(2)} \quad \frac{\ln(2)}{3} - 1 \approx -0,769$$

$$\approx 1,585 \quad \text{ج} \quad \boxed{2 \ln : 3 - 1 =}$$

$$\ln\left(\frac{e}{2}\right) - 1 = \ln(e) - \ln(2) - 1 \quad \ln\left(\frac{2}{e}\right) - 1 = \ln(2) - \ln(e) - 1$$

$$= 1 - \ln(2) - 1$$

$$= \ln(2) - 1 - 1$$

$$= -\ln(2)$$

$$= \ln(2) - 2$$

$$\approx -0,693$$

$$\approx 1,307$$

خ -

ح -

دویم:

الف - $\ln(-x)$ لوگاریتم ځانله د زیاتیزو ارگومنټونو یا لوگاریتم نیوني متحولې لپاره تعریف دی.

$$x > 0 \Leftrightarrow x + 2 > 0 \quad \text{له دې لرو} \quad \ln(-x) < 0 \quad x < 0 \quad \text{لپاره تعریف دی.}$$

ب - $\ln(x-2)$ لوگاریتم ځانله د زیاتیزو ارگومنټونو یا لوگاریتم نیوني متحولې لپاره تعریف دی.

$$x > 2 \Rightarrow \ln(x-2) < 0 \Leftrightarrow x-2 > 0 \quad x > 2 \quad \text{لپاره تعریف دی.}$$

پ - $\ln(\ln(x))$ لوگاریتم ځانله د زیاتیزو ارگومنټونو یا لوگاریتم نیوني متحولې لپاره تعریف دی.

$\ln(x) > 0$ که $x > 1$ وي، نو لاس ته راځي $\ln(\ln(x))$ د $x > 1$ لپاره تعریف دی

دریم

$$\ln\left(\frac{2}{3}\right) < 0 \text{ da } \frac{2}{3} < 1 \Rightarrow \ln\left(\frac{2}{3}\right) \approx -0,405 \quad \text{الف -}$$

$$\ln(1,0085) > 0 \text{ da } 1,0085 > 1 \Rightarrow \ln(1,0085) \approx 0,082 \quad \text{ب -}$$

$$\ln\left(\frac{4}{\sqrt{18}}\right) < 0 \text{ da } \frac{4}{\sqrt{18}} \approx 0,942 < 1 \Rightarrow \ln\left(\frac{4}{\sqrt{18}}\right) \approx -0,059 \quad \text{پ -}$$

$$\ln(\ln(e)) = 0 \quad \text{ځکه چې} \quad \ln(e) = 1 \quad \text{او} \quad \ln(1) = 0 \quad \text{ت -}$$

$$\ln\left(\frac{2^6}{32}\right) > 0 \quad \text{دا چې} \quad \text{ت -}$$

$$\frac{2^6}{32} = \frac{2^6}{2^5} = 2 > 1 \Rightarrow \ln\left(\frac{2^6}{32}\right) = \ln(2) \approx 0,693$$

$$\ln(x^2+2) > 0 \text{ د ټولو } x \in \mathbb{R} \text{ لپاره دا چې } x^2+2 > 1 \text{ دی.}$$

څلورم:

$$\left(u - e^{\ln(2u)}\right)^2 = (u - 2u)^2 = (-u)^2 = u^2 \quad \text{الف -}$$

$$\ln\left(\sqrt{e^{2u}}\right) = \ln\left(e^{\frac{2u}{2}}\right) = u \cdot \ln(e) = u \quad \text{ب -}$$

$$e^{\ln(2u)} - 2u \cdot e^{\ln(2)} = 2u - 2u \cdot 2 = 2u - 4u = -2u \quad \text{پ -}$$

د لوگاریتم پوښتنې

لوگار تمونه III

لومړۍ: لوگارېتمونه وټاکئ

الف - $\log_3 (9) + \log_3 \left(\frac{1}{243} \right)$ ب - $\log_9 (3^4)$ پ - $\log_5 (\sqrt{125})$

ت - $\log_a \left(\frac{1}{a^2} \right)$ ب - $\log_8 (2)$ ث - $\log_a (\sqrt{a^k})$

ج - $\ln(e^{-3}) + \ln\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$ چ - $\log_5 (0,04)$ ح - $\log_2 (\sqrt{8})$

دویم: لوگارېتمونه وټاکئ

الف - $\log_3 (x) = 3$ ب - $\log_x (3) = -2$ پ - $\log_2 (5) = x$

ت - $\log_4 (x-1) = -1,5$ ب - $\log_x (3) = 0$ ث - $\lg(x) = -\frac{1}{2}$

ج - $\ln(x) = -1$ چ - $\lg(2x) = 0,5$ ح - $\log_x (4) = \frac{1}{3}$

خ - $\log_4 (x) + \log_4 (2) = \log_4 (12)$ خ - $\log_3 (x) - \log_3 (5) = 3$

خ - $\log_5 (12) = x$

درېم: بڼه بدل کړئ

الف - $\log(xy)$ ب - $\log\left(\frac{1}{ab}\right)$ پ - $\log(3x-3) - \log(x-1)$

ت - $\log(\sqrt{2xy})$ ب - $\ln(u) + 2\ln(v)$ ث - $-\lg\left(\frac{1}{u}\right)$

$$\text{ج} - \lg(x) - \lg(y) + \frac{1}{2}\lg(z) \quad \text{چ} - \ln\left(\frac{e}{2}\right) - 3\ln\left(\frac{e^2}{2}\right) \quad \text{ح} - \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$$

$$\text{خ} - \log(x^3) - \log(x) \quad \text{خ} - \lg(uv) + \lg\left(\frac{1}{v^2}\right) \quad \text{خ} - \log(\sqrt{x}) + 1,5\log(x)$$

څلورم: ساده کړئ

$$\text{الف} - \ln(2e^2) + \ln\left(\frac{e}{2}\right) \quad \text{ب} - \ln\left(\frac{4}{3}u\right) - \ln\left(\frac{4}{u}\right); u > 0$$

$$\text{پ} - \ln(1-x^2) - \ln(1+x) \quad \text{ت} - \ln(x) - \ln(4) + \ln\left(\frac{4y}{x}\right)$$

$$\text{ټ} - \ln\left(\frac{1+x}{2+x}\right) - \ln(x+1) \quad \text{ث} - \ln\left(\frac{1}{a^2}\right) - \ln(2a) - \ln\left(\frac{1}{a}\right)$$

پنځم: پرېکړه وکړئ، چې ایا لاندې افادې یا ویینې رښتیا (W) یا نارښتیا (F) دي.

$$\text{الف} - \log_3(4) = \frac{\ln(4)}{\ln(3)} \quad \text{ب} - \log_3(4) = \frac{\lg(3)}{\lg(4)} \quad \text{پ} - \log_3(4) = \frac{\lg(4)}{\lg(3)}$$

ښپږم: پرېکړه وکړئ، چې د $\log_a(b)$ او $\log_b(a)$ ترمنځ کومې اړیکې شتون لري.

الف- برابر ب- یو بل ته کمیز یا منفي پ- یو بل ته معکوس

اوم: $\ln(x) = 0,25$ ورکړئ. له دې سره $\ln(\sqrt{x})$; $\ln\left(\frac{1}{x}\right)$; $\ln(x^2)$; $\ln^2(x)$ وټاکئ.
 اتم: جېشمیری راکوي $\lg(4)$: بې له نور استعمال جېشمیری وکاروي $\lg(4000)$ او $\lg(0,25)$ وټاکئ. دلته کوم قانونونه کارول کيږي.

$e^{2\ln(u)}$	$e^{\ln\left(\frac{u}{2}\right)}$	$\frac{1}{2}e^{\frac{\ln(u)}{2}}$	$e^{-\frac{\ln(u)}{3}}$	$2e^{\ln(u^2)}$	$e^{\ln(u)-1}$	$e^{\ln(u-1)}$

نهم:

$$\frac{2}{3}e^{-\ln(0.75u)} = \frac{8}{9u} \quad \text{ب} \quad e^{\ln(u)+1} = u \cdot e \quad \text{الف} \quad \text{لسم: وښايي:}$$

د توان قوانین

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$

$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

د لوگاریم قوانین و بنسټ e ته $\ln(b) = c \Leftrightarrow e^c = b$

$\ln(b \cdot c) = \ln(b) + \ln(c)$	$\ln\left(\frac{b}{c}\right) = \ln(b) - \ln(c)$
$\ln(b^c) = c \cdot \ln(b)$	$\log_a(b) = \frac{\lg(b)}{\lg(a)} = \frac{\ln(b)}{\ln(a)}$

$a = e^{\ln(a)}$	$e^0 = 1$
$\ln(1) = 0$	$\ln(e) = 1$

د لوگاریتم III نتیجې

نتیجې

لومړۍ:

$$\log_5 (\sqrt{125}) = \frac{3}{2} \quad \text{پ} \quad \log_9 (3^4) = 2 \quad \text{ب} \quad \log_3 (9) + \log_3 \left(\frac{1}{243} \right) = -3 \quad \text{الف}$$

$$\log_a (\sqrt{a^k}) = \frac{k}{2} \quad \text{ث} \quad \log_8 (2) = \frac{1}{3} \quad \text{ت} \quad \log_a \left(\frac{1}{a^2} \right) = -2$$

$$\log_2 \sqrt{8} = \frac{3}{2} \quad \text{ج} \quad \log_5 (0,04) = -2 \quad \text{چ} \quad \ln (e^{-3}) + \ln \left(\frac{1}{\sqrt{e}} \right) = -3,5$$

$$\log_x (3) = -2$$

$$\log_3 (x) = 3 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \sqrt{3} \quad \text{ب} \quad \Rightarrow x = 27 \quad \text{الف}$$

دویم:

$$\log_x (3) = 0 \quad \log_4 (x-1) = -1,5 \quad \log_2 (5) = x$$

$$\Rightarrow x = \{ \} \quad \text{ب} \quad \Rightarrow x = \frac{9}{8} \quad \text{ت} \quad \Rightarrow x = \frac{\ln(5)}{\ln(2)} \approx 2,322 \quad \text{پ}$$

$$\lg(2x) = 0,5 \quad \ln(x) = -1 \quad \lg(x) = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} \sqrt{10} \approx 1,581 \quad \text{چ} \quad \Rightarrow x = \frac{1}{e} \quad \text{ج} \quad \Rightarrow x = \frac{1}{10} \sqrt{10} \quad \text{ث}$$

$$\log_4 (x) + \log_4 (2) = \log_4 (12) \quad \log_x (4) = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow x = 6 \quad \text{خ} \quad \Rightarrow x = 64 \quad \text{ح}$$

$$\log_5 (12) = x$$

$$\Rightarrow x = \frac{\ln(12)}{\ln(5)} \approx 1,544 \quad \log_3 (x) - \log_3 (5) = 3$$

$$\Rightarrow x = 135 \quad \text{خ} \quad \text{ث}$$

دریم

$$\text{الف} - \log(x) + \log(y) \quad \text{ب} - \log(a) - \log(b) \quad \text{پ} - \log(3)$$

$$\text{ت} - \frac{1}{2} [\log(2) + \log(x) + \log(y)] \quad \text{ث} - \ln(uv^2) \quad \text{ج} - \lg(u)$$

$$\text{د} - \lg\left(\frac{x\sqrt{z}}{y}\right) \quad \text{ه} - 3\ln(2) - 1 \quad \text{و} - \ln(1-x) - \ln(1+x)$$

$$\text{ز} - 2\log(x) \quad \text{ح} - \lg(u) - \lg(v) \quad \text{ط} - 2\log(x)$$

خلورم:

$$\text{الف} - 3 \quad \text{ب} - 2\ln(u) - \ln(3) \quad \text{پ} - \ln(1-x)$$

$$\text{ت} - \ln(y) \quad \text{ث} - 2\ln(a) - \ln(2) \quad \text{ج} - \ln(2+x)$$

پنځم:

$$\log_3(4) = \frac{\lg(4)}{\lg(3)} \quad \text{الف} \quad \log_3(4) = \frac{\lg(3)}{\lg(4)} \quad \text{ب} \quad \log_3(4) = \frac{\ln(4)}{\ln(3)} \quad \text{ج}$$

شپږم: $\log_a(b)$ او $\log_b(a)$ یو بل سره معکوس دي.

$$(\log_5(25) = 2 ; \log_{25}(5) = \frac{1}{2})$$

اوم:

$$\ln(\sqrt{x}) = \frac{1}{2} \ln(x) = \frac{1}{8} \quad \ln\left(\frac{1}{x}\right) = -\ln(x) = -\frac{1}{4}$$

$$\ln(x^2) = 2\ln(x) = \frac{1}{2} \quad \ln^2(x) = (\ln x)^2 = \frac{1}{16}$$

484 1.9- لوگاریتم او د لوگاریتم قوانین

د لوگاریتم لومړی قانون د لوگاریتم دویم قانون اتم: $\lg(4000) = \lg(4 \cdot 1000) = \lg(4) + 3$ $\lg(0,25) = \lg(1) - \lg(4) = -\lg(4)$						
$e^{2\ln(u)}$	$e^{\ln\left(\frac{u}{2}\right)}$	$\frac{1}{2} e^{\frac{\ln(u)}{2}}$	$e^{-\frac{\ln(u)}{3}}$	$2e^{\ln(u^2)}$	$e^{\ln(u)-1}$	$e^{\ln(t-1)}$
u^2	$\frac{u}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{u}$	$\frac{1}{\sqrt[3]{u}}$	$2u^2$	$u \cdot e^{-1}$	$u - 1$

نهم:

لسم:

$$\frac{2}{3} e^{-\ln(0,75u)} = \frac{2}{3 \cdot e^{\ln\left(\frac{3}{4}u\right)}} = \frac{2}{3 \cdot \frac{3}{4}u} = \frac{8}{9u}$$

الف - $e^{\ln(u)+1} = e^{\ln(u)} \cdot e = u \cdot e$ ب -

د توان او لوگاریتم قوانین

د توان قوانین د توان قوانین

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

د لوگاریتم قوانین و بنسټ e ته $\ln(b) = c \Leftrightarrow e^c = b$

$\ln(b \cdot c) = \ln(b) + \ln(c)$	$\ln\left(\frac{b}{c}\right) = \ln(b) - \ln(c)$	$a = e^{\ln(a)}$	$e^0 = 1$
$\ln(b^c) = c \cdot \ln(b)$	$\log_a(b) = \frac{\lg(b)}{\lg(a)} = \frac{\ln(b)}{\ln(a)}$	$\ln(1) = 0$	$\ln(e) = 1$

مصل حلونه

لومړی:

$$\begin{aligned}
 \log_9(3^4) &= \log_9(3^2 \cdot 3^2) & \log_3(9) + \log_3\left(\frac{1}{243}\right) \\
 &= \log_9(9^2) &= \log_3(3^2) + \log_3(1) - \log_3(143) \\
 &= 2 \cdot \log_9(9) &= 2 \cdot \log_3(3) + 0 - \log_3(3^5) \\
 &= 2 \cdot 1 = 2 &= 2 - 5 \cdot \log_3(3) = 2 - 5 = -3
 \end{aligned}$$

الف -

$$\begin{aligned}
 \log_a\left(\frac{1}{a^2}\right) &= \log_a(a^{-2}) & \log_5(\sqrt{125}) &= \log_5\left(5^{\frac{3}{2}}\right) \\
 &= -2 \cdot \log_a(a) & &= \frac{3}{2} \cdot \log_5(5) = \frac{3}{2} \\
 &= -2 & &
 \end{aligned}$$

پ -

$$\begin{aligned}
 \log_a(\sqrt{a^k}) &= \log_a\left(a^{\frac{k}{2}}\right) & \log_8(2) &= \log_8\left(8^{\frac{1}{3}}\right) \\
 &= \frac{k}{2} \cdot \log_a(a) = \frac{k}{2} & &= \frac{1}{3} \cdot \log_8(8) = \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

ت -

$$\begin{aligned}
 \log_5(0,04) &= \log_5\left(\frac{4}{100}\right) & \ln(e^{-3}) + \ln\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right) \\
 &= \log_5\left(\frac{4}{4 \cdot 25}\right) & &= -3 \cdot \ln(e) + \ln(1) - \ln\left(e^{\frac{1}{2}}\right) \\
 &= \log_5\left(\frac{1}{5^2}\right) & &= -3 \cdot 1 + 0 - \frac{1}{2} \cdot \ln(e) \\
 &= \log_5(1) - \log_5(5^2) & &= -3 - \frac{1}{2} = -3,5 \\
 &= 0 - 2 \cdot \log_5(5) = -2 & &
 \end{aligned}$$

ج -

$$\log_2(\sqrt{8}) = \log_2(\sqrt{2^3}) = \log_2\left(2^{\frac{3}{2}}\right) = \frac{3}{2} \cdot \log_2(2) = \frac{3}{2}$$

-ح
دویم:

$$\log_x(3) = -2 \Leftrightarrow x^{-2} = 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x^2} = 3 \mid \cdot x^2 \Leftrightarrow 1 = 3x^2 \mid : 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} = x^2 \mid \sqrt{} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{1}{3}} = |x|$$

$$|x| = \sqrt{\frac{1}{3}} \Rightarrow x_{1/2} = \pm \sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$x = \sqrt{\frac{1}{3}} \text{ da } x > 0 \text{ (Definition)}$$

$$\log_a(b) = c \Leftrightarrow a^c = b$$

$$\log_3(x) = 3$$

$$\Leftrightarrow 3^3 = x$$

$$\Leftrightarrow x = 27 \quad \text{الف} \quad \text{ب - (پیژند)}$$

$$\log_4(x-1) = -1,5 \Leftrightarrow 4^{-\frac{3}{2}} = x-1$$

$$\Leftrightarrow x-1 = \frac{1}{4^{\frac{3}{2}}} \mid +1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{(2^2)^{\frac{3}{2}}} + 1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{(2^3)} + 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{8} + \frac{8}{8} \Leftrightarrow x = \frac{9}{8}$$

$$\log_2(5) = x \Leftrightarrow 2^x = 5 \mid \ln()$$

$$\Leftrightarrow \ln(2^x) = \ln(5)$$

$$\Leftrightarrow x \cdot \ln(2) = \ln(5) \mid : \ln(2)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\ln(5)}{\ln(2)} \approx 2,322$$

$$\text{پ - ت -}$$

$$\log_x(3) = 0 \Leftrightarrow x^0 = 3 \quad \text{ب - تضاد، خكه چي}$$

$$x^0 = 1 \Rightarrow x = \{ \}$$

$$\lg(x) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 10^{-\frac{1}{2}} = x$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \cdot \sqrt{10}}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{10}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{10} \sqrt{10} \quad \text{ث -}$$

$$\lg(2x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 10^{\frac{1}{2}} = 2x \mid : 2$$

$$\ln(x) = -1 \Leftrightarrow e^{-1} = x$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \cdot 10^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{10} \approx 1,581$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{e} \approx 0,368$$

- ج

- ج

$$\log_4(x) + \log_4(2) = \log_4(12)$$

$$\Leftrightarrow \log_4(2x) = \log_4(12)$$

$$\Leftrightarrow 2x = 12 \mid : 2 \Leftrightarrow x = 6$$

$$\log_x(4) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x^{\frac{1}{3}} = 4 \mid ^3$$

$$\Leftrightarrow x = 4^3 \Leftrightarrow x = 64$$

- خ

- ح

$$\log_5(12) = x \Leftrightarrow 5^x = 12 \mid \ln()$$

$$\Leftrightarrow \ln(5^x) = \ln(12)$$

$$\Leftrightarrow x \cdot \ln(5) = \ln(12) \mid : \ln(5)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\ln(12)}{\ln(5)} \approx 1,544$$

$$\log_3(x) - \log_3(5) = 3$$

$$\Leftrightarrow \log_3\left(\frac{x}{5}\right) = 3 \Leftrightarrow 3^3 = \frac{x}{5} \mid \cdot 5$$

$$\Leftrightarrow 5 \cdot 3^3 = x \Leftrightarrow x = 135$$

- خ

- خ

دریم:

$$\log\left(\frac{1}{ab}\right) = \log(1) - \log(ab)$$

$$= -[\log(a) + \log(b)]$$

$$\log(xy) = \log(x) + \log(y) \quad \text{الف - ب}$$

$$\log(\sqrt{2xy}) = \log\left[(2xy)^{\frac{1}{2}}\right]$$

$$= \frac{1}{2}[\log(2) + \log(x) + \log(y)]$$

- ت

$$\log(3x-3) - \log(x-1)$$

$$= \log\left(\frac{3x-3}{x-1}\right) = \log\left[\frac{3(x-1)}{x-1}\right]$$

$$= \log(3)$$

- پ

$$-\lg\left(\frac{1}{u}\right) = -[\lg(1) - \lg(u)]$$

$$= -[0 - \lg(u)] = \lg(u)$$

- ث

$$\ln(u) + 2\ln(v) = \ln(u) + \ln(v^2)$$

$$= \ln(uv^2)$$

- ث

$$\begin{aligned}\lg(x) - \lg(y) + \frac{1}{2}\lg(z) \\ = \lg\left(\frac{x}{y}\right) + \lg\left(z^{\frac{1}{2}}\right) = \lg\left(\frac{x\sqrt{z}}{y}\right) \quad \text{ج-}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\ln(e^2) - 3\ln\left(\frac{e}{2}\right) &= 2\ln(e) - 3[\ln(e) - \ln(2)] \\ &= 2 \cdot 1 - 3[1 - \ln(2)] = 2 - 3 + 3\ln(2) \\ &= 3\ln(2) - 1 \quad \text{ج-}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\log(x^3) - \log(x) &= \log\left(\frac{x^3}{x}\right) \quad \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right) \\ &= \log(x^2) = 2\log(x) \quad \text{ج-} \quad = \ln(1-x) - \ln(1+x) \quad \text{ج-}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lg(uv) + \lg\left(\frac{1}{v^2}\right) &= \lg\left(uv \cdot \frac{1}{v^2}\right) \\ &= \lg\left(\frac{u}{v}\right) = \lg(u) - \lg(v) \quad \text{ج-}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\log(\sqrt{x}) + 1.5\log(x) &= \log\left(x^{\frac{1}{2}}\right) + \frac{3}{2}\log(x) \\ &= \frac{1}{2}\log(x) + \frac{3}{2}\log(x) = 2\log(x) \quad \text{ج-}\end{aligned}$$

څلورم:

$$\ln\left(\frac{4}{3}u\right) - \ln\left(\frac{4}{u}\right); u > 0$$

$$\begin{aligned} &= \ln\left(\frac{4u}{3}\right) = \ln\left(\frac{4u \cdot u}{3 \cdot 4}\right) = \ln\left(\frac{u^2}{3}\right) \\ &= \ln(u^2) - \ln(3) = 2\ln(u) - \ln(3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\ln(2e^2) + \ln\left(\frac{e}{2}\right) \\ &= \ln(2) + \ln(e^2) + \ln(e) - \ln(2) \\ &= 2\ln(e) + \ln(e) \end{aligned}$$

الف -

$$\begin{aligned} &\ln(1-x^2) - \ln(1+x) \\ &= \ln\left(\frac{1-x^2}{1+x}\right) = \ln\left[\frac{(1-x)(1+x)}{1+x}\right] \\ &= \ln(1-x) \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned} &\ln(x) - \ln(4) + \ln\left(\frac{4y}{x}\right) \\ &= \ln\left(\frac{x}{4}\right) + \ln\left(\frac{4y}{x}\right) = \ln\left(\frac{x}{4} \cdot \frac{4y}{x}\right) = \ln(y) \end{aligned}$$

ت -

$$\begin{aligned} &\ln\left(\frac{1+x}{2+x}\right) - \ln(x+1) \\ &= \ln\left(\frac{1+x}{2+x} \cdot \frac{1}{x+1}\right) = \ln\left(\frac{1}{2+x}\right) \\ &= \ln(1) - \ln(2+x) \\ &= \ln(2+x) \end{aligned}$$

ب -

$$\log_a(b) = \frac{\ln(b)}{\ln(a)} \quad \text{رښتيا، ځکه چې} \quad \log_3(4) = \frac{\ln(4)}{\ln(3)} \quad \text{الف - پنځم:}$$

$$\log_a(b) = \frac{\lg(b)}{\lg(a)} \quad \text{نارښتيا، ځکه چې} \quad \log_3(4) = \frac{\lg(3)}{\lg(4)} \quad \text{ب -}$$

$$\log_a(b) = \frac{\lg(b)}{\lg(a)} \quad \log_3(4) = \frac{\lg(4)}{\lg(3)}$$

پ - رښتیا، ځکه چې

$$\log_b(a) = c \Leftrightarrow b^c = a \quad \text{او} \quad \log_a(b) = c \Leftrightarrow a^c = b$$

شپږم:

یو بل ته معکوس دي

$$\log_5(25) = x \Leftrightarrow 5^x = 25 \Leftrightarrow x = 2$$

$$\log_{25}(5) = x \Leftrightarrow 25^x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

بیلگه:

$$x = e^{\frac{1}{4}} \Rightarrow \ln(\sqrt{x}) = \ln\left(x^{\frac{1}{2}}\right) = \ln\left[\left(e^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{2}}\right] = \ln\left(e^{\frac{1}{8}}\right) = \frac{1}{8}\ln(e) = \frac{1}{8}$$

اوم: الف -

$$x = e^{\frac{1}{4}} \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{x}\right) = \ln\left(\frac{1}{e^{\frac{1}{4}}}\right) = \ln\left(e^{-\frac{1}{4}}\right) = -\frac{1}{4}\ln(e) = -\frac{1}{4}$$

ب -

$$x = e^{\frac{1}{4}} \Rightarrow \ln(x^2) = \ln\left[\left(e^{\frac{1}{4}}\right)^2\right] = \ln\left(e^{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2}\ln(e) = \frac{1}{2}$$

پ -
ت -

$$x = e^{\frac{1}{4}} \Rightarrow \ln^2(x) = \ln(x) \cdot \ln(x) = \ln\left(e^{\frac{1}{4}}\right) \cdot \ln\left(e^{\frac{1}{4}}\right) = \frac{1}{4}\ln(e) \cdot \frac{1}{4}\ln(e) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

اتم:

الف -

$$\lg(4) \approx 0,602 \Rightarrow \lg(4000) = \lg(4 \cdot 1000) = \lg(4 \cdot 10^3) = \lg(4) + 3\lg(10) =$$

$$= \lg(4) + 3$$

ب -

$$\lg(0,25) = \lg\left(\frac{1}{4}\right) = \lg(1) - \lg(4) = -\lg(4)$$

نهم: الف - $e^{2\ln(u)} = e^{\ln(u^2)} = u^2$ له امله $e^{\ln(b)} = b$

ب - $e^{\ln\left(\frac{u}{2}\right)} = \frac{u}{2}$ له امله $e^{\ln(b)} = b$

پ - $\frac{1}{2}e^{\frac{\ln(u)}{2}} = \frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}\ln(u)} = \frac{1}{2}e^{\ln\left(u^{\frac{1}{2}}\right)} = \frac{1}{2}u^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{u}$

ت - $e^{-\frac{\ln(u)}{3}} = e^{-\frac{1}{3}\ln(u)} = e^{-\ln\left(u^{\frac{1}{3}}\right)} = \frac{1}{e^{\ln\left(u^{\frac{1}{3}}\right)}} = \frac{1}{u^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{u}}$

ب - $2e^{\ln(u^2)} = 2u^2$

ث - $e^{\ln(u)-1} = e^{\ln(u)} \cdot e^{-1} = u \cdot e^{-1}$ ج - $e^{\ln(u-1)} = u-1$

لسم: الف - $e^{\ln(u)+1} = e^{\ln(u)} \cdot e = u \cdot e$ ب - غوښتنه (ثبوت): $\frac{2}{3}e^{-\ln(0,75u)} = \frac{8}{9u}$

$$\frac{2}{3}e^{-\ln\left(\frac{3}{4}u\right)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{e^{\ln\left(\frac{3}{4}u\right)}}$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\frac{3u}{4}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3u} = \frac{8}{9u}$$

1.10-ریښه- او اکسپوننشل مساوات

ریښه مساوات:

مساوات، په کومو کې چې ریښه - یا جذر نمونه منځ ته راځي،، ریښه مساوات،، یا ،، جذر مساوات،، یې بولو. په لاندې بیلګه کې به د حل تګلار پوره وڅیړل شي.

د مخامخ مساوات د حلست غواړو پیدا کړو: $3 \cdot \sqrt{5x+1} = 4 \cdot \sqrt{2x+3}$

لکه په ټولو مساواتو کې همداسې د ریښه مساوات حلست (اوبې ډېرې) پورې فقط د تعریف ډېرې D توکي اړه لري، چې دا دهر مساوات لپاره ټاکل کېږي.

شمیرنه: کینه ریښه د T_1 او بنی ریښه د T_2 سره په نڅه کوو

$$T_1 = \sqrt{5x+1} \quad T_2 = \sqrt{2x+3}$$

لاندې یا تر څنګ پر اېلم که منځ ته راتلی شي: ایا د مربع ریښې په توان کونه یوه ورته بڼه بدلون دی، که کیدی شي له دې لارې یو بل توکی هم دې ته راشي، چې بیخي دې سرچینه ییز مساوات پورې اړه نه لري؟	بیلګه: $x = 3$ $\Leftrightarrow x^2 = 9 \quad \sqrt{}$ $\Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow x = 3 \vee -x = 3$ $\Rightarrow x = 3 \vee x = -3$ $\Rightarrow L = \{-3; 3\}$

په پورته بیلګه کې د مربع کونې له لارې یو توکی 3- ورزیات توکی ورته راغلی. له دې امله دا نه تنها غوره یا مهم دی، بلکه بیخي غوښتونې، چې د په توان کونې وروسته په دواړو خواو ازماېښت وکړو.

1.10-رینه- او اکسپوننشل مساوات

493

$$\sqrt{x^2-1} = x-3 \quad \text{بیلگه:}$$

$$x^2-1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 \geq 1$$

$$\Leftrightarrow |x| \geq 1 \Rightarrow x \geq 1 \vee x \leq -1$$

$$\Rightarrow x \geq 1 \vee x \leq -1 \Rightarrow$$

$$\underline{\underline{D = \mathbb{R} \setminus \{x \mid -1 < x < 1\}}}$$

تعریفورشو:

حل:	د ایشوونې له لارې ازمایښت
$\sqrt{x^2-1} = x-3$ $\Leftrightarrow x^2-1 = x^2-6x+9$ $\Leftrightarrow 6x = 10$ $\Leftrightarrow x = \frac{5}{3} \wedge x \in D$	$\sqrt{x^2-1} = x-3$ $\Leftrightarrow \sqrt{\frac{25}{9}-\frac{9}{9}} = \frac{5}{3}-\frac{9}{3}$ $\Leftrightarrow \sqrt{\frac{16}{9}} = -\frac{4}{3}$ $\Leftrightarrow \frac{4}{3} = -\frac{4}{3} (f) \Rightarrow \underline{\underline{L = \{ \}}}$

دا په دې معنا، چې د x لپاره کوم ارزښت نه شته چې پورته مساوات پوره کړي .

خواب یا حل

$$\sqrt{7x+8} = 2x-2 \quad \text{بیلگه:}$$

$$\sqrt{7x+8} = 2x-2$$

$$7x+8 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 7x+8 = (2x-2)^2$$

$$\Leftrightarrow 7x \geq -8$$

تعریفورشو:

$$\Leftrightarrow 7x+8 = 4x^2-8x+4$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 15x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - \frac{15}{4}x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow p = -\frac{15}{4} \quad q = -1$$

$$\Leftrightarrow x \geq -\frac{8}{7}$$

$$\Rightarrow D = \left\{ x \mid x \geq -\frac{8}{7} \right\}_{\mathbb{R}}$$

$x_1 = \frac{15}{8} + \sqrt{\frac{225}{64} + \frac{64}{64}} = \frac{15}{8} + \sqrt{\frac{289}{64}}$ $= \frac{15}{8} + \frac{17}{8} = \frac{32}{8} = 4$ $x_2 = \frac{15}{8} - \frac{17}{8} = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}$	ازمایننت د $x_2 = -\frac{1}{4}$ لپاره
ازمایننت د $x_1 = 4$ لپاره $\sqrt{7x+8} = 2x-2$ $\Leftrightarrow \sqrt{7 \cdot 4 + 8} = 2 \cdot 4 - 2$ $\Leftrightarrow \sqrt{36} = 6$ $\Leftrightarrow 6 = 6 \quad (w)$	$\sqrt{7x+8} = 2x-2$ $\Leftrightarrow \sqrt{7 \cdot (-\frac{1}{4}) + 8} = 2 \cdot (-\frac{1}{4}) - 2$ $\Leftrightarrow \sqrt{-\frac{7}{4} + \frac{32}{4}} = -\frac{2}{4} - \frac{8}{4}$ $\Leftrightarrow \sqrt{\frac{25}{4}} = -\frac{10}{4}$ $\Leftrightarrow \frac{5}{2} = -\frac{5}{2} \quad (f) \Rightarrow -\frac{1}{4} \notin L$

خواب یا حل (اوبی): $L = \{4\} \Rightarrow \sqrt{7x+8} = 2x-2$

$$3 \cdot \sqrt{x-2} - \sqrt{x+5} = \sqrt{2x+3} \quad \text{بیلگه:}$$

$$\Rightarrow x-2 \geq 0 \quad \wedge \quad x+5 \geq 0 \quad \wedge \quad 2x+3 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x \geq 2 \quad \wedge \quad x \geq -5 \quad \wedge \quad x \geq -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{D = \{x \mid x \geq 2\}_{\mathbb{R}}}}$$

تعریفورشو:

حل یا خواب یا اوبیونه:

$$3 \cdot \sqrt{x-2} - \sqrt{x+5} = \sqrt{2x+3}$$

$$\Leftrightarrow (3 \cdot \sqrt{x-2} - \sqrt{x+5})^2 = (\sqrt{2x+3})^2$$

$$\Leftrightarrow 9 \cdot (x-2) - 6\sqrt{(x-2)(x+5)} + x+5 = 2x+3$$

$$\Leftrightarrow 9x - 18 - 6\sqrt{(x-2)(x+5)} + x+5 - 2x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 8x - 16 - 6\sqrt{(x-2)(x+5)} = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x - 8 - 3\sqrt{(x-2)(x+5)} = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x - 8 = 3\sqrt{(x-2)(x+5)}$$

$$\Leftrightarrow (4x - 8)^2 = [3\sqrt{(x-2)(x+5)}]^2$$

$$\Leftrightarrow 16x^2 - 64x + 64 = 9(x-2)(x+5)$$

$$\Leftrightarrow 16x^2 - 64x + 64 = 9(x^2 + 5x - 2x - 10)$$

$$\Leftrightarrow 16x^2 - 64x + 64 = 9x^2 + 27x - 90$$

$$\Leftrightarrow 7x^2 - 91x + 154 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 13x + 22 = 0$$

$$\Rightarrow p = -13 \quad q = 22$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{13}{2} + \sqrt{\frac{169}{4} - \frac{88}{4}}$$

$$= \frac{13}{2} + \sqrt{\frac{81}{4}} = \frac{13}{2} + \frac{9}{2} = \frac{22}{2} = 11$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{13}{2} - \frac{9}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

د $x=2$ لپاره ازماښت	د $x=11$ لپاره ازماښت
$3 \cdot \sqrt{x-2} - \sqrt{x+5} = \sqrt{2x+3}$ $\Leftrightarrow 3 \cdot \sqrt{2-2} - \sqrt{2+5} = \sqrt{2 \cdot 2 + 3}$ $\Leftrightarrow 3 \cdot 0 - \sqrt{7} = \sqrt{7}$ $\Leftrightarrow -\sqrt{7} = \sqrt{7} \quad (f)$ $\Rightarrow 2 \notin L$	$3 \cdot \sqrt{x-2} - \sqrt{x+5} = \sqrt{2x+3}$ $\Leftrightarrow 3 \cdot \sqrt{11-2} - \sqrt{11+5} = \sqrt{22+3}$ $\Leftrightarrow 3 \cdot \sqrt{9} - \sqrt{16} = \sqrt{25}$ $\Leftrightarrow 9 - 4 = 5 \quad (w) \Rightarrow 11 \in L$ $L = \{11\}$ له دې سره حلست دی: $\underline{\underline{L = \{11\}}}$

اکسپوننشل مساوات

ویناښي، په کومو کې چې د حل متحولي یا د حل اووښتوني د رینډی یا توان په جگدېد یا اکسپوننټ کې منځ ته راشي، اکسپوننشل مساوات یا - نامساوات بلل کېږي (دې ته د بل وی یا لغات استعمال مو ناتیګ پوهاوي ته لارښودوي یا بیایي).

د داسې ویناښو د حل سټ زیات وخت د لوګاریتموني یا لوګاریتم کوني له لارې پیدا کېدی شي یا منځ ته راتلی شي.

بیلګه:

د (په ځای) ایښوني له لارې ازماښت:	
$2^{3x+4} = 1024$ $\Leftrightarrow 2^{3 \cdot 2 + 4} = 2^{10}$ $\Leftrightarrow 2^{10} = 2^{10} \quad (w)$ $\underline{\underline{L = \{2\}}}$	$2^{3x+4} = 1024$ $\Leftrightarrow 2^{3x+4} = 2^{10} \quad \lg$ $\Leftrightarrow \lg(2^{3x+4}) = \lg(2^{10})$ $\Leftrightarrow (3x+4) \cdot \lg 2 = 10 \cdot \lg 2 \quad : \lg 2$ $\Leftrightarrow 3x+4 = 10 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$

د اکسپوننشل مساوات له لارې حل: $2^{3x+4} = 2^{10} \Leftrightarrow 3x+4 = 10$ د اکسپوننشنو د پرتلې کونې له لارې یو حل ټیک هلته شونی دی، که وموګر ایشو، چې په دواړو لور د وینا بڼې ترمونه داسې بڼه بدل کړو، چې د مساوي بنسټ سره توان ترې لاس ته راشي.

بیلګه:

د (په ځای) ایښونې له لارې ازمابښت:	$3 \cdot 2^{x+3} = 64 \cdot 3^{x-2} \quad \lg$ $\Leftrightarrow \lg(3 \cdot 2^{x+3}) = \lg(64 \cdot 3^{x-2})$ $\Leftrightarrow \lg 3 + (x+3) \cdot \lg 2 = \lg 64 + (x-2) \cdot \lg 3$ $\Leftrightarrow (x+3) \cdot \lg 2 - (x-2) \cdot \lg 3 = \lg 64 - \lg 3$ $\Leftrightarrow x \lg 2 + 3 \lg 2 - x \lg 3 + 2 \lg 3 = \lg 64 - \lg 3$ $\Leftrightarrow x \lg 2 - x \lg 3 = \lg 64 - \lg 3 - 3 \lg 2 - 2 \lg 3$ $\Leftrightarrow x(\lg 2 - \lg 3) = \lg 64 - 3 \lg 3 - 3 \lg 2$ $\Leftrightarrow x = \frac{\lg 64 - 3 \lg 3 - 3 \lg 2}{(\lg 2 - \lg 3)} = 3$
$3 \cdot 2^{x+3} = 64 \cdot 3^{x-2}$ $\Leftrightarrow 3 \cdot 2^{3+3} = 64 \cdot 3^{3-2}$ $\Leftrightarrow 3 \cdot 2^6 = 64 \cdot 3$ $\Leftrightarrow 3 \cdot 64 = 64 \cdot 3 \quad (w)$ $\Rightarrow \underline{\underline{L = \{3\}}}$	

اکسپوننشل مساوات، چې په هغو کې جمعه یا تفریق منځ ته راشي، نه شي کیدی لوګاریتم یې ونيول شي. سری هڅه کولی شي، چې دا د بدلون یا سبټجیوشن (د یوې بلې متحولې په ځای کونه) له لارې حل شي.

بیلګه:

د $x_1 = 4/3$ لپاره ازمابښت

$$90 \cdot 3^{3x-2} - 9^{3x-2} - 729 = 0$$

$$\Leftrightarrow 90 \cdot 3^{3 \cdot \frac{4}{3} - 2} - 9^{3 \cdot \frac{4}{3} - 2} - 729 = 0$$

$$\Leftrightarrow 90 \cdot 3^2 - 9^2 - 729 = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 = 0 \quad (w)$$

$$90 \cdot 3^{3x-2} - 9^{3x-2} - 729 = 0$$

$$\Leftrightarrow 90 \cdot 3^{3x-2} - (3^2)^{3x-2} - 729 = 0$$

$$\Leftrightarrow 90 \cdot 3^{3x-2} - 3^{2(3x-2)} - 729 = 0$$

بدلون:

د $x_2=2$ لپاره ازماښت $0 \cdot 3^{3x_2-2} - 9^{3x_2-2} - 729 = 0$ $\Leftrightarrow 90 \cdot 3^{3 \cdot 2-2} - 9^{3 \cdot 2-2} - 729 = 0$ $\Leftrightarrow 90 \cdot 3^4 - 9^4 - 729 = 0$ $\Leftrightarrow 0 = 0 \quad (w)$ $\underline{\underline{L = \left\{ \frac{4}{3}; 2 \right\}}}$	$3^{3x-2} = z \quad 3^{2(3x-2)} = z^2$ $\Rightarrow 90 \cdot z - z^2 - 729 = 0 \quad (\text{quadr. Gl.})$ $\Rightarrow z_1 = 9 \quad \vee \quad z_2 = 81$ د z_1 همداسې z_2 اړینونه په بدلوننرم z کې $3^{3x-2} = z_1 \quad 3^{3x-2} = z_2$ $\Leftrightarrow 3^{3x-2} = 9 \quad 3^{3x-2} = 81$ $\Leftrightarrow 3^{3x-2} = 3^2 \quad 3^{3x-2} = 3^4$ $\Leftrightarrow 3x - 2 = 2 \quad 3x - 2 = 4$ $\Leftrightarrow x_1 = \frac{4}{3} \quad x_2 = 2$

1.11- مربع مساوات (خلوری برابر ونونه)

سوچه مربع مساوات

مساوات $x^2=25$ حل کری

د ازماښت سره حل $x_1=5$ یا $x_2=-5$ لاس ته راځي

ځکه چې $(x_1)^2 = 5^2 = 25$ یا $(x_2)^2 = (-5)^2 = 25$

مساوات د ورته بڼه بدلون له لارې لاس ته راوړل کيږي.

$x^2=25$ په دواړو لورو ریښه ونیسی

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{25}$$

$$\Leftrightarrow |x| = 5 \quad \text{ارزښت حل کړی}$$

(Fall حالت ته وایي)

$$\text{Fall 1: } x \geq 0 \Rightarrow |x| = x = 5 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 5}}$$

$$\text{Fall 2: } x < 0 \Rightarrow |x| = -x = 5 \Leftrightarrow x = -5 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -5}}$$

ارزښت یا مطلقه ارزښت ته روښانه ونه

یو سړی 120 € گټي، موږ داسې هم وایو چې یو سړی 120 € د پیسو ارزښت گټي.

یو سړی د 120 € جزا پانه اخلي، موږ وایو چې دی باید د 120 € پیسو ارزښت تادیه کړي یا ورکړي.

د اقتصادي تخنیک له مخې گټل د مثبت او جزا د منفي په معنا دي.

نو: گټل 120 €+, د جزا پانه 120 €-,

په دواړو حالتونو کې دا 120 € دي.

د یوه حقيقي گڼ یا عدد ارزښت لرو، که دا مخنځینه+ بدله شوه.

بیلگي:

$$\begin{array}{llll} |4| = 4 & |5,12| = 5,12 & |\sqrt{3}| = \sqrt{3} & |\pi| = \pi \\ |-4| = 4 & |-5,12| = 5,12 & |-\sqrt{3}| = \sqrt{3} & |-\pi| = \pi \end{array}$$

دا دومه ساده هم نه دی، که موږ د یوې اوښتونې x ارزښت غواړو وټاکو $|x| = x$ تل د ټولو حقيقي گڼونو یا اعدادو لپاره باور نه لري.

بیلگه:

$ 5 = 5$ ist wahr	ځکه چې	$x = 5 \Rightarrow x = x$
$ -5 = -5$ ist falsch	ځکه چې	$x = -5 \Rightarrow x = x$
$\frac{ -5 }{5}$		

گومان $|x| = x$ فقط هلته ټيک دی، چې $x \geq 0$ وي.

د $x < 0$ لپاره ناټيک دی..

موږ دا رزبنت ټاکلو کې باید دوه حالتونه سره توپیر کړو:

لومړی حالت که $x \geq 0$ وي $|x| = x$

دویم حالت که $x < 0$ وي $|x| = -x$

بیلگه:

$x = 5$ دا چې $x > 0$ دی باور لري $|x| = x$ ځکه چې $|5| = 5$ (لومړی حالت)

$x = -5$ دا چې $x < 0$ دی باور لري $|x| = -x$ ځکه چې $|-5| = 5$ (دویم حالت)

د یوه حقيقي عدد ارزبنت تل مثبت دی.

ارزبنت د یوه عدد لویوالی ورکوي، بې له دې چې مخ نڅېنه په پام کې ونیږي.

د حل بدیل I

د بني $ax^2 = b$ یا $ax^2 = +c = 0$ برابرونونه سوچه مربعیز بلل کيږي..

دا د مناسب بڼه بدلون وروسته د رېښه نیونې له لارې حل کيږي.

$$\begin{aligned}
 2x^2 - 8 &= 0 & | +8 \\
 \Leftrightarrow 2x^2 &= 8 & | :2 \\
 \Leftrightarrow x^2 &= 4 & | \sqrt{} \\
 \Leftrightarrow \sqrt{x^2} &= \sqrt{4} \\
 \Leftrightarrow |x| &= 2
 \end{aligned}$$

لومړۍ حالت	$x \geq 0: x = x = 2 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 2}}$
دویم حالت	$x < 0: x = -x = 2 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$

بیلګه:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2}x^2 &= 9 & | \cdot 2 \\
 \Leftrightarrow x^2 &= 18 & | \sqrt{} \\
 \Leftrightarrow \sqrt{x^2} &= \sqrt{18} & | \\
 \Leftrightarrow |x| &= \sqrt{18}
 \end{aligned}$$

لومړۍ حالت:	$x \geq 0: x = x = \sqrt{18} \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = \sqrt{18}}}$
دویم حالت:	$x < 0: x = -x = \sqrt{18} \Leftrightarrow x = -\sqrt{18} \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -\sqrt{18}}}$

د حل بدیل II

د مساوات $x^2 + 2x = 0$ حل

د از میلو له لارې لرو: $x_1 = 1$ یا $x_2 = -2$

$$x_1^2 + 2x_1 = 0 \Leftrightarrow 0^2 + 2 \cdot 0 = 0 \quad \text{خکه چي}$$

$$x_2^2 + 2x_2 = 0 \Leftrightarrow (-2)^2 + 2 \cdot (-2) = 4 - 4 = 0 \quad \text{يا}$$

د نوکانو بندولو له لارې هم همدا نتیجه لاس ته راځي:

$$x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \underbrace{x(x+2)} = 0$$

ضرب

دوه امکانات (شونتیاوې) شتون لري، چې دا ضرب صفر شي:

$$x = 0 \Rightarrow 0 \cdot (0 + 2) = 0 \cdot 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$(x + 2) = 0 \Rightarrow x \cdot 0 = 0 \quad \text{دویم حالت: دا په دې معنا چې}$$

$$(x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$$

د صفر ضرب جمله:

یو ضرب صفر دی، که لږ تر لږه د هغه یو ضریب صفر وي.

پام:

د بڼې یا مساوات سیستم تل کیدی شي د اووښتونې یا متحولې له نوکانو راوستنې له لارې حل شي.

بیلگه:

Probe از مابینت mit...سره. ausklammern د نوکانو وباسی،
Nullprodukt صفر ضرب

$$\begin{aligned}
 3x^2 + 2x &= 0 && | x \text{ ausklammern} \\
 \Leftrightarrow x(3x + 2) &= 0 && | \text{Nullprodukt} \\
 \text{Fall 1: } x &= 0 && \Rightarrow \underline{x_1 = 0} \\
 \text{Fall 2: } 3x + 2 &= 0 && | -2 \\
 \Leftrightarrow 3x &= -2 && | : 3 \\
 \Leftrightarrow x &= -\frac{2}{3} && \Rightarrow \underline{x_2 = -\frac{2}{3}}
 \end{aligned}$$

بیلگه:

$$\begin{aligned}
 \frac{2}{3}x^2 &= \frac{3}{4}x && | -\frac{3}{4}x \\
 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x^2 - \frac{3}{4}x &= 0 && | x \text{ د نوکانو وباسی} \\
 \Leftrightarrow x\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}\right) &= 0 && | \text{صفر ضرب}
 \end{aligned}$$

$$x = 0 \Rightarrow \underline{x_1 = 0} \quad \text{لومړی حالت:}$$

$$\frac{2}{3}x - \frac{3}{4} = 0 \quad | +\frac{3}{4} \quad \text{دویم حالت:}$$

$$\begin{aligned}
 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x &= \frac{3}{4} && | \cdot \frac{3}{2} \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{9}{8} && \Rightarrow \underline{x_2 = \frac{9}{8}}
 \end{aligned}$$

از مابینت: د $x = \frac{9}{8}$ سره

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}x^2 &= \frac{3}{4}x \\ \Leftrightarrow \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^2 &= \frac{3}{4} \cdot \frac{9}{8} \\ \Leftrightarrow \frac{2}{3} \cdot \frac{9 \cdot 9}{8 \cdot 8} &= \frac{3 \cdot 9}{4 \cdot 8} \\ \Leftrightarrow \frac{27}{32} &= \frac{27}{32} \end{aligned}$$

د مربع مساوات عمومي بڼه

د مربع مساواتو عمومي يا ټوليزه بڼه ده:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

بیلگه:

$$2x^2 - 3x + 4 = 0; \quad -x^2 + x - 5 = 0; \quad \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 8 = 0$$

د عملي شمیرنې لپاره زموږ مشوره داده، چې دا انځورونه ساده شي.

د دې لپاره د برابرې دواړه خواوې په a وېشو او په دې توګه په لاندې ډول د مربع مساوات نورمال بڼه لاس ته راوړو

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a} \Leftrightarrow x^2 + \frac{\frac{b}{a}}{\frac{a}{a}}x + \frac{\frac{c}{a}}{\frac{a}{a}} = 0 \Leftrightarrow x^2 + px + q = 0$$

د مربع تکمیلونې په مرسته د حل تلنلار

بیلگه:

$$2x^2 - 16x - 40 = 0 \quad | : 2$$

په نورمال بڼه راوړنه:

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x - 20 = 0 \quad | \text{مربع تکمیلنه}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 - 8x + 4^2}_{2. \text{ binomische Formel}} - 4^2 - 20 = 0 \quad | + 4^2 + 20$$

$$\Leftrightarrow (x - 4)^2 = 36 \quad | \sqrt{}$$

$$\Leftrightarrow |x - 4| = 6$$

$$\text{Fall 1: } (x - 4) \geq 0 \Rightarrow x - 4 = 6 \quad | + 4$$

$$\Leftrightarrow x = 10 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 10}}$$

$$\text{Fall 2: } (x - 4) < 0 \Rightarrow -(x - 4) = 6 \quad | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow x - 4 = -6 \quad | + 4$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$$

په پورته کې Fall د حالت په معنا دی.

هر مربع مساوات د مربع تکمیلونې له لارې یټا متود په مرسته حل کیدی شي.

د مربع تکمیلونې ته یادونه:

x د ضریبونه نیمیري، مربع کیري، جمعه کیري او بېرته منفي کیري.

د لومړي یا دویم بینوم فرمول له لارې بیا مربع جوړیږي.

د $p - q$ فرمول

که مربع مساوات په نورمال بڼه دا د مربع تکمیلیدنې تلنلار وکارول شي، نو د $p - q$ - فرمول ته راځي، د کوم سره چې مربع مساوات نور هم ساده حل کيږي.

$$\Leftrightarrow x^2 + px + \underbrace{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2}_{1. \text{ binomische Formel}} + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$\Leftrightarrow \left|x + \frac{p}{2}\right| = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$-\left(x_2 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{یا} \quad \Leftrightarrow \left(x_1 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\underline{\underline{x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}} \quad \text{یا} \quad \underline{\underline{x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}}$$

$$\underline{\underline{x_{1/2} = -\left(\frac{p}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}} \quad \text{یا په لنډه بڼه لیکو:}$$

دلته د ریښې لاندې $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$ ځانګړې معنا لري.

دا دیسکریمینانت D بلل کیري

له دې سره کېدی شي د حل فرمول په لنډ ډول ولیکل شي

$$x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D} \quad \text{یا} \quad x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D}$$

دوه حلټوکي	$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1; x_2\}$	که وي
یو حلټوکی (ډبل حل)	$D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$	که وي
حلټوکی نه شته	$D < 0 \Rightarrow L = \{ \}$	که وي

د مربع مساوات د حل سره دې لومړی دیسکریمینانتي وټاکل — یا معلومه شي، چې د حلونو ګڼون یا تعداد لاس ته راوړو.

کله کله له دې سره شمېرکار کمیري.

بیلګه:

$$x^2 + 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = 6 \quad q = 10$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 3^2 - 10 = 9 - 10 = -1 \Rightarrow$$

له دې لاس ته راځي چې حل نه شته

بیلګه:

$$\begin{aligned} 3x^2 - 5x + 2 &= 0 \quad | : 3 \\ \Leftrightarrow x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{2}{3} &= 0 \end{aligned} \quad \Rightarrow p = -\frac{5}{3}; q = \frac{2}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$D = \left(-\frac{5}{6}\right)^2 - \frac{2}{3} = \frac{25}{36} - \frac{2 \cdot 12}{3 \cdot 12} = \frac{25}{36} - \frac{24}{36} = \frac{1}{36} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{1}{6} \text{،،يعني}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = \frac{5}{6} \pm \frac{1}{6} \left| \begin{array}{l} \Rightarrow x_1 = \frac{5}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1 \\ \Rightarrow x_2 = \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \end{array} \right.$$

د مربع توابعو صفرخايونه

د دې لپاره چې د يوه مربع تابع صفرخايونه پيدا كړو، تل بايد يو مربع مساوات حل كړو.

كه دا دوه حلتوكي لري، نو مبع تابع د گراف د x - محور په دوه ټكو كي غوڅوي..

كه يو حلتوكی لري، نو دا گراف د x محور په يوه ټكي كي لمسوي (د خپل ككرټكي سره).

كه حل ونه لري، نو گراف د x محور پورته لور ته يا كښته لور ته ځغلي او غوڅتكي نه لري.

د حل كنترول

لكه په هر مساوات كي كېدی شي حل داسې كنترول شي، چې د حلتوكي په سرچينيز مساوات كي ځايه ځای شي، يعني كنترول وكړي.

په مربع مساواتو كي دا ساده دی، د ویتا د ریښې [ملې سره.

د ویتا **Vieta** جمله :

که مربعیز مساوات $x^2 + px + q = 0$ دوه حلونه ولري، نو باور لري:

$$x_1 + x_2 = -p \quad \text{او} \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

دد مربع مساوات په نورمال بڼه کې په ساده ډول ایښوونې سره سری دا ثبوتولی شي.

x_1 او x_2 سره جمعه کړئ

$$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$$

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D}$$

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{p = -x_1 - x_2}}$$

x_1 او x_2 سره ضرب کړئ

$$\begin{aligned} x_1 \cdot x_2 &= \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right) \\ \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 &= \left(-\frac{p}{2}\right)^2 + \underbrace{\frac{p}{2} \cdot \sqrt{D} - \frac{p}{2} \cdot \sqrt{D}}_0 - D \\ \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 &= \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] \\ \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 &= \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q \\ \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}} \end{aligned}$$

بیلگه:

غوښتنه یا ثبوت:

مربع مساوات $x^2+x-6=0$ او $x_1 = 2$ $x_2 = -3$ حلونه لري.

$$p = 1 \text{ او } q = -6$$

ازماینت

$$-x_1 - x_2 = -2 - (-3) = 1 = p$$

$$x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot (-3) = -6 = q$$

برعکس یا په څنډ د وینا د جملې سره کیدی شي چې مربع مساوات جوړ کړو، کوم چې ټاکلي حلونه لري.

بیلگه:

یو څلوریز یا مربع مساوات څنگه باید وبریښي، چې د هغه حلېدې $L = \{-2; 1\}$ وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$

$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot 1 = -2$$

له دې لاس ته راځي، چې $x^2+x-2=0$ اړونده مربع مساوات دی.

پام: دا فقط یو مربع مساوات دی د دې حلېدې سره.

د دې ټول پېرځله هم همدا حل لري.

بېلگه: یو مربع مساوات دې څنګه وي، که د هغه حلېږئ (حلست) $L = \{-2; 1\}$ وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$

$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot 1 = -2$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

(له دې لاس ته راځي) د دې اړونده مربع مساوات دی.

یادونه: دا فقط یو مربع مساوات دی، د دې حل سره.

د دې ټول زیاتخه یا هم همدا حلېږئ لري.

کرنیز ضریبونه (ځلوني) یا فاکتورونه:

ید بل امکان هم شته، چې مربع مساوات جوړکړای شو.

بېلگه: $L = \{x_1 | x_2\}$ دې د یو مربع مساوات حل وي،

$$\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$$

نو باور لري. (ضرب)

دا د یوه مربع مساوات کرنیزه بڼه ده.

یو شرب ټیک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه یو له دې دوه ضریبونو څخه صفر وي.

$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$ $\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$	ضریب ۱ صفر دی: لاس ته راځي ضریب ۲ صفر دی: لاس ته راځي

بیلگه: $x_1=3$ یا $x_2=-2$ دې د یوه مربع مساوات حلونه وی.

کرښیزه بڼه بدلون: $(x-3)(x+2)=0$

مربع: $x^2 - x - 6 = 0$

کرښیز ضریبونه:

یو بل امکان هم شته، چې مربع مساوات جوړ کړو.

بیلگه:

$L=\{x_1; x_2\}$ دې د یوه مربع مساوات حلېږی وي.

نو باور لري: $\underbrace{(x-x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x-x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$
(ضریب: faktor)

دا د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه ده.

یو ضرب ټیک هله صفر دی، که لږ تر لږه یو له دواړو ضریبونو صفر وي.

ضریب ۱ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$$

ضریب ۲ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$$

بیلگه: $x_1=3$ یا $x_2=-2$ دې د یوه مربع مساوات حلونه وي.

کړېښه بڼه: $(x-3)(x+2)=0$

مربع مساوات: $x^2-x-6=0$

$$p = -1 \quad q = -6 \Rightarrow D = (-0,5)^2 + 6 = 6,25$$

$$x_1 = 0,5 + \sqrt{6,25} = 3 \quad \text{oder} \quad x_2 = 0,5 - \sqrt{6,25} = -2$$

ټولگه:

لومړۍ بڼه: $ax^2 + c = 0$

بڼه بدلون و $x^2 = ?$ ته او د ریښه نیونې له لارې حل

دویم بڼه یا ډول: $ax^2 + bx = 0$

د اووښتونې یا ماحولې x له نوکانو اېستلو له لارې حل.

$x(ax + b) = 0$ او د صفر ضرب جمله و کاروی.

دریمه بڼه: $ax^2 + bx + c = 0$

مساوات په نورمال بڼه راوړی

$x^2 + px + q = 0$ او د $P-q$ -فرمول سره حل کړی.

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q \quad \text{د} \quad x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \text{سره}$$

د $D > 0$ لپاره دوه حلونه شتون لري. $L = \{x_1; x_2\}$

د $D = 0$ لپاره ډبل حل شتون لري $x_1 = x_2 \Rightarrow L = \{x_{1/2}\}$

د $D < 0$ لپاره حل شتون نه لري. $L = \{ \} = \emptyset$

د ویتا د ریښې جمله (موخه د مربع مساواتو د حلونو جمله هم کېدی شي):

که مربع مساوات $ax^2 + bx = 0$ دوه حلونه ولري، نو باور لري:

$$x_1 + x_2 = -p \quad \text{او} \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه:

$L = \{x_1 | x_2\}$ دې د یوه مربع مساوات حل وي.

نو باور لري: $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (ضرب)

یا $a(x - x_1)(x - x_2) = 0 \Leftrightarrow L = \{x_1 | x_2\}$

لاندې مربع مساوات حل کړئ.

د دې لپاره اړونده هغه بڼه تڼلار و کاروئ او د ځای په ځای کولو له لارې یې و ازمایئ.

$$1. \quad 4x^2 = 1, \quad 2. \quad x^2 + 4x = 0, \quad 3. \quad 2x^2 - 16x + 14 = 0, \quad 4. \quad (x+2)^2 = 16$$

$$5. \quad 4x^2 - 16 = 0, \quad 6. \quad x^2 - 8x + 7 = 0, \quad 7. \quad x^2 + \pi x = 0$$

$$8. \quad 2(x+3)^2 - 18 = 0, \quad 9. \quad -x^2 + x = -\frac{1}{2}, \quad 10. \quad 3x^2 + 12x + 3 = 0$$

$$11. \quad -x^2 + 8x - 8 = 0, \quad 12. \quad 4(x-4)^2 = 32, \quad 13. \quad \frac{1}{12}x^2 - x = 0$$

$$14. \quad \frac{1}{4}x^2 + 2x - \frac{2}{5} = 0, \quad 15. \quad \frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{4}x = 0, \quad 16. \quad -\frac{3}{4}x^2 + 3x + 9 = 0$$

$$\begin{array}{l} \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{3}x = 0 \quad , \quad \frac{3}{2}x^2 - x - 4 = 0 \quad , \quad ۱۷ \\ \frac{2}{3}x^2 + 4x = 0 \quad , \quad 2x^2 - \frac{10}{3}x - \frac{4}{3} = 0 \quad , \quad ۱۹ \end{array}$$

بیلگه ۱:

په لاندې کې Probe ازماښت.

$$8x^2 = 2 \mid : 8 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4} \mid \sqrt{} \Leftrightarrow |x| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm \frac{1}{2}$$

$$\text{Probe: } x_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 8 \cdot \frac{1}{4} = 2 \quad x_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow 8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 8 \cdot \frac{1}{4} = 2$$

بیلگه ۲:

Satz von Nullprodukt (د صفر ضرب جمله)،

$$2x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow x(2x + 8) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \text{ (Satz vom Nullprodukt)}$$

$$2x + 8 = 0 \mid -8 \Leftrightarrow 2x = -8 \mid : 2 \Leftrightarrow x_2 = -4$$

$$x_1 = 0 \Rightarrow 2 \cdot 0 + 8 \cdot 0 = 0 \quad x_2 = -4 \Rightarrow$$

$$2 \cdot (-4)^2 + 8 \cdot (-4) = 2 \cdot 16 - 32 = 0$$

$$4x^2 - 32x + 28 = 0 \mid : 4 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$\Rightarrow p = -8 \quad q = 7 \quad D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 7 = 9 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{9} = 3$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = 4 + 3 = 7 \\ x_2 = 4 - 3 = 1 \end{array} \right. \quad \text{Probe: } \begin{array}{l} 4 \cdot 49 - 32 \cdot 7 + 28 = 0 \\ 4 \cdot 1 - 32 \cdot 1 + 28 = 0 \end{array} \quad \text{بیلگه ۳:}$$

بیلگه ۴:

$$2(x+2)^2 = 32 \mid :2 \Leftrightarrow (x+2)^2 = 16 \mid \sqrt{} \Leftrightarrow |x+2| = 4$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} x+2=4 \Leftrightarrow x_1=2 \\ x+2=-4 \Leftrightarrow x_2=-6 \end{array} \quad \text{Probe:} \quad \begin{array}{l} 2(2+2)^2 = 2 \cdot 16 = 32 \\ 2(-6+2)^2 = 2 \cdot 16 = 32 \end{array}$$

حلونه

د مربع مساوات تمرینونو حل

نتیجې او مفصل حلونه

$$4x^2 = 1 \Leftrightarrow x_1 = \frac{1}{2} \vee x_2 = -\frac{1}{2} \quad \text{لومړۍ -}$$

$$x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \vee x_2 = -4 \quad \text{دویم -}$$

$$2x^2 - 16x + 14 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 7 \vee x_2 = 1 \quad \text{دریم -}$$

$$(x+2)^2 = 16 \Leftrightarrow x_1 = 2 \vee x_2 = -6 \quad \text{څلورم -}$$

$$4x^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 2 \vee x_2 = -2 \quad \text{پنځم -}$$

$$x^2 - 8x + 7 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 7 \vee x_2 = 1 \quad \text{شپږم -}$$

$$x^2 + \pi x = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \vee x_2 = -\pi \quad \text{اوم -}$$

$$2(x+3)^2 - 18 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \vee x_2 = -6 \quad \text{تم -}$$

$$-x^2 + x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x_1 = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{3}{4}} \vee x_2 = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{3}{4}} \quad \text{نهم -}$$

$$3x^2 + 12x + 3 = 0 \Leftrightarrow x_1 = -2 + \sqrt{3} \vee x_2 = -2 - \sqrt{3} \quad \text{لسم -}$$

$$-x^2 + 8x - 8 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 4 + \sqrt{8} \vee x_2 = 4 - \sqrt{8} \quad \text{يولسم -}$$

$$4(x - 4)^2 = 32 \Leftrightarrow x_1 = 4 + \sqrt{8} \vee x_2 = 4 - \sqrt{8} \quad \text{دولسم -}$$

$$\frac{1}{12}x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \vee x_2 = 12 \quad \text{ديارلسم -}$$

$$\frac{1}{4}x^2 + 2x - \frac{2}{5} = 0 \Leftrightarrow x_1 = -4 + \sqrt{\frac{88}{5}} \vee x_2 = -4 - \sqrt{\frac{88}{5}} \quad \text{خوارلسم -}$$

$$\frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{4}x = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \vee x_2 = 4 \quad \text{پنځلسم -}$$

$$-\frac{3}{4}x^2 + 3x + 9 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 6 \vee x_2 = -2 \quad \text{سپارسم -}$$

$$\frac{3}{2}x^2 - x - 4 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 2 \vee x_2 = -\frac{4}{3} \quad \text{اوه لسم -}$$

$$\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{3}x = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \vee x_2 = \frac{4}{9} \quad \text{اته لسم -}$$

$$2x^2 - \frac{10}{3}x - \frac{4}{3} = 0 \Leftrightarrow x_1 = 2 \vee x_2 = -\frac{1}{3} \quad \text{نولسم -}$$

$$\frac{2}{3}x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \vee x_2 = -6 \quad \text{شلسم -}$$

مفصل حلونه:

دا دوه کليمې په دې درس کې خُغاستی . پښتو يې: د صفر ضرب جمله Satz von Nullprodukt او ازماښت Probe

$$4x^2 = 1 \mid : 4 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4} \mid \sqrt{} \Leftrightarrow |x| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x_1 = \frac{1}{2} \vee x_2 = -\frac{1}{2}$$

Probe:

$$x_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 4 \cdot \frac{1}{4} = 1$$

$$x_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 4 \cdot \frac{1}{4} = 1$$

لومړی -

$$x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow x(x+4) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \text{ (Satz vom Nullprodukt)}$$

$$x+4=0 \mid -4 \Leftrightarrow x_2 = -4$$

Probe:

$$x_1 = 0 \Rightarrow 0^2 + 4 \cdot 0 = 0 + 0 = 0$$

$$x_2 = -4 \Rightarrow (-4)^2 + 4 \cdot (-4) = 16 - 16 = 0$$

دویم -

دریم -

$$2x^2 - 16x + 14 = 0 \mid : 2 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$p = -8 \quad q = 7 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 7 = 9 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{9} = 3$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \mid \begin{array}{l} x_1 = 4+3=7 \\ x_2 = 4-3=1 \end{array} \Leftrightarrow x_1 = 7 \vee x_2 = 1$$

Probe:

$$x_1 = 7 \Rightarrow 2 \cdot 49 - 16 \cdot 7 + 14 = 98 - 112 + 14 = 0$$

$$x_2 = 1 \Rightarrow 2 \cdot 1 - 16 \cdot 1 + 14 = 2 - 16 + 14 = 0$$

خلورم -

$$(x+2)^2 = 16 \mid \sqrt{} \Leftrightarrow |x+2| = 4$$

$$x+2 = 4 \mid -2 \Leftrightarrow x_1 = 2$$

$$x+2 = -4 \mid -2 \Leftrightarrow x_2 = -6 \Leftrightarrow x_1 = 2 \vee x_2 = -6$$

Probe:

$$x_1 = 2 \Rightarrow (2+2)^2 = 4^2 = 16$$

$$x_2 = -6 \Rightarrow (-6+2)^2 = (-4)^2 = 16$$

پنجم -

$$4x^2 - 16 = 0 \mid :4 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \mid +4 \Leftrightarrow x^2 = 4 \mid \sqrt{} \Leftrightarrow |x| = 2 \Leftrightarrow x_1 = 2 \vee x_2 = -2$$

Probe:

$$x_1 = 2 \Rightarrow 4 \cdot (2)^2 - 16 = 4 \cdot 4 - 16 = 16 - 16 = 0$$

$$x_2 = -2 \Rightarrow 4 \cdot (-2)^2 - 16 = 4 \cdot 4 - 16 = 16 - 16 = 0$$

شپيرم -

$$x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$p = -8 \quad q = 7 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 7 = 9 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{9} = 3$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \mid \begin{array}{l} x_1 = 4+3 = 7 \\ x_2 = 4-3 = 1 \end{array} \Leftrightarrow x_1 = 7 \vee x_2 = 1$$

Probe:

$$x_1 = 7 \Rightarrow 2 \cdot 49 - 16 \cdot 7 + 14 = 98 - 112 + 14 = 0$$

$$x_2 = 1 \Rightarrow 2 \cdot 1 - 16 \cdot 1 + 14 = 2 - 16 + 14 = 0$$

اوم -

$$x^2 + \pi x = 0 \Leftrightarrow x(x + \pi) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \text{ (Satz vom Nullprodukt)}$$

$$x + \pi = 0 | -\pi \Leftrightarrow x_2 = -\pi$$

از مابینت:

$$x_1 = 0 \Rightarrow 0^2 + \pi \cdot 0 = 0 + 0 = 0$$

$$x_2 = -\pi \Rightarrow (-\pi)^2 + \pi \cdot (-\pi) = \pi^2 - \pi^2 = 0$$

اتم -

$$2(x+3)^2 - 18 = 0 | :2 \Leftrightarrow (x+3)^2 - 9 = 0 | +9 \Leftrightarrow (x+3)^2 = 9 | \sqrt{} \Leftrightarrow |x+3| = 3$$

$$x+3 = 3 | -3 \Leftrightarrow x_1 = 0$$

$$x+3 = -3 | -3 \Leftrightarrow x_2 = -6 \Leftrightarrow x_1 = 0 \vee x_2 = -6$$

Probe:

$$x_1 = 0 \Rightarrow 2(0+3)^2 - 18 = 2 \cdot 3^2 - 18 = 2 \cdot 9 - 18 = 18 - 18 = 0$$

$$x_2 = -6 \Rightarrow 2(-6+3)^2 - 18 = 2 \cdot (-3)^2 - 18 = 2 \cdot 9 - 18 = 18 - 18 = 0$$

نهم -

$$-x^2 + x = -\frac{1}{2} | +\frac{1}{2} \Leftrightarrow -x^2 + x + \frac{1}{2} \cdot (-1) \Leftrightarrow x^2 - x - \frac{1}{2} = 0$$

$$p = -1 \quad q = -\frac{1}{2} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{3}{4}} \\ x_2 = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{3}{4}} \end{array} \right. \Leftrightarrow x_1 = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{3}{4}} \vee x_2 = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{3}{4}}$$

از مابینت:

$$x_1 = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{3}{4}} \Rightarrow -\left(\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{3}{4}}\right) = -\left(\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{3}{4}} + \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{3}{4}}\right)$$

$$= -\frac{1}{4} - \sqrt{\frac{3}{4}} - \frac{3}{4} + \frac{2}{4} + \sqrt{\frac{3}{4}} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{3}{4}} \Rightarrow -\left(\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{3}{4}}\right) = -\left(\frac{1}{4} - \sqrt{\frac{3}{4}} + \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{3}{4}}\right)$$

$$= -\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{3}{4}} - \frac{3}{4} + \frac{2}{4} - \sqrt{\frac{3}{4}} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$3x^2 + 12x + 3 = 0 \mid : 3 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$p = 4 \quad q = 1 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 - 1 = 3 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{3}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \mid \begin{cases} x_1 = -2 + \sqrt{3} \\ x_2 = -2 - \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow x_1 = -2 + \sqrt{3} \vee x_2 = -2 - \sqrt{3}$$

لسم -

از مابینت:

$$x_1 = -2 + \sqrt{3} \Rightarrow 3 \cdot (-2 + \sqrt{3})^2 + 12 \cdot (-2 + \sqrt{3}) + 3 = 3 \cdot (4 - 4 \cdot \sqrt{3} + 3) + 12 \cdot (-2 + \sqrt{3}) + 3$$

$$= 12 - 12 \cdot \sqrt{3} + 9 - 24 + 12 \cdot \sqrt{3} + 3 = 12 + 9 - 24 + 3 - 12 \cdot \sqrt{3} + 12 \cdot \sqrt{3} = 0$$

$$x_2 = -2 - \sqrt{3} \Rightarrow 3 \cdot (-2 - \sqrt{3})^2 + 12 \cdot (-2 - \sqrt{3}) + 3 = 3 \cdot (4 + 4 \cdot \sqrt{3} + 3) + 12 \cdot (-2 - \sqrt{3}) + 3$$

$$= 12 + 12 \cdot \sqrt{3} + 9 - 24 - 12 \cdot \sqrt{3} + 3 = 12 + 9 - 24 + 3 + 12 \cdot \sqrt{3} - 12 \cdot \sqrt{3} = 0$$

$$-x^2 + 8x - 8 = 0 \mid : (-1) \Leftrightarrow x^2 - 8x + 8 = 0$$

$$p = -8 \quad q = 8 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 8 = 8 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{8}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \mid \begin{cases} x_1 = 4 + \sqrt{8} \\ x_2 = 4 - \sqrt{8} \end{cases} \Leftrightarrow x_1 = 4 + \sqrt{8} \vee x_2 = 4 - \sqrt{8}$$

یولسم -

از مابینت:

$$\begin{aligned}
 x_1 = 4 + \sqrt{8} &\Rightarrow -(4 + \sqrt{8})^2 + 8 \cdot (4 + \sqrt{8}) - 8 = -(16 + 8 \cdot \sqrt{8} + 8) + 8 \cdot (4 + \sqrt{8}) - 8 \\
 &= -16 - 8 \cdot \sqrt{8} - 8 + 32 + 8 \cdot \sqrt{8} - 8 = -16 - 8 + 32 - 8 - 8 \cdot \sqrt{8} + 8 \cdot \sqrt{8} = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_2 = 4 - \sqrt{8} &\Rightarrow -(4 - \sqrt{8})^2 + 8 \cdot (4 - \sqrt{8}) - 8 = -(16 - 8 \cdot \sqrt{8} + 8) + 8 \cdot (4 - \sqrt{8}) - 8 \\
 &= -16 + 8 \cdot \sqrt{8} - 8 + 32 - 8 \cdot \sqrt{8} - 8 = -16 - 8 + 32 - 8 + 8 \cdot \sqrt{8} - 8 \cdot \sqrt{8} = 0
 \end{aligned}$$

دولسم -

$$\begin{aligned}
 4(x-4)^2 &= 32 \mid :4 \Leftrightarrow (x-4)^2 = 8 \mid \sqrt{} \Leftrightarrow |x-4| = \sqrt{8} \\
 x-4 &= \sqrt{8} \mid +4 \Leftrightarrow x_1 = 4 + \sqrt{8} \\
 x-4 &= -\sqrt{8} \mid +4 \Leftrightarrow x_2 = 4 - \sqrt{8} \Leftrightarrow x_1 = 4 + \sqrt{8} \vee x_2 = 4 - \sqrt{8}
 \end{aligned}$$

زماښت:

$$\begin{aligned}
 x_1 = 4 + \sqrt{8} &\Rightarrow 4(4 + \sqrt{8} - 4)^2 = 4(\sqrt{8})^2 = 4 \cdot 8 = 32 \\
 x_2 = 4 - \sqrt{8} &\Rightarrow 4(4 - \sqrt{8} - 4)^2 = 4(-\sqrt{8})^2 = 4 \cdot 8 = 32
 \end{aligned}$$

ديارلسم - لاندې : د صفرپولینوم جمله، ازماښت

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{12}x^2 - x &= 0 \Leftrightarrow x\left(\frac{1}{12}x - 1\right) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \text{ (Satz vom Nullprodukt)} \\
 \frac{1}{12}x - 1 &= 0 \mid +1 \Leftrightarrow \frac{1}{12}x = 1 \mid \cdot 12 \Leftrightarrow x_2 = 12
 \end{aligned}$$

$$x_1 = 0 \Rightarrow \frac{1}{12} \cdot 0^2 - 0 = 0 - 0 = 0$$

$$x_2 = 12 \Rightarrow \frac{1}{12} \cdot 12^2 - 12 = 12 - 12 = 0$$

ازماښت:

خوارلسم -

$$\frac{1}{4}x^2 + 2x - \frac{2}{5} = 0 \mid \cdot 4 \Leftrightarrow x^2 + 8x - \frac{8}{5} = 0$$

$$p = 8 \quad q = -\frac{8}{5} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 + \frac{8}{5} = \frac{88}{5} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{88}{5}}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = -4 + \sqrt{\frac{88}{5}} \\ x_2 = -4 - \sqrt{\frac{88}{5}} \end{array} \right. \Leftrightarrow x_1 = -4 + \sqrt{\frac{88}{5}} \vee x_2 = -4 - \sqrt{\frac{88}{5}}$$

از مابینت:

$$\begin{aligned} x_1 = -4 + \sqrt{\frac{88}{5}} &\Rightarrow \frac{1}{4} \left(-4 + \sqrt{\frac{88}{5}} \right)^2 + 2 \cdot \left(-4 + \sqrt{\frac{88}{5}} \right) - \frac{2}{5} \\ &= \frac{1}{4} \left(16 - 8 \cdot \sqrt{\frac{88}{5}} + \frac{88}{5} \right) + 2 \cdot \left(-4 + \sqrt{\frac{88}{5}} \right) - \frac{2}{5} \\ &= 4 - 2 \cdot \sqrt{\frac{88}{5}} + \frac{22}{5} - 8 + 2 \cdot \sqrt{\frac{88}{5}} - \frac{2}{5} = -4 + \frac{22}{5} - \frac{2}{5} = -\frac{20}{5} + \frac{22}{5} - \frac{2}{5} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2 = -4 - \sqrt{\frac{88}{5}} &\Rightarrow \frac{1}{4} \left(-4 - \sqrt{\frac{88}{5}} \right)^2 + 2 \cdot \left(-4 - \sqrt{\frac{88}{5}} \right) - \frac{2}{5} \\ &= \frac{1}{4} \left(16 + 8 \cdot \sqrt{\frac{88}{5}} + \frac{88}{5} \right) + 2 \cdot \left(-4 - \sqrt{\frac{88}{5}} \right) - \frac{2}{5} \\ &= 4 + 2 \cdot \sqrt{\frac{88}{5}} + \frac{22}{5} - 8 - 2 \cdot \sqrt{\frac{88}{5}} - \frac{2}{5} = -4 + \frac{22}{5} - \frac{2}{5} = -\frac{20}{5} + \frac{22}{5} - \frac{2}{5} = 0 \end{aligned}$$

پنخلم - لاندی : د صفرپولینوم جمله، از مابینت

$$\frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{4}x = 0 \Leftrightarrow x \left(\frac{3}{16}x - \frac{3}{4} \right) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \text{ (Satz vom Nullprodukt)}$$

$$\frac{3}{16}x - \frac{3}{4} = 0 \mid + \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{3}{16}x = \frac{3}{4} \mid \cdot \frac{16}{3} \Leftrightarrow x_2 = 4$$

از مابینت:

$$x_1 = 0 \Rightarrow \frac{3}{16} \cdot 0^2 - \frac{3}{4} \cdot 0 = 0 - 0 = 0$$

$$x_2 = 4 \Rightarrow \frac{3}{16} \cdot 4^2 - \frac{3}{4} \cdot 4 = 3 - 3 = 0$$

سپارسم -

$$-\frac{3}{4}x^2 + 3x + 9 = 0 \mid \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) \Leftrightarrow x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$p = -4 \quad q = -12 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 + 12 = 16 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{16} = 4$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \mid \begin{cases} x_1 = 2 + 4 = 6 \\ x_2 = 2 - 4 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow x_1 = 6 \vee x_2 = -2$$

$$x_1 = 6 \Rightarrow -\frac{3}{4} \cdot 36 + 3 \cdot 6 + 9 = -27 + 18 + 9 = 0$$

$$x_2 = -2 \Rightarrow -\frac{3}{4} \cdot 4 + 3 \cdot (-2) + 9 = -3 - 6 + 9 = 0$$

از مابینت:

اوه لسم -

$$\frac{3}{2}x^2 - x - 4 = 0 \mid \cdot \frac{2}{3} \Leftrightarrow x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{8}{3} = 0$$

$$p = -\frac{2}{3} \quad q = -\frac{8}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{9} + \frac{8}{3} = \frac{1}{9} + \frac{24}{9} = \frac{25}{9} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \mid \begin{cases} x_1 = \frac{1}{3} + \frac{5}{3} = \frac{6}{3} = 2 \\ x_2 = \frac{1}{3} - \frac{5}{3} = -\frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x_1 = 2 \vee x_2 = -\frac{4}{3}$$

از مابینت:

$$x_1 = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} \cdot 4 - 2 - 4 = 6 - 2 - 4 = 0$$

$$x_2 = -\frac{4}{3} \Rightarrow \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)^2 - \left(-\frac{4}{3}\right) - 4 = \frac{3}{2} \cdot \frac{16}{9} + \frac{4}{3} - 4 = \frac{8}{3} + \frac{4}{3} - \frac{12}{3} = 0$$

اته لسم - (د صفر ضرب جمله)، از مابینت.

$$\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{3}x = 0 \Leftrightarrow x\left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \text{ (Satz vom Nullprodukt)}$$

$$\frac{3}{4}x - \frac{1}{3} = 0 \mid + \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{3}{4}x = \frac{1}{3} \mid \cdot \frac{4}{3} \Leftrightarrow x_2 = \frac{4}{9}$$

از مابینت:

$$x_1 = 0 \Rightarrow \frac{3}{4} \cdot 0^2 - \frac{1}{3} \cdot 0 = 0 - 0 = 0$$

$$x_2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^2 - \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} = \frac{3}{4} \cdot \frac{16}{81} - \frac{4}{27} = \frac{4}{27} - \frac{4}{27} = 0$$

نولسم -

$$2x^2 - \frac{10}{3}x - \frac{4}{3} = 0 \mid : 2 \Leftrightarrow x^2 - \frac{5}{3}x - \frac{2}{3} = 0$$

$$p = -\frac{5}{3} \quad q = -\frac{2}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{25}{36} + \frac{2}{3} = \frac{25}{36} + \frac{24}{36} = \frac{49}{36} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{49}{36}} = \frac{7}{6}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = \frac{5}{6} + \frac{7}{6} = 2 \\ x_2 = \frac{5}{6} - \frac{7}{6} = -\frac{1}{3} \end{array} \right. \Leftrightarrow x_1 = 2 \vee x_2 = -\frac{1}{3}$$

ازماڻيٽ:

$$x_1 = 2 \Rightarrow 2 \cdot 4 - \frac{10}{3} \cdot 2 - \frac{4}{3} = \frac{24}{3} - \frac{20}{3} - \frac{4}{3} = 0$$

$$x_2 = -\frac{1}{3} \Rightarrow 2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{10}{3} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) - \frac{4}{3} = \frac{2}{9} + \frac{10}{9} - \frac{12}{9} = 0$$

شلم - لاندې : د صفرپولينوم جملہ، ازماڻيٽ

$$\frac{2}{3}x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow x\left(\frac{2}{3}x + 4\right) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \text{ (Satz vom Nullprodukt)}$$

$$\frac{2}{3}x + 4 = 0 \mid -4 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x = -4 \mid \cdot \frac{3}{2} \Leftrightarrow x_2 = -6$$

ازماڻيٽ:

$$x_1 = 0 \Rightarrow \frac{2}{3} \cdot 0^2 + 4 \cdot 0 = 0 + 0 = 0$$

$$x_2 = -6 \Rightarrow \frac{2}{3} \cdot (-6)^2 + 4 \cdot (-6) = 24 - 24 = 0$$

مربع مساوات ته پوښتنې

I څلوريز (مربع) مساوات

لومړۍ - لاندې مربع مساوات په x پسې حل کړی

$$\text{الف. } 4 - x^2 = 0 \text{ ب. } \frac{4}{5}(x^2 - 3) = 0 \text{ پ. } \frac{5}{4} - \frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{4}x^2$$

ت - $3x^2 + 8 = 5$ پ - $\frac{1}{2}x^2 - 2t^2 = 0$ ث - $x^2 - \frac{a^2}{2} = 0$
 دويم -

جانان غواړي خپله بډايی په دوه کاله کې دوه برابره کړي.

گټه بايد څومره وي، که گټه هم ورسره په گټه وي.

دريم -

200 باکتریاگانې په دوه ساعته کې 450 باکتریاو ته زیاتوي.

دا باکتریاوې په ساعت کې څو په سلو یعنې % کې زیاتیږي.
 څلورم -

د یوه مربع دوه کونجترې یا قطر 8 cm اوږد دی..

د مربع اړخ څومره اوږد دی؟

پنځم -

یو ولاړکوډیز یا مستطیل $60,75 \text{ m}^2$ سطحه لري.

د اړخونو اوږدوالی وټاکي، که

الف - یو اړخ درېواړه دومره اوږد وي لکه دا بل.

ب - اړخونه یې په 3 m یو له بل توپیر لري.

شپږم -

دوه گڼونه په 4 یو له بل توپیر لري. د دواړو عددونو ضرب 480 دی.

دواړه اعداد وټاکي. اوم -

دوه گڼونه وټاکي، چې زیاتون یا جمع یې 4,1 او ضرب یې 4 وي.

اتم -

t په واکوالي کې حلونو ګڼون یا تعداد او ځای وټاکي

الف- $tx^2 + 1 = 0; t \neq 0$ ب- $x^2 + t - 2 = 0$ پ- $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}t\right)x^2 + 2t = 0; t > 1$
 نههم-

مربع مساوات په x پسې حل کړی.

الف- $2x^2 + 2x - 24 = 0$ ب- $-3x^2 - 5x + 8 = 0$ پ- $\frac{1}{2}x^2 - 4x + 8 = 0$
 ت- $3 - 2x + \frac{1}{3}x^2 = 0$ ب- $x(x+t) = 1$ ټ- $-x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{5}{4} = 0$
 ج- $(x+2)^2 - 2 = 0$ چ- $-x^2 + 4ax - 4a^2 = 0$ ح- $2tx^2 + tx - t = 0; t \neq 0$
 خ- $x^2 - 2bx + 6t = 3x$ څ- $x^2 - 4tx + 3t^2 = 0$ ځ- $\frac{1}{4t}x^2 - t = 0; t \neq 0$
 لسم -

ډیسکریمینانتي Diskriminante وټاکي

الف- $ax^2 + ax - 2 = 0; a \neq 0$ ب- $(a+1)x^2 - x + a = 0; a \neq -1$
 پ- $\frac{a^2}{2}x^2 - 4x = x^2 - ax + 1; a \neq 0$ ت- $(ax)^2 - \sqrt{a} \cdot x + \frac{2}{a} = 0; a > 0$
 یولسم -

وښایي، چې برابر و $x^2 + ax - 1 = 0$ د هر $a \in \mathbb{R}$ لپاره دوه حلونه لري.
 دولسم -

a په واکوالي کې د مساواتو حلونه وښایي یا وټاکي.

الف- $ax^2 + 2ax - a + 1 = 0; a > 0$ ب- $x^2 - 2ax - 6a = -3x$ پ- $x^2 - 2ax - 6a = -3x$

$$x^2 - ax + a = x$$

ت- $-ax^2 + 2a^2x + 3a^3 = 0$ ب- $ax^2 + 2x - 3 = 0$ ث- $-x^2 + 1,5ax - 0,5a^2 = 0$

ج- $2x^2 + x - 3a = 0$ چ- $-\frac{1}{a}(x^2 - 5x) = 0; a \neq 0$ ح- $\frac{x^2}{3} - \frac{2}{3}ax - a^2 = 0$
ديارلسم -

وښايي چي $L = \{1 + \sqrt{2-3t}; 1 - \sqrt{2-3t}\}$ د ټول $t \leq \frac{2}{3}$ لپاره

د $x^2 - 2x + 3t - 1 = 0$ حلونه دي.

څوارلسم -

وښايي چي t د کومو ارزښتونو لپاره $x = t$ د $x^2 - 5x + t = 0$ حل دی.
پنځلسم -

وښايي: $x^2 - 2x - t^2 = 0$ د ټولو $t \in \mathbb{R}$ لپاره دوه حلونه لري.

د مربع مساوات |

نتيجي

لومړی -

الف- $L = \{-2, 2\}; L = \{-1; 1\}$ ب- $L = \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$ پ- $L = \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$

ت- $L = \emptyset$ ب- $L = \{-2t; 2t\}$ ث- $L = \left\{-\frac{a}{2}\sqrt{2}; \frac{a}{2}\sqrt{2}\right\}$

دويم -

$$K_2 = K_0 \cdot (1+i)^2 = 2K_0 \Rightarrow (1+i)^2 = 2 \Leftrightarrow (1+i) = \sqrt{2} \Rightarrow i = \sqrt{2} - 1 \approx 0,414$$

د کټي پښه بايد 41% وي.

دریم -

$$N_2 = N_0 \cdot (1+i)^2 \Rightarrow (1+i)^2 = \frac{N_2}{N_0} = 2,25 \Leftrightarrow (1+i) = \sqrt{2,25} \Rightarrow i = 1,5 - 1 \approx 0,5$$

د کټي زاتيدنه په ساعت 50% ده.

څلورم -

$$d^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow a = \sqrt{\frac{d^2}{2}} = \frac{d}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} d\sqrt{2} = \frac{1}{2} \cdot 8 \text{ cm} \cdot \sqrt{2} \approx 5,66 \text{ cm}$$

مربع د 5,66cm په اندازه د ژی وړدوالي لري.

پنځم -

الف -

$$a \cdot b = a \cdot 3a = 3a^2 = 60,75 \text{ m}^2 \Rightarrow a = \sqrt{\frac{60,75 \text{ m}^2}{3}} = 4,5 \text{ m} \Rightarrow b = 13,5 \text{ m}$$

ب -

$$a \cdot b = a(a+3) = a^2 + 3a = 60,75 \Rightarrow a^2 + 3a - 60,75 = 0$$

$$\underline{\underline{a \approx 6,44 \text{ m} \Rightarrow b \approx 9,44 \text{ m}}}$$

د مربع مساوات حل دی:

$$x(x+4) = 480 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 480 = 0 \Rightarrow x_1 = 20 \quad x_2 = -24$$

شپږم -

دواړه د اعدادو جوړې $(-24;20);(20,24)$ شرایط پوره کوي.

$$a+b=4,1 \quad \wedge \quad a \cdot b=4 \Leftrightarrow a(4,1-a)=4 \Rightarrow \underline{\underline{a=1,6 \text{ und } b=2,5}}$$

اوم -

اتم -

für... لپاره په معنا دی

الف -

$$tx^2+1=0; t \neq 0 \Rightarrow \text{für } t < 0: L = \left\{ -\frac{\sqrt{-t}}{t}; \frac{\sqrt{-t}}{t} \right\} \quad \text{für } t > 0: L = \emptyset$$

ب -

$$x^2+t-2=0 \Rightarrow \text{für } t \leq 2: L = \left\{ -\sqrt{2-t}; \sqrt{2-t} \right\} \quad \text{für } t > 2: L = \emptyset$$

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}t \right) x^2 + 2t = 0; t > 1 \Rightarrow L = \left\{ -\sqrt{\frac{2t}{t-1}}; \sqrt{\frac{2t}{t-1}} \right\} \quad \text{پ -}$$

نهم -

$$L = \{4\} \quad \text{پ -} \quad L = \left\{ -\frac{8}{3}; 1 \right\} \quad \text{ب -} \quad L = \{-4; 3\} \quad \text{الف -}$$

$$L = \left\{ -\frac{t+\sqrt{t^2+4}}{2}; -\frac{t-\sqrt{t^2+4}}{2} \right\} \quad \text{ت -} \quad L = \{3\} \quad \text{ټ -} \quad L = \emptyset \quad \text{ث -}$$

$$L = \left\{ -1; \frac{1}{2} \right\} \quad \text{ح -} \quad L = \{2a\} \quad \text{چ -} \quad L = \left\{ -\sqrt{2}-2; \sqrt{2}-2 \right\} \quad \text{ج -}$$

$$L = \{-2t; 2t\} \quad \text{خ -} \quad L = \{t; 3t\} \quad \text{غ -} \quad L = \{3; 2t\} \quad \text{خ -}$$

لسم - الف - $D = a^2 + 8a$ ب - $D = -4a^2 - 4a + 1$

پ - $D = 3a^2 - 8a + 12$ ت - $D = -3a$

یولسم -

د $a^2 + 4 > 0$ له امله دوه حلونه

$$L = \left\{ -\frac{a + \sqrt{a^2 + 4}}{2}; -\frac{a - \sqrt{a^2 + 4}}{2} \right\}$$

دولسم - الف - $L = \left\{ \frac{a + \sqrt{a}}{a}; \frac{a - \sqrt{a}}{a} \right\}$ ب - $L = \{3; 2a\}$ پ - $L = \{a; 1\}$

ت - $L = \{-a; 3a\}$ ب - $L = \left\{ -\frac{1 + \sqrt{3a+1}}{a}; -\frac{1 - \sqrt{3a+1}}{a} \right\}$ ث -

$$L = \{0, 5a; a\}$$

ج - $L = \left\{ -\frac{1 + \sqrt{24a+1}}{4}; -\frac{1 - \sqrt{24a+1}}{4} \right\}$ د $a > -1/24$ لپاره د $a > -1/24$ لپاره حل ده شته

چ - $L = \{0; 5\}$ ح - $L = \{-a; 3a\}$

دیارلسم - د فرمول $x_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{8 - 12t}}{2} = 1 \pm \sqrt{2 - 3t}$ سره.

څوارلسم - $t^2 - 5t + t = t^2 - 4t = 0$ د $t_1 = 0$ او $t_2 = 4$ لپاره.

پنځلسم - $L = \left\{ 1 + \sqrt{t^2 + 1}; 1 - \sqrt{t^2 + 1} \right\}$ د $t^2 + 1 > 0$ له امله دوه حلونه.

پوښتنې

مربع مساوات ||

لومړۍ: مربع مساوات x پسي حل کړئ.

$$\text{الف- } 8x^2 + 3x = 0 \quad \text{ب- } x^2 - x = 0 \quad \text{پ- } \frac{3}{2}x = \frac{1}{2}x^2$$

$$\text{ت- } -\frac{1}{5}x - \frac{1}{2}x^2 = 0 \quad \text{ب- } \frac{4}{5}(x^2 - 4x) = 0 \quad \text{ث- } \frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} = 0$$

$$\text{ج- } -\frac{1}{8}x^2 + 2tx = 0 \quad \text{چ- } \frac{x^2}{t} - tx = 0; t \neq 0 \quad \text{ح- } \frac{t}{2}x - tx^2 = 0; t \neq 0$$

دويم: a په واکوالي کې د حلونو تعداد يا گڼون وټاکئ.

$$\text{الف- } ax^2 - 6x = 0 \quad \text{ب- } x^2 - 2x = (2-a)x^2$$

درېم: مساوات $4x^2 = 12x$ دې ورکړ شوی وي. سپينگل دواړه اړخونه د x سره ويشي او لاس ته د حل په څېر $x = 3$ راوړو. په دې هکله مو موقف څرگند کړئ.

د مربع مساوات ||

نتیجې

لومړۍ:

$$\text{الف- } L = \left\{ -\frac{3}{8}; 0 \right\} \quad \text{ب- } L = \{0; 1\} \quad \text{پ- } L = \{0; 3\}$$

$$\text{ت. } L = \left\{ -\frac{2}{5}; 0 \right\} \quad \text{ب. } L = \{0; 4\} \quad \text{ث. } L = \{-1; 0\}$$

$$\text{ج. } L = \{0; 16t\} \quad \text{ح. } L = \{0; t^2\} \quad \text{خ. } L = \{0; 0,5\}$$

دويم:

$$\text{الف. } ax^2 - 6x = 0 \Rightarrow \text{für } a = 0: L = \{0\} \quad \text{für } a \neq 0: L = \left\{ 0; \frac{6}{a} \right\}$$

$$\text{ب. } x^2 - 2x = (2-a)x^2 \Rightarrow \text{für } a = 1: L = \{0\} \quad \text{für } a \neq 1: L = \left\{ 0; \frac{2}{a-1} \right\}$$

$$\text{دریم: } 4x^2 = 12x \Rightarrow 4x^2 - 12x = 0 \Leftrightarrow 4x(x-3) = 0 \Rightarrow L = \{0; 3\}$$

په x وېشنه هلته اجازه لري، چې $x \neq 0$ وي.

مربع مساوات ته پوښتنې

مربع مساوات III

لومړی: لاندې مربع مساوات د ټوټه ونې (تجزیې) له لارې حل کړئ.

$$\text{الف. } x^2 + 8x + 16 = 0 \quad \text{ب. } x^2 + 5x - 24 = 0 \quad \text{پ. } -2x^2 + 4x + 30 = 0$$

دويم:

الف - $(x+4)(x-5) = 0$ ب- $(2x+7)(4x-1) = 0$ پ- $(x+t)(x-2t) = 0$

ت - $0,5x^2 - 3x + 4 = 0$ ث - $-0,5x^2 - x + 1,5 = 0$

$\frac{1}{3a}(2x - x^2) = 0; a \neq 0$

مربع مساوات III

نتیجی:

لومری:

الف - $x^2 + 8x + 16 = 0 \Leftrightarrow (x+4)(x+4) = 0 \Rightarrow L = \{-4\}$

ب - $x^2 + 5x - 24 = 0 \Leftrightarrow (x+8)(x-3) = 0 \Rightarrow L = \{-8; 3\}$

پ - $-2x^2 + 4x + 30 = 0 \Leftrightarrow (x+3)(x-5) = 0 \Rightarrow L = \{-3; 5\}$

دویم:

الف - $L = \{-4; 5\}$ ب - $L = \{-3, 5; 0, 25\}$ پ - $L = \{-t; 2t\}$

ت - $0,5(x-4)(x-2) = 0 \Rightarrow L = \{2; 4\}$

ث - $-0,5(x-1)(x+3) = 0 \Rightarrow L = \{-3; 1\}$ ج - $L = \{0; 2\}$

د مربع مساوات پوښتنې

مربع - يا څلوريز مساوات **IV**

لومړۍ: بې له فرمول څخه يې حل کړئ.

$$\text{الف. } (x-5)^2 = 49 \quad \text{ب. } (3x+4)^2 = 1 \quad \text{پ. } 9 - (2x+5)^2 = 0$$

$$\text{ت. } \frac{3}{4}(x-2)^2 = 12 \quad \text{ب. } \frac{1}{12}x^2 = x \quad \text{ث. } \frac{4x}{t^2}(2t+x) = 0; t \neq 0$$

$$\text{ج. } 2tx - (t-1)x^2 = 0; t \neq 1 \quad \text{چ. } 1,5(x-0,5a)^2 = 0 \quad \text{ح. } (x-1)^2 - t = 0; t > 0$$

دويم: لاندې برابرونه يا مساوات حل کړئ

$$\text{الف. } -2x(x-5) = 0 \quad \text{ب. } -\frac{1}{2}(2x-1)(x-5) = 0 \quad \text{پ. } 1 - \frac{1}{(1-x)^2} = 0$$

درېم: د a

د کومو ارزښتونو لپاره مساوات $(x+2)(x-a)=0$ ټيک يو حل لري؟

څلورم: د جبشميري سره د ټيک دوه لسميزو سره حلېږئ وشميرئ.

$$\text{الف. } 436x^2 + 18x - 12 = 0 \quad \text{ب. } x^2 + 6x - 1024 = 0 \quad \text{پ. } x^2 + 92x - 9876 = 0$$

$$\text{ت. } 119,6\pi + 9,6\pi x - 2\pi x^2 = 0 \quad \text{ث. } \sqrt{2}x^2 + 2\sqrt{2}x - 1 = 0$$

$$0,025x^2 + 2x - 0,254 = 0$$

پنجم: وښايئ: $(a+b)^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$ د ټول $a, b \neq 0$ لپاره يو ناتيک حل لري.

مربع مساوات IV نتيجي

نتيجي:

لومړی:

الف- $L = \{-2; 12\}$ ب- $L = \left\{-1; -\frac{5}{3}\right\}$ پ- $L = \{-4; -1\}$

ت- $L = \{-2; 6\}$ ب- $L = \{0; 12\}$ ث- $L = \{0; -2t\}$

ج- $L = \left\{0; \frac{2t}{t-1}\right\}$ چ- $L = \{0, 5a\}$ ح- $L = \{1+\sqrt{t}; 1-\sqrt{t}\}$

دویم:

الف- $L = \{0; 5\}$ ب- $L = \{0, 5; 5\}$ پ- $L = \{0; 2\}$

دریم:

$(x+2)(x-a) = 0$ د $a=-1$ لپاره ټيک يو حل لري. څلورم:

الف- $L = \{-0, 18; 0, 14\}$ ب- $L = \{-35, 14; 29, 14\}$ پ- $L = \{-155, 50; 63, 50\}$

ت- $L = \{-5, 69; 10, 49\}$ ب- $L = \{-2, 30; 0, 30\}$ ث- $L = \{-80, 12; 0, 12\}$

پنجم:

$$(a+b)^{-1} = a^{-1} + b^{-1} \Leftrightarrow \frac{1}{(a+b)} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} \Leftrightarrow (a+b)^2 = ab$$

يوه ناتیک يا ناسمه وينا ده، ځکه چې $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

مربع مساوات ته پوښتنې

مربع مساوات **v**

لومړۍ: لاندې مربع مساوات حل کړئ

الف- $\frac{x^2}{a} - e^{-2} = 0$ ب- $73 - 52s + 14s^2 = 25$ پ- $\frac{x}{3} - x^2 = 0$

ت- $\frac{1}{4}x^2 + 65x - 3600 = 0$ ب- $2a^2 + 7a + 3 = 0$ ټ-

$$8,5x = \frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{2}x + 200$$

دويم: مساوات $2x + \frac{2}{x} = 5$ ورکړ شوي دي.

الف- تعريفورشو او حلېږئ يې وټاکئ.

د مساوت په بني لور د 5 په ځای کوم عدد بايد ځای ونيسي، له کومې سره چې دا ناتغيره مساوات حل $2^{1/2}$ ولري؟

درېم: د پارامتر د کومې ټاکنې لپاره مساوات ټيک يو حل لري؟

الف- $3x^2 + ax - a = 0$ ب- $ax^2 + \frac{a}{2}x - 1 = 0$ پ- $-\frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(a-x)^2} = 0$

څلورم: يو مربع مساوات وټاکئ.

الف- د حل $L = \{-5; 3\}$ سره، ب - له حل $L = \{-2, 5\}$ سره. پ- چط کوم حل ونه لري. ت- چې د $x^2 - 5x - 24 = 0$ د حل سره برابر حل ولري.

پنځم: د ارزښت(مطلق) مساوات حل کړئ.

$$\text{الف- } |(x+2)^2| = 2 \quad \text{ب- } |x^2 - x + 3| = 1 \quad \text{پ- } |x+1| = x^2$$

شپږم: د ولاړکوديز يا مستطيل د اړخونو اوږدوالی وټاکئ، که دا ولاړکوديز

الف- يو چاپيريال د $U = 38 \text{ m}$ او يو مساحت د $A = 88 \text{ m}^2$ ولري.

ب- يو مساحت د $A = 16 \text{ m}^2$ ولري او د سور اوږدوالی يې $4/3$ وي.

اوم: وښايئ: که د دوه حقيقي عددونو کمښت يا تفريق د ضرب په څلور ځله زيات شي، نو سړی د دواړو حقيقي عددونو مربع زياتون يا جمعه لاس ته راوړي.

اتم: د يوه ديوال په اوږدوالي يو ولاړکوديز پتي د $A = 800 \text{ m}^2$ سطحي سره د يوه ټول 100 m متره سيم سره رابنديږي. د اړخونو اوږدوالي څنگه ټاکل کيږي؟ کوم مکسيمال يا خورا لويه سطحه له دې سره رابنديږي؟

نهم: د x د جوړښت ټوټو قيمت $K(x)$ دی. يو جوړښت ټوټه يا برخه په $E(x)$ پلورل کيږي. څومره جوړښت ټوټې بايد توليد شي، چې د 200 € يوه گټه لاس ته راوړل شي؟

$$K(x) = x^2 + 100x + 80 \quad (\text{د ارزښت تابع يا فنکشن})$$

$$E(x) = 160 - 2x \quad (\text{د خرڅلاو تابع})$$

لسم: يوه فابريکه مواد توليدوي، چې ارزښت يې په هره دانه 65 € دی. د x توليدولو دانو ټول قيمت يا لگښت $E(x)$ دی. کوم تعداد دا داني بايد توليد شي، چې گټه ترې لاس ته راشي؟ د څومره تعداد دانو سره يوه گټه د 1500 € لاس ته راځي.

$$K(x) = \frac{1}{5}x^2 + 20x + 1000$$

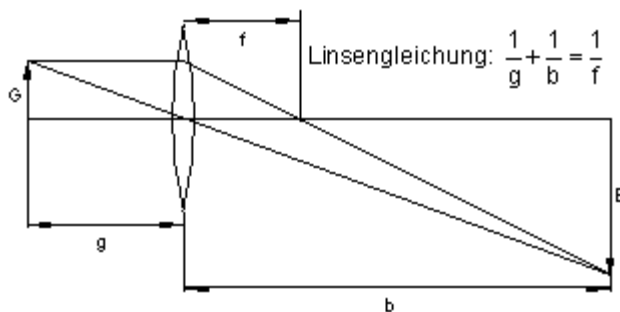
(لگښت فنکشن)

پولسم: یو شی G د عدسي له لارې، چې د سوزونکي ا وړدوالی یې $f = 0,2 \text{ m}$ دی په یو اوپتیکي څیره B باندې پریوځي یا څیره کيږي. د شي او څيري ترمنځ واټن یې 1 m دی.

الف- دا شی G او همداسې څیره B یې د عدسي څخه څومره لري دي؟

ب – عدسه باید ماکسیمال څومره د سوزونکي واټن ولري؟

په لاندې څیره کې: Linsengleichung د عدسي مساوات.



د مربع مساوات **V**

د پوښتنو نتيجې

لومړۍ:

$$\text{الف- } L = \left\{ \frac{\sqrt{a}}{e} \right\}; a > 0 \quad \text{پ- } L = \left\{ \frac{12}{7}; 2 \right\} \quad \text{ب- } L = \left\{ 0; \frac{1}{3} \right\}$$

$$\text{ت- } L = \{-306, 91; 46, 91\} \quad \text{ب- } L = \left\{ -3; -\frac{1}{2} \right\} \quad \text{ث- } L = \{34, 06; 93, 93\} \quad \text{دویم:}$$

$$\text{الف- } L = \{0, 5; 2\} \quad D = \mathbb{R}^* \quad \text{ب- } 2\sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

دریم:

$$\text{الف- } L = \{-12; 0\} \quad \text{ب- } L = \{-16; 0\} \quad \text{پ- } L = \left\{ \frac{a-1}{2} \right\}; a \in \mathbb{R} \quad \text{خلورم:}$$

$$\text{الف- } (x+2,5)^2 = 0 \quad \text{ب- } (x-3)(x+5) = 0$$

$$\text{پ- } 2x^2 + 3x + 5 = 0 \quad \text{ت- } -2x^2 + 10x + 48 = 0 \quad \text{پنجم:}$$

$$\text{الف- } L = \{-\sqrt{2} - 2; \sqrt{2} - 2\}$$

$$\text{ب- } x^2 - x + 3 > 0 \text{ ار زینت اغیز نه بنایی، حتی باور لری: } L = \emptyset \Rightarrow x^2 - x + 1 > 0$$

$$\text{پ- د } x > 1 \text{ لپاره: } L = \left\{ \frac{1+\sqrt{5}}{2}; \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right\} \quad \text{د } x < 1 \text{ لپاره: } L = \{\emptyset\} \quad \text{شیرم:}$$

Und د او په معنا

$$\text{الف- } a \cdot b = 88 \text{ und } 2a + 2b = 38 \Rightarrow \frac{176}{b} + 2b = 38 \Rightarrow \underline{\underline{b = 8 \text{ m} \quad a = 11 \text{ m}}}$$

$$\text{ب- } a \cdot b = 16 \text{ und } a = \frac{4}{3}b \Rightarrow \underline{\underline{b = 2\sqrt{3} \text{ m} \quad a = \frac{8}{3}\sqrt{3} \text{ m}}}$$

$$\text{اوم: } (a-b)^2 + 4ab = (a+b)^2 \Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 + 4ab = a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

اتم:

$$a \cdot b = 800 \text{ und } 2a + b = 100 \Rightarrow b \left(-\frac{b}{2} + 50 \right) = 800 \Rightarrow b = 80 \text{ m} \quad a = 10 \text{ m}$$

b	80	70	60	50	40
A	800	1050	1200	1250	1200

$$A = b \left(-\frac{b}{2} + 50 \right)$$

ارزښتجدول:

د $a = 25 \text{ m}$ und $b = 50 \text{ m} \Rightarrow A = 1250 \text{ m}$ لپاره ماکسیمال سطحه منځ یا لاس ته راځي.

نهم: گټه = خرڅلاو – لگښت له دې لاس ته راځي

$$G(x) = E(x) - K(x) = x(160 - 2x) - (x^2 + 100x + 80) = 200$$

$$\Rightarrow L = \{7,42; 12,58\}$$

د اوه ودانۍ برخو سره یا 13 ودانۍ برخو سره گټه 200€ ده.
لسم:

$$E(x) = 65x; 65x \geq \frac{1}{5}x^2 + 20x + 1000 \text{ für } 25 \leq x \leq 200$$

$$G(x) = E(x) - K(x) = 1500 \text{ für } x_1 = 100; x_2 = 125$$

یولسم-

یولسم: G د عدسي واټن $f = 0,2 \text{ m}$.

د شي او څيرې یا عکس ترمنځ واټن: $g+f=1\text{m}$

بې له یونونو یا واحدونو شمیرل کيږي (تولې ورکړې په متر دي)

$$g+b=1 \Leftrightarrow b=1-g$$

په عدسي بڼه کې ځای په ځای کړی.

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \Leftrightarrow \frac{1}{g} + \frac{1}{1-g} = \frac{1}{f}$$

وروسته له ډېرو بڼه بدلونونو:

$g^2 - g = -f$ مربع مساوات، چې ټوليز حل يې دی

$$g_1 = 0,5 + \sqrt{0,25 - f} \quad \text{يا} \quad g_2 = 0,5 - \sqrt{0,25 - f}$$

ريښه فقط د $f \leq 25$ لپاره حلور ده

الف- د $f = 0,2$ لپاره باور لري $g_1 \approx 0,73$ يا $g_2 \approx 0,27$

دا په دې معنا، چې د شي واټن $m \approx 0,73$ د څپرې واټن $b \approx 0,27$.

ب - د $f > 0,25$ لپاره مربع مساوات حل نه لري.

تزيکي روښانونه: د $f > 0,25$ لپاره $g + b > 1$ دی، دا په دې معنا، چې څیره تيزه کيږي.

د $f = 0,25$ لپاره فقط یو حل شته: $g = 0,5 \text{ m}$ او $b = 0,5 \text{ m}$

۱۲ - اکسپوننشل برابر ونونه يا مساوات

ننوتنه

پيژند(تعريف):

مساوات، چي لږ تر لږه يو ځل يې متحولي يا اووښتوني د توان په يوه اکسپوننت کي رامنځ ته شي، اکسپوننشل مساوات بلل کيږي.

اکسپوننشل مساوات د $e \sim 2,718$ بنسټ ته (د اويلر عدد. اکسپوننشل مساوات بنسټ 3 ته. اکسپوننشل مساوات بنسټ a ته. اکسپوننشل مساوات د مختلفو بنسټونو سره	بيلگي: $\frac{1}{2} \cdot e^{2x+1} - 2 \cdot e^{x+1} = 0$ $3^x + 3^{x+1} - 3^{x-1} = 4$ $a^{2x} + a^x - a^{x+1} = b$ $a^x - b^{2x} + c^{x+1} = d$

په زیاتو ځایونو کې اکسپوننشل مساوات په ور نږدې توګه ، چې دلته یې نه څیړو، حل کیږي. اکسپوننشل مساوات، چې د اکسپوننشل توابعو سره په اړوندوالي رامنځ ته کیږي، په زیات وخت کې په مناسبه بڼه بدلون او د توان او لوګاریتم د استعمال له لارې حل وړدي.

په لاندې کې به غوره د حل امکانات انځور شي. دا چې په طبیعي پوهنو او تخنیک کې زیات وخت بنسټ e د ودې پروسې په هکله یو ځانګړی معنا لري، دلته له دې امله فقط اکسپوننشل توابع de بنسټ سره څیړو.

د اکسپوننشل مساوات د حل متودونه

د اکسپوننشل مساوات له لارې حل

$$e^{2x+4} - e^{x-1} = 0$$

یو اکسپوننشل مساوات دی، چې د لاندې بڼه بدلیږي

$$e^{2x+4} = e^{x-1}$$

د اکسپوننشل پرتله ونې له لارې حل کیدی شي.

$$e^{2x+4} = e^{x-1} \Leftrightarrow 2x+4 = x-1 \mid -x \Leftrightarrow x+4 = -1 \mid -4 \Rightarrow x = -5$$

$$e^{-10+4} - e^{-5-1} = e^{-6} - e^{-6} = 0 \quad \text{ازمایښت}$$

د اکسپوننشل پرتله کونې له لارې یو حل هلته ممکن دی، چې وګرځای شو د مساوات داډه لورو ته ترمونه داسې بڼه بدل کړو، چې د برابر بنسټ سره توان راګرځي. دا متأسفانه تل ممکن نه دی. لکه لاندې بیلګې یې چې راښايي.

د لوګاریم له لارې حل

$$\frac{1}{2e^x} - 3 = 0 \mid +3 \Leftrightarrow \frac{1}{2e^x} = 3 \mid \cdot 2e^x \Leftrightarrow 1 = 6 \cdot e^x \mid : 6 \Leftrightarrow e^x = \frac{1}{6}$$

دلته اکسپوننشل پرتله کونه شونې نه ده.

دا ایښوونه د لوگاریتم کونې سره صورت نیسي:

$$\ln(e^x) = \ln\left(\frac{1}{6}\right) \Leftrightarrow x \cdot \underbrace{\ln(e)}_1 = \underbrace{\ln(1)}_0 - \ln(6) \Leftrightarrow x = -\ln(6)$$

داسې لیکنه مو په ډېرو حالتونو کې بریالیتوب ته بیایي. سره له دې هم اکسپوننشل مساوات، په کومو کې چې زیاتون (جمع) یا کمون (تفریق) منځ ته راځي، لوگاریتمي کیدي نه شي. کیدي شي سړی هڅه وکړي، چې دا د بدلون (د یوې ځای نیونکې متحولې سره بدلیدنې) له لارې دا حل کړي.

$$e^{2x} - 5e^x + 4 = 0 \quad \text{بدلون: } e^x = u \quad \text{او } e^{2x} = u^2$$

$$\Rightarrow u^2 - 5u + 4 = 0$$

دا یو مربع مساوات دی د متحولې u سره.

$$p = -5; q = 4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 4 = \frac{25}{4} - \frac{16}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = 4 \\ u_2 = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = 1 \end{array} \right.$$

بیرته بدلیدنه او د لوگاریتم کونې سره حل

$$u_1 = 4 \Leftrightarrow e^{x_1} = 4 \mid \ln(\quad) \Rightarrow x_1 = \ln(4) \approx 1,386$$

$$u_2 = 1 \Leftrightarrow e^{x_2} = 1 \mid \ln(\quad) \Rightarrow x_2 = \ln(1) = 0$$

د مفصل حل بیلگه:

بیلگه: په لاندې Probe ازماښت; Lösung durch Logarithmieren د لوگاریتم له لارې حل

$$\begin{aligned}
 2e^{3x} - 6e^x &= 0 \mid +6e^x \\
 \Leftrightarrow 2e^{3x} &= 6e^x \mid : 2 \\
 \text{Lösung durch Logarithmieren} \\
 \Leftrightarrow e^{3x} &= 3e^x \mid \ln () \\
 \Leftrightarrow \ln(e^{3x}) &= \ln(3 \cdot e^x) \\
 \Leftrightarrow 3x \cdot \ln(e) &= \ln(3) + \ln(e^x) \\
 \Leftrightarrow 3x \cdot \ln(e) &= \ln(3) + x \cdot \ln(e) \\
 \Leftrightarrow 3x &= \ln(3) + x \mid -x \\
 \Leftrightarrow 2x &= \ln(3) \mid : 2 \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{1}{2} \ln(3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x \cdot e^x - 3x &= 0 \\
 \Leftrightarrow x(e^x - 3) &= 0 \\
 \Rightarrow x_1 &= 0 \text{ und} \\
 e^x - 3 &= 0 \mid +3 \\
 \text{Lösung durch Logarithmieren} \\
 \Leftrightarrow e^x &= 3 \mid \ln () \\
 \Leftrightarrow \ln(e^x) &= \ln(3) \\
 \Leftrightarrow x \cdot \ln(e) &= \ln(3) \\
 \Leftrightarrow x_2 &= \ln(3)
 \end{aligned}$$

Probe:

$$\begin{aligned}
 2e^{3 \cdot \frac{1}{2} \ln(3)} - 6e^{\frac{1}{2} \ln(3)} &= 0 \\
 \Leftrightarrow 2e^{\frac{3}{2} \ln(3)} - 6e^{\frac{1}{2} \ln(3)} &= 0 \\
 \Leftrightarrow 2(e^{\ln(3)})^{\frac{3}{2}} - 6(e^{\ln(3)})^{\frac{1}{2}} &= 0 \\
 \Leftrightarrow 2 \cdot 3^{\frac{3}{2}} - 6 \cdot 3^{\frac{1}{2}} &= 0 \\
 \Leftrightarrow 2 \cdot 3 \cdot 3^{\frac{1}{2}} - 6 \cdot 3^{\frac{1}{2}} &= 0 \\
 \Leftrightarrow 6 \cdot 3^{\frac{1}{2}} - 6 \cdot 3^{\frac{1}{2}} &= 0 (w)
 \end{aligned}$$

بیلگه:

Probe:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= 0 \\
 0 \cdot e^0 - 3 \cdot 0 &= 0 \\
 \Leftrightarrow 0 \cdot 1 - 3 \cdot 0 &= 0 \\
 \Leftrightarrow 0 &= 0 (w) \\
 x_2 &= \ln(3) \\
 \ln(3) \cdot e^{\ln(3)} - 3 \cdot \ln(3) &= 0 \\
 \Leftrightarrow \ln(3) \cdot 3 - 3 \cdot \ln(3) &= 0 \\
 \Leftrightarrow 3 \cdot \ln(3) - 3 \cdot \ln(3) &= 0 (w)
 \end{aligned}$$

بیلگه:

$$\begin{aligned}
 \frac{2}{1+e^x} &= -2 \frac{e^x - 4}{(1+e^x)^2} \quad | : 2 \Leftrightarrow \frac{1}{1+e^x} = - \frac{e^x - 4}{(1+e^x)^2} \\
 \Leftrightarrow \frac{1 \cdot (1+e^x)}{(1+e^x)(1+e^x)} &= - \frac{e^x - 4}{(1+e^x)^2} \Leftrightarrow \frac{(1+e^x)}{(1+e^x)^2} = - \frac{e^x - 4}{(1+e^x)^2} \quad | \cdot (1+e^x)^2 \\
 \Leftrightarrow 1+e^x &= -(e^x - 4) \Leftrightarrow 1+e^x = -e^x + 4 \quad | +e^x - 1 \\
 \Leftrightarrow 2e^x &= 3 \quad | \ln(\) \Leftrightarrow \ln(2 \cdot e^x) = \ln(3) \\
 \Leftrightarrow \ln(2) + \ln(e^x) &= \ln(3) \Leftrightarrow \ln(2) + x \cdot \ln(e) = \ln(3) \\
 \Leftrightarrow \ln(2) + x &= \ln(3) \quad | -\ln(2) \Leftrightarrow x = \ln(3) - \ln(2) \\
 \Leftrightarrow x &= \ln\left(\frac{3}{2}\right)
 \end{aligned}$$

$$e^{2x+4} - 3e^{x+2} + 2 = 0 \Leftrightarrow e^{2(x+2)} - 3e^{x+2} + 2 = 0$$

$$\text{Substitution: } u = e^{x+2} \Rightarrow u^2 - 3u + 2 = 0$$

بیلگه:

د لوگاریتمی مساواتو له لارې حل

په څټ بدلون

$$p = -3; q = 2;$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{9}{4} - \frac{8}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \frac{1}{2}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$$

$$u_1 = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$u_2 = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$u_1 = 2 \Leftrightarrow e^{x+2} = 2 \quad | \ln(\)$$

$$\Leftrightarrow (x+2) \ln(e) = \ln(2)$$

$$\Leftrightarrow x+2 = \ln(2) \quad | -2$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = -2 + \ln(2)}}$$

$$u_2 = 1 \Leftrightarrow e^{x+2} = 1 \quad | \ln(\)$$

$$\Leftrightarrow (x+2) \ln(e) = \ln(1)$$

$$\Leftrightarrow x+2 = 0 \quad | -2$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$$

تمرین: اکسپوننشل مساوات

لاندې اکسپوننشل مساوات تاسو ته د معلومو متودونو له لارې حل کړی

$$\frac{1}{4}e^{4x} - \frac{e}{2} = 1 \quad \text{دویم:} \quad 6 - \frac{3}{2}e^{2-2x} = 0 \quad \text{لومړی:}$$

$$\frac{1}{2}e^x - e^{x+1} = 0 \quad \text{دریم:} \quad (3+2x)e^{x-1} = 0 \quad \text{څلورم:}$$

$$-\frac{1}{5}e^x - 1 + 10e^{-x} = 0 \quad \text{پنځم:} \quad -2x^2e^{-x+2} = 0 \quad \text{شپږم:}$$

$$-\frac{3}{4}e^{-2x} + 5 = e^{-x} \quad \text{اوږم:} \quad 4 - 3e^{-\frac{1}{2}x} = e^{\frac{1}{2}x} \quad \text{اتم:}$$

$$\frac{2x}{e^x + 1} = 0 \quad \text{نههم:} \quad (2 - e^x)^2 = (e^x - 3)^2 \quad \text{لسم:}$$

حلونه

د اکسپوننشل مساواتو د تمرینونو حل

نتیجې او مفصل حلونه:

نتیجې:

$$6 - \frac{3}{2}e^{2-2x} = 0 \Rightarrow x = 1 - \ln(2) \quad \text{لومړی:}$$

$$\frac{1}{4}e^{4x} - \frac{e}{2} = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{4}\ln(4+2e) \quad \text{دویم:}$$

$$\frac{1}{2}e^x - e^{x+1} = 0 \Rightarrow \quad \text{دریم:}$$

حل نه لري

$$(3+2x)e^{x-1} = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \quad \text{څلورم:}$$

$$-2x^2e^{-x+2} = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{پنځم:}$$

$$-\frac{1}{5}e^x - 1 + 10e^{-x} = 0 \Rightarrow x_1 = \ln(5) \quad \text{شپږم:}$$

$$x_2 = 0 \quad \text{او} \quad 4 - 3e^{-\frac{1}{2}x} = e^{\frac{1}{2}x} \Rightarrow x_1 = 2\ln(3) \quad \text{اوم:}$$

$$-\frac{3}{4}e^{-2x} + 5 = e^{-x} \Rightarrow x_1 = -\ln(2) \quad \text{اتم:}$$

$$\frac{2x}{e^x + 1} = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{نههم:}$$

$$(2 - e^x)^2 = (e^x - 3)^2 \Rightarrow x = \ln\left(\frac{5}{2}\right) \quad \text{لسم:}$$

مفصل حلونه:

لومړی:

$$6 - \frac{3}{2}e^{2-2x} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{3}{2}e^{2-2x} = 6 \mid : \frac{3}{2} \quad \Leftrightarrow \quad e^{2-2x} = 4 \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow 2 - 2x = \ln(4) \mid -2 \quad \Leftrightarrow \quad -2x = \ln(4) - 2 \mid : (-2) \quad \Leftrightarrow \quad x = 1 - \frac{1}{2}\ln(4)$$

$$\Leftrightarrow x = 1 - \ln\left(4^{\frac{1}{2}}\right) \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{x = 1 - \ln(2)}}$$

دویم:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}e^{4x} - \frac{1}{2}e &= 1 \mid + \frac{1}{2}e \Leftrightarrow \frac{1}{4}e^{4x} = 1 + \frac{1}{2}e \mid \cdot 4 \Leftrightarrow e^{4x} = 4 + 2e \mid \ln() \\ \Leftrightarrow 4x &= \ln(4 + 2e) \mid : 4 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = \frac{1}{4}\ln(4 + 2e)}} \end{aligned}$$

دریم:

په لاندې کې: WEDERSPRUCH تضاد او keine Lösung حل نه شته

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}e^x - e^{x+1} &= 0 \mid \cdot 2 \Leftrightarrow e^x - 2e^{x+1} = 0 \mid + 2e^{x+1} \Leftrightarrow e^x = 2e^{x+1} \mid \ln() \\ \Leftrightarrow \ln(e^x) &= \ln(2e^{x+1}) \Leftrightarrow x = \ln(2) + \ln(e^{x+1}) \Leftrightarrow x = \ln(2) + x + 1 \mid - x \\ \Leftrightarrow 0 &= \ln(2) + 1 \mid - 1 \Leftrightarrow \ln(2) = -1 \text{ widerspruch} \Leftrightarrow \text{keine Lösung} \\ (3 + 2x)e^{x-1} &= 0 \Leftrightarrow 3 + 2x = 0 \mid - 3 \\ \Leftrightarrow 2x &= -3 \mid : 2 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = -\frac{3}{2}}} \end{aligned}$$

څلورم:

e^{x-1} تابع x^x ده چې د x په محور په 1EH یوون (واحد) بڼې لور ته راکښل شوې.

تابع e^x حل نه لري.
پنځم:

$$\begin{aligned} -2x^2e^{-x+2} &= 0 \\ -2x^2e^{-x+2} &= 0 \Leftrightarrow -2x^2 = 0 \\ \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 0}} \end{aligned}$$

e^{-x+2} تابع e^{-x} ده چې د x په محور په 2EH یوون (واحد) بڼې لور ته راکښل شوې.

تابع e^{-x} صفرځای نه لري.
شپږم:

په لاندې کې substitutions بدلون یا تعویض او keine Lösung حل نه شته.

$$-\frac{1}{5}e^x - 1 + 10e^{-x} = 0 \text{ Substitution } u = e^x \Leftrightarrow -\frac{1}{5}u - 1 + \frac{10}{u} = 0 \mid \cdot u$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{5}u - 1 + \frac{10}{u} = 0 \mid \cdot (-5) \Leftrightarrow u^2 + 5u - 50 = 0$$

$$p = 5; q = -50 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{25}{4} + \frac{200}{4} = \frac{225}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{225}{4}} = \frac{15}{2}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = -\frac{5}{2} + \frac{15}{2} = 5 \\ u_2 = -\frac{5}{2} - \frac{15}{2} = -10 \end{array} \right.$$

$$u_1 = 5 \Leftrightarrow e^x = 5 \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = \ln(5)}}$$

$$u_2 = -10 \Leftrightarrow e^x = -10 \Rightarrow \text{keine Lösung}$$

اوم:

$$4 - 3e^{-\frac{1}{2}x} = e^{\frac{1}{2}x} \text{ Substitution } u = e^{\frac{1}{2}x} \Leftrightarrow 4 - \frac{3}{u} = u \mid \cdot u$$

$$\Leftrightarrow 4u - 3 = u^2 \mid -u^2 \Leftrightarrow -u^2 + 4u - 3 = 0 \mid \cdot (-1) \Leftrightarrow u^2 - 4u + 3 = 0$$

$$p = -4; q = 3 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 - 3 = 1 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{1} = 1$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = 2 + 1 = 3 \\ u_2 = 2 - 1 = 1 \end{array} \right.$$

$$u_1 = 3 \Leftrightarrow e^{\frac{1}{2}x} = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x = \ln(3) \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = 2\ln(3)}}$$

$$u_2 = 1 \Leftrightarrow e^{\frac{1}{2}x} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x = \ln(1) \Leftrightarrow x_2 = \underbrace{2\ln(1)}_0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x_2 = 0}}$$

اتم:

$$-\frac{3}{4}e^{-2x} + 5 = e^{-x} \quad \text{Substitution } u = e^{-x} \Leftrightarrow -\frac{3}{4}u^2 + 5 = u \quad | -u$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{4}u^2 - u + 5 = 0 \quad | : \left(-\frac{3}{4}\right) \Leftrightarrow u^2 + \frac{4}{3}u - \frac{20}{3} = 0$$

$$p = \frac{4}{3}; q = -\frac{20}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{4}{9} + \frac{60}{9} = \frac{64}{9} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{64}{9}} = \frac{8}{3}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = -\frac{2}{3} + \frac{8}{3} = 2 \\ u_2 = -\frac{2}{3} - \frac{8}{3} = -\frac{11}{3} \end{array} \right.$$

$$u_1 = 2 \Leftrightarrow e^{-x} = 2 \Leftrightarrow -x = \ln(2) \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = -\ln(2)}}$$

$$u_2 = -\frac{11}{3} \Leftrightarrow e^{-x} = -\frac{11}{3} \Leftrightarrow -x = \underbrace{\ln\left(-\frac{11}{3}\right)}_{\text{nicht definiert}} \Rightarrow \text{keine Lösung}$$

د د پورته پښتو: تعريف نه دی، حل نه لري.

نهم:

$$\frac{2x}{e^x + 1} = 0 \quad | \cdot (e^x + 1) \Leftrightarrow 2x = 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 0}}$$

لسم:

$$(2 - e^x)^2 = (e^x - 3)^2 \Leftrightarrow 4 - 4e^x + e^{2x} = e^{2x} - 6e^x + 9 \quad | -e^{2x}$$

$$\Leftrightarrow 4 - 4e^x = -6e^x + 9 \quad | +6e^x \Leftrightarrow 4 + 2e^x = 9 \quad | -4 \Leftrightarrow 2e^x = 5 \quad | : 2$$

$$\Leftrightarrow e^x = \frac{5}{2} \quad | \ln(\quad) \Leftrightarrow \underline{\underline{x = \ln\left(\frac{5}{2}\right)}}$$

کارپاڼه اکسیپوننشل مساوات |

پوښتنې

لاندې اکسیوننشل مساوات حل کړئ

لومړۍ -

$$\text{الف- } \frac{1}{3}e^{-2x} - 2 = 0 \quad \text{ب- } 2e^{x+1} - 6 = 0$$

$$\text{پ- } 2e^x + 3x \cdot e^x = 0 \quad \text{ت- } (2+3x)e^{x-1} = 0$$

دویم -

$$\text{الف- } 4e^{2x} - 3e^x = 0 \quad \text{ب- } \frac{1}{2}e^x - \frac{e}{4} - 2 = 0$$

$$\text{پ- } 3e^{2-x} = 4 \quad \text{ت- } 2x \cdot e^x - 4x = 0$$

دریم -

$$\text{الف- } 2e^x - e^{2x} = 0 \quad \text{ب- } 4e^{2x} - 3e^x = 0$$

څلورم -

$$\text{الف- } \frac{1}{2}e^x - 10e^{-x} + \frac{1}{2} = 0 \quad \text{ب- } -\frac{1}{10}e^x - \frac{1}{2} + 5e^{-x} = 0$$

$$\text{پ- } e^{2x} - 5e^x + 4 = 0 \quad \text{ت- } 2e^x + 8e^{-x} = 10$$

پنځم -

$$\text{الف- } 3e^{2x} - 6e^x = 0 \quad \text{ب- } 4e^{-3x} - 2 = 0$$

$$\text{پ۔} \quad \frac{5x}{e^{2x}+1} = 0 \quad \text{ت۔} \quad e^x(e^x - 3) = 0$$

شپڙم -

$$\text{الف۔} \quad e^{x+1} - 3 = 0 \quad \text{ب۔} \quad (x-3)e^x - e^x = 0$$

$$\text{پ۔} \quad e^{\frac{1}{2}x} - \frac{3}{2} = 0 \quad \text{ت۔}$$

اوم -

$$\text{الف۔} \quad \frac{1}{3}e^{-2x} - \frac{10}{3}e^{-x} + 3 = 0 \quad \text{ب۔} \quad 8 - 6e^{-\frac{1}{4}x} - 2e^{\frac{1}{4}x} = 0$$

$$\text{پ۔} \quad \frac{1}{4}e^x - 4e^{-x} - \frac{3}{2} = 0 \quad \text{ت۔} \quad e^x + e^{-x} - \frac{5}{2} = 0$$

$$\text{ب۔} \quad -3e^{-2x} + 20 - 4e^{-x} = 0 \quad \text{ث۔} \quad \frac{3}{2}e^{2x} - \frac{15}{2}e^x + \frac{27}{8} = 0$$

اتم -

$$\text{الف۔} \quad 2e^{-x} - 3e^x = 0 \quad \text{ب۔} \quad (e^{2x+1} - 1)(e+1) = 0$$

$$\text{پ۔} \quad 4e^x + 2x \cdot e^x = 0 \quad \text{ت۔} \quad (e^{x+1} - 2)(e^{2x} - 4) = 0$$

نتیجی او مفصل حلونه

نتیجی

لومری -

$$\text{الف۔ } \frac{1}{3}e^{-2x} - 2 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}\ln(6) \quad \text{ب۔ } 2e^{x+1} - 6 = 0 \Rightarrow x = \ln(3) - 1$$

$$\text{پ۔ } 2e^x + 3x \cdot e^x = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{3} \quad \text{ت۔ } (2 + 3x)e^{x-1} = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

دویم:

$$\text{الف۔ } 4e^{2x} - 3e^x = 0 \Rightarrow x = \ln\left(\frac{3}{4}\right) \quad \text{ب۔ } \frac{1}{2}e^x - \frac{e}{4} - 2 = 0 \Rightarrow x = \ln\left(\frac{1}{2}e + 4\right)$$

$$\text{پ۔ } 3e^{2-x} = 4 \Rightarrow x = 2 - \ln\left(\frac{4}{3}\right) \quad \text{ت۔ } 2x \cdot e^x - 4x = 0 \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = \ln(2)$$

دریم:

$$\text{الف۔ } 2e^x - e^{2x} = 0 \Rightarrow x = \ln(2) \quad \text{ب۔ } 4e^{2x} - 3e^x = 0 \Rightarrow x = \ln\left(\frac{3}{4}\right)$$

پ۔ ت۔ ب۔ ت۔ ث۔ خلورم:

$$\text{الف۔ } \frac{1}{2}e^x - 10e^{-x} + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x = \ln(4)$$

$$\text{ب۔ } -\frac{1}{10}e^x - \frac{1}{2} + 5e^{-x} = 0 \Rightarrow x = \ln(5)$$

$$\text{پ۔ } e^{2x} - 5e^x + 4 = 0 \Rightarrow x_1 = \ln(4); x_2 = 0$$

$$\text{ت۔ } 2e^x + 8e^{-x} = 10 \Rightarrow x_1 = \ln(4); x_2 = 0$$

پنجم:

$$\text{الف۔} \quad 3e^{2x} - 6e^x = 0 \Rightarrow x = \ln(2) \quad \text{ب۔} \quad 4e^{-3x} - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \ln(2)$$

$$\text{پ۔} \quad \frac{5x}{e^{2x} + 1} = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{ت۔} \quad e^x(e^x - 3) = 0 \Rightarrow x = \ln(3)$$

شپیرم:

$$\text{الف۔} \quad (x-3)e^x - e^x = 0 \Rightarrow x = 4 \quad \text{ب۔} \quad e^{x+1} - 3 = 0 \Rightarrow x = \ln(3) - 1$$

$$\text{پ۔} \quad e^{\frac{1}{2}x} - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow x = 2 \cdot \ln\left(\frac{3}{2}\right) \quad \text{ت۔} \quad (3+5x)e^{3-4x} = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{5}$$

اوم:

$$\text{الف۔} \quad \frac{1}{3}e^{-2x} - \frac{10}{3}e^{-x} + 3 = 0 \quad 8 - 6e^{-\frac{1}{4}x} - 2e^{\frac{1}{4}x} = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 0; x_2 = -\ln(9) \quad \text{ب۔} \quad \Rightarrow x_1 = 4 \cdot \ln(3); x_2 = 0$$

$$\text{پ۔} \quad \frac{1}{4}e^x - 4e^{-x} - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow x = \ln(8)$$

$$\text{ت۔} \quad e^x + e^{-x} - \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow x_1 = \ln(2); x_2 = -\ln(2)$$

$$\frac{3}{2}e^{2x} - \frac{15}{2}e^x + \frac{27}{8} = 0$$

$$\text{ب۔} \quad -3e^{-2x} + 20 - 4e^{-x} = 0 \Rightarrow x = -\ln(2)$$

$$\text{ث۔} \quad \Rightarrow x_1 = \ln\left(\frac{9}{2}\right); x_2 = -\ln(2)$$

اتم:

$$(e^{2x+1}-1)(e+1)=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{2} \quad \text{ب} - \quad 2e^{-x}-3e^x=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{2}{3}\right) \quad \text{الف} -$$

$$(e^{x+1}-2)(e^{2x}-4)=0$$

$$\Rightarrow x_1=\ln(2)-1; x_2=\ln(2) \quad \text{ت} - \quad 4e^x+2x \cdot e^x=0 \Rightarrow x=-2 \quad \text{پ} -$$

مفصل حلونه

لومري:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}e^{-2x}-2=0 &| +2 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{3}e^{-2x}=2 &| \cdot 3 \\ \Leftrightarrow e^{-2x}=6 &| \ln(\) \\ \Leftrightarrow \ln(e^{-2x})=\ln(6) \\ \Leftrightarrow -2x=\ln(6) &| : (-2) \\ \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}\ln(6) & \quad \text{الف} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2e^{x+1}-6=0 &| +6 \\ \Leftrightarrow 2e^{x+1}=6 &| : 2 \\ \Leftrightarrow e^{x+1}=3 &| \ln(\) \\ \Leftrightarrow \ln(e^{x+1})=\ln(3) \\ \Leftrightarrow x+1=\ln(3) &| -1 \\ \Leftrightarrow x=\ln(3)-1 & \quad \text{ب} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2e^x+3x \cdot e^x=0 \\ (2+3x)e^{x-1}=0 \text{ mit } e^{x-1} \neq 0 & \Leftrightarrow (2+3x)e^x=0 \text{ mit } e^x \neq 0 \\ \Leftrightarrow 2+3x=0 &| -2 \\ \Leftrightarrow 3x=-2 &| : 3 \\ \Leftrightarrow x=-\frac{2}{3} & \quad \text{ت} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2e^x+3x \cdot e^x=0 \\ (2+3x)e^x=0 \text{ mit } e^x \neq 0 & \Leftrightarrow (2+3x)e^x=0 \text{ mit } e^x \neq 0 \\ \Leftrightarrow 2+3x=0 &| -2 \\ \Leftrightarrow 3x=-2 &| : 3 \\ \Leftrightarrow x=-\frac{2}{3} & \quad \text{پ} - \end{aligned}$$

دويم:

$$\begin{aligned}
 4e^{2x} - 3e^x &= 0 \quad | +3e^x \\
 \Leftrightarrow 4e^{2x} &= 3e^x \quad | : 4 \\
 \Leftrightarrow e^{2x} &= \frac{3}{4}e^x \quad | \ln() \\
 \Leftrightarrow \ln(e^{2x}) &= \ln\left(\frac{3}{4}e^x\right) \\
 \Leftrightarrow 2x &= \ln\left(\frac{3}{4}\right) + x \cdot \ln(e) \\
 \Leftrightarrow 2x &= \ln\left(\frac{3}{4}\right) + x \quad | -x \\
 \Leftrightarrow x &= \ln\left(\frac{3}{4}\right)
 \end{aligned}$$

الف -

ب -

$$\begin{aligned}
 3e^{2-x} &= 4 \quad | : 3 \\
 \Leftrightarrow e^{2-x} &= \frac{4}{3} \quad | \ln() \\
 \Leftrightarrow \ln(e^{2-x}) &= \ln\left(\frac{4}{3}\right) \\
 \Leftrightarrow 2-x &= \ln\left(\frac{4}{3}\right) \quad | -2 \\
 \Leftrightarrow -x &= \ln\left(\frac{4}{3}\right) - 2 \quad | \cdot (-1) \\
 \Leftrightarrow x &= 2 - \ln\left(\frac{4}{3}\right)
 \end{aligned}$$

پ -

ت -

دریم:

$$4e^{2x} - 3e^x = 0 \mid +3e^x$$

$$\Leftrightarrow 4e^{2x} = 3e^x \mid : 4$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} = \frac{3}{4}e^x \mid \ln()$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{2x}) = \ln\left(\frac{3}{4}e^x\right)$$

$$\Leftrightarrow 2x = \ln\left(\frac{3}{4}\right) + \ln(e^x)$$

$$\Leftrightarrow 2x = \ln\left(\frac{3}{4}\right) + x \mid -x$$

$$\Leftrightarrow x = \ln\left(\frac{3}{4}\right)$$

ب -

$$2e^x - e^{2x} = 0 \mid +e^{2x}$$

$$\Leftrightarrow 2e^x = e^{2x} \mid : 2$$

$$\Leftrightarrow e^x = \frac{1}{2}e^{2x} \mid \ln()$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^x) = \ln\left(\frac{1}{2}e^{2x}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = \ln\left(\frac{1}{2}\right) + \ln(e^{2x})$$

$$\Leftrightarrow x = \ln(1) - \ln(2) + 2x \mid -2x$$

$$\Leftrightarrow -x = -\ln(2) \mid \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow x = \ln(2)$$

الف -

خلورم:

الف -

$$\frac{1}{2}e^x - 10e^{-x} + \frac{1}{2} = 0 \mid \cdot 2$$

$$\Leftrightarrow e^x - 20e^{-x} + 1 = 0 \mid \cdot e^x$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} - 20 + e^x = 0$$

$$\text{Substitution: } e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2$$

$$\Leftrightarrow u^2 + u - 20 = 0$$

$$\Rightarrow p = 1; q = -20$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 20 = \frac{1}{4} + \frac{80}{4} = \frac{81}{4}$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{81}{4}} = \frac{9}{2}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = -\frac{1}{2} + \frac{9}{2} = 4 \\ u_2 = -\frac{1}{2} - \frac{9}{2} = -5 \end{array} \right.$$

$$u_1 = 4 \Leftrightarrow e^x = 4 \mid \ln()$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^x) = \ln(4) \Leftrightarrow x = \ln(4)$$

$$u_2 = -5 \Leftrightarrow e^x = -5 \text{ keine Lösung}$$

حل نه شتسه

ب -

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{10}e^x - \frac{1}{2} + 5e^{-x} = 0 \mid \cdot (-10)e^x \\
 & \Leftrightarrow e^{2x} + 5e^x - 50 = 0 \\
 & \text{Substitution: } e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2 \\
 & \Leftrightarrow u^2 + 5u - 50 = 0 \\
 & \Rightarrow p = 5; q = -50 \\
 & D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 50 = \frac{25}{4} + \frac{200}{4} = \frac{225}{4} \\
 & \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{225}{4}} = \frac{15}{2} \\
 & u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = -\frac{5}{2} + \frac{15}{2} = 5 \\ u_2 = -\frac{5}{2} - \frac{15}{2} = -10 \end{array} \right. \\
 & u_1 = 5 \Leftrightarrow e^x = 5 \mid \ln(\quad) \\
 & \quad \Leftrightarrow \ln(e^x) = \ln(5) \Leftrightarrow x = \ln(5) \\
 & u_2 = -10 \Leftrightarrow e^x = -10 \text{ keine Lösung}
 \end{aligned}$$

حل نه شته

پ -

$$\begin{aligned}
 & e^{2x} - 5e^x + 4 = 0 \\
 & \text{Substitution: } e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2 \\
 & \Leftrightarrow u^2 - 5u + 4 = 0 \\
 & \Rightarrow p = -5; q = 4 \\
 & D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 4 = \frac{25}{4} - \frac{16}{4} = \frac{9}{4} \\
 & \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} \\
 & u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = 4 \\ u_2 = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = 1 \end{array} \right. \\
 & u_1 = 4 \Leftrightarrow e^{x_1} = 4 \mid \ln(\quad) \\
 & \quad \Leftrightarrow \ln(e^{x_1}) = \ln(4) \Leftrightarrow x_1 = \ln(4) \\
 & u_2 = 1 \Leftrightarrow e^{x_2} = 1 \mid \ln(\quad) \\
 & \quad \Leftrightarrow \ln(e^{x_2}) = \ln(1) \Leftrightarrow x_2 = 0
 \end{aligned}$$

ت -

$$\begin{aligned}
 & 2e^x + 8e^{-x} = 10 \mid \cdot e^x \\
 & \Leftrightarrow 2e^{2x} + 8 = 10e^x \mid -10e^x \\
 & \Leftrightarrow 2e^{2x} - 10e^x + 8 = 0 \mid : 2 \\
 & \Leftrightarrow e^{2x} - 5e^x + 4 = 0 \\
 & \text{Substitution: } e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2 \\
 & \Leftrightarrow u^2 - 5u + 4 = 0 \\
 & \Rightarrow p = -5; q = 4 \\
 & D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 4 = \frac{25}{4} - \frac{16}{4} = \frac{9}{4} \\
 & \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} \\
 & u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = 4 \\ u_2 = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = 1 \end{array} \right. \\
 & u_1 = 4 \Leftrightarrow e^{x_1} = 4 \mid \ln(\quad) \\
 & \quad \Leftrightarrow \ln(e^{x_1}) = \ln(4) \Leftrightarrow x_1 = \ln(4) \\
 & u_2 = 1 \Leftrightarrow e^{x_2} = 1 \mid \ln(\quad) \\
 & \quad \Leftrightarrow \ln(e^{x_2}) = \ln(1) \Leftrightarrow x_2 = 0
 \end{aligned}$$

$$4e^{-3x} - 2 = 0 \mid +2$$

$$\Leftrightarrow 4e^{-3x} = 2 \mid :4$$

$$\Leftrightarrow e^{-3x} = \frac{1}{2} \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{-3x}) = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow -3x = \ln(1) - \ln(2) \mid :(-3)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \ln(2)$$

$$3e^{2x} - 6e^x = 0 \mid +6e^x$$

$$\Leftrightarrow 3e^{2x} = 6e^x \mid :3$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} = 2e^x \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{2x}) = \ln(2e^x)$$

$$\Leftrightarrow 2x = \ln(2) + \ln(e^x)$$

$$\Leftrightarrow 2x = \ln(2) + x \mid -x$$

$$\Leftrightarrow x = \ln(2)$$

پنجم: الف-

$$e^x(e^x - 3) = 0 \text{ mit } e^x \neq 0$$

$$\Rightarrow e^x - 3 = 0 \mid +3$$

$$\Leftrightarrow e^x = 3 \mid \ln(\quad) \Leftrightarrow x = \ln(3)$$

$$\frac{5x}{e^{2x} + 1} = 0 \mid \cdot (e^{2x} + 1)$$

$$\Leftrightarrow 5x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0$$

پ -

$$e^{x+1} - 3 = 0 \mid +3$$

$$\Leftrightarrow e^{x+1} = 3 \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x+1}) = \ln(3)$$

$$\Leftrightarrow x + 1 = \ln(3) \mid -1$$

$$\Leftrightarrow x = \ln(3) - 1$$

$$(x - 3)e^x - e^x = 0$$

$$\Leftrightarrow [(x - 3) - 1]e^x = 0$$

$$\text{mit } e^x \neq 0$$

$$\Rightarrow x - 4 = 0 \mid +4$$

$$\Leftrightarrow x = 4$$

شپيرم: الف-

$$e^{\frac{1}{2}x} - \frac{3}{2} = 0 \mid +\frac{3}{2}$$

$$(3 + 5x)e^{3-4x} = 0$$

$$e^{3-4x} \neq 0$$

$$\Rightarrow 3 + 5x = 0 \mid -3$$

$$\Leftrightarrow 5x = -3 \mid :5$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{3}{5}$$

$$\Leftrightarrow e^{\frac{1}{2}x} = \frac{3}{2} \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(e^{\frac{1}{2}x}\right) = \ln\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x = \ln\left(\frac{3}{2}\right) \mid \cdot 2 \Leftrightarrow x = 2 \cdot \ln\left(\frac{3}{2}\right)$$

ت -

پ -

اوم -

الف -

$$\frac{1}{3}e^{-2x} - \frac{10}{3}e^{-x} + 3 = 0 \mid \cdot 3e^{2x}$$

$$\Rightarrow 1 - 10e^x + 9e^{2x} = 0 \mid : 9$$

$$\Rightarrow e^{2x} - \frac{10}{9}e^x + \frac{1}{9} = 0$$

$$\text{ubstitution: } e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2$$

$$\Rightarrow u^2 - \frac{10}{9}u + \frac{1}{9} = 0$$

$$\Rightarrow p = -\frac{10}{9}; q = \frac{1}{9}$$

$$= \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{5}{9}\right)^2 - \frac{1}{9} = \frac{25}{81} - \frac{9}{81} = \frac{16}{81}$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{16}{81}} = \frac{4}{9}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = \frac{5}{9} + \frac{4}{9} = 1 \\ u_2 = \frac{5}{9} - \frac{4}{9} = \frac{1}{9} \end{array} \right.$$

$$u_1 = 1 \Leftrightarrow e^{x_1} = 1 \mid \ln()$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x_1}) = \ln(1) \Leftrightarrow x_1 = 0$$

$$u_2 = \frac{1}{9} \Leftrightarrow e^{x_2} = \frac{1}{9} \mid \ln()$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x_2}) = \ln\left(\frac{1}{9}\right) \Leftrightarrow x_2 = -\ln(9)$$

ب -

$$8 - 6e^{-\frac{1}{4}x} - 2e^{\frac{1}{4}x} = 0 \mid \cdot e^{\frac{1}{4}x}$$

$$\Leftrightarrow 8e^{\frac{1}{4}x} - 6 - 2e^{\frac{1}{4}x} = 0 \mid : (-2)$$

$$\Leftrightarrow e^{\frac{1}{4}x} - 4e^{\frac{1}{4}x} + 3 = 0$$

$$\text{Substitution: } e^{\frac{1}{4}x} = u \Leftrightarrow e^{\frac{1}{4}x} = u^2$$

$$\Leftrightarrow u^2 - 4u + 3 = 0$$

$$\Rightarrow p = -4; q = 3$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-2)^2 - 3 = 4 - 3 = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{1} = 1$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = 2 + 1 = 3 \\ u_2 = 2 - 1 = 1 \end{array} \right.$$

$$u_1 = 3 \Leftrightarrow e^{\frac{1}{4}x_1} = 3 \mid \ln()$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}x_1 = \ln(3) \Leftrightarrow x_1 = 4\ln(3)$$

$$u_2 = 1 \Leftrightarrow e^{\frac{1}{4}x_2} = 1 \mid \ln()$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}x_2 = \ln(1) \Leftrightarrow x_2 = 0$$

ب -

$$\frac{1}{4}e^x - 4e^{-x} - \frac{3}{2} = 0 \mid \cdot 4e^x$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} - 16 - 6e^x = 0$$

$$\text{Substitution: } e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2$$

$$\Leftrightarrow u^2 - 6u - 16 = 0$$

$$\Rightarrow p = -6; q = -16$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 + 16 = 9 + 16 = 25$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{25} = 5$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \mid \begin{array}{l} u_1 = 3 + 5 = 8 \\ u_2 = 3 - 5 = -2 \end{array}$$

$$u_1 = 8 \Leftrightarrow e^x = 8 \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^x) = \ln(8) \Leftrightarrow x = \ln(8)$$

$$u_2 = -2 \Leftrightarrow e^x = -2 \text{ keine Lösung}$$

حل نه شته

ت -

$$e^x + e^{-x} - \frac{5}{2} = 0 \mid \cdot e^x$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} + 1 - \frac{5}{2}e^x = 0$$

$$\text{Substitution: } e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2$$

$$\Leftrightarrow u^2 - \frac{5}{2}u + 1 = 0$$

$$\Rightarrow p = -\frac{5}{2}; q = 1$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{5}{4}\right)^2 - 1 = \frac{25}{16} - \frac{16}{16} = \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \mid \begin{array}{l} u_1 = \frac{5}{4} + \frac{3}{4} = 2 \\ u_2 = \frac{5}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \end{array}$$

$$u_1 = 2 \Leftrightarrow e^{x_1} = 2 \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x_1}) = \ln(2) \Leftrightarrow x_1 = \ln(2)$$

$$u_2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow e^{x_2} = \frac{1}{2} \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x_2}) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow x_2 = -\ln(2)$$

ب -

$$-3e^{-2x} + 20 - 4e^{-x} = 0 \mid \cdot e^{2x}$$

$$\Leftrightarrow -3 + 20e^{2x} - 4e^x = 0 \mid : 20$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} - \frac{1}{5}e^x - \frac{3}{20} = 0$$

$$\text{Substitution: } e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{16}{100}} = \frac{4}{10}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \mid \begin{array}{l} u_1 = \frac{1}{10} + \frac{4}{10} = \frac{1}{2} \\ u_2 = \frac{1}{10} - \frac{4}{10} = -\frac{3}{10} \end{array}$$

$$\Leftrightarrow u^2 - \frac{1}{5}u - \frac{3}{20} = 0$$

$$\Rightarrow p = -\frac{1}{5}; q = -\frac{3}{20}$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{1}{10}\right)^2 + \frac{3}{20}$$

$$= \frac{1}{100} + \frac{15}{100} = \frac{16}{100}$$

$$u_1 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow e^x = \frac{1}{2} \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^x) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow x = -\ln(2)$$

$$u_2 = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow e^x = -\frac{3}{10} \text{ keine Lösung}$$

حل نه شته

ث –

$$\frac{3}{2}e^{2x} - \frac{15}{2}e^x + \frac{27}{8} = 0 \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} - 5e^x + \frac{9}{4} = 0$$

$$\text{Substitution: } e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2$$

$$\Leftrightarrow u^2 - 5u + \frac{9}{4} = 0$$

$$\Rightarrow p = -5; q = \frac{9}{4}$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} = \frac{25}{4} - \frac{9}{4} = \frac{16}{4}$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{16}{4}} = \frac{4}{2} = 2$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = \frac{5}{2} + \frac{4}{2} = \frac{9}{2} \\ u_2 = \frac{5}{2} - \frac{4}{2} = \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

$$u_1 = \frac{9}{2} \Leftrightarrow e^{x_1} = \frac{9}{2} \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x_1}) = \ln\left(\frac{9}{2}\right) \Leftrightarrow x_1 = \ln\left(\frac{9}{2}\right)$$

$$u_2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow e^{x_2} = \frac{1}{2} \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x_2}) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow x_2 = -\ln(2)$$

اتم –

$$\begin{aligned}
 (e^{2x+1} - 1)(e + 1) &= 0 \\
 \text{wegen } e + 1 &\neq 0 \\
 \Rightarrow e^{2x+1} - 1 &= 0 \mid +1 \\
 \Leftrightarrow e^{2x+1} &= 1 \mid \ln(\quad) \\
 \Leftrightarrow \ln(e^{2x+1}) &= \ln(1) \\
 \Leftrightarrow 2x + 1 &= 0 \mid -1 \\
 \Leftrightarrow 2x &= -1 \mid : 2 \\
 \Leftrightarrow x &= -\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 2e^{-x} - 3e^x &= 0 \mid \cdot e^x \\
 \Leftrightarrow 2 - 3e^{2x} &= 0 \mid -2 \\
 \Leftrightarrow -3e^{2x} &= -2 \mid : (-3) \\
 \Leftrightarrow e^{2x} &= \frac{2}{3} \mid \ln(\quad) \\
 \Leftrightarrow \ln(e^{2x}) &= \ln\left(\frac{2}{3}\right) \\
 \Leftrightarrow 2x &= \ln\left(\frac{2}{3}\right) \mid : 2 \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2}{3}\right)
 \end{aligned}$$

الف -

$$(e^{x+1} - 2)(e^{2x} - 4) = 0 \text{ Nullprodukt}$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow e^{x+1} - 2 &= 0 \mid +2 \\
 \Leftrightarrow e^{x+1} &= 2 \mid \ln(\quad) \\
 \Leftrightarrow x + 1 &= \ln(2) \mid -1 \Leftrightarrow x_1 = \ln(2) - 1 \\
 e^{2x} - 4 &= 0 \mid +4 \\
 \Leftrightarrow e^{2x} &= 4 \mid \ln(\quad) \\
 \Leftrightarrow 2x &= \ln(4) \mid : 2 \Leftrightarrow x_2 = \frac{1}{2} \ln(4)
 \end{aligned}$$

ت -

$$\begin{aligned}
 4e^x + 2x \cdot e^x &= 0 \\
 e^x \text{ ausklammern} \\
 \Rightarrow (4 + 2x)e^x &= 0 \\
 \text{wegen } e^x &\neq 0 \\
 \Rightarrow 4 + 2x &= 0 \mid -4 \\
 \Leftrightarrow 2x &= -4 \mid : 2 \\
 \Leftrightarrow x &= -2
 \end{aligned}$$

پ -

پورته بنی لور ته : له نوکانو وباسی، له امله کین لور ته : صفر ضرب.

پوښتنې

اکسیپوننشیل مساوات |

سادہ اکسیپوننشیل مساوات حل کری

لانڈی مساوات حل کری

$$6 - \frac{3}{2}e^{2-2x} = 0 \quad \text{لومری:}$$

$$\frac{1}{4}e^{4x} - \frac{e}{2} = 1 \quad \text{دویم:}$$

$$\frac{1}{2}e^x - e^{x+1} = 0 \quad \text{دریم:}$$

$$(3 + 2x)e^{x-1} = 0 \quad \text{خلورم:}$$

$$-2x^2e^{-x+2} = 0 \quad \text{پنجم:}$$

$$-\frac{1}{5}e^x - 1 + 10e^{-x} = 0 \quad \text{شپیرم:}$$

$$4 - 3e^{-\frac{1}{2}x} = e^{\frac{1}{2}x} \quad \text{اوم:}$$

$$-\frac{3}{4}e^{-2x} + 5 = e^{-x} \quad \text{اتم:}$$

$$\frac{2x}{e^x + 1} = 0 \quad \text{نهم:}$$

$$(2 - e^x)^2 = (e^x - 3)^2 \quad \text{لسم:}$$

حل

سدہ اکسیپوننشیل مساوات |

نتیجی او مفصل حلونه

نتیجی

$$6 - \frac{3}{2}e^{2-2x} = 0 \Rightarrow x = 1 - \ln(2) \quad \text{لومړی:}$$

$$\frac{1}{4}e^{4x} - \frac{e}{2} = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{4}\ln(4+2e) \quad \text{دویم:}$$

$$\frac{1}{2}e^x - e^{x+1} = 0 \Rightarrow \text{keine Lösung} \quad \text{دریم: حل نه شته}$$

$$(3+2x)e^{x-1} = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \quad \text{څلورم:}$$

$$-2x^2e^{-x+2} = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{پنځم:}$$

$$-\frac{1}{5}e^x - 1 + 10e^{-x} = 0 \Rightarrow x_1 = \ln(5) \quad \text{شپږم:}$$

$$x_2 = 0 \quad \text{او} \quad 4 - 3e^{-\frac{1}{2}x} = e^{\frac{1}{2}x} \Rightarrow x_1 = 2\ln(3) \quad \text{اووم:}$$

$$-\frac{3}{4}e^{-2x} + 5 = e^{-x} \Rightarrow x_1 = -\ln(2) \quad \text{اتم:}$$

$$\frac{2x}{e^x + 1} = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{نهم:}$$

$$(2 - e^x)^2 = (e^x - 3)^2 \Rightarrow x = \ln\left(\frac{5}{2}\right) \quad \text{لسم:}$$

مفضل حلونه

لومری:

$$6 - \frac{3}{2}e^{2-2x} = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}e^{2-2x} = 6 \mid : \frac{3}{2} \Leftrightarrow e^{2-2x} = 4 \mid \ln()$$

$$\Leftrightarrow 2 - 2x = \ln(4) \mid -2 \Leftrightarrow -2x = \ln(4) - 2 \mid : (-2) \Leftrightarrow x = 1 - \frac{1}{2}\ln(4)$$

$$\Leftrightarrow x = 1 - \ln\left(4^{\frac{1}{2}}\right) \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 1 - \ln(2)}}$$

دویم:

$$\frac{1}{4}e^{4x} - \frac{1}{2}e = 1 \mid + \frac{1}{2}e \Leftrightarrow \frac{1}{4}e^{4x} = 1 + \frac{1}{2}e \mid \cdot 4 \Leftrightarrow e^{4x} = 4 + 2e \mid \ln()$$

$$\Leftrightarrow 4x = \ln(4 + 2e) \mid : 4 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = \frac{1}{4}\ln(4 + 2e)}}$$

دریم:

$$\frac{1}{2}e^x - e^{x+1} = 0 \mid \cdot 2 \Leftrightarrow e^x - 2e^{x+1} = 0 \mid + 2e^{x+1} \Leftrightarrow e^x = 2e^{x+1} \mid \ln()$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^x) = \ln(2e^{x+1}) \Leftrightarrow x = \ln(2) + \ln(e^{x+1}) \Leftrightarrow x = \ln(2) + x + 1 \mid -x$$

$$\Leftrightarrow 0 = \ln(2) + 1 \mid -1 \Leftrightarrow \ln(2) = -1 \text{ widerspruch} \Leftrightarrow \text{keine Lösung}$$

د پورته المانی پښتو: له کین و بنی لورته تضاد، حل نه شته

$$(3 + 2x)e^{x-1} = 0 \Leftrightarrow 3 + 2x = 0 \mid -3$$

$$\Leftrightarrow 2x = -3 \mid : 2 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$$

خلورم:

e^x د e^{x-1} تابع دی چې یو یوون یا واحد د x محور بڼې لورته راکښل شوی. تابع e^x صفرخای نه لري.

پنځم:

$$\begin{aligned} -2x^2 e^{-x+2} &= 0 \\ -2x^2 e^{-x+2} &= 0 \Leftrightarrow -2x^2 = 0 \\ \Leftrightarrow \underline{x = 0} \end{aligned}$$

e^{-x} د e^{-x+2} تابع e^{-x} ده چې د یوه واحد د x محور باندې کین لور ته راکښل شوې. تابع e^{-x} صفرخای نه لري.

شپږم:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{5}e^x - 1 + 10e^{-x} &= 0 \text{ Substitution } u = e^x \Leftrightarrow -\frac{1}{5}u - 1 + \frac{10}{u} = 0 \mid \cdot u \\ \Leftrightarrow -\frac{1}{5}u - 1 + \frac{10}{u} &= 0 \mid \cdot (-5) \Leftrightarrow u^2 + 5u - 50 = 0 \\ p = 5; q = -50 \Rightarrow D &= \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{25}{4} + \frac{200}{4} = \frac{225}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{225}{4}} = \frac{15}{2} \\ u_{1/2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = -\frac{5}{2} + \frac{15}{2} = 5 \\ u_2 = -\frac{5}{2} - \frac{15}{2} = -10 \end{array} \right. \\ u_1 = 5 \Leftrightarrow e^x &= 5 \Leftrightarrow \underline{x_1 = \ln(5)} \\ u_2 = -10 \Leftrightarrow e^x &= -10 \Rightarrow \text{keine Lösung} \end{aligned}$$

حل نه شته

اووم:

$$4 - 3e^{-\frac{1}{2}x} = e^{\frac{1}{2}x} \quad \text{Substitution } u = e^{\frac{1}{2}x} \Leftrightarrow 4 - \frac{3}{u} = u \mid \cdot u$$

$$\Leftrightarrow 4u - 3 = u^2 \mid -u^2 \Leftrightarrow -u^2 + 4u - 3 = 0 \mid \cdot (-1) \Leftrightarrow u^2 - 4u + 3 = 0$$

$$p = -4; q = 3 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 - 3 = 1 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{1} = 1$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = 2 + 1 = 3 \\ u_2 = 2 - 1 = 1 \end{array} \right.$$

$$u_1 = 3 \Leftrightarrow e^{\frac{1}{2}x} = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x = \ln(3) \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = 2\ln(3)}}$$

$$u_2 = 1 \Leftrightarrow e^{\frac{1}{2}x} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x = \ln(1) \Leftrightarrow x_2 = \underbrace{2\ln(1)}_0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x_2 = 0}}$$

انتم:

$$-\frac{3}{4}e^{-2x} + 5 = e^{-x} \quad \text{Substitution } u = e^{-x} \Leftrightarrow -\frac{3}{4}u^2 + 5 = u \mid -u$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{4}u^2 - u + 5 = 0 \mid : \left(-\frac{3}{4}\right) \Leftrightarrow u^2 + \frac{4}{3}u - \frac{20}{3} = 0$$

$$p = \frac{4}{3}; q = -\frac{20}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{4}{9} + \frac{60}{9} = \frac{64}{9} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{64}{9}} = \frac{8}{3}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = -\frac{2}{3} + \frac{8}{3} = 2 \\ u_2 = -\frac{2}{3} - \frac{8}{3} = -\frac{11}{3} \end{array} \right.$$

$$u_1 = 2 \Leftrightarrow e^{-x} = 2 \Leftrightarrow -x = \ln(2) \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = -\ln(2)}}$$

$$u_2 = -\frac{11}{3} \Leftrightarrow e^{-x} = -\frac{11}{3} \Leftrightarrow -x = \underbrace{\ln\left(-\frac{11}{3}\right)}_{\text{nicht definiert}} \Rightarrow \text{keine Lösung}$$

له کڼ بني لور ته: معرف نه دی، حل نه شه

$$\frac{2x}{e^x+1} = 0 \mid (e^x+1) \Leftrightarrow 2x = 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=0}} \quad \text{نهم:}$$

لسم:

$$\begin{aligned} (2-e^x)^2 &= (e^x-3)^2 \Leftrightarrow 4-4e^x+e^{2x} = e^{2x}-6e^x+9 \mid -e^{2x} \\ \Leftrightarrow 4-4e^x &= -6e^x+9 \mid +6e^x \Leftrightarrow 4+2e^x = 9 \mid -4 \Leftrightarrow 2e^x = 5 \mid :2 \\ \Leftrightarrow e^x &= \frac{5}{2} \mid \ln() \Leftrightarrow \underline{\underline{x = \ln\left(\frac{5}{2}\right)}} \end{aligned}$$

پوښتنې

اکسیوننشل مساوات II

اکسیوننشل مساوات د e^x سره حل کړی.

لاندې اکسیوننشل مساوات حل کړی

لومړی: لاندې اکسیوننشل مساوات حل کړی

$$\text{الف - } \frac{1}{3}e^{-2x} - 2 = 0 \quad \text{ب - } 2e^{x+1} - 6 = 0$$

$$\text{پ - } 2e^x + 3x \cdot e^x = 0 \quad \text{ت - } (2+3x)e^{x-1} = 0$$

دویم: لاندې اکسیوننشل مساوات حل کړی

$$\frac{1}{2}e^x - \frac{e}{4} - 2 = 0 \quad \text{الف} - 4e^{2x} - 3e^x = 0 \quad \text{ب}$$

$$2x \cdot e^x - 4x = 0 \quad \text{ت} - 3e^{2-x} = 4 \quad \text{پ}$$

دریم:

$$4e^{2x} - 3e^x = 0 \quad \text{ب} - 2e^x - e^{2x} = 0 \quad \text{الف}$$

خلورم: لاندی اکسیپوننشل مساوات حل کری

$$-\frac{1}{10}e^x - \frac{1}{2} + 5e^{-x} = 0 \quad \text{ب} - \frac{1}{2}e^x - 10e^{-x} + \frac{1}{2} = 0 \quad \text{الف}$$

$$2e^x + 8e^{-x} = 10 \quad \text{ت} - e^{2x} - 5e^x + 4 = 0 \quad \text{پ}$$

پنجم: لاندی اکسیپوننشل مساوات حل کری

$$4e^{-3x} - 2 = 0 \quad \text{ب} - 3e^{2x} - 6e^x = 0 \quad \text{الف}$$

$$e^x(e^x - 3) = 0 \quad \text{ت} - \frac{5x}{e^{2x} + 1} = 0 \quad \text{پ}$$

شپزم: لاندی اکسیپوننشل مساوات حل کری

$$e^{x+1} - 3 = 0 \quad \text{ب} - (x-3)e^x - e^x = 0 \quad \text{الف}$$

$$(3+5x)e^{3-4x} = 0 \quad \text{ت} - e^{\frac{1}{2}x} - \frac{3}{2} = 0 \quad \text{پ}$$

اوم: لاندی اکسیپوننشل مساوات حل کری

$$8 - 6e^{-\frac{1}{4}x} - 2e^{\frac{1}{4}x} = 0 \quad \text{ب} - \frac{1}{3}e^{-2x} - \frac{10}{3}e^{-x} + 3 = 0 \quad \text{الف}$$

$$e^x + e^{-x} - \frac{5}{2} = 0 \quad \text{ت} - \frac{1}{4}e^x - 4e^{-x} - \frac{3}{2} = 0 \quad \text{پ}$$

$$\frac{3}{2}e^{2x} - \frac{15}{2}e^x + \frac{27}{8} = 0 \quad \text{ت} - 3e^{-2x} + 20 - 4e^{-x} = 0 \quad \text{ب}$$

اتم: لاندی اکسیپوننشل مساوات حل کری

$$\begin{aligned} \text{الف} - 2e^{-x} - 3e^x &= 0 \quad \text{ب} - (e^{2x+1} - 1)(e + 1) = 0 \\ \text{پ} - 4e^x + 2x \cdot e^x &= 0 \quad \text{ت} - (e^{x+1} - 2)(e^{2x} - 4) = 0 \end{aligned}$$

حوايونه

اکسیپوننشل مساوات ||

نتیجی او مفصل حلونه

نتیجی

لومړی:

$$\text{الف} - \frac{1}{3}e^{-2x} - 2 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}\ln(6) \quad \text{ب} - 2e^{x+1} - 6 = 0 \Rightarrow x = \ln(3) - 1$$

$$\text{پ} - 2e^x + 3x \cdot e^x = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{3} \quad \text{ت} - (2 + 3x)e^{x-1} = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

دویم:

$$\text{الف} - 4e^{2x} - 3e^x = 0 \Rightarrow x = \ln\left(\frac{3}{4}\right) \quad \text{ب} - \frac{1}{2}e^x - \frac{e}{4} - 2 = 0 \Rightarrow x = \ln\left(\frac{1}{2}e + 4\right)$$

$$\begin{aligned} 2x \cdot e^x - 4x &= 0 & \text{پ} - 3e^{2-x} = 4 \Rightarrow x = 2 - \ln\left(\frac{4}{3}\right) \\ \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = \ln(2) & \quad \text{ت} \end{aligned}$$

دریم:

$$\text{الف} - 2e^x - e^{2x} = 0 \Rightarrow x = \ln(2) \quad \text{ب} - 4e^{2x} - 3e^x = 0$$

خلورم:

$$-\frac{1}{10}e^x - \frac{1}{2} + 5e^{-x} = 0 \quad \frac{1}{2}e^x - 10e^{-x} + \frac{1}{2} = 0$$

$$\Rightarrow x = \ln(5) \quad \text{ب۔} \quad \Rightarrow x = \ln(4) \quad \text{الف۔}$$

$$2e^x + 8e^{-x} = 10 \quad e^{2x} - 5e^x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = \ln(4); x_2 = 0 \quad \text{ت۔} \quad \Rightarrow x_1 = \ln(4); x_2 = 0 \quad \text{پ۔}$$

پنجم:

$$4e^{-3x} - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}\ln(2) \quad \text{ب۔} \quad 3e^{2x} - 6e^x = 0 \Rightarrow x = \ln(2) \quad \text{الف۔}$$

$$e^x(e^x - 3) = 0 \Rightarrow x = \ln(3) \quad \text{ت۔} \quad \frac{5x}{e^{2x} + 1} = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{پ۔}$$

شیرم:

$$e^{x+1} - 3 = 0 \Rightarrow x = \ln(3) - 1 \quad \text{ب۔} \quad (x-3)e^x - e^x = 0 \Rightarrow x = 4 \quad \text{الف۔}$$

$$(3+5x)e^{3-4x} = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{5} \quad \text{ت۔} \quad e^{\frac{1}{2}x} - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow x = 2 \cdot \ln\left(\frac{3}{2}\right) \quad \text{پ۔}$$

اوم:

$$8 - 6e^{-\frac{1}{4}x} - 2e^{\frac{1}{4}x} = 0 \quad \frac{1}{3}e^{-2x} - \frac{10}{3}e^{-x} + 3 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 4 \cdot \ln(3); x_2 = 0 \quad \text{ب۔} \quad \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = -\ln(9) \quad \text{الف۔}$$

$$e^x + e^{-x} - \frac{5}{2} = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = \ln(2); x_2 = -\ln(2) \quad \text{ت۔} \quad \frac{1}{4}e^x - 4e^{-x} - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow x = \ln(8) \quad \text{پ۔}$$

$$\frac{3}{2}e^{2x} - \frac{15}{2}e^x + \frac{27}{8} = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = \ln\left(\frac{9}{2}\right); x_2 = -\ln(2) \quad \text{ت۔} \quad -3e^{-2x} + 20 - 4e^{-x} = 0 \Rightarrow x = -\ln(2) \quad \text{ب۔}$$

اتم:

$$(e^{2x+1}-1)(e+1)=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{2} \quad \text{ب} \quad 2e^{-x}-3e^x=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{2}{3}\right) \quad \text{الف}$$

$$(e^{x+1}-2)(e^{2x}-4)=0$$

$$\Rightarrow x_1=\ln(2)-1; x_2=\ln(2) \quad \text{ت} \quad 4e^x+2x \cdot e^x=0 \Rightarrow x=-2 \quad \text{پ}$$

مفصل خوابونه:

لومړی:

$$\frac{1}{3}e^{-2x}-2=0 \mid +2$$

$$2e^{x+1}-6=0 \mid +6 \quad \Leftrightarrow \frac{1}{3}e^{-2x}=2 \mid \cdot 3$$

$$\Leftrightarrow 2e^{x+1}=6 \mid : 2$$

$$\Leftrightarrow e^{-2x}=6 \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow e^{x+1}=3 \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{-2x})=\ln(6)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x+1})=\ln(3)$$

$$\Leftrightarrow -2x=\ln(6) \mid : (-2)$$

$$\Leftrightarrow x+1=\ln(3) \mid -1$$

$$\Leftrightarrow x=\ln(3)-1 \quad \text{ب} \quad \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}\ln(6) \quad \text{الف}$$

$$2e^x+3x \cdot e^x=0$$

$$(2+3x)e^{x-1}=0 \text{ mit } e^{x-1} \neq 0$$

$$\Leftrightarrow (2+3x)e^x=0 \text{ mit } e^x \neq 0$$

$$\Leftrightarrow 2+3x=0 \mid -2$$

$$\Leftrightarrow 2+3x=0 \mid -2$$

$$\Leftrightarrow 3x=-2 \mid : 3$$

$$\Leftrightarrow 3x=-2 \mid : 3$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{2}{3}$$

ت

پ

دویم:

$$\begin{aligned}
 &4e^{2x} - 3e^x = 0 \mid +3e^x \\
 &\Leftrightarrow 4e^{2x} = 3e^x \mid : 4 \\
 &\Leftrightarrow e^{2x} = \frac{3}{4}e^x \mid \ln() \\
 &\Leftrightarrow \ln(e^{2x}) = \ln\left(\frac{3}{4}e^x\right) \\
 &\Leftrightarrow 2x = \ln\left(\frac{3}{4}\right) + x \cdot \ln(e) \\
 &\Leftrightarrow 2x = \ln\left(\frac{3}{4}\right) + x \mid -x \\
 &\Leftrightarrow x = \ln\left(\frac{3}{4}\right) \quad \text{الف -} \\
 &\Leftrightarrow x = \ln\left(\frac{1}{2}e + 4\right) \quad \text{ب -}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &3e^{2-x} = 4 \mid : 3 \\
 &\Leftrightarrow e^{2-x} = \frac{4}{3} \mid \ln() \\
 &\Leftrightarrow \ln(e^{2-x}) = \ln\left(\frac{4}{3}\right) \\
 &\Leftrightarrow 2-x = \ln\left(\frac{4}{3}\right) \mid -2 \\
 &\Leftrightarrow -x = \ln\left(\frac{4}{3}\right) - 2 \mid \cdot (-1) \\
 &\Leftrightarrow x = 2 - \ln\left(\frac{4}{3}\right) \quad \text{پ -} \\
 &2x \cdot e^x - 4x = 0 \\
 &\Leftrightarrow 2x(e^x - 2) = 0 \\
 &\Rightarrow x_1 = 0 \\
 &\quad e^x - 2 = 0 \mid +2 \\
 &\Leftrightarrow e^x = 2 \mid \ln() \\
 &\Leftrightarrow \ln(e^x) = \ln(2) \\
 &\Leftrightarrow x = x_2 = \ln(2) \quad \text{ت -} \\
 &\quad \text{دریم:}
 \end{aligned}$$

$$4e^{2x} - 3e^x = 0 \mid +3e^x$$

$$\Leftrightarrow 4e^{2x} = 3e^x \mid : 4$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} = \frac{3}{4}e^x \mid \ln()$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{2x}) = \ln\left(\frac{3}{4}e^x\right)$$

$$\Leftrightarrow 2x = \ln\left(\frac{3}{4}\right) + \ln(e^x)$$

$$\Leftrightarrow 2x = \ln\left(\frac{3}{4}\right) + x \mid -x$$

$$\Leftrightarrow x = \ln\left(\frac{3}{4}\right)$$

$$2e^x - e^{2x} = 0 \mid +e^{2x}$$

$$\Leftrightarrow 2e^x = e^{2x} \mid : 2$$

$$\Leftrightarrow e^x = \frac{1}{2}e^{2x} \mid \ln()$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^x) = \ln\left(\frac{1}{2}e^{2x}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = \ln\left(\frac{1}{2}\right) + \ln(e^{2x})$$

$$\Leftrightarrow x = \ln(1) - \ln(2) + 2x \mid -2x$$

$$\Leftrightarrow -x = -\ln(2) \mid \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow x = \ln(2)$$

الف -

خلورم:

الف -

$$\frac{1}{2}e^x - 10e^{-x} + \frac{1}{2} = 0 \mid \cdot 2$$

$$\Leftrightarrow e^x - 20e^{-x} + 1 = 0 \mid \cdot e^x$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} - 20 + e^x = 0$$

$$\text{Substitution: } e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2$$

$$\Leftrightarrow u^2 + u - 20 = 0$$

$$\Rightarrow p = 1; q = -20$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 20$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{80}{4} = \frac{81}{4}$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{81}{4}} = \frac{9}{2}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = -\frac{1}{2} + \frac{9}{2} = 4 \\ u_2 = -\frac{1}{2} - \frac{9}{2} = -5 \end{array} \right.$$

$$u_1 = 4 \Leftrightarrow e^x = 4 \mid \ln()$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^x) = \ln(4) \Leftrightarrow x = \ln(4)$$

$$u_2 = -5$$

$$\Leftrightarrow e^x = -5 \text{ keine Lösung}$$

حل نه شته

ب -

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{10}e^x - \frac{1}{2} + 5e^{-x} = 0 \mid \cdot (-10)e^x \\
 & \Leftrightarrow e^{2x} + 5e^x - 50 = 0 \\
 & \text{Substitution: } e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2 \\
 & \Leftrightarrow u^2 + 5u - 50 = 0 \\
 & \Rightarrow p = 5; q = -50 \\
 & D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 50 \\
 & = \frac{25}{4} + \frac{200}{4} = \frac{225}{4} \\
 & \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{225}{4}} = \frac{15}{2} \\
 & u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = -\frac{5}{2} + \frac{15}{2} = 5 \\ u_2 = -\frac{5}{2} - \frac{15}{2} = -10 \end{array} \right. \\
 & u_1 = 5 \Leftrightarrow e^x = 5 \mid \ln(\quad) \\
 & \Leftrightarrow \ln(e^x) = \ln(5) \Leftrightarrow x = \ln(5) \\
 & u_2 = -10 \\
 & \Leftrightarrow e^x = -10 \text{ keine Lösung}
 \end{aligned}$$

حل نه شته

پ -

$$\begin{aligned}
 & e^{2x} - 5e^x + 4 = 0 \\
 & \text{Substitution: } e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2 \\
 & \Leftrightarrow u^2 - 5u + 4 = 0 \\
 & \Rightarrow p = -5; q = 4 \\
 & D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 4 \\
 & = \frac{25}{4} - \frac{16}{4} = \frac{9}{4} \\
 & \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} \\
 & u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = 4 \\ u_2 = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = 1 \end{array} \right. \\
 & u_1 = 4 \Leftrightarrow e^{x_1} = 4 \mid \ln(\quad) \\
 & \Leftrightarrow \ln(e^{x_1}) = \ln(4) \Leftrightarrow x_1 = \ln(4) \\
 & u_2 = 1 \Leftrightarrow e^{x_2} = 1 \mid \ln(\quad) \\
 & \Leftrightarrow \ln(e^{x_2}) = \ln(1) \Leftrightarrow x_2 = 0
 \end{aligned}$$

ت -

$$\begin{aligned}
 & 2e^x + 8e^{-x} = 10 \mid \cdot e^x \\
 & \Leftrightarrow 2e^{2x} + 8 = 10e^x \mid -10e^x \\
 & \Leftrightarrow 2e^{2x} - 10e^x + 8 = 0 \mid : 2 \\
 & \Leftrightarrow e^{2x} - 5e^x + 4 = 0 \\
 & \text{Substitution: } e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2 \\
 & \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} \\
 & u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = 4 \\ u_2 = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = 1 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow u^2 - 5u + 4 = 0$$

$$\Rightarrow p = -5; q = 4$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 4$$

$$= \frac{25}{4} - \frac{16}{4} = \frac{9}{4}$$

$$u_1 = 4 \Leftrightarrow e^{x_1} = 4 \mid \ln()$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x_1}) = \ln(4) \Leftrightarrow x_1 = \ln(4)$$

$$u_2 = 1 \Leftrightarrow e^{x_2} = 1 \mid \ln()$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x_2}) = \ln(1) \Leftrightarrow x_2 = 0$$

پنجم:

$$4e^{-3x} - 2 = 0 \mid +2$$

$$\Leftrightarrow 4e^{-3x} = 2 \mid : 4$$

$$\Leftrightarrow e^{-3x} = \frac{1}{2} \mid \ln()$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{-3x}) = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow -3x = \ln(1) - \ln(2) \mid : (-3)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \ln(2)$$

ب -

$$3e^{2x} - 6e^x = 0 \mid +6e^x$$

$$\Leftrightarrow 3e^{2x} = 6e^x \mid : 3$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} = 2e^x \mid \ln()$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{2x}) = \ln(2e^x)$$

$$\Leftrightarrow 2x = \ln(2) + \ln(e^x)$$

$$\Leftrightarrow 2x = \ln(2) + x \mid -x$$

ب -

$$\Leftrightarrow x = \ln(2)$$

الف -

$$e^x(e^x - 3) = 0 \text{ mit } e^x \neq 0$$

$$\Rightarrow e^x - 3 = 0 \mid +3$$

$$\Leftrightarrow e^x = 3 \mid \ln() \Leftrightarrow x = \ln(3)$$

ت -

$$\frac{5x}{e^{2x} + 1} = 0 \mid \cdot (e^{2x} + 1)$$

$$\Leftrightarrow 5x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0$$

پ -

شپيرم: لاندې : ... سره

$$e^{x+1} - 3 = 0 \mid +3$$

$$\Leftrightarrow e^{x+1} = 3 \mid \ln()$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x+1}) = \ln(3)$$

$$\Leftrightarrow x+1 = \ln(3) \mid -1$$

$$\Leftrightarrow x = \ln(3) - 1$$

ب -

$$(x-3)e^x - e^x = 0$$

$$\Leftrightarrow [(x-3) - 1]e^x = 0$$

$$\text{mit } e^x \neq 0$$

$$\Rightarrow x-4 = 0 \mid +4$$

$$\Leftrightarrow x = 4$$

الف -

$$\begin{aligned}
 e^{\frac{1}{2}x} - \frac{3}{2} &= 0 \mid +\frac{3}{2} \\
 (3+5x)e^{3-4x} &= 0 \\
 e^{3-4x} &\neq 0 \\
 \Rightarrow 3+5x &= 0 \mid -3 \\
 \Leftrightarrow 5x &= -3 \mid :5 \\
 \Leftrightarrow x &= -\frac{3}{5} \quad \text{ت۔}
 \end{aligned}
 \quad
 \begin{aligned}
 \Leftrightarrow e^{\frac{1}{2}x} &= \frac{3}{2} \mid \ln() \\
 \Leftrightarrow \ln\left(e^{\frac{1}{2}x}\right) &= \ln\left(\frac{3}{2}\right) \\
 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x &= \ln\left(\frac{3}{2}\right) \mid \cdot 2 \Leftrightarrow x = 2 \cdot \ln\left(\frac{3}{2}\right) \quad \text{پ۔} \\
 &\quad \text{اوم:}
 \end{aligned}$$

الف -

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{3}e^{-2x} - \frac{10}{3}e^{-x} + 3 &= 0 \mid \cdot 3e^{2x} \\
 \Leftrightarrow 1 - 10e^x + 9e^{2x} &= 0 \mid : 9 \\
 \Leftrightarrow e^{2x} - \frac{10}{9}e^x + \frac{1}{9} &= 0 \\
 \text{Substitution: } e^x = u &\Leftrightarrow e^{2x} = u^2 \\
 \Leftrightarrow u^2 - \frac{10}{9}u + \frac{1}{9} &= 0 \\
 \Rightarrow p = -\frac{10}{9}; q = \frac{1}{9} \\
 D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q &= \left(-\frac{5}{9}\right)^2 - \frac{1}{9} \\
 = \frac{25}{81} - \frac{9}{81} &= \frac{16}{81}
 \end{aligned}
 \quad
 \begin{aligned}
 \Rightarrow \sqrt{D} &= \sqrt{\frac{16}{81}} = \frac{4}{9} \\
 u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} &\left| \begin{aligned} u_1 &= \frac{5}{9} + \frac{4}{9} = 1 \\ u_2 &= \frac{5}{9} - \frac{4}{9} = \frac{1}{9} \end{aligned} \right. \\
 u_1 = 1 \Leftrightarrow e^{x_1} &= 1 \mid \ln() \\
 \Leftrightarrow \ln(e^{x_1}) &= \ln(1) \Leftrightarrow x_1 = 0 \\
 u_2 = \frac{1}{9} \Leftrightarrow e^{x_2} &= \frac{1}{9} \mid \ln() \\
 \Leftrightarrow \ln(e^{x_2}) &= \ln\left(\frac{1}{9}\right) \Leftrightarrow x_2 = -\ln(9)
 \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 8 - 6e^{-\frac{1}{4}x} - 2e^{\frac{1}{4}x} &= 0 \mid \cdot e^{\frac{1}{4}x} \\
 \Leftrightarrow 8e^{\frac{1}{4}x} - 6 - 2e^{\frac{1}{4}x} &= 0 \mid : (-2)
 \end{aligned}
 \quad
 \begin{aligned}
 \Rightarrow \sqrt{D} &= \sqrt{1} = 1 \\
 u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} &\left| \begin{aligned} u_1 &= 2 + 1 = 3 \\ u_2 &= 2 - 1 = 1 \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow e^{2 \cdot \frac{1}{4}x} - 4e^{\frac{1}{4}x} + 3 = 0$$

$$\text{Substitution: } e^{\frac{1}{4}x} = u \Leftrightarrow e^{2 \cdot \frac{1}{4}x} = u^2$$

$$\Leftrightarrow u^2 - 4u + 3 = 0$$

$$\Rightarrow p = -4; q = 3$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-2)^2 - 3$$

$$= 4 - 3 = 1$$

$$u_1 = 3 \Leftrightarrow e^{\frac{1}{4}x_1} = 3 \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}x_1 = \ln(3) \Leftrightarrow x_1 = 4 \ln(3)$$

$$u_2 = 1 \Leftrightarrow e^{\frac{1}{4}x_2} = 1 \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}x_2 = \ln(1) \Leftrightarrow x_2 = 0$$

پ -

$$\frac{1}{4}e^x - 4e^{-x} - \frac{3}{2} = 0 \mid \cdot 4e^x$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} - 16 - 6e^x = 0$$

$$\text{Substitution: } e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2$$

$$\Leftrightarrow u^2 - 6u - 16 = 0$$

$$\Rightarrow p = -6; q = -16$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 + 16$$

$$= 9 + 16 = 25$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{25} = 5$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = 3 + 5 = 8 \\ u_2 = 3 - 5 = -2 \end{array} \right.$$

$$u_1 = 8 \Leftrightarrow e^x = 8 \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^x) = \ln(8) \Leftrightarrow x = \ln(8)$$

$$u_2 = -2 \Leftrightarrow e^x = -2 \text{ keine Lösung}$$

حل نه شته

ت -

$$e^x + e^{-x} - \frac{5}{2} = 0 \mid \cdot e^x$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} + 1 - \frac{5}{2}e^x = 0$$

$$\text{Substitution: } e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2$$

$$\Leftrightarrow u^2 - \frac{5}{2}u + 1 = 0$$

$$\Rightarrow p = -\frac{5}{2}; q = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = \frac{5}{4} + \frac{3}{4} = 2 \\ u_2 = \frac{5}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

$$u_1 = 2 \Leftrightarrow e^{x_1} = 2 \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x_1}) = \ln(2) \Leftrightarrow x_1 = \ln(2)$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{5}{4}\right)^2 - 1$$

$$= \frac{25}{16} - \frac{16}{16} = \frac{9}{16}$$

$$u_2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow e^{x_2} = \frac{1}{2} \mid \ln ()$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x_2}) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow x_2 = -\ln(2)$$

ب -

$$-3e^{-2x} + 20 - 4e^{-x} = 0 \mid \cdot e^{2x}$$

$$\Leftrightarrow -3 + 20e^{2x} - 4e^x = 0 \mid : 20$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} - \frac{1}{5}e^x - \frac{3}{20} = 0$$

Substitution: $e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2$

$$\Leftrightarrow u^2 - \frac{1}{5}u - \frac{3}{20} = 0$$

$$\Rightarrow p = -\frac{1}{5}; q = -\frac{3}{20}$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{1}{10}\right)^2 + \frac{3}{20}$$

$$= \frac{1}{100} + \frac{15}{100} = \frac{16}{100}$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{16}{100}} = \frac{4}{10}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = \frac{1}{10} + \frac{4}{10} = \frac{1}{2} \\ u_2 = \frac{1}{10} - \frac{4}{10} = -\frac{3}{10} \end{array} \right.$$

$$u_1 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow e^x = \frac{1}{2} \mid \ln ()$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^x) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow x = -\ln(2)$$

$$u_2 = -\frac{3}{10} \Leftrightarrow e^x = -\frac{3}{10} \text{ keine Lösung}$$

حل نه شته

ث -

$$\frac{3}{2}e^{2x} - \frac{15}{2}e^x + \frac{27}{8} = 0 \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} - 5e^x + \frac{9}{4} = 0$$

Substitution: $e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2$

$$\Leftrightarrow u^2 - 5u + \frac{9}{4} = 0$$

$$\Rightarrow p = -5; q = \frac{9}{4}$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = \frac{5}{2} + \frac{4}{2} = \frac{9}{2} \\ u_2 = \frac{5}{2} - \frac{4}{2} = \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

$$u_1 = \frac{9}{2} \Leftrightarrow e^{x_1} = \frac{9}{2} \mid \ln ()$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x_1}) = \ln\left(\frac{9}{2}\right) \Leftrightarrow x_1 = \ln\left(\frac{9}{2}\right)$$

$$u_2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow e^{x_2} = \frac{1}{2} \mid \ln ()$$

$$= \frac{25}{4} - \frac{9}{4} = \frac{16}{4} \quad \Leftrightarrow \ln(e^{x_2}) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow x_2 = -\ln(2)$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{16}{4}} = \frac{4}{2} = 2$$

اتم: لاندې ب: له امله، پ- له نوکاو وباسی، له ... امله، ت: صفر ضرب

$$2e^{-x} - 3e^x = 0 \mid \cdot e^x$$

$$(e^{2x+1} - 1)(e + 1) = 0 \quad \Leftrightarrow 2 - 3e^{2x} = 0 \mid -2$$

$$\text{wegen } e + 1 \neq 0 \quad \Leftrightarrow -3e^{2x} = -2 \mid : (-3)$$

$$\Rightarrow e^{2x+1} - 1 = 0 \mid +1 \quad \Leftrightarrow e^{2x} = \frac{2}{3} \mid \ln(\)$$

$$\Leftrightarrow e^{2x+1} = 1 \mid \ln(\) \quad \Leftrightarrow \ln(e^{2x}) = \ln\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{2x+1}) = \ln(1) \quad \Leftrightarrow 2x = \ln\left(\frac{2}{3}\right) \mid : 2$$

$$\Leftrightarrow 2x + 1 = 0 \mid -1$$

$$\Leftrightarrow 2x = -1 \mid : 2$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \quad \text{ب -} \quad \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2}{3}\right) \quad \text{الف -}$$

$$(e^{x+1} - 2)(e^{2x} - 4) = 0 \text{ Nullprodukt}$$

$$\Rightarrow e^{x+1} - 2 = 0 \mid +2$$

$$\Leftrightarrow e^{x+1} = 2 \mid \ln(\)$$

$$\Leftrightarrow x + 1 = \ln(2) \mid -1 \Leftrightarrow x_1 = \ln(2) - 1$$

$$e^{2x} - 4 = 0 \mid +4$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} = 4 \mid \ln(\)$$

$$\Leftrightarrow 2x = \ln(4) \mid : 2 \Leftrightarrow x_2 = \frac{1}{2} \ln(4) \quad \text{ت -}$$

$$4e^x + 2x \cdot e^x = 0$$

$$e^x \text{ ausklammern}$$

$$\Rightarrow (4 + 2x)e^x = 0$$

$$\text{wegen } e^x \neq 0$$

$$\Rightarrow 4 + 2x = 0 \mid -4$$

$$\Leftrightarrow 2x = -4 \mid : 2$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \quad \text{پ -}$$

پوښتني

اکسیوننشل مساوات III

اکسیوننشل مساوات د ریښې سره

ویي شمیرئ

لومړی:

$$\text{الف} - 3^{2x+1} = 243 \quad \text{ب} - 5^{2x+3} = 15625 \quad \text{پ} - 2^{4x+3} = 128$$

$$\text{ت} - 4^{3x-2} = 16414 \quad \text{ث} - 6^{5x-2} = 1296 \quad \text{ځ} - 3 \cdot 2^{2x-3} = 131$$

دویم:

$$\text{الف} - 5 \cdot 18^{4x-3} = 29,16 \quad \text{ب} - 8 \cdot 7,5^{5x-8} = 450 \quad \text{پ} - 2,5 \cdot 40^{-x} = 342$$

$$\text{ت} - 3,8 \cdot 5^{5-x} = 475 \quad \text{ث} - 2,4 \cdot 50^{3-x} = 0,048 \quad \text{ځ} - 5,6 \cdot 20^{2-x} = 0,0007$$

دریم:

$$\text{الف} - 7,2 \cdot 9^{4-3x} = \frac{8}{9} \quad \text{ب} - 3^{2x-1} = 9^{2x-3} \quad \text{پ} - 2^{3x+1,6} = 4^{2x-0,1}$$

$$\text{ت} - 16^{2x+1} = 4^{2x+3} \quad \text{ث} - 3,5^{x-1} = 12,25^{x-2} \quad \text{ځ} - 2 \cdot 4^{x+1} = 1,6 \cdot 20^{2x-1}$$

څلورم:

$$\text{الف} - \sqrt[3]{38416} = 14 \quad \text{ب} - \sqrt[3]{1764} = 42 \quad \text{پ} - \sqrt[3]{83521} = 17$$

$$\text{ت} - \sqrt[4]{29791} = 31 \quad \text{ث} - \sqrt[4]{117649} = 49 \quad \text{ځ} - \sqrt[4]{27} = 3^x$$

پنجم:

الف - $2^x = \sqrt[3]{64}$ ب - $3^{x-4} = \sqrt[3]{243}$ پ - $2.5 \cdot 2^{x-1} = \sqrt[3]{125}$
 ت - $2 \cdot 2^{x-1} = \sqrt[3]{512}$ ث - $3^{x-4} = \sqrt[3]{53,29}$ ج - $8.33 = \sqrt[3]{578}$
 شپيرم:

الف - $2,227 = \sqrt[3]{24,6}$ ب - $3,5 = \sqrt[3]{42,875}$ پ - $2^x = \sqrt[3]{81}$
 اوم:

الف - $4 \cdot 5^{2x-3} = 5 \cdot 10^{x-1}$ ب - $2^{2x+4} - 2^{x+5} = 2^{2(x+1)} - 2^{x+3}$
 پ - $2^{2(x+1)} + 3^{x+2} = 2^{2x+1} + 3^{x+1}$ ت - $16^{x-2} - 18 \cdot 4^{x-2} + 32 = 0$
 اتم:

الف - $5^{2x-4} - 8 \cdot 5^{x-2} + 15 = 0$ ب - $90 \cdot 3^{3x-2} - 9^{3x-2} - 729 = 0$
 پ - $2^{5x+2} + 3^{2x+2} = 2^{5x+1} + 3^{2x+4}$ ت - $36^{4x-3} - 8 \cdot 6^{4x-3} + 12 = 0$
 بيلگه

$$\begin{array}{l|l}
 3 \cdot 2^{x+3} = 64 \cdot 3^{x-2} \quad || \lg & \Leftrightarrow x \lg 2 + 3 \lg 2 - x \lg 3 + 2 \lg 3 = \lg 64 - \lg 3 \\
 \Leftrightarrow \lg(3 \cdot 2^{x+3}) = \lg(64 \cdot 3^{x-2}) & \Leftrightarrow x \lg 2 - x \lg 3 = \lg 64 - \lg 3 - 3 \lg 2 - 2 \lg 3 \\
 \Leftrightarrow \lg 3 + (x+3) \cdot \lg 2 = \lg 64 + (x-2) \cdot \lg 3 & \Leftrightarrow x(\lg 2 - \lg 3) = \lg 64 - 3 \lg 3 - 3 \lg 2 \\
 \Leftrightarrow (x+3) \cdot \lg 2 - (x-2) \cdot \lg 3 = \lg 64 - \lg 3 & \Leftrightarrow x = \frac{\lg 64 - 3 \lg 3 - 3 \lg 2}{(\lg 2 - \lg 3)} = 3
 \end{array}$$

حلونه

اکسیوننشیل مساوات III

نتیجی

لومری:

$$\text{الف - } 3^{2x+1} = 243 \Rightarrow L = \{2\} \quad \text{ب - } 5^{2x+3} = 15625 \Rightarrow L = \{1,5\}$$

$$\text{پ - } 2^{4x+3} = 128 \Rightarrow L = \{1\} \quad \text{ت - } 4^{3x-2} = 16414 \Rightarrow L = \{3,0,\dots\}$$

$$\text{ث - } 6^{5x-2} = 1296 \Rightarrow L = \{1,2\} \quad \text{ج - } 4 \cdot 3 \cdot 2^{2x-3} = 131 \Rightarrow L = \{2,99,\dots\}$$

دویم:

$$\text{الف - } 5 \cdot 1,8^{4x-3} = 29,16 \Rightarrow L = \{1,5\} \quad \text{ب - } 8 \cdot 7,5^{5x-8} = 450 \Rightarrow L = \{2\}$$

$$\text{پ - } 2,5 \cdot 40^{-x} = 342 \Rightarrow L = \left\{-\frac{4}{3}\right\} \quad \text{ت - } 3,8 \cdot 5^{5-x} = 475 \Rightarrow L = \{2\}$$

$$\text{ث - } 2,4 \cdot 50^{3-x} = 0,048 \Rightarrow L = \{4\} \quad \text{ج - } 5,6 \cdot 20^{2-x} = 0,0007 \Rightarrow L = \{5\}$$

دریم:

$$\text{الف - } 7,2 \cdot 9^{4-3x} = \frac{8}{9} \Rightarrow L = \{1,65\} \quad \text{ب - } 3^{2x-1} = 9^{2x-3} \Rightarrow L = \{2,5\}$$

$$\text{پ - } 2^{3x+1,6} = 4^{2x-0,1} \Rightarrow L = \{1,8\} \quad \text{ت - } 16^{2x+1} = 4^{2x+3} \Rightarrow L = \{0,5\}$$

$$\text{ث - } 3,5^{x-1} = 12,25^{x-2} \Rightarrow L = \{3\} \quad \text{ج - } 2 \cdot 4^{x+1} = 1,6 \cdot 20^{2x-1} \Rightarrow L = \{1\}$$

خلورم:

$$\text{الف - } \sqrt[4]{38416} = 14 \Rightarrow D = \mathbb{R}^+; L = \{4\} \quad \text{ب - } \sqrt[4]{1764} = 42 \Rightarrow D = \mathbb{R}^+; L = \{2\}$$

$$\text{پ - } \sqrt[3]{83521} = 17 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{2\}; L = \{6\}$$

$$\text{ت - } \sqrt[3]{29791} = 31 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\}; L = \{4\}$$

$$\text{ث - } \sqrt[4]{117649} = 49 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{4\}; L = \{7\}$$

$$\text{ج - } \sqrt[2x+1]{27} = 3^x \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}; L = \left\{1; -\frac{3}{2}\right\}$$

پنجم:

$$x^{-1}\sqrt[3]{64} = 2^x \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\}; L = \{3; -2\} \quad \text{الف}$$

$$x+2\sqrt[3]{243} = 3^{x-4} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}; L = \{-2, 7, \dots; 4, 7, \dots\} \quad \text{ب}$$

$$x+1\sqrt[3]{125} = 2,5 \cdot 2^{x-1} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}; L = \{2; -3, 32, \dots\} \quad \text{پ}$$

$$2^{x-3}\sqrt[3]{512} = 2 \cdot 2^{x-1} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}; L = \left\{3; -\frac{3}{2}\right\} \quad \text{ت}$$

$$5^{x-7}\sqrt[3]{389} = 3^{x-4}\sqrt[3]{53,29} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{7}{5}; \frac{4}{3}\right\}; L = \{2\} \quad \text{ث}$$

$$2^{x-1}\sqrt[3]{578} = 8,33 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}; L = \{2\} \quad \text{ج}$$

شپڙم:

$$3^{x-2}\sqrt[3]{24,6} = 2,227 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{2}{3}\right\}; L = \{2\} \quad \text{الف}$$

$$2^{x+1}\sqrt[3]{42,875} = 3,5 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}; L = \{1\} \quad \text{ب}$$

$$x+1\sqrt[3]{81} = 2^x \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}; L = \{-3, 067, \dots; 2, 067, \dots\} \quad \text{پ}$$

اوم:

$$4 \cdot 5^{2x-3} = 5 \cdot 10^{x-1} \Rightarrow L = \{3\} \quad \text{الف}$$

$$2^{2(x+1)} - 2^{x+3} = 2^{x+5} - 2^{2x+4} \Rightarrow L = \{1\} \quad \text{ب}$$

$$2^{2x+1} + 3^{x+2} = 2^{2(x+1)} + 3^{x+1} \Rightarrow L = \{3, 82, \dots\} \quad \text{پ}$$

$$16^{x-2} - 18 \cdot 4^{x-2} + 32 = 0 \Rightarrow L = \{4; 2, 5\} \quad \text{ت}$$

اتم:

$$5^{2x-4} - 8 \cdot 5^{x-2} + 15 = 0 \Rightarrow L = \{3; 2, 682\} \quad \text{الف}$$

$$90 \cdot 3^{3x-2} - 9^{3x-2} - 729 = 0 \Rightarrow L = \left\{2; \frac{4}{3}\right\} \quad \text{ب}$$

$$2^{5x+2} + 3^{2x+2} = 2^{5x+1} + 3^{2x+4} \Rightarrow L = \{2, 82, \dots\} \text{ پ۔}$$

$$36^{4x-3} - 8 \cdot 6^{4x-3} + 12 = 0 \Rightarrow L = \{1; 0, 8466\} \text{ ت۔}$$

پوښتني

اکسپوننشیل مساوات IV

اکسپوننشیل مساوات د **e** -تابع سره.

مساوات یا برابر ونونه حل کړئ

لومړی:

$$\frac{1}{4}e^{4x} - \frac{e}{2} = 1 \text{ پ۔} \quad 3e^{x-1} = 4 \text{ ب۔} \quad \frac{e^{-x}}{2} - 3 = 0 \text{ الف۔}$$

$$1 - ke^{k-x} = 0; k > 0 \text{ ث۔} \quad 2,5e^{kx} = 12; k \neq 0 \text{ ب۔} \quad 6 - 1,5e^{2-2x} = 0 \text{ ت۔}$$

$$12e^{2,487x} = 10^9 \text{ ح۔} \quad 2,078e^{-0,0128x} = 1,5 \text{ چ۔} \quad 250e^{\ln 2x} = 1200 \text{ ج۔}$$

$$(x-2)e^{2x} - e^{2x} = 0 \text{ پ۔} \quad \frac{e^x}{2} - e^{x+1} = 0 \text{ ب۔} \quad 2e^{3x} - 6e^x = 0 \text{ الف۔}$$

$$(3+2x)e^{x-1} = 0 \text{ ث۔} \quad xe^x - 3x = 0 \text{ ب۔} \quad -2x^2e^{-x+2} = 0 \text{ ت۔}$$

دریم:

$$-\frac{1}{5}e^x - 1 + 10e^{-x} = 0 \text{ ب۔} \quad e^{2x} - \frac{17}{2}e^x + 4 = 0 \text{ الف۔}$$

$$(e^{-x} - 2k)^2 = 0; k > 0 \text{ ب۔} \quad e^{-2x} - 10e^{-x} + 9 = 0 \text{ ت۔}$$

$$10e^{-0,1x} - 20e^{-0,1x+1} = 0,2 \text{ ث۔} \quad 0,5e^{kx}(kx-2) = 0; k \neq 0 \text{ ب۔}$$

څلورم:

$$\frac{e^{0,5x}}{2} - \frac{3}{4} = 0$$

الف - $-e^{4x} + 5 = 0$ ب - $2e^{x-1} = 8$ پ - $2e^{x-1} = 8$

ت - $3e^{-2x} - 3 = 0$ ث - $4e^{0,4x+2} = 6$ - $-\frac{1}{4}e^{1,5x+1} + 2 = 0$

پنجم:

الف - $5e^{2x} - 2e^x = 0$ ب - $1 - e^{2-x} = 0$ پ - $3e^{-x} - 2e^x = 0$

ت - $(1+2x)e^{1-2x} = 0$ ث - $(1-2e^x)(e^{-x}-4) = 0$ - $(3+x)e^{0,5x} = e^{0,5x}$

شپيرم:

الف - $2xe^{-x} - 7e^{-x} = 0$ ب - $\frac{e^x}{4} - \frac{3}{e^x} = 0$ پ - $e - 2e^{\frac{x}{2}} = 0$

ت - $e^x + 1 = 12e^{-x}$ ث - $e^{0,5x} - 2e^{-x} = 0$ - $\frac{x}{2}e^{-x} - e^{-x} = 0$

ج - $600e^{-0,2x} = 125$ چ - $2k - ke^{4x} = 0; k \neq 0$ ح - $\frac{e}{2} - e^{kx} = 0; k \neq 0$

اووم:

الف - $e^{2x} - 4e^x + 3 = 0$ ب - $e^{0,5x} + e^{0,25x} - 12 = 0$ پ - $9e^{-x} + 9e^x - 82 = 0$

ت - $2e^x - 3e^{-x} + 5 = 0$ ث - $e^{2x} + 3e^x - 40 = 0$ - $5e^x + 25e^{-x} - 126 = 0$

خوابونه

اکسیوننشل مساوات

نتیجی

لومری:

الف - $\frac{e^{-x}}{2} - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -\ln 6 \approx -1,79$

ب - $3e^{x-1} = 4 \Leftrightarrow x = \ln \frac{4}{3} + 1 \approx 1,29$

$$\frac{1}{4}e^{4x} - \frac{e}{2} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} \ln(4 + 2e) \approx 0,56 \quad \text{پ۔}$$

$$6 - 1,5e^{2-2x} = 0 \Leftrightarrow x = 1 - \ln 2 \approx -0,31 \quad \text{ت۔}$$

$$2,5e^{kx} = 12; k \neq 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{k} \ln 4,8 \quad \text{ب۔}$$

$$1 - ke^{k-x} = 0; k > 0 \Leftrightarrow x = k - \ln \frac{1}{k} \quad \text{ث۔}$$

$$250e^{\ln 2x} = 1200 \Leftrightarrow x = \frac{\ln 4,8}{\ln 2} \approx 2,26 \quad \text{ج۔}$$

$$2,078e^{-0,0128x} = 1,5 \Leftrightarrow x = \frac{\ln 0,722}{-0,0128} \approx 25,46 \quad \text{چ۔}$$

$$12e^{2,487x} = 10^9 \Leftrightarrow x \approx 7,33 \quad \text{ح۔}$$

دویم:

$$2e^{3x} - 6e^x = 0 \Leftrightarrow 2e^x(e^{2x} - 3) = 0 \text{ für } x = \frac{1}{2} \ln 3 \quad \text{الف۔}$$

$$\frac{e^x}{2} - e^{x+1} = 0 \Leftrightarrow e^x(1 - 2e) = 0 \Rightarrow L = \emptyset \quad \text{ب۔}$$

$$(x-2)e^{2x} - e^{2x} = 0 \Leftrightarrow (x-3)e^{2x} = 0 \text{ für } x = 3 \quad \text{پ۔}$$

$$-2x^2e^{-x+2} = 0 \Leftrightarrow -2x^2e^{-x+2} = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{ت۔}$$

$$xe^x - 3x = 0 \Leftrightarrow x(e^x - 3) = 0 \Rightarrow L = \{0; \ln 3\} \quad \text{ب۔}$$

$$(3+2x)e^{x-1} = 0 \Leftrightarrow (3+2x)e^{x-1} = 0 \Rightarrow x = -1,5 \quad \text{ث۔}$$

دریم:

subst=بدلون... ergibt=راکوی...

$$e^{2x} - \frac{17}{2}e^x + 4 = 0$$

الف - Substitution $u = e^x$ ergibt $u_1 = 8$; $u_2 = 0,5 \Rightarrow x_1 = \ln 8$ und $x_2 = \ln 0,5$
ب -

$$-\frac{1}{5}e^x - 1 + 10e^{-x} = 0$$

$e^{2x} + 5e^x - 50 = 0$; Substitution: $u = e^x$ ergibt $u_1 = 5$; $u_2 = -10 \Rightarrow x_1 = \ln 5$
 $e^{-2x} - 10e^{-x} + 9 = 0$

پ - Substitution: $u = e^{-x}$ ergibt $u_1 = 9$; $u_2 = 1 \Rightarrow x_1 = -\ln 9$; $x_2 = \ln 1 = 0$

$$(e^{-x} - 2k)^2 = 0; k > 0$$

ت - Nullprodukt $(e^{-x} - 2k) = 0$ für $x_{1/2} = -\ln 2k$

ب - $0,5e^{kx}(kx - 2) = 0; k \neq 0 \Rightarrow$ Nullprodukt; $x = \frac{2}{k}$
ث -

$$10e^{-0,1x} - 20e^{-0,1x+1} = 0,2$$

$$10e^{-0,1x} - 20e \cdot e^{-0,1x} = (10 - 20e) \cdot e^{-0,1x} = 0,2$$

د - $10 - 20e > 0$ له امله حل یا خواب نه دی.
خلوم:

الف - $-e^{4x} + 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\ln 5}{\ln 4}$
ب - $2e^{x-1} = 8 \Leftrightarrow x = 1 + \ln 4$

پ - $\frac{e^{0,5x}}{2} - \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow x = 2 \ln \frac{3}{2}$
ت - $3e^{-2x} - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

ب - $4e^{0,4x+2} = 6 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2} \ln \frac{3}{2} - 5$

ث - $-\frac{1}{4}e^{1,5x+1} + 2 = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}(-1 + \ln 8) \approx 0,72$
پنجم:

$$5e^{2x} - 2e^x = 0 \Leftrightarrow x = \ln \frac{2}{5} \quad \text{الف}$$

$$1 - e^{2-x} = 0 \Leftrightarrow x = 2 \quad \text{ب}$$

$$3e^{-x} - 2e^x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{2} \quad \text{پ}$$

$$(1+2x)e^{1-2x} = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \quad \text{ت}$$

$$(1-2e^x)(e^{-x}-4) = 0 \Leftrightarrow x = -\ln 4; -\ln 2 \quad \text{ث}$$

$$(3+x)e^{0,5x} = e^{0,5x} \Leftrightarrow x = -2 \quad \text{ث}$$

شپیرم:

$$2xe^{-x} - 7e^{-x} = 0 \Leftrightarrow x = 3,5 \quad \text{الف}$$

$$\frac{e^x}{4} - \frac{3}{e^x} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \ln 12 \quad \text{ب}$$

$$e - 2e^{\frac{x}{2}} = 0 \Leftrightarrow x = 2 \ln \frac{e}{2} \quad \text{پ}$$

$$e^x + 1 = 12e^{-x} \Leftrightarrow x = \ln 3 \quad \text{ت}$$

$$e^{0,5x} - 2e^{-x} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \ln 2 \quad \text{ب}$$

$$\frac{x}{2}e^{-x} - e^{-x} = 0 \Leftrightarrow x = 2 \quad \text{ث}$$

$$600e^{-0,2x} = 125 \Leftrightarrow x = 5 \ln 4 \quad \text{ج}$$

$$2k - ke^{4x} = 0; k \neq 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} \ln 2 \quad \text{چ}$$

$$\frac{e}{2} - e^{kx} = 0; k \neq 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{k} \ln \frac{e}{2} \quad \text{ح}$$

اووم:

$$e^{2x} - 4e^x + 3 = 0 \Leftrightarrow L = \{ \ln 3; 0 \} \quad \text{الف}$$

$$e^{0,5x} + e^{0,25x} - 12 = 0 \Leftrightarrow L = \{ 4 \ln 3 \} \quad \text{ب}$$

$$\text{پ۔ } 9e^{-x} + 9e^x - 82 = 0 \Leftrightarrow L = \{ 2\ln 3; -2\ln 3 \}$$

$$\text{ت۔ } 2e^x - 3e^{-x} + 5 = 0 \Leftrightarrow L = \{ \ln 0,5 \}$$

$$\text{ب۔ } e^{2x} + 3e^x - 40 = 0 \Leftrightarrow L = \{ \ln 5 \}$$

$$\text{ث۔ } 5e^x + 25e^{-x} - 126 = 0 \Leftrightarrow L = \{ \ln 25; -\ln 5 \}$$

پوښتني

اکسپوننشل مساوات **V**

اکسپوننشل مساوات د **e** -تابع او کسرونو يا ماتونو سره

مساوات حل کړئ:

لومړی:

$$\text{الف۔ } e^{3x} - 3e^x + 4 = 0 \quad \text{ب۔ } 4 - 3e^{-0,5x} = e^{0,5x}$$

دویم:

$$\text{الف۔ } e^{2x} - 2e^{-x} = 0 \quad \text{ب۔ } 4e^x - \frac{e^{-x}}{3} = 0$$

$$\text{پ۔ } (e^{-x} - 1)^2 = 9 \quad \text{ت۔ } -\frac{2}{5}e^{0,5x} + e^{-x} = 0$$

دریم:

$$\text{الف۔ } 2^{x-2} = 23 \quad \text{ب۔ } 5^{x+3} - 5^{3x-5} = 0 \quad \text{پ۔ } 2^x - 3^{x-1} = 3^x - 2^{x+2}$$

$$\text{ت۔ } 2^{2x-2} - 2^x = 8 \quad \text{ب۔ } 0,5 \cdot 2^{2+x} - 0,25 = 0 \quad \text{ث۔ } 3^x + 9 \cdot 3^{-x} = 10$$

څلورم:

$$\text{الف۔ } xe^{kx} - kx = 0 \quad \text{ب۔ } e^{kx} - ke^x = 0 \quad \text{پ۔ } -2e^{-x} + 2ke^{-2x} = 0$$

پنځم:

الف - $\frac{3}{2}e - \frac{1}{4}e^{-x} = 0$ ب - $2e^x - \frac{1}{2}e^{3x} = 0$ پ - $ke^{\frac{1}{k}x} - 4k = 0$

ت - $2xe^x = 7x$ ب - $e^x - 20e^{-x} = 1$ ث - $\frac{1}{2}e^{2x} + 18e^{-2x} = \frac{13}{2}$ شپیرم:

الف - $e^x(4 - 2e^x) = 0$ پ - $\frac{1}{2}(2 - e^x)^2 = 0$ ب - $\left(-\frac{4}{5}e^{2x} + 4\right)(x^2 + 1) = 0$

ت - $-ex + 3x^2 = 0$ ب - $xe^{-x} - ke^{-x} = e^{-x}$ ث - $\frac{1}{2}(2k - e^x)^2 = 2k^2; k > 0$ اووم:

الف - $(2 - e^x)^2 = (e^x - 3)^2$ ب - $\left(\frac{x}{2} + 1\right)e^{2-x} = 0$ پ - $\frac{1}{2}e^x - 8e^{-x} = 3$

ت - $1 - \frac{2e^x}{e^x + 3} = 0$ ب - $-\frac{3}{4}e^{-2x} + 5 = e^{-x}$ ث - $\frac{2}{1+e^x} = -\frac{e^x - 4}{(1+e^x)^2}$ اتم:

الف - $\frac{2x}{e^x + 1} = 0$ ب - $e^{2x+4} - 3e^{x+2} + 2 = 0$ پ - $\frac{e^x}{e^x - 2} = e^x; x \neq \ln 2$

ت - $-2e^x - 2e^{-x} + 5 = 0$ ب - $(x - k)e^{x+k} = 0$ ث - $\frac{e^x - k}{e^x + k} = 0; k > 0$

خوابونه

اکسیوننشیل مساوات **V**

نتیجی

لومری:

الف -

$$e^{3x} - 3e^x + 4 = 0$$

Substitution: $u = e^x$ ergibt $u^3 - 3u + 4 = 0$ für $u_1 = -2,195 < 0 \Rightarrow L = \emptyset$

ب -

$$4 - 3e^{-0,5x} = e^{0,5x}$$

$$4e^{0,5x} - 3 - e^x = 0 \text{ Substitution: } u = e^{0,5x} \text{ ergibt } 4u - 3 - u^2 = 0$$

$$\text{Lösungen in } u: u_1 = 3; u_2 = 1 \Rightarrow x_1 = 2 \ln 3; x_2 = 0$$

دويم:

$$4e^x - \frac{e^{-x}}{3} = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \ln 12 \quad \text{ب} \quad e^{2x} - 2e^{-x} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \ln 2 \quad \text{الف}$$

$$-\frac{2}{5}e^{0,5x} + e^{-x} = 0 \Leftrightarrow x \approx 0,611 \quad \text{ت} \quad (e^{-x} - 1)^2 = 9 \Leftrightarrow x = -\ln 4 \quad \text{ب}$$

ديم:

$$2^{x-2} = 23 \Leftrightarrow x = \frac{\ln 23}{\ln 2} + 2 \approx 6,52 \quad \text{الف}$$

$$5^{x+3} - 5^{3x-5} = 0 \Leftrightarrow 5^{x+3}(1 - 5^{2x-8}) = 0 \text{ für } x = 4 \quad \text{ب}$$

ب -

$$2^x - 3^{x-1} = 3^x - 2^{x+2} \Leftrightarrow 2^x + 4 \cdot 2^x = 3^x \left(1 + \frac{1}{3}\right) \Leftrightarrow 5 \cdot 2^x = \frac{4}{3} \cdot 3^x$$

$$\Leftrightarrow \frac{15}{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^x \Leftrightarrow x = \frac{\ln 3,75}{\ln 1,5} \approx 3,26$$

ت -

$$2^{2x-2} - 2^x = 8; u = 2^x$$

راکوي

$$0,25u^2 - u - 8 = 0 \Leftrightarrow u_1 = 8; u_2 = -4 \Rightarrow x = 3$$

$$0,5 \cdot 2^{2+x} - 0,25 = 0 \Leftrightarrow 2^{2+x} = 0,5 \Rightarrow x = \frac{\ln 0,5}{\ln 2} - 2 = -3 \quad \text{ت}$$

ث -

$$3^x + 9 \cdot 3^{-x} = 10; u = 3^x$$

$$u^2 - 10u + 9 = 0 \Leftrightarrow u_1 = 9; u_2 = 1$$

راکوي

$$\Rightarrow x_1 = 2; x_2 = 0$$

خلورم:

الف -

$$xe^{kx} - kx = 0$$

$$x(e^{kx} - k) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0$$

$$\text{له } k \text{ خپلواک } x_2 = \frac{\ln k}{k} \text{ د } k > 0 \text{ لپاره}$$

ب -

$$e^{kx} - ke^x = 0$$

$$e^{kx} - ke^x = 0 \mid : e^x \Rightarrow e^{(k-1)x} = k \Leftrightarrow x = \frac{\ln k}{k-1}$$

د $k > 0$ او $k \neq 1$ لپاره

پ -

$$-2e^{-x} + 2ke^{-2x} = 0$$

$$-2e^{-2x}(e^x - 2k) = 0 \Leftrightarrow x = \ln 2k$$

د $k > 0$ لپاره.

پنځم:

$$\frac{3}{2}e - \frac{1}{4}e^{-x} = 0 \Rightarrow L = \{-\ln 6 - 1\} \text{ الف -}$$

$$2e^x - \frac{1}{2}e^{3x} = 0 \Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{2} \ln 4 \right\} \text{ ب -}$$

$$ke^{\frac{1}{k}x} - 4k = 0 \Rightarrow L = \{k \cdot \ln 4\} \text{ پ -}$$

$$2xe^x = 7x \Rightarrow L = \left\{ 0; \ln \frac{7}{2} \right\} \text{ ت -}$$

$$e^x - 20e^{-x} = 1 \Rightarrow L = \{ \ln 5 \} \quad \text{ب۔}$$

$$\frac{1}{2}e^{2x} + 18e^{-2x} = \frac{13}{2} \Rightarrow L = \{ \ln 3; \ln 2 \} \quad \text{ث۔}$$

شیرم:

$$\left(-\frac{4}{5}e^{2x} + 4\right)(x^2 + 1) = 0 \Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{2} \ln 5 \right\} \quad \text{الف۔}$$

$$\frac{1}{2}(2 - e^x)^2 = 0 \Rightarrow L = \{ \ln 2 \} \quad \text{ب۔}$$

$$e^x(4 - 2e^x) = 0 \Rightarrow L = \{ \ln 2 \} \quad \text{پ۔}$$

$$-ex + 3x^2 = 0 \Rightarrow L = \left\{ 0; \frac{e}{3} \right\} \quad \text{ت۔}$$

$$xe^{-x} - ke^{-x} = e^{-x} \Rightarrow L = \{ k+1 \} \quad \text{ب۔}$$

$$\frac{1}{2}(2k - e^x)^2 = 2k^2; k > 0 \Rightarrow L = \{ \ln 4k \} \quad \text{ث۔}$$

اوم:

$$(2 - e^x)^2 = (e^x - 3)^2 \Rightarrow L = \left\{ \ln \frac{5}{2} \right\} \quad \text{الف۔}$$

$$\left(\frac{x}{2} + 1\right)e^{2-x} = 0 \Rightarrow L = \{ -2 \} \quad \text{ب۔}$$

$$\frac{1}{2}e^x - 8e^{-x} = 3 \Rightarrow L = \{ \ln 8 \} \quad \text{پ۔}$$

$$1 - \frac{2e^x}{e^x + 3} = 0 \Rightarrow L = \{ \ln 3 \} \quad \text{ت۔}$$

$$-\frac{3}{4}e^{-2x} + 5 = e^{-x} \Rightarrow L = \{ -\ln 2 \} \quad \text{ب۔}$$

$$\frac{2}{1+e^x} = -\frac{e^x - 4}{(1+e^x)^2} \Rightarrow L = \left\{ \ln \frac{3}{2} \right\} \quad \text{ث۔}$$

اتم:

$$\frac{2x}{e^x + 1} = 0 \Rightarrow L = \{ 0 \} \quad \text{الف -}$$

$$e^{2x+4} - 3e^{x+2} + 2 = 0 \Rightarrow L = \{ -2 + \ln 2; -2 \} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{e^x}{e^x - 2} = e^x; x \neq \ln 2 \Rightarrow L = \{ \ln 3 \} \quad \text{پ -}$$

$$-2e^x - 2e^{-x} + 5 = 0 \Rightarrow L = \{ -\ln 2; \ln 2 \} \quad \text{ت -}$$

$$(x - k)e^{x+k} = 0 \Rightarrow L = \{ k \} \quad \text{ټ -}$$

$$\frac{e^x - k}{e^x + k} = 0; k > 0 \Rightarrow L = \{ \ln k \} \quad \text{ث -}$$

پوښتنې

اکسیوننشل مساوات VI

اکسیوننشل مساوات د پارامتر سره

$$\frac{x^2}{e^2} - \frac{1}{4}e^{-2} = 0$$

لومړی : د جېشمیري سره یې شمېری:

دویم : k داسې وټاکي، چې $x = \ln 2$ د $4x^2e^{-x} = kx$ حل وي.

دریم: د k د کومو ارزښتونو لپاره مساوات $(e^{2x} - 3)^2 + k - 1 = 0$ حل نه لري؟

څلورم: د e په بنسټ یې د اکسیوننشا تابع په څیر ولیکي.

$$\text{الف - } 2 = 1,075^x \quad \text{ب - } 1000 = 2500 \cdot 0,855^x \quad \text{پ - } 20 = 60 \cdot 10^{-0,025x}$$

پنځم: د a او b لپاره ممکنه ارزښتونه ورکړي، داسې چې مساوات $a^x = b$ حلونه $x=2; x=0$ ولري یا همداسې حل ونه لري.

دلیل راوړی، چې مساوات $2^x = b$ زیات له زیاته یو حل لري. لري.

شپږم: وښایی: مساوات $(e^x - k)^2 = k^2$ د $k > 0$ لپاره ټیک یو حل لري.

اوم: د k د کومو ارزښتونو لپاره لاندې مساوات $ke^{2x} - e^{3x} = 0$ حلونه لري؟

تم: د k د کومو ارزښتونو لپاره $kx^2 = x^2 e^{0.5x}$ مساوات یو مثبت یا زیاتیز حل لري؟

نهم: مساوات سیستم حل کړی: $x - ye^{-0.5} = 0,5 \wedge x - ye^{-0.4} = 1,05$

لسم: وښایی: $e^x + e^{-x} \geq 1$ د $x \in \mathbb{R}$ لپاره.

یولسم: وښایی:

الف – $e^{2x} + ke^x - 1 = 0$ د $k > 0$ لپاره ټیک یو حل لري.

ب – $\left(2k - 6x + \frac{2x^2}{k}\right) \cdot e^{kx} = 0$ د $k > 0$ لپاره دوه حلونه یا ځوابونه لري.

دولسم: د باکتریانو یو کلچر یا روزنه په دې وخت کې $N = 118$ باکتریوې لري. دا هره ورځ په 18% وده کوي یا زیاتیري.

الف – د څو ورځو وروسته د باکتریو زیاتیدنه د میلیونو پولې څخه اوږي؟

ب – د کتلو پیل وخت کې 6 باکتریوو شتون درلوده، څومره ورځې تیرې شوي دي؟

دیارلسم: یوه رادیو اکتیو ماده تجزیه کیږي. دا هره ورځ خپله کتله په 8% کموي.

الف – د ۱۴ ورځو نورې څومره g لا پاتې دي، که دا له پیل یا سرچینې څخه 250 g وو؟

ب – له کوم وخته وروسته په 95% د هغه کتله تجزیه شوې ده؟

پ – نیموخت ازښت څو ورځې په بر کې نیسي؟

ځوابونه:

اکسوننشل مساوات یا برابر ونونه

نتیجې:

$$\frac{x^2}{e^2} - \frac{1}{4}e^{-2} = 0 \mid \cdot e^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow L = \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\}$$

لومړی:

$$2(\ln 2)^x = a(\ln 2) \Leftrightarrow a = 2\ln 2$$

دویم: $x = \ln 2$ له ایښوونې یې لرو:

$$(e^{2x} - 3)^2 = 1 - k$$

دریم: $k > 1$ د لپاره حل نه شته

څلورم: für ... د لپاره

$$1,075^x = 2 \Leftrightarrow e^{0,072x} = 2 \text{ für } x = 9,627$$

الف -

$$2500 \cdot 0,855^x = 1000 \Leftrightarrow e^{-0,1567x} = 0,4 \text{ für } x = 5,847$$

ب -

$$60 \cdot 10^{-0,025x} = 20 \Leftrightarrow 10^{-0,025x} = \frac{1}{3} \text{ für } x = 19,08$$

پ -

$$a^x = b \text{ د } a = 2; b = 4 \text{ لپاره حل } x = 2 \text{ لري}$$

پنځم:

$$a^x = b \text{ د } a = 2; b = 1 \text{ لپاره حل } x = 0 \text{ لري}$$

$$a^x = b \text{ د } a > 0 \text{ او } b < 0 \text{ لپاره حل نه لري}$$

$$2^x = b \Leftrightarrow x = \frac{\ln b}{\ln 2}$$

د هر $b > 0$ لپاره ټیک یو حل لري

$$(e^x - k) = k \vee (e^x - k) = -k \Leftrightarrow e^x = 2k \vee e^x = 0$$

شپږم:

$$e^{2x} - 2ke^x = e^x(e^x - 2k) = 0$$

یا د ضرب بولو له لارې:

$$e^{2x}(k - e^x) = 0 \text{ د } k > 0 \text{ لپاره یو حل لري}$$

اووم:

اتم: $x^2(k - e^{0.5x}) = 0 \Leftrightarrow x_{1/2} = 0 \vee x_3 = 2 \ln k > 0$ د $k > 1$ لپاره

نهم: $x - ye^{-0.5} = 0.5 \wedge x - ye^{-0.4} = 1.05 \Rightarrow L = \{-4.73; -8.62\}$

لسم: د $x \geq 0$: لپاره: $e^x \geq 1$ او $e^{-x} > 0$: د $x < 0$ لپاره $e^{-x} > 1$ او د $x \in \mathbb{R}$ لپاره.

یولسم: بدللو: $u = e^x$ راکوي $u^2 + ku - 1 = 0 \Leftrightarrow u_{1/2} = -0.5(k \pm \sqrt{k^2 + 4})$

$u_1 = -0.5(k - \sqrt{k^2 + 4}) > 0$; $u_2 < 0$ يعني د $k > 0$ لپاره ټيک یوکل: $x = \ln u_1$

دولسم: $N = 118; 18\%$ د 1.18 یو ودي ضريب ورکوي

الف - $10^6 = 118 \cdot 1.18^x$ د لپاره (ورځي) $x = 56.65$

ب - $6 = 118 \cdot 1.18^x$ د $x = -18$ لپاره (ورځي)، يعني ۱۸ ورځي له هغه وخته تیري شوي.

ديارلسم:

الف - د تجزيي ضريب

$0.92 \Rightarrow$

y د وخت x (په ورځو کې) کې موجودیت دی يعني $y = 250 \text{ g} \cdot 0.92^x$

د ۱۴ ورځو وروسته: $y = 250 \text{ g} \cdot 0.92^{14} \approx 77.8 \text{ g}$

ب - ۹۵% تجزیه کيږي: نور لا پاتې $5\% \Rightarrow 0.92^x = 0.05$ für $x = 35.93 \text{ d}$

پ - نیم وخت: $0,92^x = 0,5$ د $x = t_H = 8,31 d$ لپاره

پوښتنې

VII اکسیوننشل مساوات

اکسیوننشل برابر ونونه د متن پوښتنو سره:

لومړی:

$$\text{الف - } 14 = \sqrt[3]{38416}^x \text{ ب - } 42 = \sqrt[4]{1764}^x \text{ پ - } 17 = \sqrt[5]{83521}^x$$

$$\text{ت - } 31 = \sqrt[6]{29791}^x \text{ ب - } 49 = \sqrt[7]{117649}^x \text{ ث - } 3^x = \sqrt[8]{27}^{2x}$$

$$\text{ج - } 2^x = \sqrt[9]{64}^x \text{ ج - } 3^{x-4} = \sqrt[10]{243}^{x+2} \text{ ح - } 2,5 \cdot 2^{x-1} = \sqrt[11]{125}^x$$

دویم:

$$\text{الف - } 2 \cdot 2^{x-1} = \sqrt[12]{512}^{2x-3} \text{ ب - } 3^{x-4} \sqrt[13]{389} = 5^{x-7} \text{ پ - } 8,33 = \sqrt[14]{578}^{2x}$$

$$\text{ت - } 2,227 = \sqrt[15]{24,6}^{3x-2} \text{ ب - } 3,5 = \sqrt[16]{42,875}^{2x+1} \text{ ث - } 2^x = \sqrt[17]{81}^x$$

دریم: د مربعو یوه لړۍ ورکړ شوې ده.

لومړۍ مربع د اړخ اوږدوالی $a = 1$ لري.

دویمه مربع د اړخ اوږدوالی $a = 2$ لري.

د هرې اړخونه دوه واړه یا دوه ځله کیږي.

الف - د 10 ; 5 او n -مې مربعو یا مربعگانو (څلوریو) سطحه، او چاپیریال وشمیرئ

ب – د کومې مربع لپاره به د لومړي ځل لپاره یا په لومړي ځل چاپیریال د ځمکې له چاپیریال لوی شي؟ (د ځمکې چاپیریال نږدې 40000 km دی)
څلورم: ښاغلی سپین یوه د € 4000 سرمایه په بانک کې په 3,5% گټه پردي.

الف – د ده سرمایه له ۵ همداسې لس کاله وروسته څومره ستره شوي؟

ب – له څو کاله وریته داسره سرمایه دوه برابره کیږي؟

پ – گټه به په 8 کاله کې څومره جگه وي، که دا سرمایه یابدایي دوه برابره شي؟

پنځم: که د منځ کرښې په غزونې یا امتداد یوه پاڼه کاغذ زیاتواره غبرگ یا قات شي، نو یو په بل پسې لومړی دوه، بیا څلور، بیا اته او داسې یو په بل نورې پسې طبقې .
یو د 0,3 mm پنډ کاغذ باید څو واره یو په بل پسې قات شي، چې یو برج د ایفل برج (318 m) په جگوالي لاس ته راوړل شي؟

شپږم: په اتموسفیر کې د هوا فشار p د یوه زیاتیدونکي جگوالي x سره کمیږي:

$$p(x) = p_0 \cdot e^{-0,37x}$$

دلته x د بحر سطحه باندې جگوالی دی په کیلومتر او p_0 د بحر سطحه جگوالي باندې د هوا فشار دی. په N.N (یو ځای دې وي) باندې د کوم جگوالي سره د هوا فشار 25% کې کم شوی؟

اووم: د مچانو تعداد د وخت t (په ورځو) په واکوالي کې د $t \geq 0$ لپاره کیدی شي د

مساوات $y = 100e^{0,143t}$ سره روښانه یا تشریح کړای شي.

الف- له څو ورځو وروسته همدا اوس 300 مچان شتون لري؟

ب – څومره وخت په بر کې نیسي، چې د مچانو تعداد دوه برابره شي؟

اتم: د رایډیو اکتیو پرېپارات (په g) د تجزیې د لاندې ورکړ شوي قانون سره صورت

نیسي: $y = e^{-0,032t+4}$; t in Tagen, $t \geq 0$

الف – د کچونې پیل کې کتله په g څومره جگه یا لویه ده؟

ب – د څو ورځو وروسته د سرچینیزې کتلې فقط 2% پاتې ده یا شتون لري؟

حلونه یا ځوابونه

اکسیوننشل مساوات یا برابر ونونه VII

نتیجې

لومړی:

$$\sqrt[4]{1764} = 42 \Rightarrow D = \mathbb{R}^+ ; L = \{2\} \quad \text{ب۔} \quad \sqrt[4]{38416} = 14 \Rightarrow D = \mathbb{R}^+ ; L = \{4\} \quad \text{الف۔}$$

$$x^{-2}\sqrt[3]{83521} = 17 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{2\} ; L = \{6\} \quad \text{پ۔}$$

$$x^{-1}\sqrt[4]{29791} = 31 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\} ; L = \{4\} \quad \text{ت۔}$$

$$x^{-4}\sqrt[3]{117649} = 49 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{4\} ; L = \{7\} \quad \text{ث۔}$$

$$2^{x+1}\sqrt[3]{27} = 3^x \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\} ; L = \left\{1; -\frac{3}{2}\right\} \quad \text{ث۔}$$

$$x^{-1}\sqrt[3]{64} = 2^x \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\} ; L = \{3; -2\} \quad \text{ج۔}$$

$$x^{+2}\sqrt[3]{243} = 3^{x-4} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-2\} ; L = \{-2, 7, \dots; 4, 7, \dots\} \quad \text{چ۔}$$

$$x^{+1}\sqrt[3]{125} = 2,5 \cdot 2^{x-1} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1\} ; L = \{2; -3, 32, \dots\} \quad \text{ح۔}$$

$$2^{x-3}\sqrt[3]{512} = 2 \cdot 2^{x-1} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\} ; L = \left\{3; -\frac{3}{2}\right\} \quad \text{دویم: الف۔}$$

$$5^{x-7}\sqrt[3]{389} = 3^{x-4}\sqrt[3]{53,29} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{7}{5}; \frac{4}{3}\right\} ; L = \{2\} \quad \text{ب۔}$$

$$2^{x-1}\sqrt[3]{578} = 8,33 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\} ; L = \{2\} \quad \text{پ۔}$$

$$3^{x-2}\sqrt[3]{24,6} = 2,227 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{2}{3}\right\} ; L = \{2\} \quad \text{ت۔}$$

$$2^{x+1}\sqrt[3]{42,875} = 3,5 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\} ; L = \{1\} \quad \text{ث۔}$$

$$x^{+1}\sqrt[3]{81} = 2^x \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1\} ; L = \{-3, 067, \dots; 2, 067, \dots\} \quad \text{ث۔}$$

دریم: الف۔

n	1	2	3	4	5	...	n
د اړخ اوږدوالي	1	2	4	8	16	...	2^{n-1}
پرلپسې	1	4	16	64	256	...	$2^{2(n-1)}$
د منځپانګ پرلپسې	4	8	16	32	64	...	$4 \cdot 2^{n-1}$
د چاپیریال پرلپسې							
منځ پانګه							
چاپیریال							

$$A_5 = 2^{2 \cdot 4} = 256; A_{10} = 2^{2 \cdot 9} = 262144; A_n = 2^{2(n-1)}$$

$$U_5 = 4 \cdot 2^4 = 64; U_{10} = 4 \cdot 2^9 = 2048; U_n = 4 \cdot 2^{n-1} = 2^{n+1}$$

ب - د اړخ اوږدوالي په متر ټاکنې ته باور لري: $40000 \text{ km} = 4 \cdot 10^7 \text{ m}$

$$2^{n+1} > 4 \cdot 10^7 \Leftrightarrow n > 13$$

شرط:

څلورم:

$$K_n = K_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n; K_0 = 4000 \text{ €}; p = 3,5\%$$

$$K_5 = 4000 \text{ €} \cdot 1,035^5 = 4750,75 \text{ €}; K_{10} = 4000 \text{ €} \cdot 1,035^{10} = 5642,40 \text{ €}$$

$$K_n = 3K_0 \Rightarrow 1,035^n = 3 \Leftrightarrow n = 31,9 \text{ (Jahre)}$$

پ -

$$K_n = K_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n; K_8 = 2 \cdot K_0 \Rightarrow 2 = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^8 \Rightarrow p = 100 \cdot (\sqrt[8]{2} - 1) \approx 9,05 \%$$

پنځم: (د کاغذ) طبقې $1; 2; 4; 8; 16; \dots; 2^n$

د کاغذ پندوالی $0,3 \text{ mm}$ ، جگوالی په میلی اتر: $0,3; 0,6; 1,2; \dots; 0,3 \cdot 2^n$

$$318 \text{ m} = 318000 \text{ mm} \Rightarrow 0,3 \cdot 2^n = 318000$$

د $n=20$ لپاره (20 واره یا ځله غبرګول اړین دي)

$$p(x) = p_0 e^{-0,137x} = 0,75 \text{ für } x = 2,1 \text{ km}$$

شپږم:

$$100e^{0,143t} = 300 \text{ für } t = 7,68 \text{ (Tage)}$$

اوم:

$$e^{0,143t} = 2 \text{ für } t = 4,85 \text{ (Tage)}$$

ب -

اتم:

$$y = e^{-0,032t+4} \text{ für } t = 0: y = e^4 \approx 54,6 \text{ (g)}$$

الف -

$$e^{-0,032t} = 0,02 \text{ für } t = 122,25 \text{ Tage}$$

ب -

1.13 کړبنیز مساواتسیستم د ۲ مساواتو او ۲ متحولو سره.

داسې سیستم له دوه مساواتو څخه جوړ دی. غوښتونې د دواړو مساواتو گډ حل دی. مختلفي تڼلارې شته، چې سړی حل ته ورسېږي

په لاندې einsetzen in = په ... کې ایښوول.

د جمعي تڼلار:

د حل پل(قدم) غوڅي(قطاع، که قطعه؟) د جمعي تڼلار ته لومړی امکان یا واریانت	مساواتسیستم: (I) $5x - 2y = 1$ (II) $3x + 3y = 9$
لومړی: مساوات ورته داسې بڼه بدل کړئ، چې ضریبونه (تر مخ عددونه) د y متحولي تر مخښې پورې سره سروخوري.	(I) $5x - 2y = 1 \cdot 1,5$ (II) $3x + 3y = 9$ $(I) \quad 7,5x - 3y = 1,5$ (II) $3x + 3y = 9$
دویم: منځ ته راغلي مساوات سره جمعه کړې او د x - متحولي پسې یې حل کړئ	$\left. \begin{array}{l} (I) \quad 7,5x - 3y = 1,5 \\ (II) \quad 3x + 3y = 9 \end{array} \right\} +$ $10,5x = 10,5 \quad : 10,5$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 1}}$

دریم: د x لپاره میندل شوي ارزښتونه د دواړو څخه په یوه مساوات کې کيږدئ او y پسي یې حل کړئ. څلورم: حلست یا حلېږئ ولیکئ	په $3x + 3y = 9$ کې ایښوونه: $x = 1$ $3 \cdot 1 + 3y = 9$ $\Leftrightarrow 3 + 3y = 9 \quad -3$ $\Leftrightarrow 3y = 6 \quad :3$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 2}}$ $L = \{(1 2)\}$

پنځم: ازماښت د ایښوونې له لارې

$$(I) \quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$

$$(II) \quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

د حل پلونه قدمونه د جمعې تڼلار لپاره

دویم واریانت

لومړی: مساوات داسې ورته بڼه بدل کړئ، چې د x ضریبونه (ترمخددونه) تر مخنځینې پورې سره یوځای شي.

دویم: منځ ته راغلي مساوات سره جمع کړئ او متحولي y پسي یې حل کړئ.

مساوات سیستم

$$(I) \quad 5x - 2y = 1$$

$$(II) \quad 3x + 3y = 9$$

$$(I) \quad 5x - 2y = 1 \quad | \cdot 3$$

$$(II) \quad 3x + 3y = 9 \quad | \cdot (-5)$$

$$(I) \quad 15x - 6y = 3$$

$$(II) \quad -15x - 15y = -45$$

$$\left. \begin{array}{l} (I) \quad 15x - 6y = 3 \\ (II) \quad -15x - 15y = -45 \end{array} \right\} +$$

$$-21y = -42 \quad | :(-21)$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 2}}$$

دریم: د x لپاره میندل شوي ارزښتونه له دې دوه پهیوه مساوت کې کیردئ او د متحولې x پسې یې حال کړئ. څلروم: حلست یا د حلډېرئ ولیکئ	$3x+3y=9$ کې کیردئ: $y=2$ (II) $3x + 3 \cdot 2 = 9$ $\Leftrightarrow 3x + 6 = 9 \quad -6$ $\Leftrightarrow 3x = 3 \quad : 3$ $\Leftrightarrow \underline{x = 1}$ $\underline{\underline{L = \{(1 2)\}}}$

پنځم: د ایښوونې له لارې ازماښت

$$(I) \quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$

$$(II) \quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

د برابر ایښوونې تلنلار

د حل پل د برابر ایښوونې تلنلار ته

واریانت 1

مساوات سیستم

$$(I) \quad 5x - 2y = 1$$

$$(II) \quad 3x + 3y = 9$$

$$(I) \quad 5x - 2y = 1 \quad | +2y$$

$$(II) \quad 3x + 3y = 9 \quad | -3y$$

$$(I) \quad 5x = 1 + 2y \quad | : 5$$

$$(II) \quad 3x = 9 - 3y \quad | : 3$$

$$(I) \quad x = \frac{1 + 2y}{5}$$

$$(II) \quad x = \frac{9 - 3y}{3}$$

لومړی: دواړه مساوات د اووښتونې یا متحولې x پسې حل کیري.

:

دویم: د مساوات بنی اړخونه برابر
ایښوول کيږي او د متحولې y پسې حل
کيږي.

$$(I) \quad x = \frac{1+2y}{5}$$

$$(II) \quad x = 3 - y$$

$$\frac{1+2y}{5} = 3 - y \quad | \cdot 5$$

$$\Leftrightarrow 1 + 2y = 15 - 5y \quad | +5y$$

$$\Leftrightarrow 1 + 7y = 15 \quad | -1$$

$$\Leftrightarrow 7y = 14 \quad | :7$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 2}}$$

$y=2$ ایښوول په (II) کې؛

دریم: (د کین لور الماني په پښتو: ایښوول
په .. کې)

د y میندل شوی ارزښت د دواړو څخه په
یوه وتونمساوات کې ایښوول کيږي، او دا
بیا د متحولې x پسې حل کيږي.

$$3x + 3y = 9$$

$$3x + 3 \cdot 2 = 9$$

$$\Leftrightarrow 3x + 6 = 9 \quad | -6$$

$$\Leftrightarrow 3x = 3 \quad | :3$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 1}}$$

څلورم: حلست یا -ډېرئ ولیکئ

$$\underline{\underline{L = \{(1 | 2)\}}}$$

پنځم: د ځا په ځای کولو یا ایښوولو له لارې ازماښت

$$(I) \quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$

$$(II) \quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

د حل پل د برابر ایښوولو له لارې

مساوات سیستم

$$(I) \quad 5x - 2y = 1$$

$$(II) \quad 3x + 3y = 9$$

واریانت 2

لومړۍ: دواړه مساوات د اووښتونې یا
متحولې y پسې حل کېږي.

$$(I) \quad 5x - 2y = 1 \quad | -5x$$

$$(II) \quad 3x + 3y = 9 \quad | -3x$$

$$(I) \quad -2y = 1 - 5x \quad | : (-2)$$

$$(II) \quad 3y = 9 - 3x \quad | : 3$$

$$(I) \quad y = \frac{1-5x}{-2}$$

$$(II) \quad y = \frac{9-3x}{3}$$

$$(I) \quad y = \frac{5x-1}{2}$$

$$(II) \quad y = 3-x$$

دویم: د دواړو مساواتو ښی خوا برابره
لیکل یا ایښوول کېږي او د متحولې x
پسې حل کېږي.

$$\frac{5x-1}{2} = 3-x \quad | \cdot 2$$

$$\Leftrightarrow 5x-1 = 6-2x \quad | +2x$$

$$\Leftrightarrow 7x-1 = 6 \quad | +1$$

$$\Leftrightarrow 7x = 7 \quad | : 7$$

$$\Leftrightarrow \underline{x = 1}$$

دریم (ښی الماني: ایښوول په ... کې)

د x میندل شوی ارزښت د دواړو
وټونمساواتو څخه په یوه کې ایښوول
کېږي، دا بیا د متحولې y پسې حل کېږي.

په $x=1$ کې (II): $3x + 3y = 9$ کې ایښوونه

$$3 \cdot 1 + 3y = 9$$

$$\Leftrightarrow 3 + 3y = 9 \quad | -3$$

$$\Leftrightarrow 3y = 6 \quad | : 3$$

$$\Leftrightarrow \underline{y = 2}$$

څلورم: د حلست ولیکئ

$$\underline{\underline{L = \{(1|2)\}}}$$

پنځم د ایښوونې له لارې ازماښت

$$(I) \quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$

$$(II) \quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

د ایښوونې تلنلار: د ایښوونې تلنلار لپاره د حل پلونه (قدمونه) وارینت 1 لومړۍ: مساوات (I) د x پسې حل کړي. دویم: د y څخه میندل شوی ترم په مساوات (II) کې ایښوول کړي او د y پسې حل کړي.	مساوات سیستم $(I) \quad 5x - 2y = 1$ $(II) \quad 3x + 3y = 9$ $(I) \quad 5x - 2y = 1 \quad +2y$ $\Leftrightarrow 5x = 2y + 1 \quad :5$ $\Leftrightarrow x = \frac{2}{5}y + \frac{1}{5}$ په (II) : $3x + 3y = 9$ په $x = \frac{2}{5}y + \frac{1}{5}$ $3 \left(\frac{2}{5}y + \frac{1}{5} \right) + 3y = 9$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y + \frac{3}{5} + 3y = 9 \quad -\frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y + 3y = 9 - \frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{21}{5}y = \frac{42}{5} \quad \cdot 5$ $\Leftrightarrow 21y = 42 \quad :21$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 2}}$

د حل پلونه (قدمونه) د اینیوولو تلنار لپاره واریانت 2 لومړۍ: مساوات (II) د متحولې y پسې حل کيږي. دویم: دینې لور میندل سوی ترم په مساوات (I) کې کيږدئ او په x پسې یې حل کړئ. دریم: د x لپاره میندل شوی ارزښت په یو د دې دوه وتونمساوتو کې اینیوول کيږي، او دا بیا د متحولې y پسې حل کيږي. <u>$L = \{(1 2)\}$</u> خلورم: حلست:	مساوات سیستم $(I) \quad 5x - 2y = 1$ $(II) \quad 3x + 3y = 9$ $(II) \quad 3x + 3y = 9 \quad -3x$ $\Leftrightarrow 3y = 9 - 3x \quad :3$ $\Leftrightarrow y = 3 - x$ $(I) \quad 5x - 2y = 1$ $(II) \quad 3x + 3y = 9$ $y = 3 - x$ په $5x - 2y = 1$: (1) کې کيږدئ $5x - 2(3 - x) = 1$ $\Leftrightarrow 5x - 6 + 2x = 1 \quad +6$ $\Leftrightarrow 7x = 7 \quad :7$ $\Leftrightarrow \underline{x = 1}$ $x = 1$ په (II) کې کيږدئ $3x + 3y = 9$ $3 \cdot 1 + 3y = 9$ $\Leftrightarrow 3 + 3y = 9 \quad -3$ $\Leftrightarrow 3y = 6 \quad :3$ $\Leftrightarrow \underline{y = 2}$

پنځم: ازماښت د اینیوولو له لارې

$$(I) \quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$

$$(II) \quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

ټولې درې تلنارې د هغه د واریانتو سره په یوه ټکلي مساوتسیستم وکارول شو. که څوک یوگونی تلنارې ټیک وگوري، پیژني، چې په واریانت 2 کې لږ د شمیرلو کار غوښتونی دی.

په یوه ټاکلي تلنار د شمیرلو کار د دې حل کوونکي مساوتسیستم په واک کې دی. له دې امله دې لومړۍ پام وشي، چې کومه تلنار د لږ کار سره سرته رسیدۍ شي. د دې لپاره نو

یو څو بیلگه ته اړ یو. لاندې بیګې دې د دې لپاره یوه کوچنۍ مرسته وي، چې مناسب د حل – یا ځواب تڼلار پیداشي.

د مناسب ځواب تڼلار لپاره بیلګې

بیلګه ۱ :

$\begin{aligned} \text{(I)} \quad y &= 7x + 8 \\ \text{(II)} \quad y &= -2x - 1 \end{aligned}$ د برابر ایښوونې لار $\begin{aligned} 7x + 8 &= -2x - 1 \quad +2x \\ \Leftrightarrow 9x + 8 &= -1 \quad -8 \\ \Leftrightarrow 9x &= -9 \quad :9 \\ \Leftrightarrow \underline{x} &= -1 \end{aligned}$	$x=1 \text{ په (1) کې ایښوونه } y=7x+8$ $\begin{aligned} y &= 7 \cdot (-1) + 8 \\ \Leftrightarrow y &= -7 + 8 \\ \Leftrightarrow \underline{y} &= 1 \end{aligned}$ حل: $L = \{(-1 1)\}$ ازمایښت $\begin{aligned} \text{(I)} \quad y &= 7x + 8 \Rightarrow y = 7 \cdot (-1) + 8 \\ \Leftrightarrow y &= -7 + 8 \Leftrightarrow y = 1 \quad (w) \\ \text{(II)} \quad y &= -2x - 1 \Rightarrow y = -2 \cdot (-1) - 1 \\ \Leftrightarrow y &= 2 - 1 \Leftrightarrow y = 1 \quad (w) \end{aligned}$

بیلګه ۲:

$\begin{aligned} \text{(I)} \quad 2x + 4y &= 8 \\ \text{(II)} \quad 2x - 5y &= 35 \end{aligned}$ د جمعې لار: حل: $L = \{(10 -3)\}$	$Y=3 \text{ ایښوونه په (1) کې}$ $\begin{aligned} \text{(I)} \quad 2x + 4y &= 8 \\ 2x - 12 &= 8 \quad +12 \\ \Leftrightarrow 2x &= 20 \quad :2 \\ \Leftrightarrow \underline{x} &= 10 \end{aligned}$

$\begin{array}{l} \text{(I)} \quad 2x + 4y = 8 \\ \text{(II)} \quad 2x - 5y = 35 \quad \cdot (-1) \\ \hline \left. \begin{array}{l} \text{(I)} \quad 2x + 4y = 8 \\ \text{(II)} \quad -2x + 5y = -35 \end{array} \right\} + \\ \hline \qquad \qquad 9y = -27 \quad : 9 \\ \Leftrightarrow \qquad \qquad \underline{\underline{y = -3}} \end{array}$	از مابینت $\begin{array}{l} \text{(I)} \quad 2x + 4y = 8 \Rightarrow 2 \cdot 10 + 4 \cdot (-3) = 8 \\ \Leftrightarrow 20 - 12 = 8 \Leftrightarrow 8 = 8 \quad (w) \\ \text{(II)} \quad 2x - 5y = 35 \Rightarrow 2 \cdot 10 - 5 \cdot (-3) = 35 \\ \Leftrightarrow 20 + 15 = 35 \Leftrightarrow 35 = 35 \quad (w) \end{array}$

بیلگه ۳ :

$\begin{array}{l} \text{(I)} \quad x + 2y = 5 \\ \text{(II)} \quad -x + y = 1 \end{array}$ د ایشوونې لار؛ (II) په y پسې حل کړئ $\begin{array}{l} -x + y = 1 \quad +x \\ \Leftrightarrow \qquad y = x + 1 \end{array}$ په (I) کې کیردئ $x+2y=5$ $\begin{array}{l} x + 2(x + 1) = 5 \\ \Leftrightarrow x + 2x + 2 = 5 \quad -2 \\ \Leftrightarrow \qquad 3x = 3 \quad : 3 \\ \Leftrightarrow \qquad \underline{\underline{x = 1}} \end{array}$	$x+2y=5$ په (1) کې کیردئ $x=1$... $\begin{array}{l} 1 + 2y = 5 \quad -1 \\ \Leftrightarrow 2y = 4 \quad : 2 \\ \Leftrightarrow \underline{\underline{y = 2}} \end{array}$ حل: $L = \{(1 2)\}$ از مابینت $\begin{array}{l} \text{(I)} \quad x + 2y = 5 \Rightarrow 1 + 4 = 5 \\ \Leftrightarrow 5 = 5 \quad (w) \\ \text{(II)} \quad -x + y = 1 \Rightarrow -1 + 2 = 1 = 35 \\ \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w) \end{array}$ د رښتیا لپاره w

$(I) \quad \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$ $(II) \quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$ د زیاتون یا جمعی لار: $(I) \quad \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \quad \cdot 2$ $(II) \quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \quad : (-2)$ $(I) \quad \frac{6}{x} - \frac{5}{y} = 4$ $(II) \quad -\frac{6}{x} - \frac{5}{y} = -2$ $-\frac{10}{y} = 2 \quad \cdot y$ $\Leftrightarrow -10 = 2y \quad : 2$ $\Leftrightarrow -5 = y$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = -5}}$	بیلګه ۴ : $Y = -5$ اینوونه په (1) کې $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$ $\frac{3}{x} - \frac{5}{2(-5)} = 2$ $\Leftrightarrow \frac{3}{x} + \frac{1}{2} = 2 \quad -\frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \frac{3}{x} = \frac{3}{2} \quad \cdot x$ $\Leftrightarrow 3 = \frac{3}{2}x \quad \cdot \frac{2}{3}$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$ حل: $L = \{(2 -5)\} \quad x, y \neq 0$ ازمایښت $(I) \quad \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{5}{2(-5)} = 2$ $\Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2 \quad (w)$ $(II) \quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \Rightarrow \frac{12}{2} + \frac{10}{-5} = 4$ $\Leftrightarrow 6 - 2 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \quad (w)$

يادونه:

مساوات سیستم د کسرونو ترمونو څخه جوړ دی. دا چې مخرج دد صفر کیدو اجازه نه لري یا نه شي صفر کیدی، تعریفېدو ابېد ورکړ شي. داسې مساوات سیستم کرښیز نه دی.

د رسمونې لار

$$(I) \quad x - y = -2 \quad L_I = \{(-2|0); (-1|1); (0|2); (1|3); \dots\}$$

$$(II) \quad -2x - y = 1 \quad L_{II} = \{(-2|3); (-1|1); (0|-1); (1|-3); \dots\}$$

د هر مساوات لپاره ارزښتجوړې د حل سټ دواړه مساوات د y پسي حل کيږي. په ګوته کوي.

$$(I) \quad x - y = -2 | +y$$

$$(II) \quad -2x - y = 1 | +y$$

$$(I) \quad x = -2 + y | +2$$

$$(II) \quad -2x = 1 + y | -1$$

$$(I) \quad x + 2 = y \Leftrightarrow y = x + 2$$

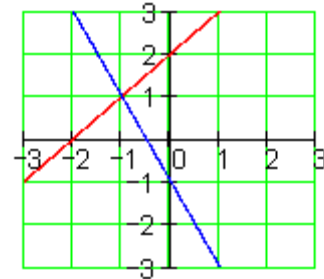
$$(II) \quad -2x - 1 = y \Leftrightarrow y = -2x - 1$$

کا دا په یوه کواورډیناتسیستم کې وکښل شي، نو دوه کرښې ترې لاس ته راځي. د کرښو په غوڅکي یا نقطه تقاطع کې د دواړو مساواتو حلست پروت دی.

$$L = \{(-1|1)\}$$

په هر مساوات کې د x لپاره عددونه ایښوول کيږي.

x	-2	-1	0	1
y_I	0	1	2	3
y_{II}	3	1	-1	-3



د رسمونې لار د مساوات او کرښو ترمنځ هندسي (ځمکچیزې) اړیکې لیدور کوي. د حل لار په حیث زیات وخت مناسب نه دی، چې د ګډغوڅکي کواورډینات په ګرفیک کې ناتیګ لوستل کیدی شي.

مساواتسیستم بې له یواځني - یا یوګوني حل څخه

رسمیزه حل یا درسم له لارې حل د مساوات او کرښې ترمنځ هندسي اړیکې لیدور کوي.

- دوه کرښې کیدی شي چې نسبت یو بل ته مختلف پروتځایونه ولري.

دا کیدی چې په یو ټکي کې سره غوڅي کړي، لکه پورته بیلګه چې لیدور کوي، د دواړو کرښیز مساوات لپاره ټک یو حل شتون لري.

- دا کیدی شي یو بل سره غبرګي وي، نو په دې حالت کې کوم ټکی نه شته، چې دواړه کرښي یې یو له بل سره ګډ ولري. له دې سره اړونده مساوات له دې امله حل نه لري.

- دا کیدی شي یو په بل پرتي وي، یعنې کټمټ وي، نو هر ټکی د یوې کرښي به د بلې کرښي ټکی هم وي. نو له دې امله به دا اړونده مساوات ناپای زیات حلونه ولري.

مساوات سیستم حل نه لري

$$(I) \quad 10x + 4y = 4$$

$$(II) \quad 5x + 2y = 1 \mid \cdot (-2)$$

$$\left. \begin{array}{l} (I) \quad 10x + 4y = 4 \\ (II) \quad -10x - 4y = -2 \end{array} \right\} +$$

دا د حل پیل مو یوه ناتیګ وینا ته بیایي.

دا په دې معنا، چې مساواتسیستم ته حل شتون نه لري.. لیدور دا په دې معنا دی، چې دواړه کرښي یو بل ته غبرګي خځلي او کوم ګډ ټکی نه لري.

$0=2$ نو دا ناتیګ وینا ده، له دې لاس ته

راځي $L=\{\}$

دا مساواتسیستم ناپای ډېر ځوابونه یا حلونه لري

$\left. \begin{array}{l} (I) \quad 10x + 4y = 2 \\ (II) \quad 5x + 2y = 1 \mid \cdot (-2) \\ (I) \quad 10x + 4y = 2 \\ (II) \quad -10x - 4y = -2 \end{array} \right\} +$	د ورته بڼه بدلون وروسته د مساوات (I) او مساوات (II) جمعه کونې یو بل سره پورته کوي یا له منځه وړي، دا په دې معنا چې مساوات ورته یا ایدنتیک دي. هره د اعدادو جوړه، چې مساوات (I) پوره کوي، دا مساوات (II) هم پوره کوي. لیدور دا په دې معنا دی، چې کرښي یو په بل پرتي دي.
$0=0$ له دې لاس ته راځي رښتیا وینا	

پوښتنې

مساوات سیستم

مساوات سیستم ته د دوه متحولو سره ګډوله پوښتنې، کرښیز مساوات سیستم، سیستم د کسري ترمونو سره او شي پوښتنې (د متن سره پ، پښتنې)

لومړۍ: د لاندې مساوات سیستم حلست وټاکئ

$$\begin{array}{ll} \text{(I)} & 4x + 5y = 32 \\ \text{(II)} & y = 5x - 11 \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{(I)} & 5y - 3x = 1 \\ \text{(II)} & x = y + 1 \end{array} \quad \text{الف- ب}$$

$$\begin{array}{ll} \text{(I)} & 3x = y + 15 \\ \text{(II)} & 2y - 10 = 2x \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{(I)} & 15y - 4x = -50 \\ \text{(II)} & x = y + 7 \end{array} \quad \text{پ- ت}$$

د ویم: د لاندې مساوات سیستم حلست وټاکئ

$$\begin{array}{ll} \text{(I)} & \frac{x}{2} - \frac{3y}{5} = 3 \\ \text{(II)} & \frac{x}{4} + y = 8 \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{(I)} & 2y = 2x - 40 \\ \text{(II)} & 3x = 10 - 2y \end{array} \quad \text{الف- ب}$$

$$\begin{array}{ll} \text{(I)} & \frac{x+5}{y-7} = \frac{4}{3} \\ \text{(II)} & \frac{x+2}{y-5} = \frac{5}{8} \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{(I)} & \frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} = 3 \\ \text{(II)} & \frac{7x}{25} - \frac{5y}{16} = \frac{3}{20} \end{array} \quad \text{پ- ت}$$

دریم: د لاندې مساوات سیستم حلست وټاکئ

$$\begin{array}{ll} \text{(I)} & \frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6} \\ \text{(II)} & \frac{4}{y} + \frac{5}{2} = \frac{9}{x} \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{(I)} & \frac{4}{3x+1} = \frac{2}{3y-13} \\ \text{(II)} & \frac{2}{5x-10} = \frac{4}{7y-6} \end{array} \quad \text{الف- ب}$$

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad \frac{3}{2x-1} - \frac{8}{3y+2} &= -\frac{1}{5} & \text{(I)} \quad \frac{4}{x} + \frac{8}{y} &= \frac{5}{3} \\ \text{(II)} \quad \frac{5}{2x-1} + \frac{4}{3y+2} &= \frac{8}{15} & \text{(II)} \quad \frac{2}{x} - \frac{4}{y} &= -\frac{1}{6} \end{aligned}$$

پ - ت -

څلورم: د لاندې مساوات سیستم حلست وټاکئ

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad \frac{7}{2x-5} - \frac{9}{7y+5} &= \frac{10}{3} & \text{(II)} \quad \frac{24}{2x-5} + \frac{15}{7y+5} &= \frac{19}{3} \end{aligned}$$

پنځم: یو پلار په دې لحظه کې څلورواړه دومره عمر لري لکه څوې یې او په ۵ کاله کې به فقط درې واړه دومره عمر ولري. دا دواړه همدا اوس څومره عمر لري؟

شپږم: په کوم وخت کې به یو (اوبه) ساتونې (بیلر؟) له دوه نلونو څخه نیمه پک شي، چې لومړۍ نل د ټول ساتونې د پکولو لپاره ۱۸ دقیقې اودویم د دې لپاره ۲۲ دقیقو ته اړتیا ولري یا په کار ولري؟

اوم: د یوه مستطیل یا ولاړکونجیز چاپیریال یا محیط ۱۸۰ سانتي متره دی. اړخ a څومره اوږد دی، که اړخ b ۳۰ سانتي متره وي؟

اتم: که د دوه ارزښتخايزه پرته جمعه یا پروت زیاتون عدد 9 دی. که ارزښتونه بدل شي، نو نوی عدد لاس ته راځي چې د زاړه عدد 7/4 ده. دواړه څا ارزښتونه څومره دي؟

ځوابونه:

نتیجې:

لومړۍ:

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad 5y - 3x &= 1 \\ \text{(II)} \quad x &= y + 1 \end{aligned} \Rightarrow L = \{(3 | 2)\}$$

الف -

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad 4x + 5y &= 32 \\ \text{(II)} \quad y &= 5x - 11 \end{aligned} \Rightarrow L = \{(3 | 4)\}$$

ب -

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad 15y - 4x &= -50 \\ \text{(II)} \quad x &= y + 7 \end{aligned} \Rightarrow L = \{(5 | -2)\}$$

پ -

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad 3x &= y + 15 \\ \text{(II)} \quad 2y - 10 &= 2x \end{aligned} \Rightarrow L = \{(10 | 15)\}$$

ت -

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad 2y &= 2x - 40 \\ \text{(II)} \quad 3x &= 10 - 2y \end{aligned} \Rightarrow L = \{(10 | -10)\}$$

دویم: الف -

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad \frac{x}{2} - \frac{3y}{5} &= 3 \\ \text{(II)} \quad \frac{x}{4} + y &= 8 \end{aligned} \Rightarrow L = \{(12 | 5)\}$$

ب -

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad \frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} &= 3 \\ \text{(II)} \quad \frac{7x}{25} - \frac{5y}{16} &= \frac{3}{20} \end{aligned} \Rightarrow L = \{(5 | 4)\}$$

پ -

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad \frac{x+5}{y-7} &= \frac{4}{3} \\ \text{(II)} \quad \frac{x+2}{y-5} &= \frac{5}{8} \end{aligned} \Rightarrow L = \{(3 | 13)\}$$

ت -

دریم:

$$(I) \frac{4}{3x+1} = \frac{2}{3y-13} \Rightarrow L = \{(7|8)\}$$

$$(II) \frac{2}{5x-10} = \frac{4}{7y-6} \quad \text{الف -}$$

$$(I) \frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6} \Rightarrow L = \{(3|8)\}$$

$$(II) \frac{4}{y} + \frac{5}{2} = \frac{9}{x} \quad \text{ب -}$$

$$(I) \frac{4}{x} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3} \Rightarrow L = \{(6|8)\}$$

$$(II) \frac{2}{x} - \frac{4}{y} = -\frac{1}{6} \quad \text{پ -}$$

$$(I) \frac{3}{2x-1} - \frac{8}{3y+2} = -\frac{1}{5} \Rightarrow L = \{(8|6)\}$$

$$(II) \frac{5}{2x-1} + \frac{4}{3y+2} = \frac{8}{15} \quad \text{ت -}$$

|

خلورم:

$$(I) \frac{7}{2x-5} - \frac{9}{7y+5} = \frac{10}{3} \quad (II) \frac{24}{2x-5} + \frac{15}{7y+5} = \frac{19}{3} \Rightarrow L = \{(4|-2)\}$$

$$x = 4y \quad \wedge \quad (x+5) = 3(y+5) \Rightarrow L = \{40|10\} \quad \text{پنجم:}$$

پلار 40 او خوي 10 کاله عمر لري.

شپږم:

$$\frac{x}{18} + \frac{x}{22} = \frac{1}{2} \Rightarrow L = \left\{ \frac{99}{20} \right\}$$

خونډیونی (اوبنی) یا بیلر په ۴ دقیقو او ۵۷ ثانیو کې نیم ډکیري.

$$2a + 2b = 180 \quad \wedge \quad b = 30 \Rightarrow L = \{60 | 30\}$$

د مستطیل یا ولاړگودیز اړخ 60 cm اوږد دی.

اتم:

$$x + y = 9 \quad \wedge \quad 10y + x = \frac{7}{4} \cdot (10x + y) \Rightarrow L = \{3 | 6\}$$

د عدد ځای ارزښت 3 او 6 دي. عدد 36 دی.

مفصل ځوابونه:

لومړی: الف- مفصل ځواب د په ځای ایښوونې تلنلار سره

$(I) \quad 5y - 3x = 1$ $(II) \quad x = y + 1$ $x = y + 2 \text{ په (I) کې کيږدئ}$ $5y - 3(y + 1) = 1$ $\Leftrightarrow 5y - 3y - 3 = 1 \quad +3$ $\Leftrightarrow 2y = 4 \quad :2$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 2}}$	$y = 2 \text{ په (II) کې کيږدئ}$ $x = 2 + 1$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$ $L = \{(3 2)\}$ حل: ازماښت $(I) \quad 5y - 3x = 1 \Rightarrow 5 \cdot 2 - 3 \cdot 3 = 1$ $\Leftrightarrow 10 - 9 = 1 \quad (w)$ $(II) \quad x = y + 1 \Rightarrow 3 = 2 + 1 \quad (w)$

ب- مفصل ځواب د په ځای ایښوونې تلنلار سره

$(I) \quad 4x + 5y = 32$ $(II) \quad y = 5x - 11$ په $y = 5x - 11$ کې کړدئ $4x + 5(5x - 11) = 32$ $\Leftrightarrow 4x + 25x - 55 = 32 \quad +55$ $\Leftrightarrow 29x = 87 \quad : 29$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$	$x=3$ په (II) کې کړدئ $y = 15 - 11$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 4}}$ $L = \{(3 4)\}$ حل: ازمایښت: $(I) \quad 4x + 5y = 32 \Rightarrow 4 \cdot 3 + 5 \cdot 4 = 32$ $\Leftrightarrow 12 + 20 = 32 \quad (w)$ $(II) \quad y = 5x - 11 \Rightarrow 4 = 5 \cdot 3 - 11$ $\Leftrightarrow 4 = 15 - 11 \quad (w)$

ب- مفصل ځواب د په ځای ایښوونې تلنلار سره

$(I) \quad 15y - 4x = -50$ $(II) \quad x = y + 7$ په $x = y + 7$ کې کړدئ $15y - 4(y + 7) = -50$ $\Leftrightarrow 15y - 4y - 28 = -50 \quad +28$ $\Leftrightarrow 11y = -22 \quad : 11$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = -2}}$	$y=-2$ په (II) کې کړدئ $x = -2 + 7$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 5}}$ $L = \{(5 -2)\}$ حل: ازمایښت: $(I) \quad 15y - 4x = -50 \Rightarrow 15 \cdot (-2) - 4 \cdot 5 = -50$ $\Leftrightarrow -30 - 20 = -50 \quad (w)$ $(II) \quad x = y + 7 \Rightarrow 5 = -2 + 7 \quad (w)$

$\begin{array}{l} \text{(I)} \quad 3x = y + 15 \quad -15 \\ \text{(II)} \quad 2y - 10 = 2x \quad +10 \\ \hline \text{(I)} \quad 3x - 15 = y \\ \text{(II)} \quad 2y = 2x + 10 \quad :2 \\ \hline \text{(I)} \quad y = 3x - 15 \\ \text{(II)} \quad y = x + 5 \end{array}$ بنی اړخ برابر کیردی $\begin{array}{l} 3x - 15 = x + 5 \quad -x \\ \Leftrightarrow 2x - 15 = 5 \quad +15 \\ \Leftrightarrow 2x = 20 \quad :2 \\ \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 10}} \end{array}$	ت- ځواب د برابر اړینوونې تڼلار سره $x=10$ په (II) کې کیردی $\begin{array}{l} \text{(II)} \quad y = x + 5 \\ y = 10 + 5 \\ \Leftrightarrow \underline{\underline{y = 15}} \end{array}$ حل: $L = \{(10 15)\}$ ازماښت: $\begin{array}{l} \text{(I)} \quad 3x = y + 15 \Rightarrow 3 \cdot 10 = 15 + 15 \\ \Leftrightarrow 30 = 30 \quad (w) \\ \text{(II)} \quad 2y - 10 = 2x \Rightarrow 2 \cdot 15 - 10 = 2 \cdot 10 \\ \Leftrightarrow 30 - 10 = 20 \quad (w) \end{array}$

دویم: الف- مفصل ځواب د جمعې تڼلار سره $x=10$

$\begin{array}{l} \text{(I)} \quad 2y = 2x - 40 \quad -2x \\ \text{(II)} \quad 3x = 10 - 2y \quad +2y \\ \hline \text{(I)} \quad 2y - 2x = -40 \\ \text{(II)} \quad 2y + 3x = 10 \quad \cdot (-1) \\ \hline \left. \begin{array}{l} \text{(I)} \quad 2y - 2x = -40 \\ \text{(II)} \quad -2y - 3x = -10 \end{array} \right\} + \\ \hline -5x = -50 \quad : (-5) \\ \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 10}} \end{array}$	په (I) کې کیردی $\begin{array}{l} 2y = 2 \cdot 10 - 40 \\ \Leftrightarrow 2y = 20 - 40 \\ \Leftrightarrow 2y = -20 \quad :2 \\ \Leftrightarrow \underline{\underline{y = -10}} \end{array}$ حل: $L = \{(10 -10)\}$ ازماښت $\begin{array}{l} \text{(I)} \quad 2y = 2x - 40 \Rightarrow 2 \cdot (-10) = 2 \cdot 10 - 40 \\ \Leftrightarrow -20 = 20 - 40 \Leftrightarrow -20 = -20 \quad (w) \\ \text{(II)} \quad 3x = 10 - 2y \Rightarrow 3 \cdot 10 = 10 - 2 \cdot (-10) \\ \Leftrightarrow 30 = 10 + 20 \Leftrightarrow 30 = 30 \quad (w) \end{array}$

ب - مفصل خواب د برابر اینوونې تئلار ه

$(I) \quad \frac{x}{2} - \frac{3y}{5} = 3 \quad + \frac{3y}{5}$ $(II) \quad \frac{x}{4} + y = 8 \quad -y$ $(I) \quad \frac{x}{2} = \frac{3y}{5} + 3$ $(II) \quad \frac{x}{4} = 8 - y \quad \cdot 2$ $(I) \quad \frac{x}{2} = \frac{3y}{5} + 3$ $(II) \quad \frac{x}{2} = 16 - 2y$ بنی اړخ برابر کیردی $\frac{3y}{5} + 3 = 16 - 2y \quad + 2y$ $\Leftrightarrow \frac{3y}{5} + 2y + 3 = 16 \quad -3$ $\Leftrightarrow \frac{3y}{5} + \frac{10y}{5} = 13 \quad \cdot 5$ $\Leftrightarrow 3y + 10y = 65$ $\Leftrightarrow 13y = 65 \quad : 13$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 5}}$	$(II) \quad \frac{x}{2} = 16 - 2y$ په $y=5$ کې کیردی $\frac{x}{2} = 16 - 10$ $\Leftrightarrow \frac{x}{2} = 6 \quad \cdot 2$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 12}}$ حل: $L = \{(12 5)\}$ ازماینت: $(I) \quad \frac{x}{2} - \frac{3y}{5} = 3 \Rightarrow \frac{12}{2} - \frac{3 \cdot 5}{5} = 3$ $\Leftrightarrow 6 - 3 = 3 \Leftrightarrow 3 = 3 \quad (w)$ $(II) \quad \frac{x}{4} + y = 8 \Rightarrow \frac{12}{4} + 5 = 8$ $\Leftrightarrow 3 + 5 = 8 \Leftrightarrow 8 = 8 \quad (w)$

پ- مفصل خواب د جمعی تئلار سره

$$(I) \quad \frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} = 3$$

HN=60

$$(II) \quad \frac{7x}{25} - \frac{5y}{16} = \frac{3}{20}$$

HN=400

$$(I) \quad \frac{8x}{60} + \frac{35y}{60} = 3 \mid \cdot 60$$

$$(II) \quad \frac{112x}{400} - \frac{125y}{400} = \frac{3}{20} \mid \cdot 400$$

$$(I) \quad 8x + 35y = 180 \mid \cdot 14$$

$$(II) \quad 112x - 125y = 60 \mid \cdot (-1)$$

$$\left. \begin{array}{l} (I) \quad 112x + 490y = 2520 \\ (II) \quad -112x + 125y = -60 \end{array} \right\} +$$

$$615y = 2460 \mid : 615$$

$$\Leftrightarrow y = 4$$

$$(I) \quad \frac{x+5}{y-7} = \frac{4}{3} \mid \cdot 3 \cdot (y-7)$$

$$(II) \quad \frac{x+2}{y-5} = \frac{5}{8} \mid \cdot 8 \cdot (y-5)$$

$$(I) \quad \frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} = 3 \quad \text{په } y=4 \quad \text{کی اینوونه}$$

$$\frac{2x}{15} + \frac{28}{12} = 3 \mid - \frac{28}{12}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x}{15} = \frac{36}{12} - \frac{28}{12}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x}{15} = \frac{8}{12} \mid \cdot \frac{15}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{8 \cdot 15}{12 \cdot 2} \Leftrightarrow x = 5$$

$$L = \{(5 \mid 4)\} \quad \text{حل:}$$

از مابینت

$$(I) \quad \frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} = 3 \Rightarrow \frac{2 \cdot 5}{15} + \frac{7 \cdot 4}{12} = 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3} + \frac{7}{3} = 3 \Leftrightarrow \frac{9}{3} = 3 \Leftrightarrow 3 = 3 \quad (w)$$

$$(II) \quad \frac{7x}{25} - \frac{5y}{16} = \frac{3}{20} \Rightarrow \frac{7 \cdot 5}{25} - \frac{5 \cdot 4}{16} = \frac{3}{20}$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{5} - \frac{5}{4} = \frac{3}{20} \Leftrightarrow \frac{28}{20} - \frac{25}{20} = \frac{3}{20}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{20} = \frac{3}{20} \quad (w)$$

ت۔ مفصل خواب د جمعی تلنار سره

$$(I) \quad \frac{x+5}{y-7} = \frac{4}{3} \quad \text{په } y=13 \quad \text{کی کیردی}$$

$$\frac{x+5}{6} = \frac{4}{3} \mid \cdot 6$$

$$\Leftrightarrow x+5 = 8 \mid -5$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

$\begin{array}{l} \text{(I)} \quad 3(x+5) = 4(y-7) \\ \text{(II)} \quad 8(x+2) = 5(y-5) \\ \hline \text{(I)} \quad 3x+15 = 4y-28 \quad -4y-15 \\ \text{(II)} \quad 8x+16 = 5y-25 \quad -5y-16 \\ \hline \text{(I)} \quad 3x-4y = -43 \quad \cdot 8 \\ \text{(II)} \quad 8x-5y = -41 \quad \cdot (-3) \\ \hline \left. \begin{array}{l} \text{(I)} \quad 24x-32y = -344 \\ \text{(II)} \quad -24x+15y = 123 \end{array} \right\} + \\ \hline -17y = -121 \quad : (-17) \\ \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{y = 13}} \end{array}$	حل: $L = \{(3 13)\} \quad y \notin \{5;7\}$ ازمايښت $\begin{array}{l} \text{(I)} \quad \frac{x+5}{y-7} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{3+5}{13-7} = \frac{4}{3} \\ \Leftrightarrow \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{4}{3} = \frac{4}{3} \quad (w) \\ \text{(II)} \quad \frac{x+2}{y-5} = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{3+2}{13-5} = \frac{5}{8} \\ \Leftrightarrow \frac{5}{8} = \frac{5}{8} \quad (w) \end{array}$
$\begin{array}{l} \text{(I)} \quad \frac{4}{3x+1} = \frac{2}{3y-13} \\ \text{(II)} \quad \frac{2}{5x-10} = \frac{4}{7y-6} \\ \hline \text{(I)} \quad 4(3y-13) = 2(3x+1) \quad : 2 \\ \text{(II)} \quad 2(7y-6) = 4(5x-10) \quad : 2 \\ \hline \text{(I)} \quad 2(3y-13) = 3x+1 \\ \text{(II)} \quad 7y-6 = 2(5x-10) \\ \hline \text{(I)} \quad 6y-26 = 3x+1 \quad -3x+26 \\ \text{(II)} \quad 7y-6 = 10x-20 \quad -10x+6 \end{array}$	درېم: الف- مفصل ځواب د جمعې تلنلار سره $Y=8$ په (I) کې ايښوونه $\begin{array}{l} \text{(I)} \quad \frac{4}{3x+1} = \frac{2}{3y-13} \\ \hline \frac{4}{3x+1} = \frac{2}{11} \\ \Leftrightarrow 4 \cdot 11 = 2(3x+1) \\ \Leftrightarrow 44 = 6x+2 \quad -2 \\ \Leftrightarrow 42 = 6x \quad : 6 \\ \Leftrightarrow 7 = x \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 7}} \end{array}$ حل: $L = \{(7 8)\} \quad x \notin \left\{-\frac{1}{3}; 2\right\} \quad y \notin \left\{\frac{6}{7}; \frac{13}{3}\right\}$ ازمايښت

$\begin{array}{l} \text{(I)} \quad -3x + 6y = 27 \mid \cdot (-10) \\ \text{(II)} \quad -10x + 7y = -14 \mid \cdot 3 \\ \hline \text{(I)} \quad 30x - 60y = -270 \\ \text{(II)} \quad -30x + 21y = -42 \\ \hline \quad -39y = -312 \mid : (-39) \\ \hline \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{y = 8}} \end{array}$	$\begin{array}{l} \text{(I)} \quad \frac{4}{3x+1} = \frac{2}{3y-13} \Rightarrow \frac{4}{3 \cdot 7+1} = \frac{2}{3 \cdot 8-13} \\ \Leftrightarrow \frac{4}{22} = \frac{2}{11} \Leftrightarrow \frac{2}{11} = \frac{2}{11} \text{ (w)} \\ \text{(II)} \quad \frac{2}{5x-10} = \frac{4}{7y-6} \Rightarrow \frac{2}{5 \cdot 7-10} = \frac{4}{7 \cdot 8-6} \\ \Leftrightarrow \frac{2}{25} = \frac{4}{50} \Leftrightarrow \frac{2}{25} = \frac{2}{25} \text{ (w)} \end{array}$

$(I) \frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6}$ $(II) \frac{4}{y} + \frac{5}{2} = \frac{9}{x} \quad -\frac{9}{x} - \frac{5}{2}$ $(I) \quad \frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6}$ $(II) -\frac{9}{x} + \frac{4}{y} = -\frac{5}{2} \quad \cdot 3$ $(I) \quad \frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6} \quad \left. \vphantom{\frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6}} \right\} +$ $(II) -\frac{27}{x} + \frac{12}{y} = -\frac{15}{2}$ $\frac{7}{x} - \frac{27}{x} = \frac{5}{6} - \frac{15}{2}$ $\Leftrightarrow -\frac{20}{x} = -\frac{40}{6}$ $\Leftrightarrow -\frac{x}{20} = -\frac{6}{40} \quad \cdot (-20)$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$	ب۔ مفصل خواب د جمعی تلنلار سره $x=3$ په II کی کیردی $\frac{4}{y} + \frac{5}{2} = \frac{9}{x}$ $\frac{4}{y} + \frac{5}{2} = 3 \quad -\frac{5}{2}$ $\Leftrightarrow \frac{4}{y} = \frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \frac{y}{4} = 2 \quad \cdot 4$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 8}}$ حل: $L = \{(3 8)\} \quad x, y \neq 0$ ازماښت $(I) \frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{7}{3} - \frac{12}{8} = \frac{5}{6}$ $\Leftrightarrow \frac{56}{24} - \frac{36}{24} = \frac{5}{6} \Leftrightarrow \frac{20}{24} = \frac{5}{6} \quad (w)$ $(II) \frac{4}{y} + \frac{5}{2} = \frac{9}{x} \Rightarrow \frac{4}{8} + \frac{5}{2} = \frac{9}{3}$

631

1.13 کرښیز مساوات سیستم د...

	$\Leftrightarrow \frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 3 \Leftrightarrow \frac{6}{2} = 3 \quad (w)$ پ۔ مفصل خواب د جمعی تلنلار سره $x=6$ په (I) کی ایښوونه $(I) \quad \frac{4}{x} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3}$

$(I) \frac{4}{x} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3}$ $(II) \frac{2}{x} - \frac{4}{y} = -\frac{1}{6} \quad \cdot 2$ $\left. \begin{array}{l} (I) \quad \frac{4}{x} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3} \\ (II) \quad \frac{4}{x} - \frac{8}{y} = -\frac{1}{3} \end{array} \right\} +$ $\frac{8}{x} = \frac{4}{3}$ $\Leftrightarrow \frac{x}{8} = \frac{3}{4} \quad \cdot 8$ $\Leftrightarrow x = \frac{3 \cdot 8}{4}$ $\Leftrightarrow x = \frac{24}{4}$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 6}}$ $(I) \frac{3}{2x-1} - \frac{8}{3y+2} = -\frac{1}{5}$	$\frac{4}{6} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3} \quad -\frac{4}{6}$ $\Leftrightarrow \frac{8}{y} = \frac{3}{3}$ $\Leftrightarrow \frac{y}{8} = 1 \quad \cdot 8$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 8}}$ حل: $L = \{(6 8)\} \quad x, y \neq 0$ از مابینت: $(I) \frac{4}{x} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{4}{6} + \frac{8}{8} = \frac{5}{3}$ $\Leftrightarrow \frac{2}{3} + \frac{3}{3} = \frac{5}{3} \Leftrightarrow \frac{5}{3} = \frac{5}{3} \quad (w)$ $(II) \frac{2}{x} - \frac{4}{y} = -\frac{1}{6} \Rightarrow \frac{2}{6} - \frac{4}{8} = -\frac{1}{6}$ $\Leftrightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{2}{6} - \frac{3}{6} = -\frac{1}{6} \quad (w)$ ت- مفصل خواب د جمعې تلنلار سره $x = 8$ په کې کیردی $(II) \frac{5}{2x-1} + \frac{4}{3y+2} = \frac{8}{15}$

$(I) \frac{3}{2x-1} - \frac{8}{3y+2} = -\frac{1}{5}$ $(II) \frac{5}{2x-1} + \frac{4}{3y+2} = \frac{8}{15} \quad \cdot 2$ $(I) \frac{3}{2x-1} - \frac{8}{3y+2} = -\frac{1}{5} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} +$ $(II) \frac{10}{2x-1} + \frac{8}{3y+2} = \frac{16}{15}$ $\frac{13}{2x-1} = \frac{13}{15}$ $\Leftrightarrow \frac{2x-1}{13} = \frac{15}{13} \quad \cdot 13$ $\Leftrightarrow 2x-1 = 15 \quad +1$ $\Leftrightarrow 2x = 16 \quad : 2$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 8}}$	$\frac{5}{15} + \frac{4}{3y+2} = \frac{8}{15} \quad - \frac{5}{15}$ $\Leftrightarrow \frac{4}{3y+2} = \frac{3}{15}$ $\Leftrightarrow \frac{3y+2}{4} = \frac{15}{3} \quad \cdot 4$ $\Leftrightarrow 3y+2 = 20 \quad -2$ $\Leftrightarrow 3y = 18 \quad : 3$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 6}}$ $L = \{(8 6)\} \quad x \neq \frac{1}{2}; y \neq -\frac{2}{3}$ حل: از مابینت $(I) \frac{3}{2x-1} - \frac{8}{3y+2} = -\frac{1}{5} \Rightarrow \frac{3}{15} - \frac{8}{20} = -\frac{1}{5} \quad (w)$ $(II) \frac{5}{2x-1} + \frac{4}{3y+2} = \frac{8}{15} \Rightarrow \frac{5}{15} + \frac{4}{20} = \frac{8}{15} \quad (w)$ خلورم:

$(I) \frac{7}{2x-5} - \frac{9}{7y+5} = \frac{10}{3} \quad \cdot 5$ $(II) \frac{24}{2x-5} + \frac{15}{7y+5} = \frac{19}{3} \quad \cdot 3$ $(I) \frac{35}{2x-5} - \frac{45}{7y+5} = \frac{50}{3} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} +$ $(II) \frac{72}{2x-5} + \frac{45}{7y+5} = \frac{57}{3}$	مفصل خواب د جمعی تلنار سره $x=4$ په (1) کې کیردی $(I) \frac{7}{2x-5} - \frac{9}{7y+5} = \frac{10}{3}$ $\frac{7}{3} - \frac{9}{7y+5} = \frac{10}{3} \quad - \frac{7}{3}$ $\Leftrightarrow -\frac{9}{7y+5} = \frac{3}{3}$

$$\begin{aligned} \frac{107}{2x-5} &= \frac{107}{3} \\ \Leftrightarrow \frac{2x-5}{107} &= \frac{3}{107} \quad | \cdot 107 \\ \Leftrightarrow 2x-5 &= 3 \quad | +5 \\ \Leftrightarrow 2x &= 8 \quad | :2 \\ \Leftrightarrow \underline{\underline{x}} &= \underline{\underline{4}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad \frac{7}{2x-5} - \frac{9}{7y+5} &= \frac{10}{3} \\ \Leftrightarrow -\frac{7y+5}{9} &= \frac{3}{3} \quad | \cdot (-9) \\ \Leftrightarrow 7y+5 &= -9 \quad | -5 \\ \Leftrightarrow 7y &= -14 \quad | :7 \\ \Leftrightarrow \underline{\underline{y}} &= \underline{\underline{-2}} \end{aligned}$$

$$L = \{(4 | -2)\} \quad x \neq \frac{5}{2}, y \neq -\frac{5}{7} \quad \text{حل:}$$

$$\text{(I)} \quad \frac{7}{2x-5} - \frac{9}{7y+5} = \frac{10}{3} \Rightarrow \frac{7}{3} - \frac{9}{-9} = \frac{10}{3} \Leftrightarrow \frac{7}{3} + \frac{3}{3} = \frac{10}{3} \Leftrightarrow \frac{10}{3} = \frac{10}{3} \quad (w)$$

$$\text{(II)} \quad \frac{24}{2x-5} + \frac{15}{7y+5} = \frac{19}{3} \Rightarrow \frac{24}{3} + \frac{15}{-9} = \frac{19}{3} \Leftrightarrow \frac{24}{3} - \frac{5}{3} = \frac{19}{3} \Leftrightarrow \frac{19}{3} = \frac{19}{3} \quad (w)$$

پنځم: يو پلار په دې سترگورپ کې څلور ځله دومره عمر لري لکه د ده ځوي او په پنځه کاله کې به يې عمر فقط درې واره دومره عمر ولري. په دې اوس وخت کې دواړه څومره عمر لري يا څومره زاړه دي؟

اووښتوني يا متحولي: پلار x ځوي y

يو پلار په دې سترگورپ کې د ځوي په څلور براره زوړ دی

$$x = 4y$$

پلار په 5 کالو فقط درې واره دومره زوړ دی لکه ځوي يې

$$x + 5 = 3(y + 5)$$

مسواوتسيستم: $(I) \quad x = 4y$ $(II) \quad x + 5 = 3(y + 5)$ د اېښوونې تگلار سره حل\ $x=4y$ په (II) کې کيږدئ $1 \quad (II) \quad x + 5 = 3(y + 5)$ $4y + 5 = 3(y + 5)$ $\Leftrightarrow 4y + 5 = 3y + 15 \quad -3y - 5$ $\Leftrightarrow y = 10$ $y=10$ په (I) کې کيږدئ $(I) \quad x = 4y$ $x = 40$	حل: $L = \{(40 10)\}$ ازماېښت: $(I) \quad x = 4y$ $\Rightarrow 40 = 4 \cdot 10$ $\Leftrightarrow 40 = 40 \quad (w)$ $(II) \quad x + 5 = 3(y + 5)$ $\Rightarrow 40 + 5 = 3(10 + 5)$ $\Leftrightarrow 45 = 3 \cdot 15$ $\Leftrightarrow 45 = 45 \quad (w)$

پلار ۴۰ کلن او ځوي ۱۰ کلن دی.

شپږم: یو اوبه ساتی به له دوه نلونو څخه په کوم وخت کې نیم ډک شي، که د ټول اوبه ساتي ډکلو لپاره ۱۸ دقیقې او دویم ۲۲ دقیقو ته اړتیا ولري؟

ایښوونه: لومړی نل اوبنۍ (ابدان) په یوه دقیقه کې $1/18$ ډکوي.

دویم نل دا اوبنۍ یا ابدان په یوه دقیقه کې $1/22$ ډکوي.

غوښتونۍ وخت دی په دقیقو، یعنې اووښتونې یا متحوله x .

$$\left(\frac{1}{18} + \frac{1}{22} \right) x = \frac{1}{2} \quad | \cdot 2 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right) x = 1$$

HN=99

$$\Leftrightarrow \left(\frac{11}{99} + \frac{9}{99} \right) x = 1 \Leftrightarrow \frac{20}{99} x = 1 \quad | \cdot \frac{99}{20}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{99}{20} \Rightarrow L = \left\{ \frac{99}{20} \right\}$$

$\frac{99}{20}$ دقیقې $4\frac{19}{20}$ دي يا ۴ دقیقې او ۵۷ ثانيې

اوښی یا ابدان یا اوبساتی په ۴ دقیقو او ۵۷ ثانیو کې نیم ډکیري.

دا پوښتنه کیدی شي د یوه ساده مساوات سره حل شي.

اووم: د یوه ولاړگودیز یا مستطیل چاپیریال 180 cm دی. اړخ څومره اوږد دی، که د b اړخ 30 cm وي؟

د ولاړگودیز یا مستطیل دی: $2a + 2b = 180$

د b اړخ 30 cm وي: $b = 30$

مساوات سیستم

$$(I) \quad 2a + 2b = 180$$

$$(II) \quad b = 30$$

د ایښوونې تلنلار سره حل: $b = 30$ په (I) کې کیردی

$$(I) \quad 2a + 2b = 180$$

$$2a + 2 \cdot 30 = 180$$

$$\Leftrightarrow 2a + 60 = 180 \quad | -60$$

$$\Leftrightarrow 2a = 120 \quad | : 2$$

$$\Leftrightarrow \underline{a = 60} \Rightarrow L = \{(60 | 30)\}$$

ازمایننت: $a + 2b = 180 \Rightarrow 2 \cdot 60 + 3 \cdot 30 = 180 \Leftrightarrow 120 + 60 = 180 \quad (w)$

د a اړخ 60 cm وړدی.

اتم: د دوه ځایزو عدد پروتزیاتو یا پرته جمعه 9 ده. که ځای ارزښتونه سره بدل شي، نو نوی عدد $7/4$ دومره لوی دی، لکه دا زوړ. دواړه اعداد څه نومیري؟

عدد د خای x او y څخه جوړ دی او ارزښت $10x + y$ لري.

د عدد پروت زیاتون (پرتنه جمعه) دی: $x + y = 9$

که خای ارزښتونه سره بدل شي، نو سړی نوی عدد د ارزښت $10y + x$ سره لاس ته راوړي.

نوی عدد $7/4$ ځله لوي دی، لکه دازوړ: $10y + x = 7/4(10x + y)$

مساوات سیستم دی:

$(I) \quad x + y = 9 \quad -y$ $(II) \quad 10y + x = \frac{7}{4}(10x + y)$ $(I) \quad x = 9 - y$ $(II) \quad 10y + x = \frac{7}{4}(10x + y)$ د ایښوونې تڼلاري پسي حل په $X=9-y$ کې کیدی $10y + 9 - y = \frac{7}{4}(90 - 10y + y)$ $\Leftrightarrow 9y + 9 = \frac{7}{4}(90 - 9y)$ $\Leftrightarrow 9y + 9 = \frac{630}{4} - \frac{63}{4}y \quad + \frac{63}{4}y - 9$ $\Leftrightarrow \frac{36}{4}y + \frac{63}{4}y = \frac{630}{4} - \frac{36}{4}$ $\Leftrightarrow \frac{99}{4}y = \frac{594}{4} \quad \cdot 4$ $\Leftrightarrow 99y = 594 \quad : 99$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 6}}$	په $y = 6$ کې $x + y = 9$ کې کیدی $x + 6 = 9 \quad -6$ $\Leftrightarrow x = 3$ حل: $L = \{(3 6)\}$ ازمایښت: $(I) \quad x + y = 9$ $\Rightarrow 3 + 6 = 9$ $\Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$ $(II) \quad 10y + x = \frac{7}{4}(10x + y)$ $\Rightarrow 60 + 3 = \frac{7}{4} \cdot 36$ $\Leftrightarrow 63 = 7 \cdot 9$ $\Leftrightarrow 63 = 63$

د عدد نڅېښي 3 او 6 دي. عدد 36 دی.

1.14- اړیکې او فنکشن (تابع)

د ،، اړیکه،، کلمه یا وی

یوه کورنۍ چې له مور پلار او ځوي څخه جوړه ده د رسختۍ په سفر ځي.

د الوتنې څخه لنډ یوه سټیوارډس ډپټوس سره هرې لور ته ځي، چې زاوې k ، شوکولادې ټوټه P او چاکلیټ F په کې مسافرو ته وړاندې کيږي.

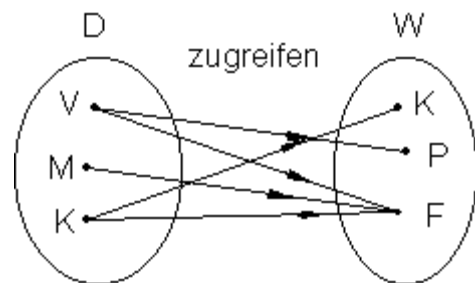
د غشي دیاگرام له لارې بنوول کيږي، چې له دې درې کومو خوړو ته څه ته لاس اچوي

پلار P او F ته لاس اچوي، مور

K ته لاس اچوي، کوچۍ K او F را اخلې.

$D =$ Definitionsmenge تعریفېدېږئ

ارزېنټدېږئ $W = W\text{temenge}$



په پورته شکل کې الماني په پښتو: را اخستل.

1.14- اړیکې او تابع

638

په دې توګه منظمې جوړې منځ ته راځي، چې یوې اړیکې R ته سره راټولیدۍ شي.

$$R = \{(V|P); (V|F); (M|F); (K|K); (K|F)\}$$

اړیکې Relation :

یو جوړه سټ، چې د هغې توکي د یوه نظمقانون سره جوړیږي، اړیکې یا ریلیشن بلل کيږي.

که کور، پلار او ځوي د هر تولید څخه یوه یوه دانه واخلي، نو یوه ځانگړې اړیکه منځ ته راځي، و

داسې په نامه د ضرب اړیکې $D \times W$.

$$D \times W = \{(V|K); (V|P); (V|F); (M|K); (M|P); (M|F); (K|K); (K|P); (K|F)\}$$

د ضرب سټ یا-ډېرې $D \times W$ ټول ممکنه نظمونه په برکې نیسي (هر یو له هر یوه څخه اخلې). له دې سره هره برخه ډېرې هم یوه اړیکه ده.

ضرب ډېرې: ضرب سټ $D \times W$ د ټولو منظمو جوړو ډېرې سا سټ ده.

$(x|y)$ د $x \in D$ او $y \in W$ سره.

د پورته بیلگې لپاره باور لري: $R \subset D \times W$

د اړیکو انځورونه:

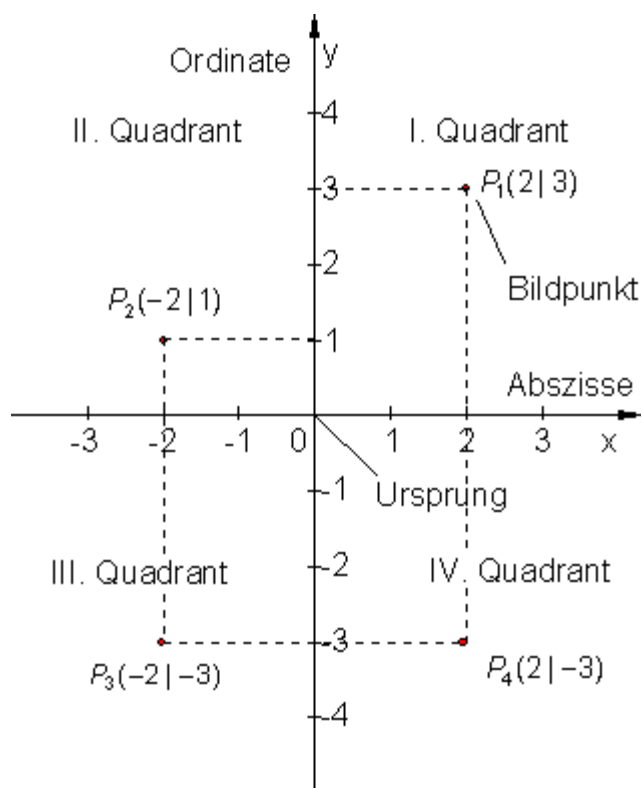
سړی کړی شي یو عدد په یوه عددکرنه انځور کړي. د یوه عددونو جوړې لپاره د اعدادو سطحه کارول کيږي. دوه د اعدادو کرنې یو بل غوځوي او دا په حقیقت کې عمود یا ولاړ او یو د غوتو یا گندو جال جوړوي. د دې لپاره اوس نوې کلمې راوړل کيږي.

دا پرته يا افقي د اعدادو کرښه x محور د محور يا د اېسڅيز محور *Abszissenachse* او د y محور يا اوږدینات محور *Ordinatenachse* بلل کیږي.

د $-x$ او y -محورونو غوڅتکي 0 -ضرب يا پېل يا سرچینه بلل کیږي. په واحددايره (یوونگردي) کیدی شي په دواړو محورونو د اعدادوبرخي مختلفي وي.

د یوې اعدادو جوړې يا ټولیز د یوې متحولې يا اووښتونې جوړې $(x | y)$ کمپوننتونه کواورديناټ با پروت ولاړ محور يا بلل کیږي.

له دې سره اېسڅيزا (x -محور يا د x - کواورديناټ) په لومړي ځای کې قرار لري او اوږديناټ (y - محور يا y - کواورديناټ) د متحولو جوړو په دویم ځای کې پروت دی. هرې د اعدادو جوړې $(x | y)$ پورې یوه څیره ټکی يا عکستکی $(x | y)$ اړه لري.



دا لاندې د غوتو جال د فرانسوي شميرپوه او فيلسوف رني دسکارتس

Rene Descartes قايمالزاويه (پروت ولاړ) يا کارتيزي کواورديناټونو سيستم بلل کيږي.

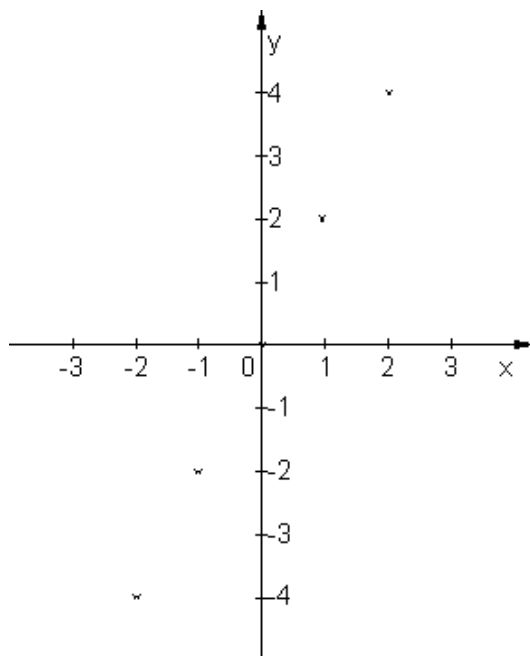
محورونه کواورديناټ سيستم په څلورو برخو (څلورموا يا ربعو Quadranten) I., II., III., او IV وېشي. د کواورديناټ له مخخېنې څخه پېژندل کيږي، چې ټکي په کومه څلورمه يا ربع کې پروت دی. ټکي $P_1 (2 | 3)$ په I-مه څلورمه کې، ټکي $P_2 (-2 | -3)$ په II-مه څلورمه کې پروت دی، ټکي $P_3 (-2 | -3)$ په III-مه څلورمه کې او ټکي $P_4 (2 | -3)$ په IV-مه څلورمه کې پروت دی.

Ursprung = پيل يا سرچينه

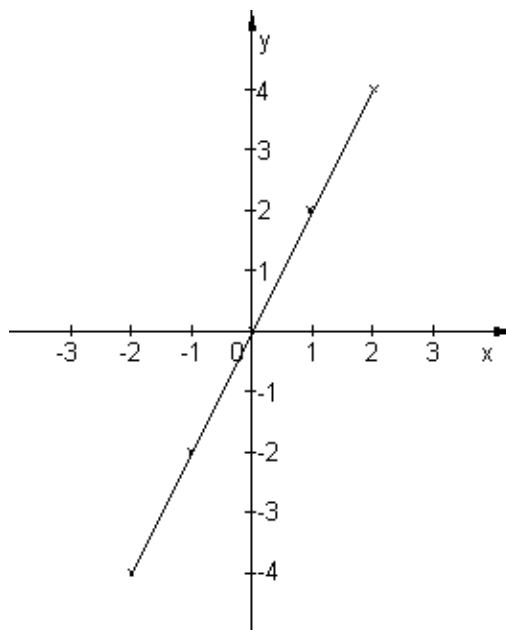
کارتيزي کوورديناټ-يا پروتولاړ سيستم

حل: د منظمو جوړو سټ لپاره $D = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$ $W = \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4;$ $y = 2x$ دی: $R = \{(-3 -6); (-2 -4); (-1 -2);$ $(0 0); (1 2); (2 4); (3 6)\}$ ارزښتسټ $W_R = \{-4; -2; 0; 2; 4\}$ تعريف سټ $D_R = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$	بيلگه ۱: لاندې اړيکه ورکړ شوې $R = \{ (x y) \mid y = 2x \}_{D \times W}$ د $D = \{x \mid -3 \leq x \leq 3\}_{\mathbb{Z}}$ او $W = \{y \mid -4 \leq y \leq 4\}_{\mathbb{Z}}$ لپاره غوښتونې: الف- د منظمو جوړو سټ يا ډېرئ ب- د اړيکو ارزښتسټ يا ډېرئ. پ-د اړيکې تعريفسټ ت- د اړيکې گراف ټ- د اړيکاف په $R \times R$ کې د $R = \{ (x y) \mid y = 2x \}_{\mathbb{R} \times \mathbb{R}}$ او $D = \{x \mid -3 \leq x \leq 3\}_{\mathbb{R}}$ او $R = \{ (x y) \mid y = 2x \}_{\mathbb{R} \times \mathbb{R}}$ سره.

ت - د اړیکو گراف فقط له ټکو جوړ دی



ټـد اړیکو گراف په $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ کې د یوه
سراسري راکښل شوي کرني څخه جوړ
دی.



د فنکشن (تابع - یا بلواک) کلمه

نیم ساعت وروسته ستواردس بیرته د یوه پتنوس سره ګرځي او اخبارونه وړاندې کوي.

په پتنوس یو F اخبار یو د مودې اخبار P او د کومیک اخبار C پراته دي.

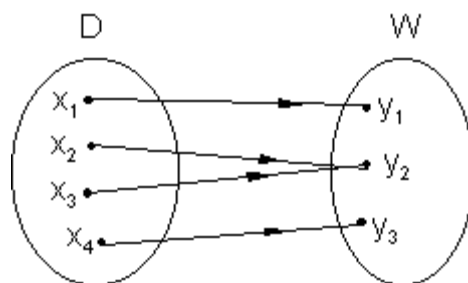
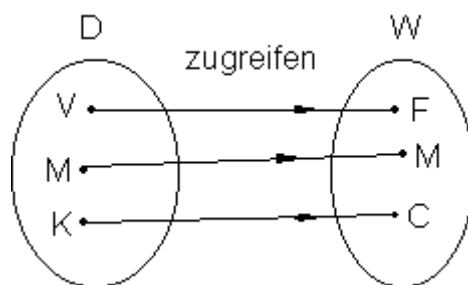
پلار F تر لاسه کوي، مور د مودې
اخبار P او ځوي C تر لاسه کوي.

په دې توګه یو یواځنی اړیکه منځ ته
راځي.

$$R = \{(V|F); (M|M); (K|C)\}$$

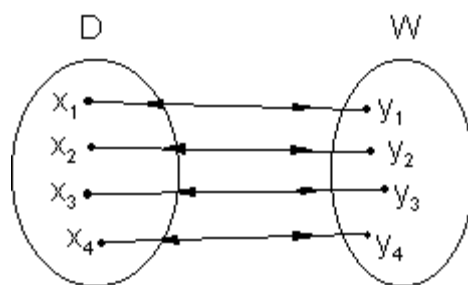
یواځنی اړیکه:

یوه اړیکه یواځنی بلل کیږي، که د
تعریفوړشو هر توکي سره د
ارزښتسټ ټیک یو توکی تنظیم
شوی وي.



یو یواځنی اړیکه:

یوه اړیکه یو یواځنی بلل کیږي، که
نظم معکوس یا په څټکیدونکي هم
وي، دا په دې معنا که د D هر
توکی د W توکی یو توکی تنظیم
وي او په څټ له W هر توکی د D
د ټیک یوه توکی سره تنظیم وي
یعنې اړیکې په څټکیدونکي یا
معکوسکیدونکي دي.



تابع:

یو لږترلږه یواځنی اړیکه R تابع بللکیري او په لاندې توګه یې لیکو:

$$R = f = \{(x|y) \mid (x_1|y_1); (x_2|y_2); (x_3|y_2); (x_4|y_3)\}_{D \times W}$$

د توابعو انځورونه

د ستښوله یا ډېرې ډوله لیکندود: $f = \{(x|y) \mid y = f(x)\}_{D \times W}$

تابع د ټولو هغو منظمو جوړو $(x|y)$ ډېرې یا ستښ ده، د کومو لپاره چې تابع مساوات $y = f(x)$ باور لري په بنسټیزې $D \times W$ کې.

د نظم لیکندود: $f: x \mapsto f(x)$ د $f(x) = y$ سره په $D \times W$ کې.

$$f = \{(x|y) \mid y = f(x) = 2x + 3\}_{\mathbb{R} \times \mathbb{R}}$$

تابع f د نظم په حیث تعریف ده: x د یوه $f(x)$ سره تنظیمیري د تابع مساوات $f(x) = y$ سره په بنسټیزې $f(x) = y$ کې. دا لاندې د سیټ لیکندود غوره ګڼو بیلګه:

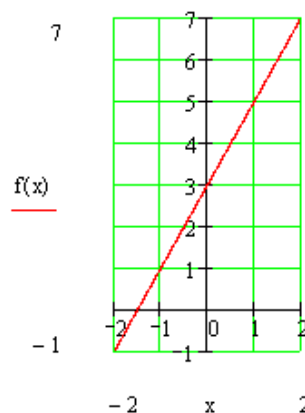
د ارزښتونو شمیرنه

د بیلګې په توګه د $x_1 = -2$ لپاره.

$$x_1 = -2 \Rightarrow y_1 = f(x_1) = 2x_1 + 3 \\ = f(-2) = 2 \cdot (-2) + 3 = -1$$

ارزښتجدول:

x	-2	-1	0	2
$y = f(x)$	-1	1	3	7



۱۶ . ۱ فنکشنرڼه (توابع يا بلواک) Functions

په رياضي يا شميرپوهنه کې توابع

په شميرپوهنيزه د طبيعي اعدادو شميرنه، تخنيکي يا هم ورځنۍ کارونو کې زيات وخت يوه لويه د بلې لوي په واک کې وي يا که غواړئ د هغې تابع وي، لکه د بيلگې په توگه د يوه موټر د بنزين خوړل يا استعمالول د هغه د تللي چټکتيا يا سرعت په واک کې يا تابع دی. دا ډول ساده اړيکي مو پخوا هم لوستلي او گرافيکي مو په يوه کواورډينات – يا پروتولارسيستم کې انځور کړي.

بيلگې:

د يوه جنس قيمت د هغه د خرڅ شوي ډيرۍ يا سټ په واک کې دی يا تابع دی.

ټوله دبانډنۍ تودوخي د ورځې د وخت په واک کې ده.

د يوه بايسکلځلونکي وهلي لار په مساوي چټکتيا يا سرعت د تلني وخت په واک کې ده.

د موټر د بريک لار په روښانه توگه د هغه د چټکتيا په واک کې ده.

د يوه کوچني لوېدنه د هغه د عمر په واک ده.

د یوه ریاضي ازموښې نمرې د لاس ته راوړول ټکو په لاس کې ده.

د یوې بډایۍ د ګټې قیمت یا لاس ته راوړنه د په د مخه ټاکلې ګټې سره دوخت تیرېدنې په واک کې ده.

تمرین ۱ : د داسې یو په واکوالي یا تابعیت لپاره نورې بیلګې هم پیدا کړئ.

له پورته بیلګې څخه لیدل کیږي، چې هر دوه لویې سره تنظیمیږي.

ډېرۍ یا سټ ← وخت خرڅشوی سټ په قیمت اغیزه لري.

د ورځې وخت ← تودوخي. د ورځې وخت په اندازه شوې تودوخي اغیز لري.

د لاس ته راړلو ټکو تعداد یا ګڼون ← نمرې د یوې ازموښې نمرې د لاس ته راړلو ټکو اغیزمن کیږي.

تمرین ۲ : د پاتې بیلګو لپاره او د هغو لپاره چې په تمرین ۱ کې مو میندلي اړیکې پیدا کړئ.

دا یو له بل سره تنظیم شوې لویې متحولې (اووښتونې یا **Variablen**) بلل کیږي.

دلته دې ته پام وشي، چې کوم په واکوالۍ یا تابعیت د دوي په منځ کې شتون لري.

د ریاضي نمرې د ښوونکي له نظره د لاس ته راوړو ټکو په واک کې دي، مګر نه د نمرې د ټکو په واک کې.

سړۍ نمرې د بلواک یا تابع متحولو په حیث هم ښايي او د ټکو تعداد د خپلواک متحولو په حیث ښايي.

د ټکو او نمرې ترمنځ یو فنکشن یا خپلواکیزې یا که غواړئ تابعیتي اړیکې شتون لري.

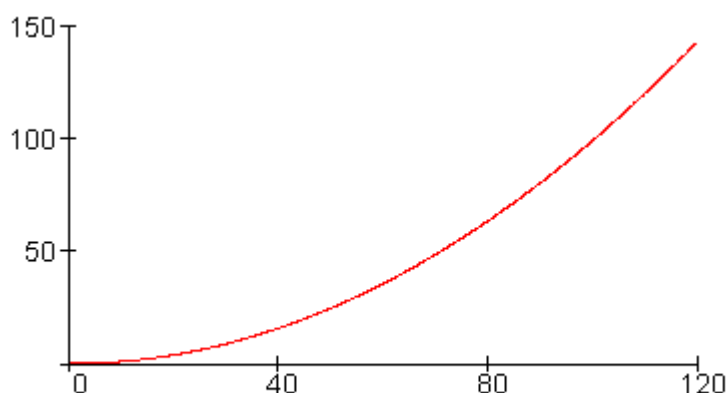
لکه د مخه درسونو څخه چې پوهیږو، ډېر امکانات شتون لري چې د دوه متحولو ترمنځ تابعیتي اړیکې تشریح کړو یا انځور کړو.

د مختلفو چټکتیاو لپاره د بریک لار اندازه کيږي او یو ارزښت جدول ترتیبيږي.

چټکتیا په $\text{km/h}(x)$	20	40	60	80	100	120
د برېکنيولو لار په $m(y)$	4	16	36	64	100	144

که د جدول ارزښتونه په یوه کواورډینات سیستم کې وکښل شي، نو سړی گراف لاس ته راوړي وروسته له هغې چې ټکي یو له بل سره وتړل شي کوم چې د چټکتیا او بریکلار ترمنځ اړیکې تشریح کوي.

د پراته محور ، چې اېکسز هم بلل کيږي د خپلواکي متحولي x ارزښتونه پیدا کيږي، په ولاړ محور چې اورډینات هم بلل کيږي د بلواک متحولي $y = f(x)$ ارزښتونه میندل کيږي.



تمرین ۳ : د ارزښت جدول سره سم په یوه مناسب کواورډینات سیستم کې اړونده ټکي وکارئ او دا په یوه گراف کې سره ونښلوئ.

د بریکلار د چټکتیا 90 ; 70 ; 50 ; 30 او 110 km/h لپاره د لوستلو له لارې وټاکئ.

پولیس یوه 90 m د بریک لار اندازه کوي؟

دا موټر د کومې چټکتیا یا سرعت سره خغلي؟

زیات وخت دا هم شونې ده چې فنکشنال یا تابعي اړیکې د تابع مساوات له لارې انځور شي.

د بریکلار لپاره باور لري: $y = f(x) = 0,01 x^2$

دلته $y = f(x)$ د بریکلار لپاره ایښوول شوی او دا وایي، چې y -کواردینات په کوارديناتسیستم کې د متحولې x په واک کې دی، یعنې د خپلواک متحولې x یو تابع دی یا په واک کې دی. تابع مساوات دی، کوم چې هغه قانون ورکوي، چې ارزښتونه د $f(x)$ تابع یا بلواک متحولې جوړوي.

د تابع مساوات په ځای هم وایو چې $f(x) = 0,01 x^2$ د تابع قانون دی.

تمرین ۴: که تابع مساوات $f(x) = 0,01 x^2$ وي، نو لوستل شوي ارزښتونه وشمیرئ؟

له دا تراوسه شوي کار څخه کیدی شي ووايو:

تعریف:

د یوه تابع سره د خپلواک متحولې x هر ارزښت ټیک یو تابع ارزښت $f(x)$ باندې- یا سره تنظیمیږي. سړی دا هم وایي چې یوه تابع یو یواځنی نظم دی.

$$\begin{array}{c} f: x \rightarrow \underbrace{f(x) = x - 1}_{\text{Funktionsgleichung}} \\ \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{Funktion}} \end{array} \quad \text{لیکنډول: } f$$

که په راتلونکې کې له یوه تابع غږیږو، نو د دې تشریح لپاره فقط تابع مساوات ورکوو، یعنې فقط $f(x) = \dots$. ۷.

د تابع نوم f دی.

دا $x \rightarrow f(x)$ لیکندود روښانه کوي، د هر x -ارزښت سره یو ټاکلی تابع ارزښت $f(x)$ لري.

تابع مساوات $f(x) = x - 1$ د شمیرلو قاعده یا قانون راکوي، چې تابع ارزښت څنگه جوړیږي.

د دې لپاره چې د نظم یواځنوالی بیا وښایو، لاندې بیلگه راوړو:

هر زده کوونکی یو ټاکلی د بوټانو لویوالی لري. دلته حتمي ده چې زیات زده کوونکي به یو - یا هماغه د بوټانو لویوالی ولري.

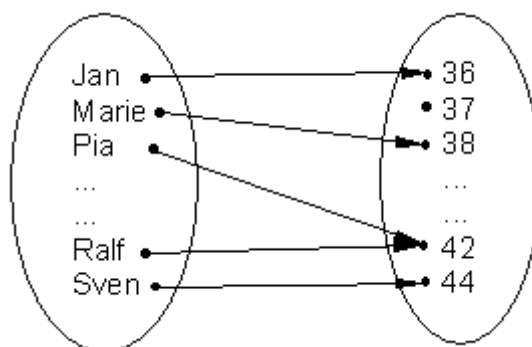
یواځنوالی په زده کوونکو اړه لري $\leftarrow$ د بوټانو لویوالی.

د متحولو سره کښلی یا لیکلي دا په دې معنا دی، چې د زده کوونکي نوم خپلواکه متحوله په گوته کوي او هغه سره تنظیم شوي د بوټانو لویوالی بلواکه یا تابع متحوله جوړوي.

معکوس یا په څټ د زده کوونکو تنظیم یواځنی نه دی، ځکه چې ډېر زده کوونکي د بیلگې په توګه ۴۲ نمري د بوټانو لویوالی لروډی شي.

دا ډول تابع د تابع مساوات نه لري، دا کیدی شي چې د ډېرې څیرې یا ستعکس په څیر انځور شي.

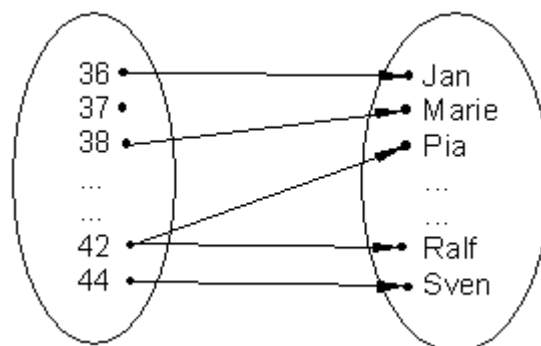
یواځنی نظم (تابع یا فنکشن)



د بوټانو لویوالی ډېرې یاست د زده کوونکو ست

(ارزښت ډېرې) (تعریف ډېرې)

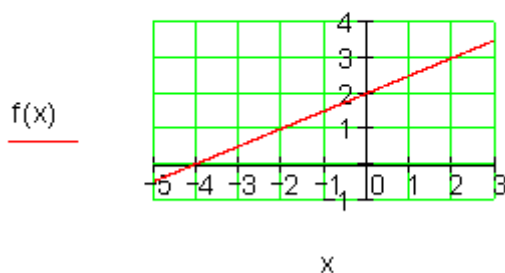
نظم یواځنی نه دی (تابع نه دی)



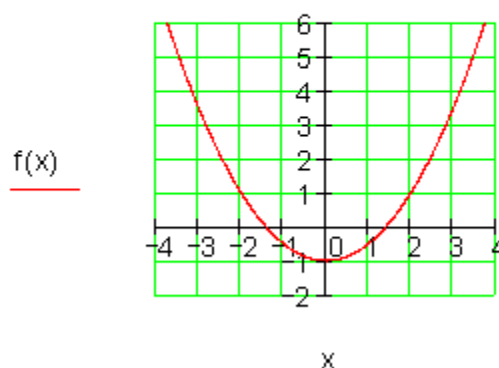
د دواړو ستونو بدلول

د ریاضیکي توابعو او تابع مساواتو بیلګې (له کین و ښي لورته)

$$f(x) := \frac{1}{2} \cdot x + 2$$



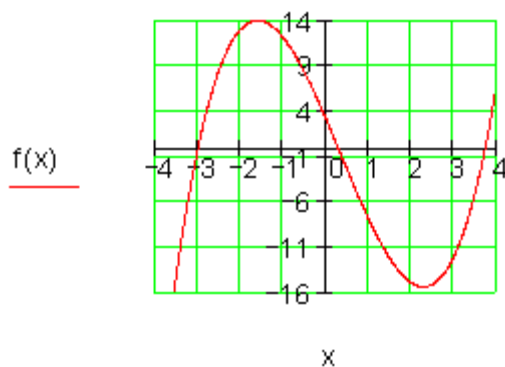
$$f(x) := \frac{1}{2} \cdot x^2 - 1$$



کرنیز مساوات (ګرښه)

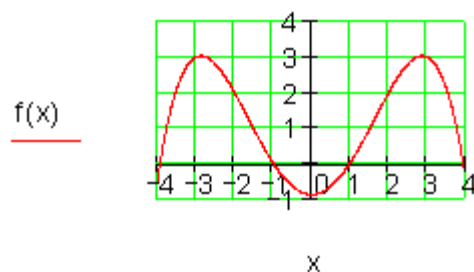
مربع مساوات (پاراډل)

$$f(x) := x^3 - x^2 - 11x + 3$$



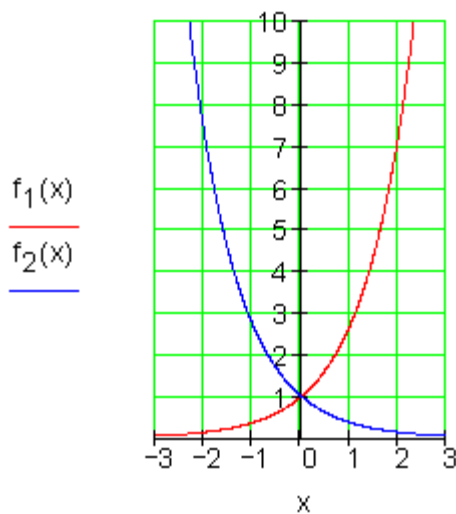
د دریمې درجې ټولراشنل تابع

$$f(x) := \frac{-7}{120} \cdot x^4 + \frac{23}{24} \cdot x^2 - \frac{9}{10}$$



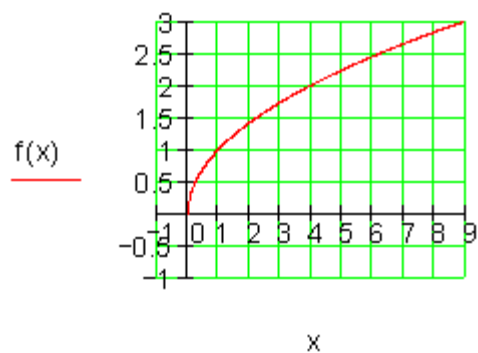
د څلورمې درجې ټولراشنل تابع

$$f_1(x) := e^x \quad f_2(x) := e^{-x}$$

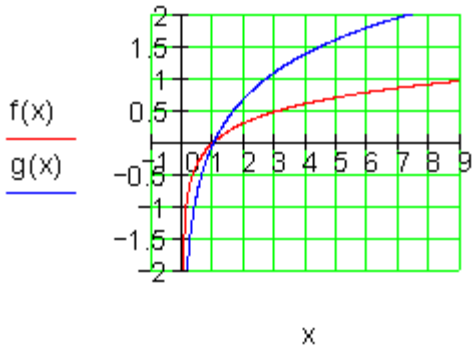
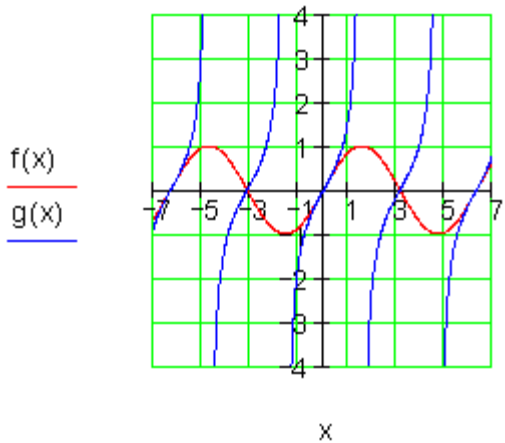
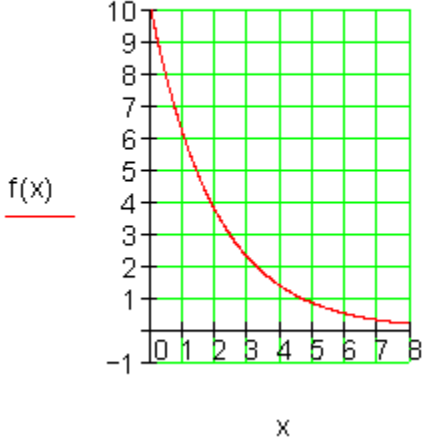
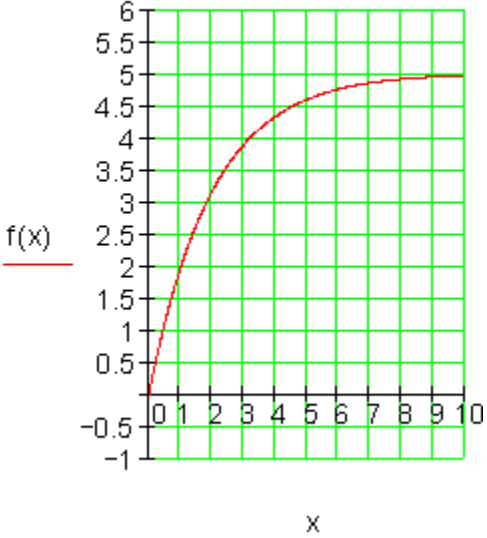


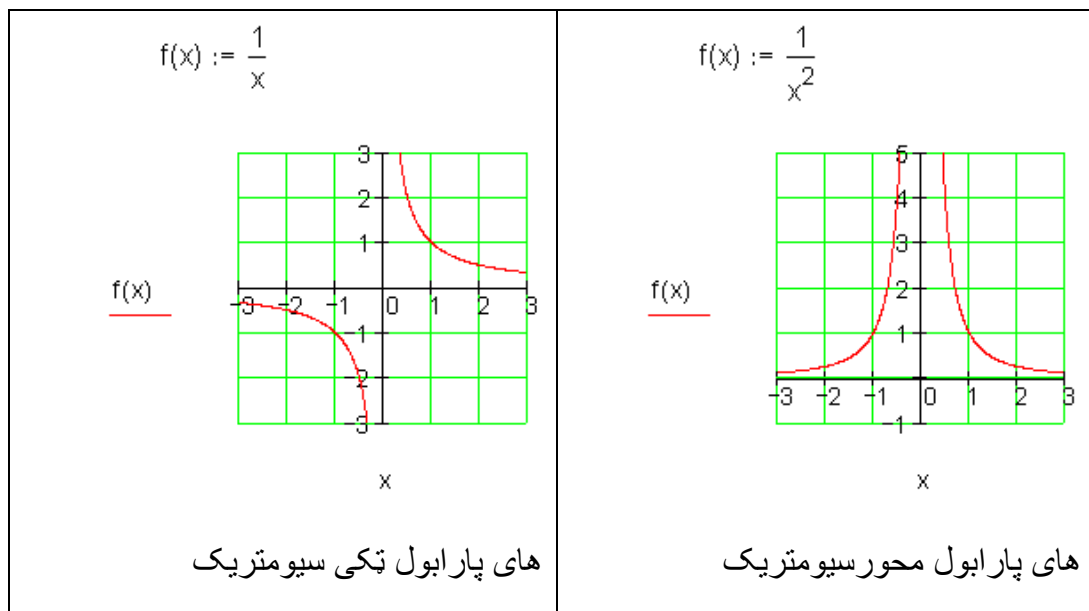
اکسپوننشل تابع

$$f(x) := \sqrt{x}$$



رېښه تابع

$f(x) := \log(x)$ $g(x) := \ln(x)$  $\frac{f(x)}{g(x)}$ x لوگاریتم تابع	$f(x) := \sin(x)$ $g(x) := \tan(x)$  $\frac{f(x)}{g(x)}$ x تریگونومیتریک (مثلثاتی) تابع
$f(x) := 10e^{-0.5 \cdot x}$  $f(x)$ x اکسپنشنلی کبته کیدنه	$f(x) := 5 \cdot (1 - e^{-0.5 \cdot x})$  $f(x)$ x اکسپوننشل مریستکبره



تعريف- او ارزبندېری یا - سټ

تعريف (پيژدن):

د يوه تابع تعديفست D د ټولو خپلواکو متحولو ډېری یا سټ ده، د کومو لپاره چې تابع تعديف دی.

ارزبند ډېری W د ټولو تابع ارزبندونو سټ ده، چې د D له ټوکو منځ ته راځي.

بيلگه:

$f(x) = \frac{1}{2}x + 2$ تعديفست $D = \mathbb{R}$ د حقيقي اعدادو ډېری ده	$f(x) = \frac{1}{x}$ تعديفست $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ د صفر سره د وېش اجازه نه شته

بیلگه:

$f(x) = x + 1 \quad D = \mathbb{R}; W = \mathbb{R}$ تابع هر په خوښه ارزښت نیولی شي.	$f(x) = x^2 \quad D = \mathbb{R}; W = \mathbb{R}_+$ د تابع ارزښت په حیث فقط مثبت یا زیاتیز ارزښتونه رامنځ ته کيږي

شمیرپوهنیزه لیکندود او د هغه معنا

$f(4) = 7$ د خپلواکو متحولو د ارزښت $x = 4$ لپاره د تابع ارزښت 7 دی.

دا د ارزښتجوړه $(4 | 7)$ په کواوردیناتسیستم کې د ټکي $P(4 | 7)$ کواوردیناتونه جوړوي.

$f(x) = 9$ غوښتونې د x - ارزښت دی، چې په هغه پورې تابع ارزښت 9 اړه لري.

$y = f(5)$ د $x = 5$ لپاره تابع ارزښت دی.

ټولګه:

یو یواځنی نظم، چې په هغه کې د تعریف سټ D څخه خپلواکه متحوله x ټیک یو تابع ارزښت $f(x)$ باندې تنظیم شي تابع یا فنکشن بلل کيږي.

تابعې (خپلواکیز) یا فنکشنلي اړوندوالی د یوه تابع مساوات (د بیلګې په توګه: $f(x) = 2x + 1$) سره لیکل یا تشریح کيږي.

تابع مساوات کې د x - ارزښتونو په ایښولو سره د تابع ارزښت لاس ته راځي، چې دا د x - ارزښتونو سره یوه ارزښت جدول کې ایښولی یا انځورولی شو.

د ارزښتجدول هره جوړه په کواورډينات سیستم کې ټيک يو ټکی په گوته کوي.

په زياتو حالتونو کې کيدی شي دا منځ ته راغلي ټکي يوه گراف ته سره رايوځای يا وتړل شي.

د ټول x - ارزښتونو ډېرئ، هغه چې په تابع مساوات کې ځای په ځای شي تعريف ډېرئ يا -سټ بلل کيږي.

د ټول تابع ارزښتونو ډېرئ يا -سټ، چې دلته منځ ته راځي، د تابع ارزښت ډېرئ W پورې اړه لري.

د تمرينونو حل

لومړی تمرين:

د داسې بلواکوالي لپاره نورې بيلگې پيدا کړئ.

ځواب:

- د يوه تيلسوزونکي ماشين قدرت د څرخونتعداد (د ماشين د څرخيدو تعداد) په واک کې دی.

- د يوې گردئ يا دایرې سطحه د وړانگې يا شعاع په واک کې ده.

- د بريننا پیسې د ثابت قیمت سره د انرژي يا بريننا مصرف په واک کې ده.

دویم تمرين

د پاتې بيلگو او د هغو لپاره چې تاسو په لومړي تمرين کې وليدل گډې اړيکې سره په فرمولبندي کې راوړي.

ځواب:

لار → د خوزبنت وخت: په مساوي پاتې چټکتيا د خوزبنت وخت په وهلي لار اغيز لري.

بريکلار → چټکتيا: د يوه موټر چټکتيا د بريکلار باندې اغيزه لري.

ټوله گټه → د تيريدني وخت: د سرمايي ايښوني وخت د گټې لاس ته راوړنه باندې اغيزه لري.

وده → عمر: د کوچني عمر د هغه په وده اغيزه لري.

قدرت → څرخونتعداد: د يوه سوزونکي ماشين د تيلو سوزيدنه د هغه په څرخونتعداد پورې اړه لري.

سطحه → وړانگه: د گردۍ يا دايرې وړانگه د دايرې سطحه باندې اغيز لري.

د بريښنا حساب → انرژي سټ: د سوزولي بريښنا يا انرژي سټ يا ډبرۍ د بريښنا بل(هغه د مصارفو کاغذ) اغيزمن کوي.

دريم تمرين:

په يو مناسب کواورديناټسيستم کې د ارزښت جدول اړوند ټکي وکارئ او دا يوه گراف ته سره وتړئ.

د چټکتيا 90 ; 70 ; 50 ; 30 او 110 km/h لپاره د لوستلو له لارې بريکلار پيدا کړئ.

پوليس يوه د 90 m بريکلار کچوي. دا موټر دکومې چټکتيا سره تلئ؟

خواب:

د 30 km/h چټکتيا بريکلار 9 m ده

د 50 km/h چټکتیا بریکلار 25 m ده

د 70 km/h چټکتیا بریکلار 48 m ده

د 90 km/h چټکتیا بریکلار 80 m ده

د 110 km/h چټکتیا بریکلار 120 m ده

له 90 m بریکلار سره یو موټر 95 km/h د چټکتیا سره ځغلي.

تلنلار:

په کواوردیناتسیستم کې د x -محور (ابسخیزا) د خپلواکو متحولو ډېرئ نمایندګي کوي، د y -محور (اوردینات) د بلواک یا تابع متحولو نمایندګي ده.

تر مخه له دې چې په یوه کواوردیناتسیستم کې ارزښتونه لیکل — یا کښل کيږي باید وکتل شي، چې کومه خپلواک- او کومه بلواک- یا تابع متحوله ده.

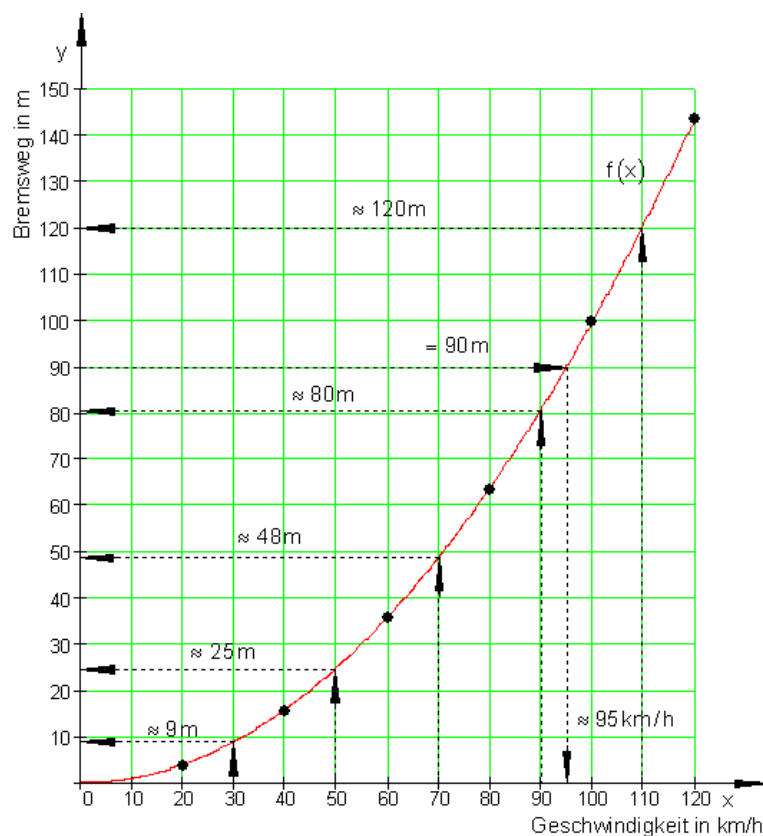
پسې دا هم غوره ده، چې د کوچني لپاره یوو ښه کوچنۍ یا هغه اله چې اندازه پرې کچوو باید ومومو.

د دې لپاره د جدول لوي او کوچني ارزښتونه کتل کيږي او پرېکړه کيږي چې دواړه محورو ته په څو برخو باید ووېشل شي.

وروسته له هغې چې ټول په جدول کې ټکي په کواوردیناتسیستم کې ځای په ځای شوي، نو بیا دا ټکي د گراف په توګه سره تړل — یا نښلول کيږي

اوس کیدی شي له گراف څخه د داسې x -ارزښتونو لپاره هغه لږ یا ډېر تابع ارزښتونه هم ولوستل شي، چې په ارزښت جدول کې مخ ته نه راځي.

معکوس کیدی شي د یوه ټاکلي تابع ارزښت اړونده x -ارزښت ولوستل شي. د دې نتیجو ټیکوالی د دې په واک کې دی، چې گراف څومره ټیک کښل شوی دی.



پورته کوارډينات – يا پروتولارسيستم کي: پروت: چټکتيا په كيلومتر. ولاړ: بریکلار په متخلورم تمرين:

لوسټل شوي ارزښتونه وشميرئ، که تابع مساوات $f(x) = 0,01 x^2$ وي.

ځواب:

تابع ارزښتونه داسې شميرلکيري، چې اړونده د x ارزښتونه په تابع مساوات کي کينډول شي.

$$f(x) = 0,01x^2 = \frac{1}{100}x^2$$

$$x = 30 \Rightarrow f(30) = 0,01 \cdot 30^2 = 0,01 \cdot 900 = 9$$

$$x = 50 \Rightarrow f(50) = 0,01 \cdot 50^2 = 0,01 \cdot 2500 = 25$$

$$x = 70 \Rightarrow f(70) = 0,01 \cdot 70^2 = 0,01 \cdot 4900 = 49$$

$$x = 90 \Rightarrow f(90) = 0,01 \cdot 90^2 = 0,01 \cdot 8100 = 81$$

$$x = 110 \Rightarrow f(110) = 0,01 \cdot 110^2 = 0,01 \cdot 12100 = 121$$

د 30 km/h چټکتیا بریکلار 9 m ده

د 50 km/h چټکتیا بریکلار 25 m ده

د 70 km/h چټکتیا بریکلار 48 m ده

د 90 km/h چټکتیا بریکلار 80 m ده

د 110 km/h چټکتیا بریکلار 120 m ده

له 90 m بریکلار سره یو موټر 95 km/h د چټکتیا سره ځلي.

بریکلار 90 m کچ شوي ، غواړو چټکتیا پیدا کړو.

پیل: $f(x) = 90 \Leftrightarrow 0,01x^2 = 90$ دا مساوات په x پسي ځواب کړئ

$$0,01x^2 = 90 \mid : 0,01 \Leftrightarrow x^2 = 9000 \mid \sqrt{} \Leftrightarrow |x| = \sqrt{9000} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |x| = \sqrt{900 \cdot 10} \Leftrightarrow |x| = 30\sqrt{10}$$

ارزښت حل کړئ.

$$|x| = 30\sqrt{10} \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 30 \cdot \sqrt{10} \approx \pm 94,9$$

نسبت و پوښتنې ته فقط مثبت يا زياتيز ارزښتونه موخه وړ دي، ځکه چې موږ مثبتۀ چټکتيا په پام کې نيسو. د 90 m بریکلار سره د موټر چټکتيا 94,9 km/h وه.

يادونه:

لومړی شميرنه ټيک ارزښتونه راکوي، سره له دې هم موخه وړدی، چې دا شميرل شوي ارزښتونه په گراف کې يا له گراف څخه هم د لوستلو له لارې کنترول کړو.

پوښتنې

تابع |

لومړی:

ټول ټکي په کواورديناټ سيستم کې په نځېنه کړی، چې کواورديناټ يې ورکړ شوي شرايط پوره کوي.

الف. $y \leq -1 \wedge x \geq 1$ ب. $y \in \mathbb{R} \wedge -2 \leq x \leq 3$ پ. $x \in \mathbb{R} \wedge y = 2$

ت. $0 \leq x \leq 4 \wedge y \geq 0$ ب. $|x| \geq 1,5 \wedge |y| \leq 2$ ث. $y > 0 \wedge x = -1$

دويم: په مناسب کواورديناټ سيستم کې لاندې ټکي رسم کړی.

$A(40 | 220)$; $B(10 | 250)$; $C(200 | 300)$; $D(80 | 240)$

ايا د x - او y -کواورديناټو ترمنځ کومې اړيکې شته؟ د دې لپاره يو ترم وليکئ او نور درې ټکي ورکړی.

دریم:

د ټکو ځای وټاکئ.

الف- ټکي $P_t\left(t-1 \middle| \frac{1}{t+1}\right)$ د $t \in \mathbb{R}$ کوم ارزښت په لومړۍ څلورۍ (ربع) کې پروت دی؟

ب- ټکي $Q_t(t|t^2-1)$ د $t \in \mathbb{R}$ کوم ارزښت لپاره د x محور کېنټه لور ته پرته ده؟

څلورم: د ټگودېرۍ يا سټ $A = \left\{ (1|3); \left(2 \middle| \frac{3}{2}\right); (3|1); \left(4 \middle| \frac{3}{4}\right); \dots \right\}$ ورکړ شوی دی.

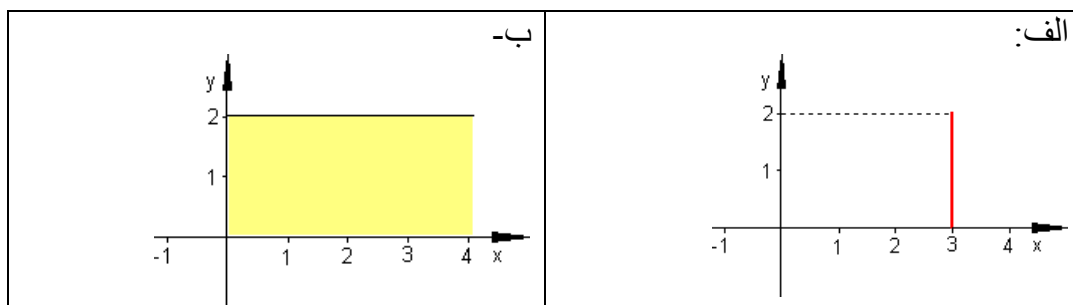
د A نور درې توکي ورکړئ او دا ټکي په يوه کواورديناټ سيټم کې وکارئ. ايا د $-x$ او y -کواورديناټونو ترمنځ اړيکې شته؟

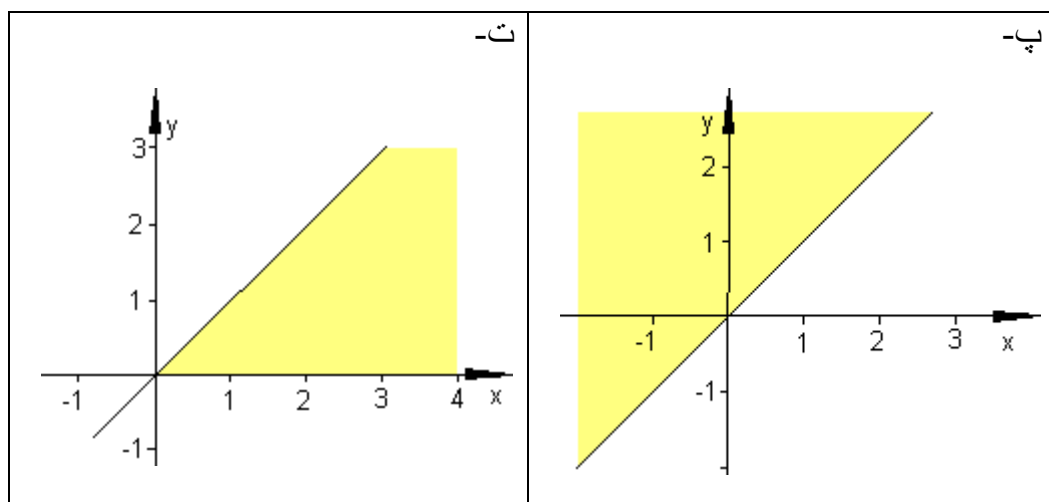
پنځم: يو ټکی $P\left(t \middle| \frac{t}{2} + 3\right)$ د $t \in \mathbb{R}$ سره ورکړ شوی دی. د t لپاره څه ارزښتونه ورکړي او دا د دې اړونده ټکي په يوه کواورديناټ سيټم کې وکارئ.

د کومو t -ارزښتونو لپاره باور لري:

د ټکي P د x -کواورديناټ د ټکي د y -کواورديناټ سره برابر دي؟

شپږم: په نڅېبه شوي کرښه او همداسې سطحه تشرېح کړئ.

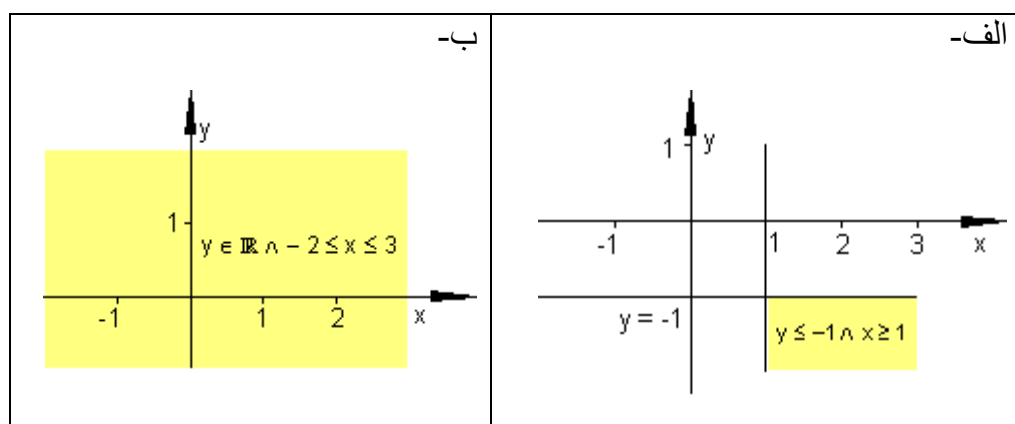


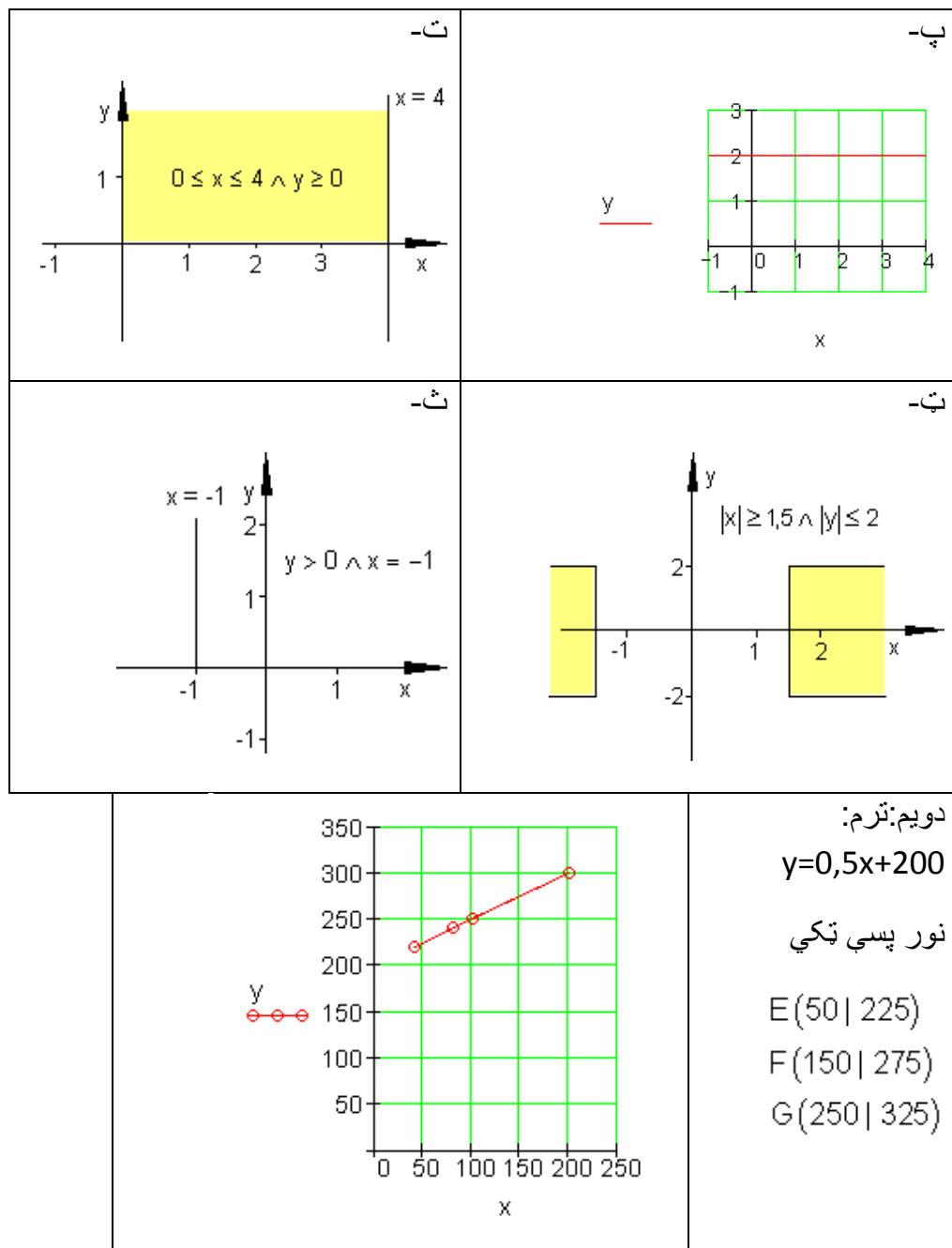


خوابونه

تابع

نتیجی
لومری:



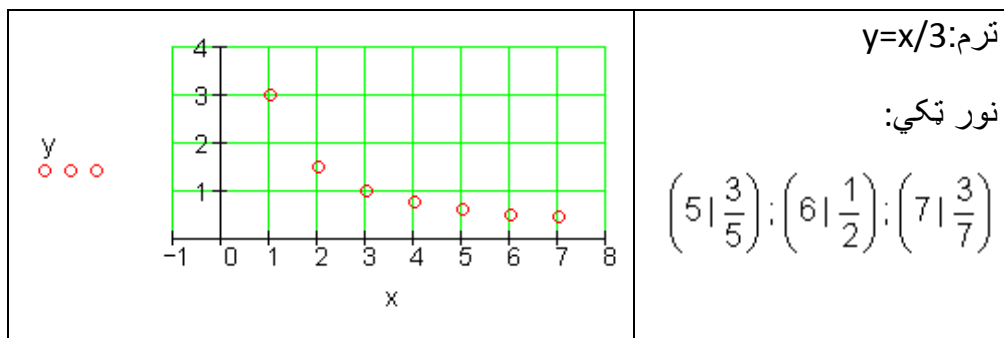


دریم:

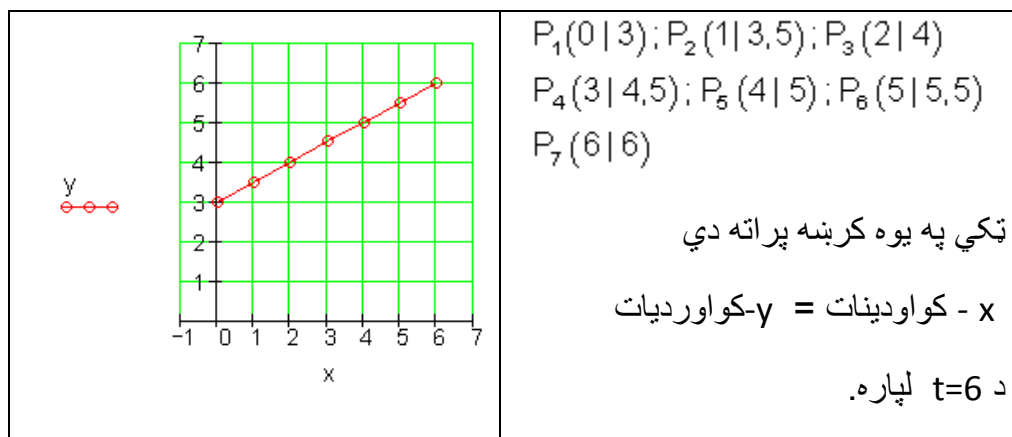
الف- $t-1 > 0 \wedge \frac{1}{t+1} > 0$ د $t > 1$ او $t > -1$ لپاره، نو $t > 1$

ب- $t^2 - 1 < 0$ د $-1 < t < 1$ لپاره

څلورم:



پنځم:



شپږم:

الف - $x = 3 \wedge 0 \leq y \leq 2$ ب - $x \geq 0 \wedge 0 \leq y \leq 2$

پ - $x \in \mathbb{R} \wedge y \geq x$ ت - $y \leq x \wedge x \geq 0 \wedge y \geq 0$

توابع

664

پوښتنې

توابع ||

لومړی

ښاغلی برگ د یوه ملفون(لاسي يا لاسي تلفون) قرارداد د لاندې شرایطو سره وکړ:

د میاشتنې € 20 ، د تلفون قیمت په دقیقه € 0,35 .

الف- که دی 40, 80 یا 120 دقیقې تلفون وکړي، نو میاشتنی حساب به یې څومره جگ وي؟

ب - لگښت لپاره یو ترم ولیکئ چې په دقیقه کې د خبرو د دوام په واک کې وي.

پ - اړیکې گرافیکي انځور کړئ.

دویم: یوه الوتکه د سوزونموادو کیروزین 10500 Liter لیتره زخیره لري.

په 100 km دا 180 Liter سوزوي.

الف- د په لیتر مصرف جدول جوړ کړئ. یو واټن له 0 km تر 5000 km پورې وټاکئ.

ب - اړیکې یې گرافیکي څور کړئ.

پ-له څومره کیلومتره وروسته به زخیره تمامه شوې وی؟

ت - د الوتنې د لار ترم د ټانک د خونديونې په واکوالي کې وټاکئ.

دریم: یو د شمیراروني جدول جوړ کړئ، چې ^0C په فارنهایت (^0F) اړوي د 20^0C - او 60^0C په ساحه یا ورشو کې. د دې لپاره اړین داتا تشریح کړئ. اړیکې گرافیکي انځور کړئ. دا اړیکې کوم ترم په گوته کوي؟ د ا د تبې تودوخې کچونه

(ترمومتر) د ناروغ د تبې په اندازه کړې چې ده ایا دا حرارت یا تودوخې د ژوند خطر لري؟

څلورم: یوه د مالونو لیږلو مغازه غواړي لگښت له امله یو د تحفې پاکټ ولیري. د پاکټولو تخنیکي پرابلم له امله یې یو اړخ د 35 cm سره کره ټاکلی دی. د پوست د لگښت نظم باید په پام کې نیول شوی وي

د لگښت نظم: مربع ډوله پاکټونه دننه په هیواد کې.

خورا کوچنی کتله (یا بهتره ډکې): اوږدوالی 15 cm ، سور 11 cm ، جگوالی 1 cm .

خورا جگه کتله: اوږدوالی 60 cm ، سور 30 cm ، لوړوالی 15 cm یا اوږدوالی جمعه یې سور جمعه یې یا په ورزیات جگوالی = 90 cm . خورا زیات وزن 2 kg .

الف- د یوه ډکې یا حجم $V = 21 \text{ dm}^3$ لپاره د سور او جگوالي ترمنځ اړیکې وټاکي.

ب- دا ماکسیمال رسیدلور ډکې یا حجم څومره لوي دی؟

پنځم: فرمول ورکړ شوی دی.

الف- ش څنگه تغیر خوري، که کوچنی شي.

ب- ایا لاندې اړیکې به د فرمول له لارې تشریح شي؟

A : د کرایې موټر ټول لگښت د عدد a د تللی کیلو متر او د هغه د یوه کیلو متر د قیمت c لپاره.

B : د ودرېدلو لار یا واټن a د بریکلار b او عکس العمل لار c څخه شمیرل کیږي.

پ-شي اړیکې ورکړئ چې د فرمول له لارې تشریح کیدی شي یا روښانه کیدی شي.

شپږم: یو ولاړګوډیز یا مستطیل $U = 12 \text{ cm}$ چاپیریال یا محیط لري.

الف- اړخونه څنګه یو د بل په واک کې کیدی شي.

ب- یو ترم وټاکئ، چې بلواکوالی د اړخ a څخه ورکوي یا د اړخ a په واک کې یا تابع دی.

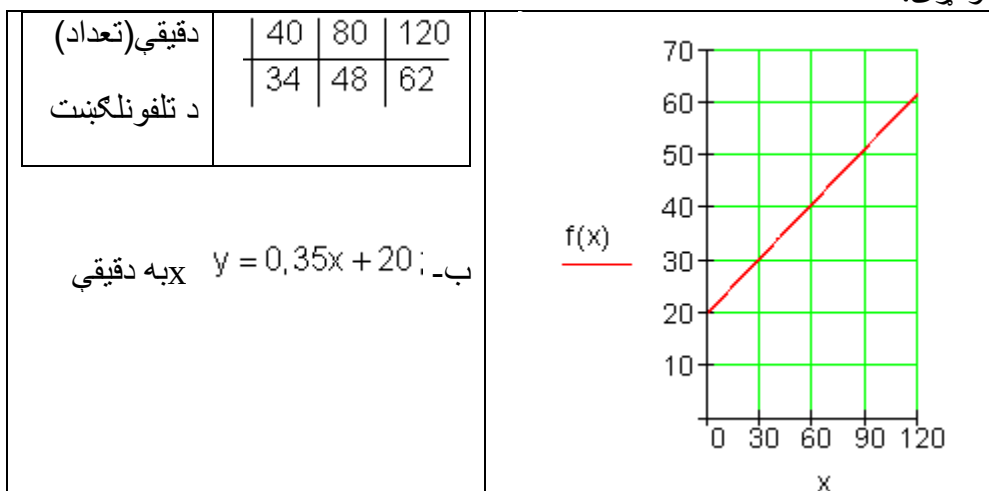
پ- د a د کوم ارزښت لپاره سطحه خورا لویه وي؟

ځوابونه

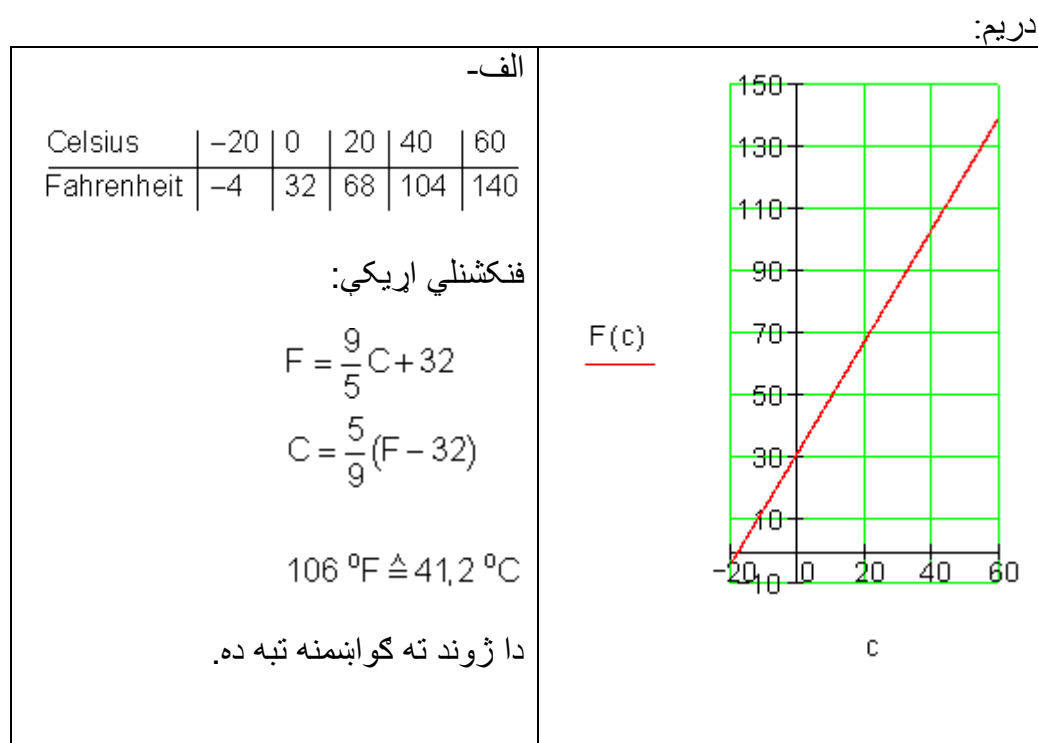
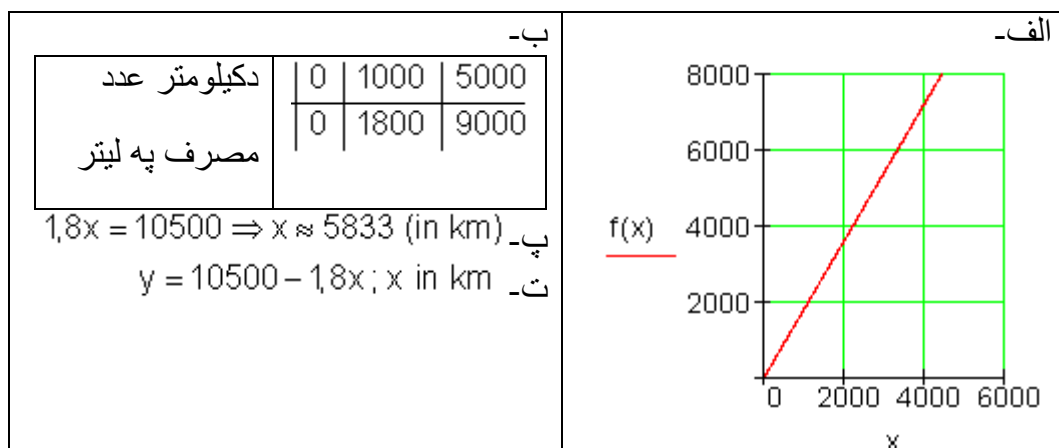
توابع II

نتیجې:

لومړۍ:



دویم:



خلورم: الف- $V = 21 \text{ dm}^3 = 21000 \text{ cm}^3$ له $b = 600/h$ $\Rightarrow b = 600/h$ $21000 = 53 \cdot b \cdot h$ څخه

د سور او جگوالي ترمنځ اړیکې

ب- ډکۍ یا حجم $V=35.b(55-b)$ د $35+b+h=90$ له امله

$V=35.(55b-b^2)$ د $b=27,5\text{cm}$ لپاره ماکسیمال کیږي

او $h=27,5\text{cm}$ د $V=26,47\text{dm}^3$ سره

د ارزښت جدول څخه ککړئ(رأس) ټکی.

د پرتلي لپاره: $h=15\text{cm}$; $a=35\text{cm}$ او د $b=40\text{cm}$ لپاره ډکۍ د ټولي 90 جمعې له امله دی: $V=21\text{dm}^3$.

پنځم:

الف- a لویږي، که c کوچنی شي.

ب- $A: b = a \cdot c$ ، نو هو $B: a = b + c$ ، نو نه

لگښت د a عدد و هلي لار او لگښت c د یو کیلومتر لپاره.

دا گټلي یا لاس ته راوړي د خوړئ سټ یا ډېرئ b د کیلوگرام عدد a د په کار پرې شوي گن یا عدد او د خوړي لرل c (چې څومره خوړه په گنیو کې شتون لري) د یو کیلوگرام لپاره.
شپږم:

الف – د د اړخ په بلواکوالی یا تابعیت: $b=6-a \Rightarrow U=2a+2b=12$

ب- د سطحې لپاره ترم: $A=a(6-a)$

پ-

a	2	2,5	3	3,5	4
A	8	8,75	9	8,75	8

 سطحه د $a=3$ لپاره خورا لویه ده(څلورئ یا مربع)

پوښتنې

توابع III

لومړی: توابع $f(x)$ ورکړ شوي. یو مناسب ارزښتجدول وکارئ. دې ته اړوند گراف رسم کړئ.

الف - $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$ ب - $f(x) = x^2$ پ - $f(x) = \frac{1}{x+3}$ ت - $f(x) = 3^x$

دویم: فکر وکړئ، چې ایا یو، یواځنی نیظم، د $x \rightarrow y$ لپاره مخ ته لرو: $x^2 + y^2 = 1$ دریم: ټکی P ورکړ شوی دی. ایا یوه تابع مخ ته لرو؟ که هو، نو نظمقانو وټکئ او خورا لویه تعریفست یا - ډېری هم وټاکئ.

$$P = \left\{ (2|1); \left(5|\frac{1}{4}\right); \left(10|\frac{1}{9}\right); \left(25|\frac{1}{24}\right); \dots \right\}$$

څلورم: یو ارزښتجدول ولیکئ او د تابع گراف وکارئ:

$$f(x) = \frac{1}{8}(x^3 - 2x - 4); x \in \mathbb{R}$$

الف- د جېشمیري سره $f(3)$ او $f(-2)$ وشمیرئ.

ب- په کوم ځای کې د تابع ارزښت صفر دی؟

پ-د کومو x - ارزښتونو لپاره تابع ارزښت 1 دی؟

ت-د کومو x - ارزښتونو لپاره تابع ارزښت کمیز یا منفي دی؟

ټ-د کومو x - ارزښتونو لپاره باور لري: $f(x) < 1$ کړئ، چې د کوم تابع لپاره باور لري:

پنځم: د درې توابعو f_1, f_2, f_3 گراف ورکړ شوی دی. پرېکړه وکړئ:

الف- د تابع ارزښتونه هر چیرته صفر دي.

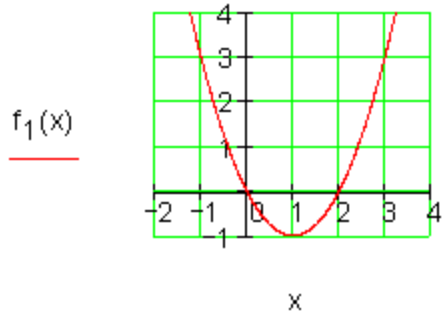
ب- توابع په انټروال $[0,5; 1]$ منفي

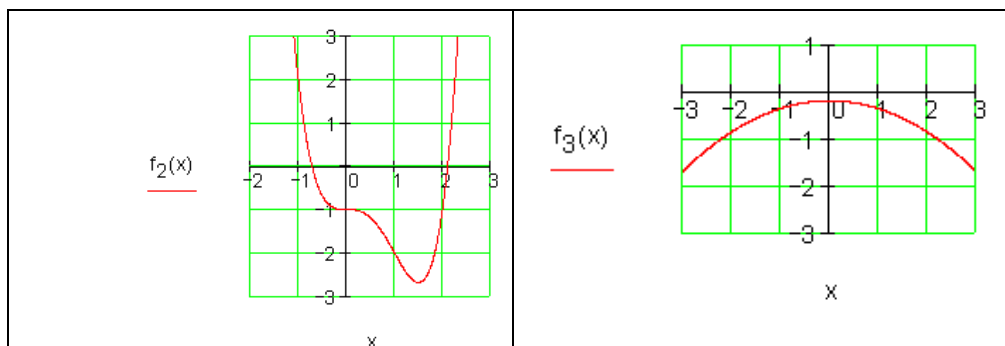
یا کمیز دي

پ- $f(2) < f(0)$.

ت- $f(0) = -1$.

ټ- $f(-2) = f(2)$.





خوابونه

توابع

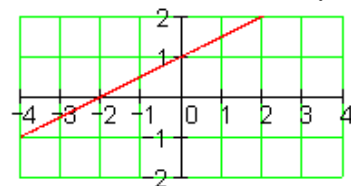
نتیجی

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 1$$

x	-4	-3	-2	-1
f(x)	-1	-0,5	0	0,5
x	0	1	2	3
f(x)	1	1,5	2	2,5

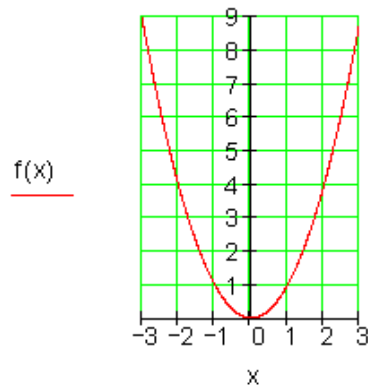
$f(x) = x^2$	x	f(x)
	-3	9
	-2	4
	-1	1
	0	0
	1	1
	2	4
	3	9

لومری: الف-

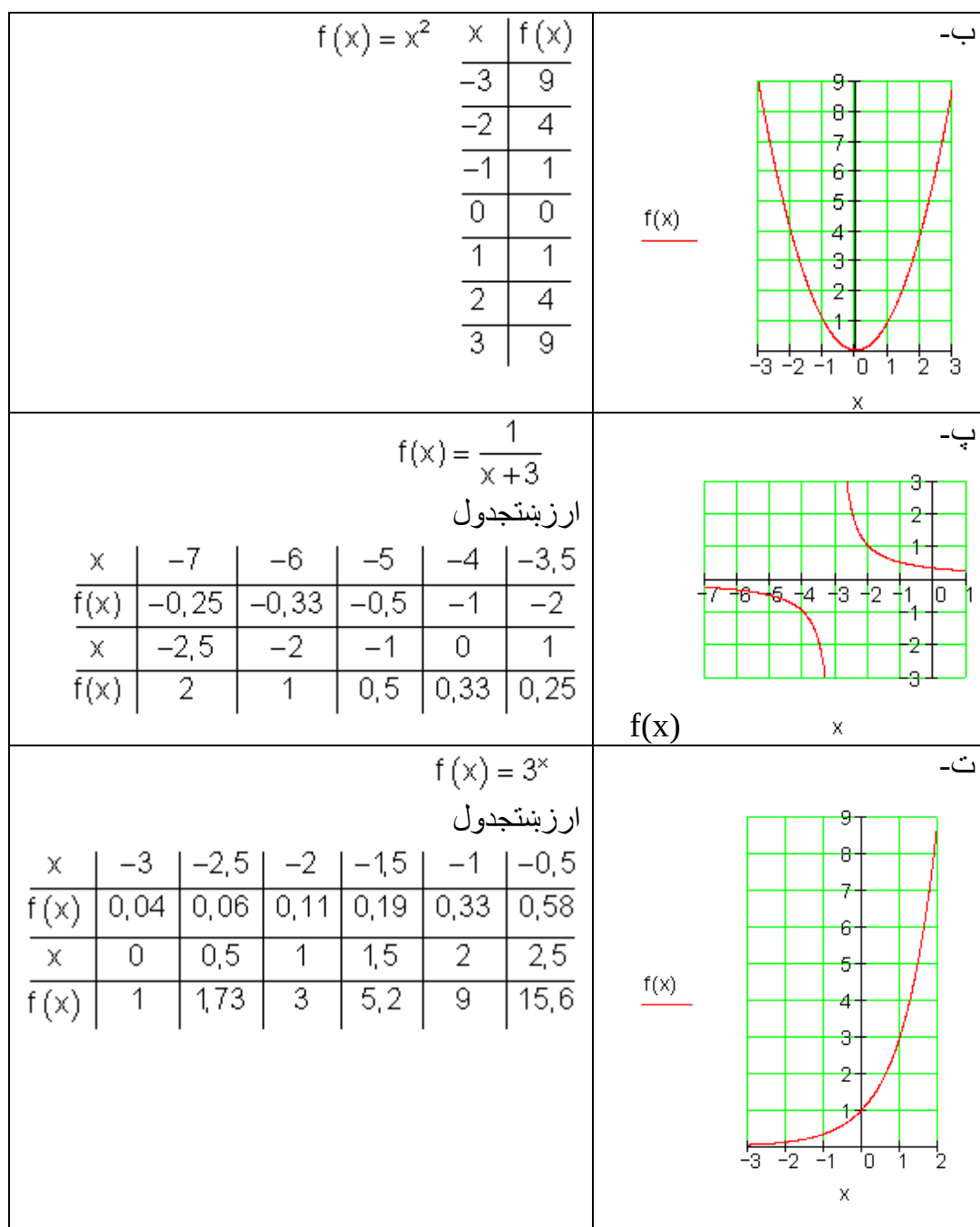


f(x)

x



ب-

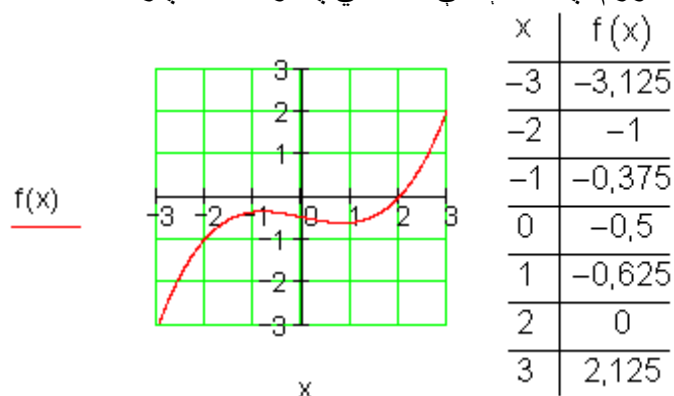


دویم: نه، ځکه چې د بیلګې په توګه د $x=0$ لپاره سړی y -ارزښت $y=1$ او $y=-1$ لاس ته راوړي. دریم:

یو تابع مخ ته لرو، ځکه چې هر حقیقي عدد $x \neq 1$ یوه حقیقي عدد باندې تنظیم شي.

$$f(x) = \frac{1}{x-1}; x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

څلورم: په لاندې کې د الماني پښتو: د ... لپاره.



الف - $f(2) = 0$ ب - $f(3) = 2,125$; $f(-2) = -1$

پ - $f(x) = 1$ für $x = 2,579...$ ت - $f(x) < 0$ für $x < 2$

ټ - $f(x) < 1$ für $x < 2,579...$

پنځم:

الف- د f_3 لپاره د تابع ارزښتونه هرچیرته صفر دي.

ب- تابع ارزښتونه په $[0,5; 1]$ د f_1, f_2, f_3 لپاره منفي یا کمیز دي.

پ- $f(2) < f(0)$ د f_3 لپاره ت - $f(0) = -1$ د f_2 لپاره

ټ - $f(-2) = f(2)$ د f_3 لپاره

پوښتنې

توابع IV

لومړۍ: تابع f ورکړ شوی د $f(x) = -0,2(2-x)$; $x \in \mathbb{R}$ سره

پرېکړه وکړئ، چې ایا لاندې ويناوې رښتیا او که نارښتیا دي.

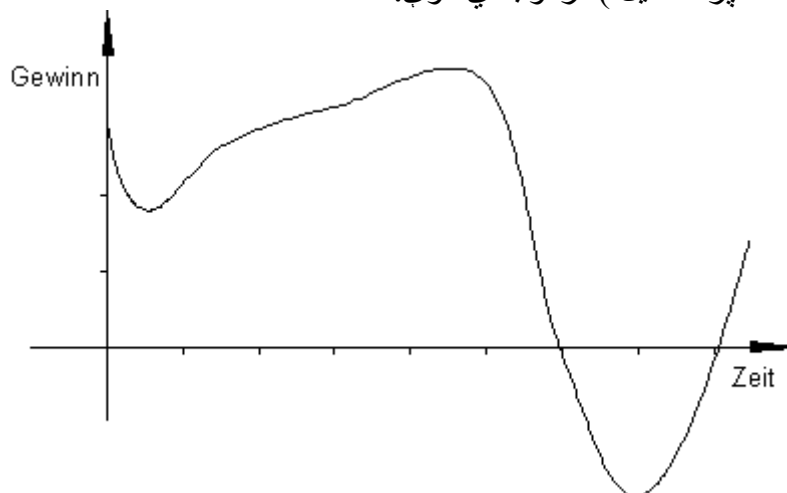
خپل ځواب مدلل کړئ.

الف- د تابع ارزښتونه زیاتيز یا مثبت دي د ټول x - ارزښتونو لپاره.

ب- $f(x) < 0$ د ټولو $x \in \mathbb{R}$ لپاره. پ- $f(x)$ د $x = 2$ لپاره منفي دی.

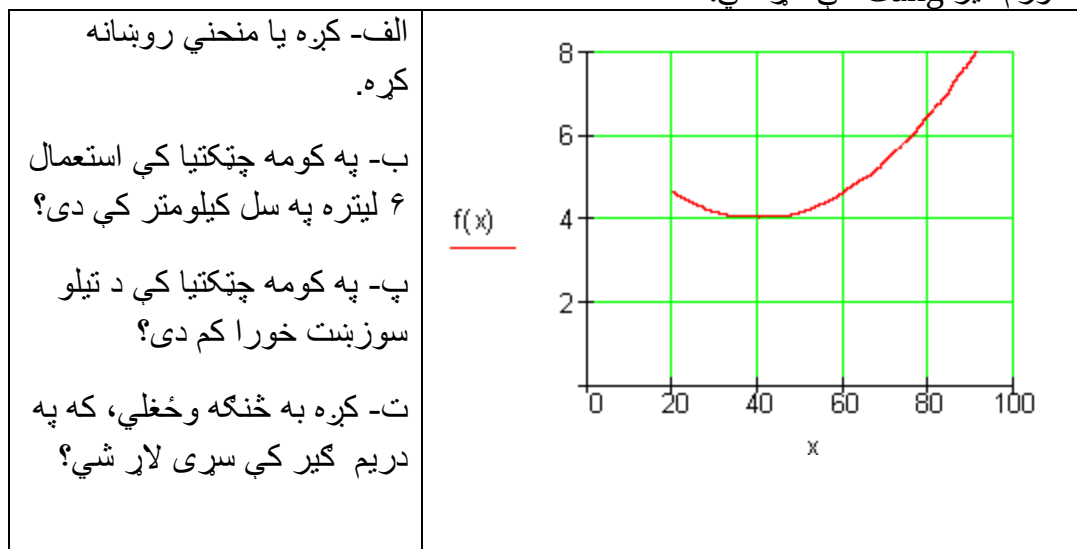
ت- یو ځای u شتون لري، چې د هغه لپاره $f(u) = f(u+1)$ ښه لري.

دویم: د رسم شوي تابعگراف تلنه تشریح کړئ. دلته هغه غوره ټکي په نڅښه کړئ. هغه ټکي، انټروالونه روښانه کړئ یا تشریح کړئ په کومو کې چې ته اقتصادي پسمنظر(د شاته پراته دلیل) فرمولبندي کوي.



کوارډیناټسیسټم کې: پروت: وخت. ولاړ: ګټه

دریم: د یوه موټر د تیلو سوزول د چټکتیا په واک کې یا تابع دی. دا په څنګ کې څیره د تیلو سوزول بنایي په لیتر په سل کیلو متر کې او د چټکتیا په واکوالي کې، که سړی په څلورم گیر Gang کې لاړ شي.



څلورم: د لمبا په ډنډ کې 40 m^3 اوبه دي. دا اوبه د ډنډ د پاکوالي له امله د پمپ کولو سره وباسي، چې په دقیقه کې 350 Liter لیتره اوبه وځي.

الف- یو ترم د پاتې حجم یا ډکي لپاره په m^3 وټاکئ.

ب- څومره m^3 د ۲۰ دقیقو وروسته په لمباډنډ کې لا پاتې ي.

خوابونه

توابع IV

نتیجې

لومړۍ:

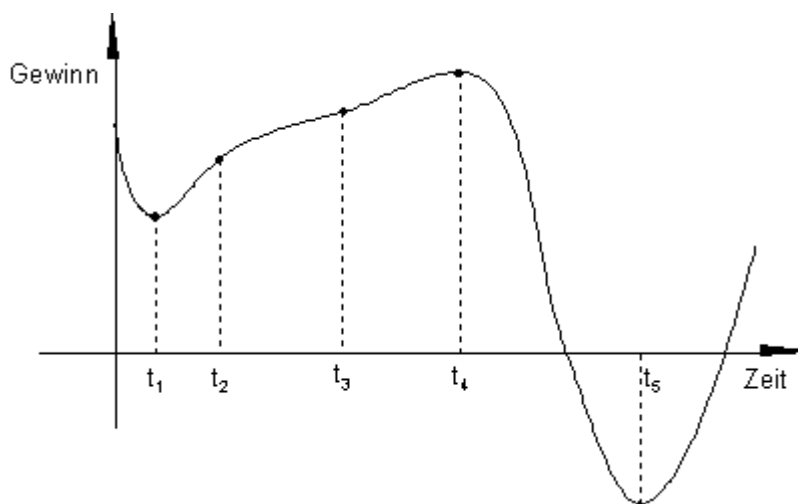
الف- وینا ناتیګ (F) ده، ځکه چې $f(-1) = -1,8 < 0$

ب- وينا ناتيک (F) ده ، ځکه چې $f(2) = 0$

پ- وينا تيک (W) ده ، ځکه چې $f(2) = -0.2.0 = -0 = 0$

ت - وينا تيک (W) ده ، ځکه چې $f(u) = f(u+1)$ ده د $u=1,5$ لپاره.

دويم:



کوارډيناتسيستم کې : پروت: وخت. ولاړ: گټه

گټه د وخت t_1 پورې کميږي، له دې وروسته گټه جگيږي. دا وده د وخت t_2 څخه

وروسته پورې کيږي او د t_3 وروسته داسې څه قوي جگيږي چې په t_4 کې ماکسيمال ته رسيږي. په پسې وخت کې د گټې پرېکښه تر t_5 پورې. هله دې وروسته گټه بيرته وده کوي.

د مغازي د اقتصاد د سناريو يا صحنه:

يو د موټر موډل وخت پوره کيږي، گټه د خرڅلاو کمې له امله ټيټيږي. د نوي بڼه شوي موډل رامنځ ته کيدو وروسته گټه بيرته جگيږي. د بريالي پيل څخه د گټې جگيدنې بريکنيول کيږي د مطبوعاتو خراب کريټيک او د بيرته رانيونې عمل. د دې پرابلمونو د

تنظیم څخه وروسته او زیات تبلیغ څخه وروسته خرڅلاو بیرته ښه کیږي، تر هغې چې یوه اقتصادي ستره پېښه (د بورزې جنجال، د تیلو نرخ جګېدنه) د ګټې ماتېدنه پسې یا په تعقیب لري. فابریکه د یوه وخت لپاره د تاوان په زون یا ساحه کې راځي د حالت د ارامتیا وروسته د مشتریانو د بیا اخستني اړتیا شتون لري، کوالیتي یا څرنگوالی بیرته اخستل کیږي او ګټه جګیږي.

دریم:

الف- استعمال تر 40 km/h پورې تر $4 \text{ Liter}/100 \text{ km}$ پورې کمیږي، له دې وروسته نه پرېکډونکی یا متمدني جګیږي.

ب- x -محور ته غبرګه د $(0 | 6)$ له لارې کږه یا منحنی په $v = 76 \text{ km/h}$ کې غوڅوي.

پ- د 40 km/h چټکتیا سره لګښت خورا لږ دی.

ت- د دریم ګیر لپاره کږه د ورکړ شوي کږې پورته لور ته ځغلي، لګښت په برابر پاتې چټکتیا سره جګ دی.

څلورم: الف- $V(x) = 40 - 0,35x$; $350 \text{ l} = 0,35 \text{ m}^3$; $40 \text{ m}^3 = 40000 \text{ l}$

ب- $V(20) = 40 - 0,35 \cdot 20 = 33 \text{ (m}^3\text{)}$

پوښتنې

V توابع

لومړۍ: د تابع $f(x)$ ماکسیمال تعریفورشو $D_{\max}$ پیدا کړئ

الف- $f(x) = 2 - 3x$ ب- $f(x) = \sqrt{2x - 3}$

ث- $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ ت- $f(x) = -x^2 + 1$

دویم: د تابع $f(x)$ ارزښتورشو وټاکئ د $D = D_{\max}$ سره.

الف- $f(x) = \frac{3}{2}x - 4$ ب- $f(x) = 1 + \sqrt{x+1}$

پ- $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ ت- $f(x) = x^2 - 5$

دریم: تابع $f(x)$ ورکړ شوي ده. ماکسیمال تعریفورشو $D_{\max}$ وټاکئ. د $f(x)$ ګراف وکارئ.

د $x \in \left\{ k; -\frac{2}{k}; k+1; k-4 \right\}$ لپاره تابع ارزښتونه وټاکئ.

الف- $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$ ب- $f(x) = 2x - \frac{2}{x}$ پ- $f(x) = x - x^2$

ت- $f(x) = \frac{1}{x+3}$ ث- $f(x) = \sqrt{4-2x}$ د- $f(x) = 2^x - 1$

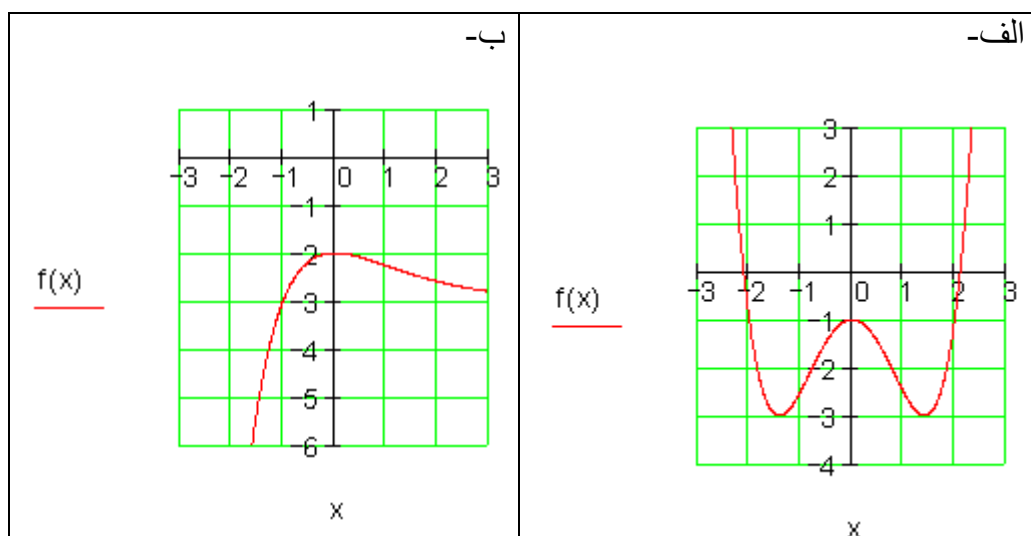
څلورم: تابع $f(x)$ د $f(x)x^3$ سره ورکړ شوي ده.

الف- ماکسیمال تعریفورشو D او ارزښتورشو W ورکړئ.

ب- د کوم $x \in D$ لپاره باور $f(x)=81$ لري؟

پ-د کوم $x \in D$ لپاره باور $f(x) \geq 9$ لري؟

ت- و بنایی: $f(x+1)=3.f(x)$ د ټولو $x \in D$ لپاره.
پنځم: تابع $f(x)$ د $D = \mathbb{R}$ لپاره تعریف ده. د رسمونو څخه ارزښت ډېرئ و بنایی.



ځوابونه

توابع **V**

نتیجې

لومړۍ:

الف	ب-
$f(x) = 2 - 3x \Rightarrow D = \mathbb{R}$	$f(x) = \sqrt{2x - 3} \Rightarrow D = \left\{ x \mid x > \frac{3}{2} \right\}_{\mathbb{R}}$
پ-	ت-
$f(x) = \frac{2x+1}{x-1} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$	$f(x) = -x^2 + 1 \Rightarrow D = \mathbb{R}$

دویم:

الف- $f(x) = 1 + \sqrt{x+1} \Rightarrow W = \{y \mid y \geq 1\}_{\mathbb{R}}$	الف- $f(x) = \frac{3}{2}x - 4 \Rightarrow W = \mathbb{R}$
ب- $f(x) = x^2 - 5 \Rightarrow W = \{y \mid 0 \geq -5\}_{\mathbb{R}}$	ب- $f(x) = \sqrt{4-x^2} \Rightarrow W = \{y \mid 0 \leq y \leq 2\}_{\mathbb{R}}$

دریم:

الف-

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 1 \Rightarrow D = \mathbb{R}$$

x	k	$-\frac{2}{k}$	k+1	k-4
f(x)	$\frac{1}{2}k+1$	$-\frac{1}{k}+1$	$\frac{1}{2}k+1,5$	$\frac{1}{2}k-1$

f(x)

ب-

$$f(x) = 2x - \frac{2}{x} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

x	k	$-\frac{2}{k}$	k+1	k-4
f(x)	$2k - \frac{2}{k}$	$-\frac{4}{k} + k$	$2k+2 - \frac{2}{k+1}$	$2k-8 - \frac{2}{k-4}$

f(x)

ج-

$$f(x) = x - x^2 \Rightarrow D = \mathbb{R}$$

x	k	$-\frac{2}{k}$	k+1	k-4
f(x)	$k - k^2$	$-\frac{2}{k} - \frac{4}{k^2}$	$-k^2 - k$	$-k^2 + 9k - 20$

f(x)

$$f(x) = \frac{1}{x+3} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$$

x	k	$-\frac{2}{k}$	k+1	k-4
f(x)	$\frac{1}{k+3}$	$\frac{k}{3k-2}$	$\frac{1}{k+4}$	$\frac{1}{k-1}$

f(x)

x

$$f(x) = \sqrt{4-2x} \Rightarrow D = \{x \mid x \leq 2\}_{\mathbb{R}}$$

x	k	$-\frac{2}{k}$	k+1	k-4
f(x)	$\sqrt{4-2k}$	$\sqrt{4-\frac{4}{k}}$	$\sqrt{2-2k}$	$\sqrt{12-2k}$

f(x)

x

$$f(x) = 2^x - 1 \Rightarrow D = \mathbb{R}$$

x	k	$-\frac{2}{k}$	k+1	k-4
f(x)	$2^k - 1$	$2^{-\frac{2}{k}} - 1$	$2^{k+1} - 1$	$2^{k-4} - 1$

f(x)

x

خلورم: د الماني پښتو: د... لپاره.

الف- $f(x) = 3^x; D = \mathbb{R}; W = \mathbb{R}_+^*$

ب- $f(x) = 81$ für $x = 4$

پ- $f(x) \geq 9$ für $x \geq 2$

ت- $f(x+1) = 3^{x+1} = 3 \cdot 3^x = 3 \cdot f(x)$

پنځم: الف- $W = \{y \mid y \geq -3\}_{\mathbb{R}}$ ب- $W = \{y \mid y \leq -2\}_{\mathbb{R}}$

پوښتنې

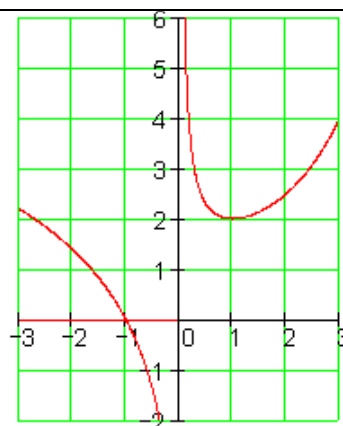
توابع VI

لومړۍ: د تابع $f(x)$ ارزښتسټ د جېشمیري سره وشمیرئ

$$f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{2}{5}x^3 - 2$$

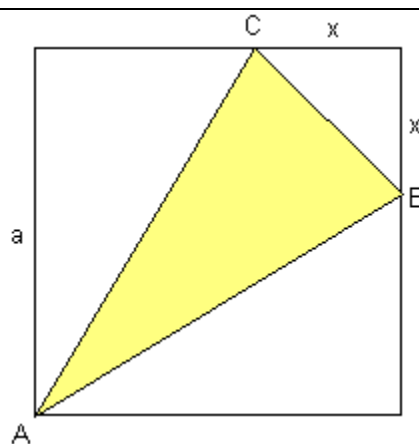
د $D=R$ سره.

دویم: ترڅنګ کړه د تابع $f(x)$ ګراف دی؟
 ایا $f(x)$ د ټولو $x \in \mathbb{R}$ لپاره تعریف دی؟
 د x د کومو ارزښتونو لپاره تابع ارزښت
 - له 2 لوی دی؟
 - له صفر کوچنی دی؟



دویم:

یوه مربع یا څلوري د اړخ اوږدوالي
 $a = 5 \text{ cm}$ سره ورکړ شوي ده.
 د مثلث یا درېګوډي ABC د سطحې ترم
 $A(x)$ وټاکئ



دریم:

څلورم: د يوه مالک ټول لگښت K د يوه لاسته راوړنې سټ x په واکوالي کې په سټ واحد يا ډېرې يوون (ME) د ترم له لارې ليکل کيږي

$$K(x) = 0,01x^3 - x^2 + 100x + 720$$

الف- د x -ارزښتونو لپاره تر 100 پورې ټول لگښت وشميرئ. يو مناسب ټولنلارې ډول وټاکئ او د ټول لگښت ليدڅيره رسم کړئ.

ب- د هر سټ - يا ډېرې واحد خرڅلاو 99 پيسېواحدې دي. لاس ته راوړنې (د پيسو) څومره دي، که x (ME د سټ واحد) په بازار کې خرڅ شي؟

په لرلي کواورديناټيسټم کې د خرڅلاو(پيسو) د ليدلو څيره و کارئ.

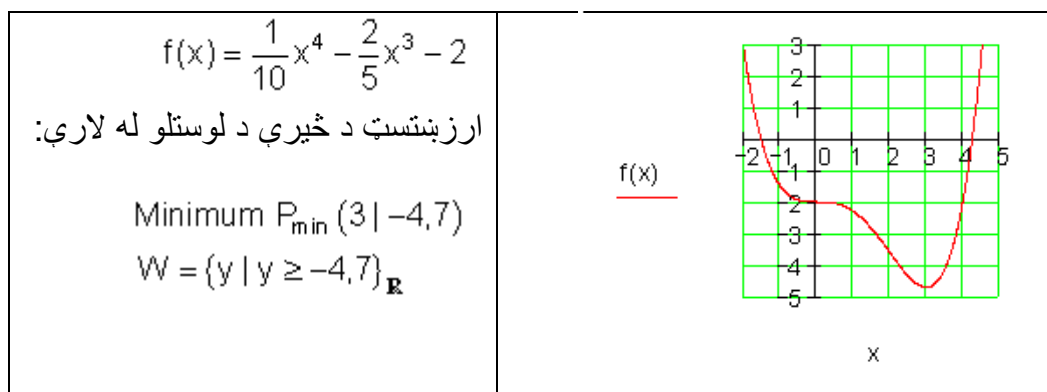
پ-د ليدڅيرې څخه ولولئ:

په کومه ورشو يا ساحه کې گټه منځ ته راځي؟ د کوم x -ارزښتونو سره به خورا لويه گټه لاس ته راشي؟

ځوابونه:

توابع VI

نتيجه: لومړۍ:



دویم: تابع د ټول $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ لپاره تعریف ده

$f(x) > 2$ د $(x < -2, 7) \vee (x \neq 1 \wedge x > 0)$ لپاره اټکلشوی

$f(x) < 0$ د $x \in (-1; 0)$ لپاره.

$$A_{\Delta} = A_0 - A_{\Delta 1} - A_{\Delta 2} = 25 - \frac{1}{2}x^2 - 5(5-x) = -\frac{1}{2}x^2 + 5x; 0 < x \leq 5$$

دریم:

څلورم: الف- د الماني پښتو: د سټ واحد، د گټې واحد

ME	0	20	40	60	80	100
GE	720	2400	3760	5280	7440	10720

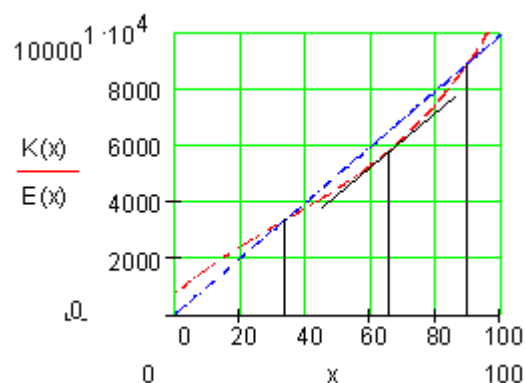
ب- خرڅلاو: $E(x) = 99x$

پ-

د لوستلو له لارې د 34ME تر 90ME پورې

لویه گټه په 65 ME $x \sim$ کې

یادونه: ME ډېری یوون یا د سټ واحد په معنا دی.



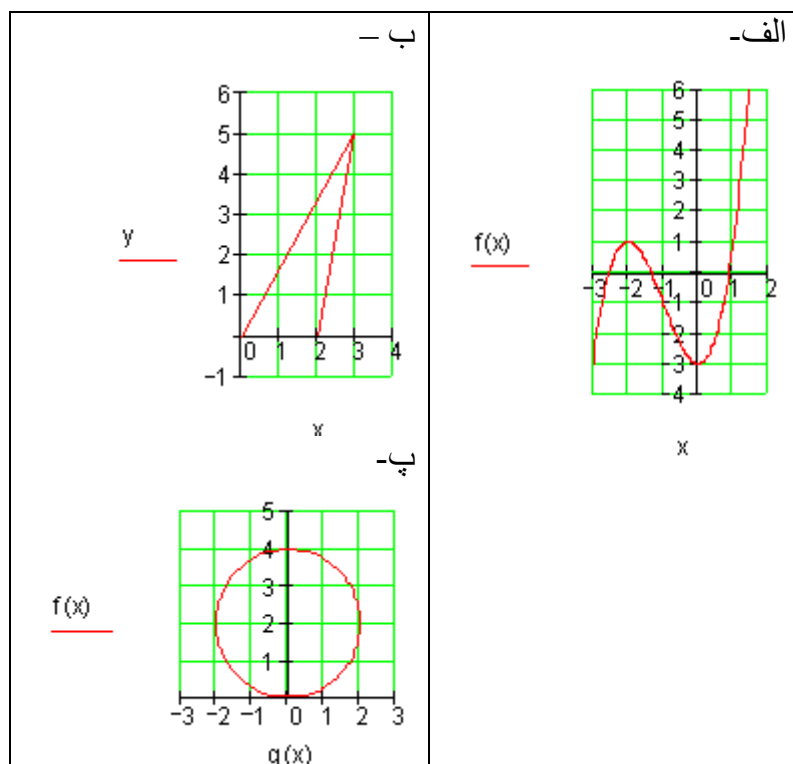
پوښتنې

توابع VII

لومړۍ: توابع $f(x)$ ورکړ شوي دي. یو مناسب ارزښت جدول جوړ کړئ. له دې سره اړوند ګراف وکړئ.

الف- $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$ ب- $f(x) = x^2$

دویم: ګراف تابع $f: x \rightarrow f(x)$ پورې اړه لري؟ دلیل یې راوړئ.



دریم: د شمیرپوهنیز لنډ لیکدود سره یې فرمولبندي کړئ.

الف- په ځای 3 کې تابع $f(x)$ تابع ارزښت 12 لري.

ب- د تابع $f(x)$ له لارې د x - ارزښت سره عدد 4- تنظیميږي.

پ- ټکی $(2 | 5)$ د $f(x)$ په لیدڅیره باندې پروت دی.

ت- $f(x)$ د کومو اېسټیڅیزا یا پراته ارزښتونو لپاره تابع ارزښت 4 لري.

ټ- د $f(x)$ تابع تابع ارزښت له 7 لوی دی د ټول $x \in \mathbb{R}$ لپاره.

ث- تابع $f(x)$ د 17- ځای کې تابع ارزښت 9 نیسي.

ج- توابع f او g د په ځای کې همغه ارزښت غوره کوي.

چ- په کوم ځای x کې df تابع ارزښت د g له تابع ارزښت څخه کوچنی دی؟

ح- د تابع $f(x)$ د تابع ارزښت برابر 5 دی د ټولو $x \in \mathbb{R}$ لپاره.

خ- د یوه کرې ټکي K_f کواوردیناتونه سره سر خوري.

څلورم: د یوه نظم لپاره د یوې روځنۍ بیلگې نوم واخلئ، چې هغه تابع وي یا تابع نه وي.

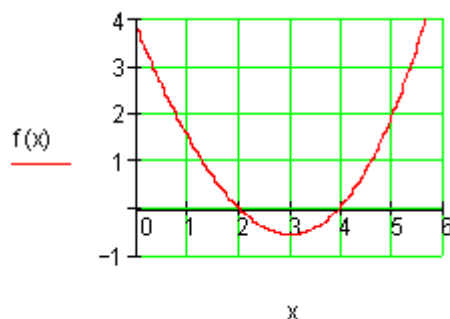
پنځم: دا ترڅنګ کړه یا منحنی د تابع $f(x)$ گراف دی. له گراف څخه ولولئ.

الف- د تابع ارزښت په ځای 5 کې

ب- یو ځای د $f(x)$ سره.

پ- په کوم ورشو $f(x) > 0$ باور

لري؟



شپږم: کوم ارزښت جدول یوه تابع پورې اړه لري؟

x	-1	0	3	3	4
y	8	7	2	4	5

ب -

x	-1	0	1	2	3
y	4	0	-2	4	4

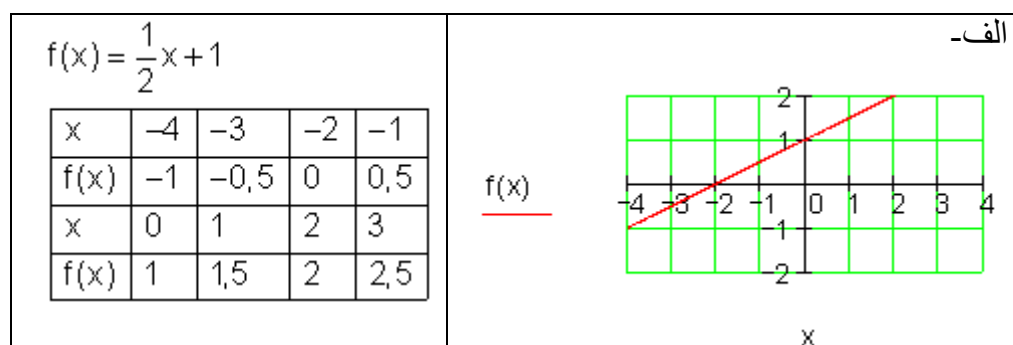
الف -

خوابونه

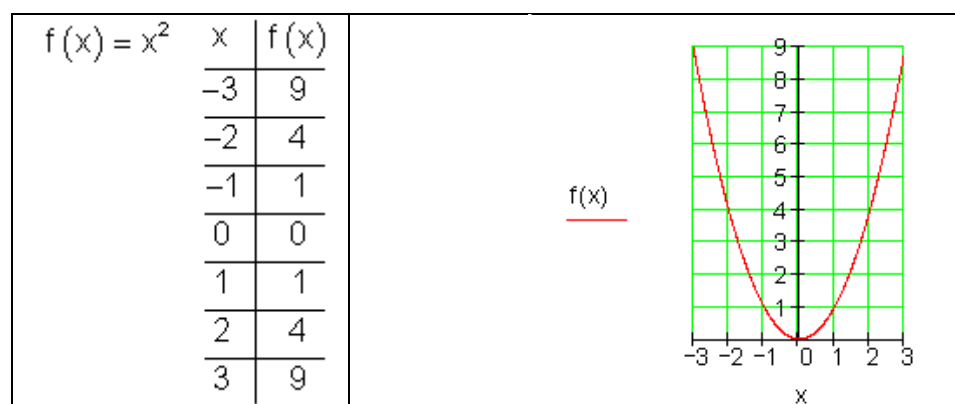
تابع VII

نتیجی

لومری:



ب -



دويم:

الف- د تابع ليدڅيره، يواځنى نظم.

ب-فقط يوه اړيکه، يواځنى نظم نه دی.

پ-فقط يوه اړيکه، يواځنينظم نه دی.

دریم: دریم: په لاندې کې الماني: د ټولو ... لپاره.

الف- $f(3) = 12$ ب $f(x) = -4$

پ $f(2) = 5$ ت $f(x) = 4$

ت $f(x) > 7$ د ټولو $x \in \mathbb{R}$ لپاره. ث $f(-17) = 9$

ج- $f(3) = g(3)$ چ $f(x) < g(x)$

ح- $f(x) = 5$ د ټولو $x \in \mathbb{R}$ لپاره. خ $f(x) = x$

څلروم: تابع: هر زده کوونکي سره یو دېوت لويي (څومره نمره لوي بوتان موخه نمره ده) تنظیمي. تابع نه ده: معکوسوالی یې تابع نه ده، ځکه چې د بوتانولويوالی کیدی شي په ډېرو زده کوونکو تنظیم شي. پنځم:

الف- د $x=5$ په ځای کې تابع ارزښت $f(5)=2$ دی:

ب- د $f(x)=0$ سره ځایونه دي: $f(x)=0$ د $x=2 \vee x=4$ لپاره

پ- $f(x)>0$ د $x < 2 \vee x > 4$ لپاره شپږم:

الف- کیدی شي یوې تابع پورې اړه ولري، ځکه چې یو یواځنی نظم مخ ته لرو.

ب- یوه تابع پورې اړه نه شي لرو، ځکه چې د $x=3$ لپاره نظم یواځنی نه دی.

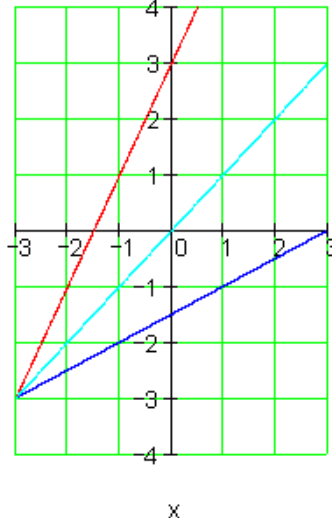
1,16- فنکشنونه او په څټ فټکشنونه

(توابع او معکوس توابع)

ټوليز:

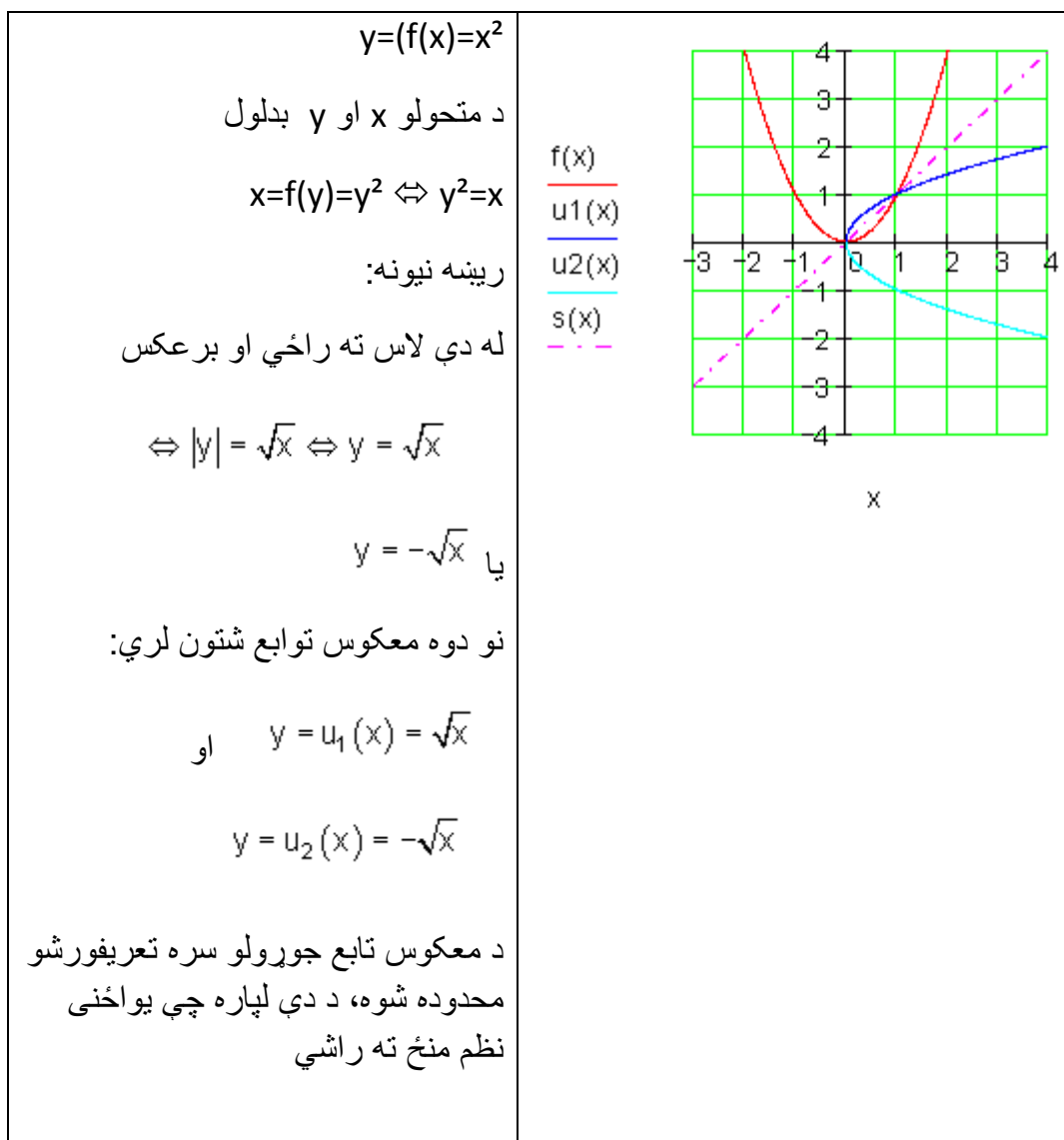
د f د نظم قانون د تابع مساوات له لارې افاده کيږي، لکه د بيلگې په توگه $f = \{(x y) \mid y = f(x) = 2x + 3\}_{D \times W}$ يا په لنډه توگه: $y = f(x) = 2x + 3$ د يوه تابع د يو-يو اځنوالي د f^{-1} يو-يو اځنی نظم هم شتون لري. دا نظم معکوس تابع يا په څټ تابع يا انورز inverse تابع بلل کيږي، لکه د بيلگې په توگه. $y = f^{-1}(x) = \frac{x}{2} - \frac{3}{2}$	The diagram shows two sets, D and W, each enclosed in an oval. Set D contains three elements labeled x_1, x_2, and x_3. Set W contains three elements labeled y_1, y_2, and y_3. Three horizontal arrows, each labeled with the function f, point from the elements in D to the elements in W: from x_1 to y_1, from x_2 to y_2, and from x_3 to y_3.
	The diagram shows two sets, W and D, each enclosed in an oval. Set W contains three elements labeled y_1, y_2, and y_3. Set D contains three elements labeled x_1, x_2, and x_3. Three horizontal arrows, each labeled with the inverse function f^{-1}, point from the elements in W to the elements in D: from y_1 to x_1, from y_2 to x_2, and from y_3 to x_3.

د کرښيز توابعو معکوس توابع

تابع $y = f(x) = 2x + 3$ ورکړ شوی غوښتنه معکوس تابع f^{-1} او د هغه گراف ده تابع f جگوالی $m = 2$ لري. دا د خپل گراف سره پروت محور په ټکي $P_x (-1, 5 0)$ کې غوڅوي او ولار محور یا اور دینات په ټکي $P_y (0 3)$ کې غوڅوي. د هغه گراف کرښه ده. که د تابع اووښتونې یا متحولې یو له بل سره بدلې شي او د y پسي په ورته توګه ښه بدلون منځ ته راشي، نو سړی معکوس تابع لاس ته راوړي.	تابع: $y = f(x) = 2x + 3$ $x = f(y) \Leftrightarrow x = 2y + 3$ $\Leftrightarrow 2y + 3 = x -3$ $\Leftrightarrow 2y = x - 3 :2$ $\Leftrightarrow y = \frac{x}{2} - \frac{3}{2}$ معکوس تابع: $y = f^{-1}(x) = \frac{x}{2} - \frac{3}{2}$
د معکوس تابع گراف د تابع د گراف هندارونه (انعکاس) ده په 45° محور باندې. په تولید توګه باور لري: تابع $y = f(x) = a_1x + a_0$ معکوس تابع $y = f^{-1}(x) = \frac{1}{a_1}x + \frac{a_0}{a_1}$ د ساده والي له امله معکوس تابع $u(x)$ بولو.	

د مربع-یا څلورۍ توابعو معکوس تابع

تلنلار (که غواړي: طریقه یا قانون) همداسې ده لکه پورته په کرښیزو توابعو کې چې وښوول شوه.



د e -تابع معکوس تابع

$$y = f(x) = e^x$$

د متحولو x او y بدلون

$$x = f(y) = e^y \Leftrightarrow e^y = x$$

لوگاریتمول

$$\Rightarrow \ln(e^y) = \ln(x)$$

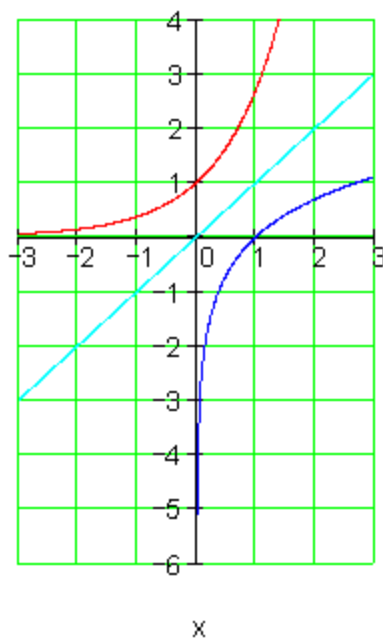
$$\Leftrightarrow y = \ln(x)$$

معکوس تابع:

$$y = u(x) = \ln(x)$$

د معکوس تابع جوړولو سره تعریفور شو
محدوده شوه، ځکه چې لوگاریتم فقط د
مثبت x - ارزښتونو لپاره تعریف دی.

$f(x)$
 $u(x)$
 $s(x)$



1.17- هندسه ((خُمکچپوهنه))

لسيز توانونه، اوږدوالی او سطحه:

لسيز توانونه
د اوږدوالي يونونو يا واحدونو

$10^0 = 1$	$10^{-1} = 0,1$
$10^1 = 10$	$10^{-2} = 0,01$
$10^2 = 100$	$10^{-3} = 0,001$
$10^3 = 1000$	$10^{-4} = 0,0001$
$10^4 = 10\,000$	$10^{-5} = 0,00001$
$10^5 = 100\,000$	$10^{-6} = 0,000001$
$10^6 = 1\,000\,000$	$10^{-7} = 0,0000001$
$10^7 = 10\,000\,000$	$10^{-8} = 0,00000001$
$10^8 = 100\,000\,000$	$10^{-9} = 0,000000001$
$10^9 = 1\,000\,000\,000$	$10^{-10} = 0,0000000001$

بدلون:

د شمیرني د بدلون بیلګه:

$$\begin{aligned}
 3,13\text{km} &= ? \text{ dm} \Rightarrow 3,13\text{km} = 3,13 \cdot 10^4 \text{ dm} = 3,13 \cdot 10.000 \text{ dm} = 31.300 \text{ dm} \\
 12,514\text{m} &= ? \text{ mm} \Rightarrow 12,514\text{m} = 12,415 \cdot 10^3 \text{ mm} = 12,415 \cdot 1000 \text{ mm} = 12.415 \text{ mm} \\
 12.436 \text{ mm} &= ? \text{ m} \Rightarrow 12.436 \text{ mm} = 12.436 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 12.436 \cdot 0,001 \text{ m} = 0,012436 \text{ m} \\
 128 \text{ dm} &= ? \text{ km} \Rightarrow 128 \text{ dm} = 128 \cdot 10^{-4} \text{ km} = 128 \cdot 0,0001 \text{ km} = 0,0128 \text{ km}
 \end{aligned}$$

سطحي (خوندي ونې) شمير بدلون:

m^2	dm^2	cm^2	mm^2
1	10^2	10^4	10^6
10^{-2}	1	10^2	10^4
10^{-4}	10^{-2}	1	10^2
10^{-6}	10^{-4}	10^{-2}	1

$$1\text{m}^2 = 100 \text{ dm}^2$$

$$1\text{dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$$

$$1\text{cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$$

د شمير بدلون بيلگه:

$$3,4\text{m}^2 = ? \text{ dm}^2 \Rightarrow 3,4\text{m}^2 = 3,4 \cdot 10^2 \text{ dm}^2 = 3,4 \cdot 100 \text{ dm}^2 = 340 \text{ dm}^2$$

$$1,4\text{m}^2 = ? \text{ cm}^2 \Rightarrow 1,4\text{m}^2 = 1,4 \cdot 10^4 \text{ cm}^2 = 1,4 \cdot 10.000 \text{ cm}^2 = 14.000 \text{ cm}^2$$

$$120\text{mm}^2 = ? \text{ dm}^2 \Rightarrow 120\text{mm}^2 = 120 \cdot 10^{-4} \text{ dm}^2 = 120 \cdot 0,0001 \text{ dm}^2 = 0,012 \text{ dm}^2$$

د حجم يا ډکي شمير نښلون:

m^3	dm^3	cm^3	mm^3
1	10^3	10^6	10^9
10^{-3}	1	10^3	10^6
10^{-6}	10^{-3}	1	10^3
10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	1

$$1\text{m}^3 = 1000 \text{ dm}^3$$

$$1\text{dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$$

$$1\text{cm}^3 = 1000 \text{ mm}^3$$

$$1\text{m}^3 \triangleq 1000 \text{ Liter}$$

$$1\text{dm}^3 \triangleq 1 \text{ Liter (l)}$$

$$1\text{cm}^3 \triangleq 1 \text{ Milliliter (ml)}$$

د شمیر بدلون بیلگه:

$$1,3 \text{ m}^3 = ? \text{ dm}^3 \Rightarrow 1,3 \text{ m}^3 = 1,3 \cdot 10^3 \text{ dm}^3 = 1,3 \cdot 1000 \text{ dm}^3 = 1300 \text{ dm}^3$$

$$132 \text{ cm}^3 = ? \text{ m}^3 \Rightarrow 132 \text{ cm}^3 = 132 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 = 132 \cdot 0,000001 \text{ m}^3 = 0,000132 \text{ m}^3$$

تمرینونه:

بدل کړئ:

km	m	dm	cm	mm
	12			
		125		
3,145				
			1255	
				12765

تمرینونه: لومړۍ بدل کړه یا واړوه:

km	m	dm	cm	mm
	12			
		125		
3,145				
			1255	
				12765

دویم- بدل کړه یا واړوه

m^3	dm^3	cm^3	mm^3
	125		
		1250	
0,541			
		16,3	
			125600

په **dm** يې واړوه او ويې شميره:

الف - $2,5m + 120\text{ dm} + 100\text{ cm} + 12\,000\text{ mm} + 12,7\text{ m}$

ب - $16\text{ m} - 12\text{ dm} + 12\,000\text{ cm} - 50\text{ dm} - 2\,000\text{ mm}$

پ - $950\text{ dm} + (12\text{ m} + 12\text{ dm}) + 12\,000\text{ mm} - 2\,500\text{ mm}$

ت - $3\,750\text{ m} - (1000\text{ dm} - 70\text{ m}) + (88\text{ km} - 75\,000\text{ m})$

په **cm** يې واړوه او ويې شميره:

الف - $2,5m + 120\text{ dm} + 1000\text{ cm} + 12\,000\text{ mm} + 127\text{ m}$

ب - $16\text{ m} - 1,2\text{ dm} + 12\,000\text{ cm} - 50\text{ dm} - 2\,000\text{ mm}$

پ - $95\text{ dm} + (12\text{ m} + 1,2\text{ m}) + 12,1\text{ m} - 25\,000\text{ mm}$

ت - $3\,750\text{ dm} - (1000\text{ dm} - 70\text{ m}) + (88\text{ km} - 75\,000\text{ m})$

حلونه:

پوښتنې:

اوږدوالی، سطحی، ډکي يا حجمونه

په مختلفو يونونو يا واحدونو شميربدلون

لومړۍ: د اوږدوالي يوونونه يا واحدونه: په جدول کې پاتې ارزښتونه وکارئ

km	m	dm	cm	mm	μm
1					
	1				
		1			
			1		
				1	10^3

$$1\text{km} = 1000\text{m} \quad 1\text{m} = 10\text{dm} \quad 1\text{dm} = 10\text{cm} \quad 1\text{cm} = 10\text{mm} \quad 1\text{mm} = 1000\mu\text{m}$$

دویم: په غوښتل شوو یونونو یا واحدونو یې وړوئ.

الف - $3,13\text{km} = ?\text{dm}$ ب - $12,514\text{m} = ?\text{mm}$

پ - $12.436\text{mm} = ?\text{m}$ ت - $128\text{dm} = ?\text{km}$

دریم: د سطحې واحدونه یا یونونه: په جدول کې پاتې واحدونه وکارئ.

m^2	dm^2	cm^2	mm^2
1			
	1		
		1	
			1

$$1\text{m}^2 = 100\text{dm}^2 \quad 1\text{dm}^2 = 100\text{cm}^2 \quad 1\text{cm}^2 = 100\text{mm}^2$$

$$1\text{km}^2 = 1000.000\text{m}^2 \quad 1\text{ha} = 10.000\text{m}^2 \quad (\text{ha} = \text{Hektar}) \quad 1\text{a} = 100\text{m}^2$$

څلورم: په وېښتوني واحد یا یون یې وړوئ

الف - $3,4\text{m}^2 = ?\text{dm}^2$ ب - $1,4\text{m}^2 = ?\text{cm}^2$ پ - $120\text{mm}^2 = ?\text{dm}^2$

پنځم: ډکي یونونه یا واحدونه: په جدول کې ناشتون (ناموجود) ارزښتونه ولیکئ

m^3	dm^3	cm^3	mm^3
1			
	1		
		1	
			1

$$1m^3 = 1000 dm^3$$

$$1dm^3 = 1000 cm^3$$

$$1cm^3 = 1000 mm^3$$

$$1m^3 \triangleq 1000 \text{ Liter}$$

$$1dm^3 \triangleq 1 \text{ Liter (l)}$$

$$1cm^3 \triangleq 1 \text{ Milliliter (ml)}$$

شپږم: په غوښتونې واحد يې وشميرئ

الف- $1,3 m^3 = ? dm^3$ ب- $132 cm^3 = ? m^3$

اوم: د جدول ناشتونوالي (ناموجوديت) ارزښتونه وشميرئ

km	m	dm	cm	mm
	12			
		125		
3,145				
			1255	
				12765

اتم: د جدول ناشتونوالي (ناموجوديت) ارزښتونه وشميرئ

m^2	dm^2	cm^2	mm^2
		12375	
			127000
	12,175		
0,735			
	0,35		

نهم: د جدول ناشتونوالي (ناموجودیت) ارزښتونه وشمیرئ

m^3	dm^3	cm^3	mm^3
	125		
		1250	
0,541			
		16,3	
			125 600

لسم: په **dm** يي واړوه او ويي شميره:

الف - $2,5m + 120\text{ dm} + 100\text{ cm} + 12\,000\text{ mm} + 12,7\text{ m}$

ب - $16\text{ m} - 12\text{ dm} + 12\,000\text{ cm} - 50\text{ dm} - 2\,000\text{ mm}$

پ - $950\text{ dm} + (12\text{ m} + 12\text{ dm}) + 12\,000\text{ mm} - 2\,500\text{ mm}$

ت - $3\,750\text{ m} - (1000\text{ dm} - 70\text{ m}) + (88\text{ km} - 75\,000\text{ m})$

یولسم: په **cm** يي واړوه او ويي شميره:

الف - $2,5m + 120\text{ dm} + 1000\text{ cm} + 12\,000\text{ mm} + 127\text{ m}$

ب - $16\text{ m} - 1,2\text{ dm} + 12\,000\text{ cm} - 50\text{ dm} - 2\,000\text{ mm}$

پ - $95\text{ dm} + (12\text{ m} + 1,2\text{ m}) + 12,1\text{ m} - 25\,000\text{ mm}$

ت - $3\,750\text{ dm} - (1000\text{ dm} - 70\text{ m}) + (88\text{ km} - 75\,000\text{ m})$

حلونه یا خُوابونه(اوبیوني)

نتیجې

لومړۍ:

km	m	dm	cm	mm	μm
1	10^3	10^4	10^5	10^6	10^9
10^{-3}	1	10^1	10^2	10^3	10^6
10^{-4}	10^{-1}	1	10^1	10^2	10^5
10^{-5}	10^{-2}	10^{-1}	1	10^1	10^4
10^{-6}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	1	10^3

دویم:

الف- $12,514\text{m} = 12.415\text{mm}$ - ب $3,13\text{km} = 31.300\text{dm}$

پ - $12.436\text{mm} = 12,436\text{m}$ - ت $128\text{dm} = 0,0128\text{km}$

دریم:

m^2	dm^2	cm^2	mm^2
1	10^2	10^4	10^6
10^{-2}	1	10^2	10^4
10^{-4}	10^{-2}	1	10^2
10^{-6}	10^{-4}	10^{-2}	1

څلورم:

الف- $3,4\text{m}^2 = 340\text{dm}^2$ - ب $1,4\text{m}^2 = 14.000\text{cm}^2$

پ - $120\text{mm}^2 = 0,012\text{dm}^2$

پنځم:

m^3	dm^3	cm^3	mm^3
1	10^3	10^6	10^9
10^{-3}	1	10^3	10^6
10^{-6}	10^{-3}	1	10^3
10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	1

شپږم:

الف - $1,3\text{m}^3 = 1300\text{dm}^3$ ب - $132\text{cm}^3 = 0,000132\text{m}^3$

اووم:

km	m	dm	cm	mm
0,012	12	120	1200	12000
0,0125	12,5	125	1250	12500
3,145	3145	31450	314500	3145000
0,01255	12,55	125,5	1255	12550
0,012765	12,765	127,65	1276,5	12765

اتم:

m^2	dm^2	cm^2	mm^2
1,2375	123,75	12375	1237500
0,127	12,7	1270	127000
0,12175	12,175	1217,5	121750
0,735	73,35	7335	733500
0,0035	0,35	35	3500

نهم:

m^3	dm^3	cm^3	mm^3
0,125	125	125000	125000000
0,00125	1,25	1250	1250000
0,541	541	541000	541000000
0,0000163	0,0163	16,3	16300
0,0001256	0,1256	125,6	125600

لسم:

$$2,5m + 120\text{ dm} + 100\text{ cm} + 12000\text{mm} + 12,7\text{ m} = 402\text{ dm} \quad \text{الف -}$$

$$16\text{ m} - 12\text{ dm} + 12000\text{cm} - 50\text{ dm} - 2000\text{mm} = 1278\text{ dm} \quad \text{ب -}$$

$$950\text{ dm} + (12\text{m} + 12\text{ dm}) + 12000\text{mm} - 2500\text{mm} = 1177\text{ dm} \quad \text{پ -}$$

$$3\text{ 750m} - (1000\text{ dm} - 70\text{m}) + (88\text{km} - 75\text{ 000m}) = 167200\text{ dm} \quad \text{ت -}$$

یولسم:

$$2,5m + 120\text{ dm} + 1000\text{ cm} + 12000\text{mm} + 127\text{ m} = 16350\text{ cm} \quad \text{الف -}$$

$$16\text{ m} - 1,2\text{ dm} + 12000\text{ cm} - 50\text{ dm} - 2000\text{mm} = 12888\text{ cm} \quad \text{ب -}$$

$$95\text{ dm} + (12\text{m} + 1,2\text{m}) + 12,1\text{m} - 25000\text{mm} = 980\text{ cm} \quad \text{پ -}$$

$$3\text{ 750 dm} - (1000\text{ dm} - 70\text{ m}) + (88\text{km} - 75\text{ 000 m}) = 35800\text{ cm} \quad \text{ت -}$$

مفصل حلونه يا اوبيوني:

لومړی:

km	m	dm	cm	mm	μm
1	10^3	10^4	10^5	10^6	10^9
10^{-3}	1	10^1	10^2	10^3	10^6
10^{-4}	10^{-1}	1	10^1	10^2	10^5
10^{-5}	10^{-2}	10^{-1}	1	10^1	10^4
10^{-6}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	1	10^3

دویم: الف -

$$3,13\text{km} = ? \text{ dm} \Rightarrow 3,13\text{ km} = 3,13 \cdot 10^4 \text{ dm} = 3,13 \cdot 10.000 \text{ dm} = 31.300 \text{ dm}$$

ب -

$$12,514\text{m} = ? \text{ mm} \Rightarrow 12,415\text{ m} = 12,415 \cdot 10^3 \text{ mm} = 12,415 \cdot 1000\text{mm} = 12.415\text{mm}$$

پ -

$$12.436\text{mm} = ? \text{ m} \Rightarrow 12.436\text{ mm} = 12.436 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 12.436 \cdot 0,001\text{m} = 12,436 \text{ m}$$

ت -

$$128 \text{ dm} = ? \text{ km} \Rightarrow 128 \text{ dm} = 128 \cdot 10^{-4} \text{ km} = 128 \cdot 0,0001\text{km} = 0,0128 \text{ km}$$

دریم:

m^2	dm^2	cm^2	mm^2
1	10^2	10^4	10^6
10^{-2}	1	10^2	10^4
10^{-4}	10^{-2}	1	10^2
10^{-6}	10^{-4}	10^{-2}	1

څلورم:

الف -

$$3,4 \text{ m}^2 = ? \text{ dm}^2 \Rightarrow 3,4 \text{ m}^2 = 3,4 \cdot 10^2 \text{ dm}^2 = 3,4 \cdot 100 \text{ dm}^2 = 340 \text{ dm}^2$$

ب -

$$1,4 \text{ m}^2 = ? \text{ cm}^2 \Rightarrow 1,4 \text{ m}^2 = 1,4 \cdot 10^4 \text{ cm}^2 = 1,4 \cdot 10.000 \text{ cm}^2 = 14.000 \text{ cm}^2$$

پ -

$$120 \text{ mm}^2 = ? \text{ dm}^2 \Rightarrow 120 \text{ mm}^2 = 120 \cdot 10^{-4} \text{ dm}^2 = 120 \cdot 0,0001 \text{ dm}^2 = 0,012 \text{ dm}^2$$

پنځم:

m^3	dm^3	cm^3	mm^3
1	10^3	10^6	10^9
10^{-3}	1	10^3	10^6
10^{-6}	10^{-3}	1	10^3
10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	1

شپږم:

$$1,3 \text{ m}^3 = ? \text{ dm}^3 \Rightarrow 1,3 \text{ m}^3 = 1,3 \cdot 10^3 \text{ dm}^3 = 1,3 \cdot 1000 \text{ dm}^3 = 1300 \text{ dm}^3$$

الف -

ب -

$$132 \text{ cm}^3 = ? \text{ m}^3 \Rightarrow 132 \text{ cm}^3 = 132 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 = 132 \cdot 0,000001 \text{ m}^3 = 0,000132 \text{ m}^3$$

اوم:

km	m	dm	cm	mm
0,012	12	120	1200	12000
0,0125	12,5	125	1250	12500
3,145	3145	31450	314500	3145000
0,01255	12,55	125,5	1255	12550
0,012765	12,765	127,65	1276,5	12765

اتم:

m ²	dm ²	cm ²	mm ²
1,2375	123,75	12375	1237500
0,127	12,7	1270	127000
0,12175	12,175	1217,5	121750
0,735	73,35	7335	733500
0,0035	0,35	35	3500

نهم:

m ³	dm ³	cm ³	mm ³
0,125	125	125000	125000000
0,00125	1,25	1250	1250000
0,541	541	541000	541000000
0,0000163	0,0163	16,3	16300
0,0001256	0,1256	125,6	125600

لسم:

الف –

$$\begin{aligned}
 &2,5\text{m} + 120\text{ dm} + 100\text{ cm} + 12000\text{mm} + 12,7\text{ m} \\
 &= 25\text{ dm} + 120\text{ dm} + 10\text{ dm} + 120\text{ dm} + 127\text{ dm} = \underline{\underline{402\text{ dm}}}
 \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned} & 16\text{ m} - 12\text{ dm} + 12\,000\text{ cm} - 50\text{ dm} - 2\,000\text{ mm} \\ & 160\text{ dm} - 12\text{ dm} + 1200\text{ dm} - 50\text{ dm} - 20\text{ dm} \\ & = 1278\text{ dm} \end{aligned}$$

پ -

$$\begin{aligned} & 950\text{ dm} + (12\text{ m} + 12\text{ dm}) + 12\,000\text{ mm} - 2\,500\text{ mm} \\ & = 950\text{ dm} + 120\text{ dm} + 12\text{ dm} + 120\text{ dm} - 25\text{ dm} \\ & = 1177\text{ dm} \end{aligned}$$

ت -

$$\begin{aligned} & 3\,750\text{ m} - (1000\text{ dm} - 70\text{ m}) + (88\text{ km} - 75\,000\text{ m}) \\ & = 3\,750\text{ dm} - 1000\text{ dm} + 700\text{ dm} + 880\,000\text{ dm} - 750\,000\text{ dm} \\ & = 167\,200\text{ dm} \end{aligned}$$

یولسم:

الف -

$$\begin{aligned} & 2,5\text{ m} + 120\text{ dm} + 1000\text{ cm} + 12\,000\text{ mm} + 127\text{ m} \\ & = 250\text{ cm} + 1200\text{ cm} + 1000\text{ cm} + 1200\text{ cm} + 12\,700\text{ cm} \\ & = 16\,350\text{ cm} \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned} & 16\text{ m} - 1,2\text{ dm} + 12\,000\text{ cm} - 50\text{ dm} - 2\,000\text{ mm} \\ & = 1600\text{ cm} - 12\text{ cm} + 12\,000\text{ cm} - 500\text{ cm} - 200\text{ cm} \\ & = 12\,888\text{ cm} \end{aligned}$$

پ -

$$\begin{aligned}
 & 95 \text{ dm} + (12 \text{ m} + 1,2 \text{ m}) + 12,1 \text{ m} - 25000 \text{ mm} \\
 & = 950 \text{ cm} + 1200 \text{ cm} + 120 \text{ cm} + 1210 \text{ cm} - 2500 \text{ cm} \\
 & = \underline{\underline{980 \text{ cm}}}
 \end{aligned}$$

ت -

$$\begin{aligned}
 & 3750 \text{ dm} - (1000 \text{ dm} - 70 \text{ m}) + (88 \text{ km} - 75000 \text{ m}) \\
 & = 37500 \text{ cm} - (100 \text{ m} - 70 \text{ m}) + (88 \text{ km} - 75 \text{ km}) \\
 & = 37500 \text{ cm} - 3000 \text{ cm} + 1300000 \text{ cm} \\
 & = \underline{\underline{1334500 \text{ cm}}}
 \end{aligned}$$

۱۷. ۳ - د پیتاگوراس جمله Der Satz des Pythagoras

په ولاړگودیز درې گودي (مثلث قايم الزاويه) کې نومونې

په قايم الزاويه مثلث کې د ولاړ کونج (قايمې زاويې) مخامخ اړخ يا ضلع ستر اړخ يا هيبوتينوز Hypotenuse بولو يا بلل کيږي.

ولاړ کونج را بندونکي اړخونه يا په پراته اړخونه د کاتېتونو Katheten يا د ولاړ کونج له څنگ کونج يا زاويې له ليد څخه مخامخ اړخ او په پروت اړخ (چې موږ به يې همداسې له دې وروسته وبلو).

د پیتاگوراس (فيثاغورث) جمله:

په ولاړگودیز درې گودي يا قايم الزاويه مثلث کې د لوی اړخ مربع (څلورۍ) د دواړو په ولاړ کونج باندې پرتو اړخونو د مربعگانو سره برابره ده.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

بڼه بدلون راکوي:

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

بیلگه:

B1 په یوه قائم‌الزاویه مثلث کې پاتې اوږدوالي وشمیرئ

الف- $a = 6 \text{ cm}$; $b = 8 \text{ cm}$

ب- $a = 9 \text{ cm}$; $c = 41 \text{ cm}$

پ- $b = 0,5 \text{ cm}$; $c = 1,3 \text{ cm}$

ځل (اړیونه یا ځواب):

الف -

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\Leftrightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(6 \text{ cm})^2 + (8 \text{ cm})^2} = \sqrt{100 \text{ cm}^2} = \underline{\underline{10 \text{ cm}}}$$

ب -

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\Leftrightarrow b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(41 \text{ cm})^2 - (9 \text{ cm})^2} = \sqrt{1600 \text{ cm}^2} = \underline{\underline{40 \text{ cm}}}$$

پ -

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\Leftrightarrow a = \sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{(1,3 \text{ cm})^2 - (0,5 \text{ cm})^2} = \sqrt{1,44 \text{ cm}^2} = \underline{\underline{1,2 \text{ cm}}}$$

پوښتنې

پیتاگوراس ۱

له تخنیک څخه د استعمال جملې

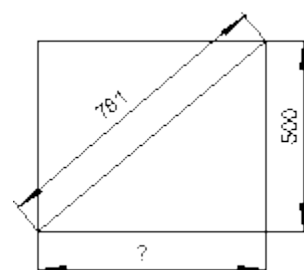
لومړۍ:

دپه څنگ کې ولار رسم د څلور ژيو ليد
(40x40) څخه چمتو شي.

د اړيښ (مخ ليد) ليدستتو يا (مخليد) -متو
ټول اوږدوالی وټاکي، که د يوه له 5% ټوټه
غوڅي سره مخ ته لار شو.

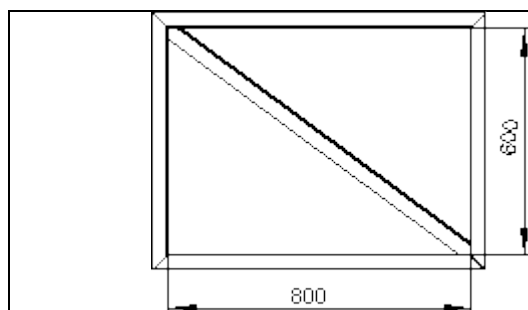
دويم: دا پاتې ناشتوني اوږدوالي وشميرئ

الف:

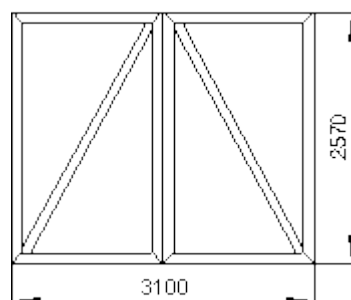
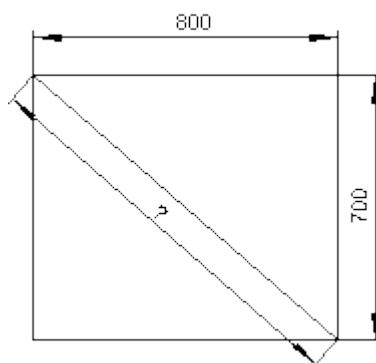


درېم:

د په څنگ کې ولار رسم څخه دې ډبله
دروازه جوړه شي
د سيخانو ټول اوږدوالی دې څومره وي،
که غوڅی 4% وي.



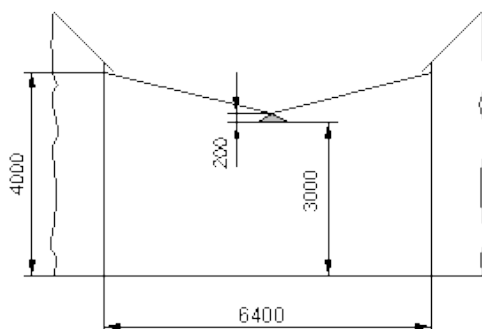
ب-



(Stabprofil: 50 x 50) د سيخانو څنگ ليد

په پام کې ونيسئ، چې پروفيل څنگه سره جوړيږي.

څلورم:



د دوه کورونو ترمنځ دې په یوه غزونرسۍ
یو د کوڅې برېښنا گروپ وزرول شي. دا
غزون-رسۍ ټیک $l = 6,4 \text{ m}$ اوږده ده.
وروسته له هغې چې څراغ وزرول شو، دا
رسۍ داسې زورنده ده، لکه د څنګ څیرې
چې بریښي .

الف- دا رسۍ د وزن سره څومره راکښل
شوه؟

ب – دا رسۍ څو % غزیږي یا راکښل
کیږي؟

مفصل حلونه یا ځوابونه(اوبیوني):

	لومړۍ: د ترڅنګ رسم څخه دې له څلورژيوڅنګليد (40x40) څخه دې یوه د باغ دروازه جوړه شي. د ټول اړین څنګليد سیخانو اړيښ اوږدوالی وټاکي، که د $p=5\%$ پوه پرېکونکي ټوټې(چې له دې ځایه لرې کیږي) سره و ګڼل یا وشمیرل شي.
$S := \sqrt{(800\text{mm})^2 + (600\text{mm})^2}$ $S = 1000\text{mm} \quad S = 1\text{m}$	قطري(نیمۍ) اوږدوالی: پرتنه برخه یا قطر:

د اړخونو برخې:

$$S_T := 2 \cdot 880\text{mm} + 2 \cdot 680\text{mm} \quad S_T = 3120\text{mm} \quad S_T = 3.12\text{m}$$

بې له ټوټه یا غوڅ شوي ټول اوږدوال:

هندسه ((خُمکچپوهنه))

710

$$L_{\text{netto}} := S + S_T \quad L_{\text{netto}} = 4.12 \text{ m}$$

$$p = 0.05$$

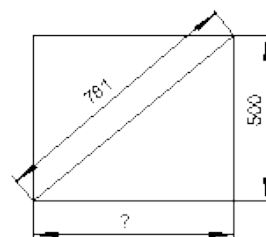
$$L_{\text{brutto}} := \frac{L_{\text{netto}}}{1 - p} \quad L_{\text{brutto}} = 4.337 \text{ m}$$

ټول اوږدوالی دی: $L_{\text{brutto}} = 4.337 \text{ m}$
دویم:

دا (د شمیرنې) پاتې اوږدوالی وشمیرئ

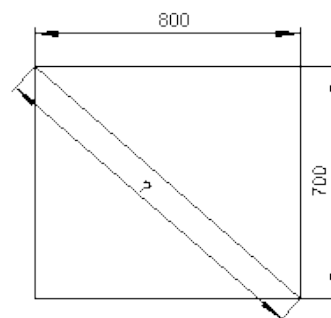
$$a) \quad x := \sqrt{(781 \text{ mm})^2 - (500 \text{ mm})^2}$$

$$x = 599.967 \text{ mm} \quad x = 0.6 \text{ m}$$

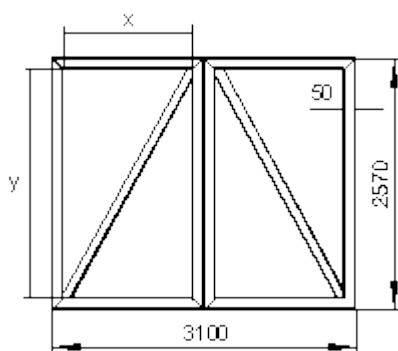


$$b) \quad x := \sqrt{(800 \text{ mm})^2 + (700 \text{ mm})^2}$$

$$x = 1063.015 \text{ mm} \quad x = 1.063 \text{ m}$$



دریم:



د په څنگ کې ولار رسم څخه دې ډبله
دروازه جوړه شي
د سیخانو ټول اوږدوالی دې څومره وي،
که غوڅی 4% وي.
(Stabprofil: 50 x 50) د سیخانو څنگ
لید
په پام کې ونیسئ، چې پروفیل څنگه سره
جوړیږي.

711

هندسه ((خُمکچپوهنه))

$$x := \frac{3100\text{mm} - 200\text{mm}}{2} \quad x = 1450\text{mm}$$

$$y := 2570\text{mm} - 100\text{mm} \quad y = 2470\text{mm}$$

قطر (دوه کونجمری یا دیاگونال):

$$S := \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$S = 2864.158\text{mm} \quad S = 2.864\text{m}$$

$$S_T := 2 \cdot 3100\text{mm} + 4 \cdot 2570\text{mm}$$

$$S_T = 16480\text{mm} \quad S_T = 16.48\text{m}$$

اړخبرخي: بي له غوڅ شوي ټول اوږدوالی:

د الماني پښتو متن ټول لاس ته راوړي، ټول اوږدوالی بي له ماليه او نورو ترې وتو

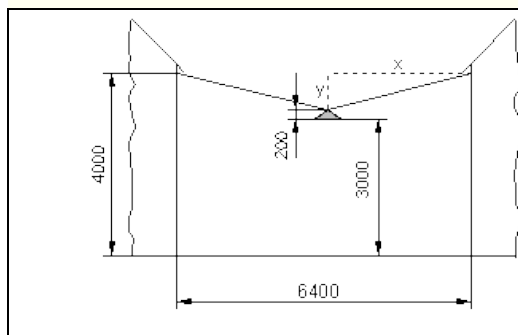
$$L_{\text{netto}} := 2S + S_T \quad L_{\text{netto}} = 22.208\text{m}$$

$$p = 0.04$$

$$L_{\text{brutto}} := \frac{L_{\text{netto}}}{1 - p} \quad L_{\text{brutto}} = 23.134\text{m}$$

$$L_{\text{brutto}} = 23.134\text{m}$$

ټول اوږدوالی دی:



څلورم: د دوه کورونو ترمنځ دې په یوه غزونړسۍ یو د کوڅې برېښنا گروپ وزرول شي. دا غزون-رسۍ ټیک $l = 6,4\text{ m}$ اوږده ده. وروسته له هغې چې څراغ وزرول شو، دا رسۍ داسې زوړنده ده، لکه د څنگ څیرې چې بریښي .

الف- دا رسۍ د وزن سره څومره راکښل شوه؟

ب – دا رسۍ څو% غزیږي یا راکښل کیږي؟

هندسه ((خُمکچپوهنه))

712

$$x := \frac{6400\text{mm}}{2}$$

$$x = 3200\text{mm}$$

$$y := 4000\text{mm} - 3200\text{mm}$$

$$y = 800\text{mm}$$

$$\text{غزېدلي رسئ} = 2 \cdot \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$= 6.597\text{m}$$

6400mm - غزېدلي رسئ = د اوږدوالي تغيړ

الف- د اوږدوالي تغيړ =

ب - په سلو کې د اوږدوالي تغيړ :

$$W = G \cdot p \quad G := 6400\text{mm} \quad W := \text{د اوږدوالي تغيړ}$$

$$p := \frac{W}{G}$$

$$p = 0.03078$$

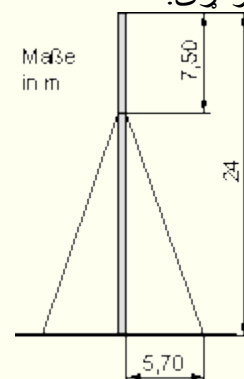
$$p = 3.078\%$$

پوښتنې

پيتاگوراس ۲

له تخنيک څخه د استعمال جملې

لومړۍ:

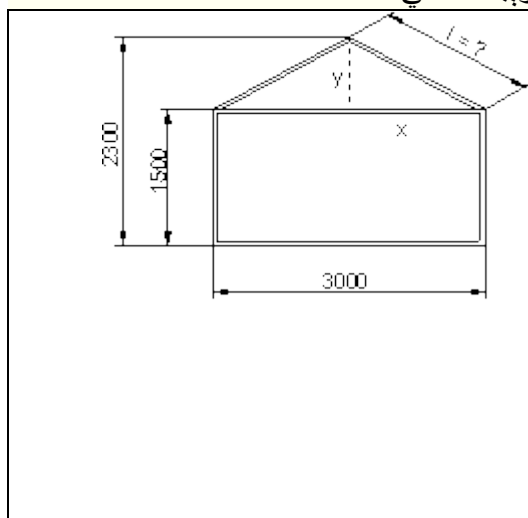


يو ولاړوړونکى يا مټه يا ستن د څلورو رسيو سره يوه ځاى وساتل شي. رسئ د ستنې

څخه په $x_1 = 5.7\text{m}$ لږېوالي په ځمکه کلکيري.

الف- هره رسئ بايد څومره اوږده وي؟

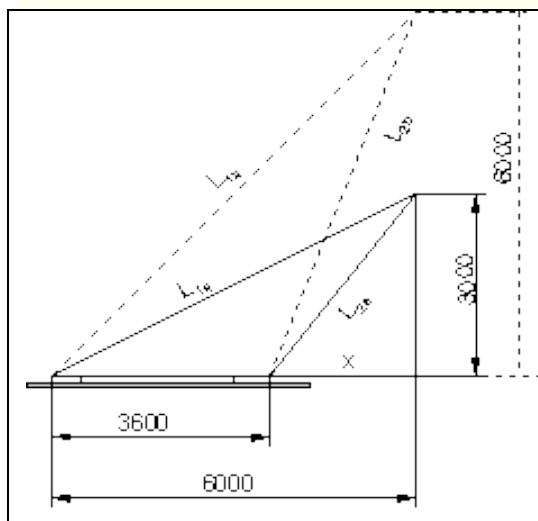
ب - د یوې رسۍ اوږدوالی دی په څو % لوی شي، چې د اړخ ټینګوالي ټکی په ځمکه په $p = 10\%$ د باندې لور ته واچول شي یا پرېاسل شي؟



دویم:
د په څنګ کې درولې جوړښت رسم څخه چې یو د شنکیو کور (سبو، یا شنو یا...) جوړ شي، چې د څلور ژبو سیمونه یې (60×40) وي. الف- د سیمونو ټوټې دې په کوم اوږدوالي غوڅي شي؟

ب - دا ټول د شنو کور د ۶ توکو څخه جوړ دی، چې د یو متر اوږده تړنټوګي په پنځم ودریدځای سره میخ شي. ټولټال څومره څلورژي سیمونه یا د جوړولو لپاره په کار دي؟

دریم:



یو انجنیر چې سیمونه ږدي او یا .. غزوي او دا له څرخون- یا کلکونځای څخه د بارمټي جگوالی 3 m ولري.

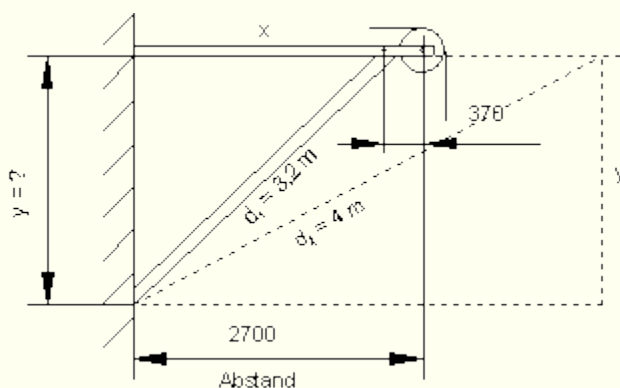
الف- دا د ټینګولو سیمونه یا رسۍ L_{1a} او L_{2a} (دا نومونه چې څنګه غوره کوي د هغه څه نومونه دي، چې په څیره کې یې گوري) دې څومره اوږده وي؟

ب - دا د ټینګوني سیمونه به څومره اوږده وي، که د باروړونکي L_{1b} او L_{2b}

جگوالی ډبل یا دوه برابر شي؟

پ- د غزیدوني اوږدوالي د ب - په حالت کې څو % دی؟

څلورم:



دا د غزوني انجنير يوه زور - يا فشار ستنې له لارې د $d_1 = 3,2 \text{ m}$ سره تکیه يا کلکيري.

الف- د دواړو ځايونو واټن y څومره لوي دی؟

ب - دا واټن 2700 په کومه کچه تغير خوري، که د فشار مټه په $d_2 = 4 \text{ m}$ اوږد شي مگر د زخيره ځای واټن y په ځای يا برابري شي؟

حلونه يا اوبيوني

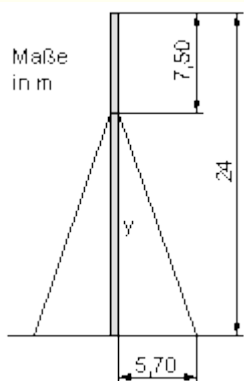
مفصل حلونه

لومړی:

يو ولاړوړونکی يا مټه يا ستن دې د څلورو رسيو سره يوه ځای وساتل شي. رسي د ستنې څخه په $x_1 = 5,7 \text{ m}$ لږېوالي په ځمکه کلکيري.

الف- هره رسي بايد څومره اوږده وي؟

ب - د يوې رسي اوږدوالی دې په څو % لوی شي، چې د اړخ ټينگوالي ټکی په ځمکه په $p = 10\%$ د باندې لور ته واچول شي يا پرېاسل شي؟



$$a) \quad y := 24\text{m} - 7.5\text{m} \quad y = 16.5\text{m}$$

$$S_1 := \sqrt{x_1^2 + y^2} \quad S_1 = 17.457\text{m}$$

$$b) \quad x_2 := (1 + p_1)x_1 \quad x_2 = 6.27\text{m}$$

$$S_2 := \sqrt{x_2^2 + y^2} \quad S_2 = 17.651\text{m}$$

$$\Delta S := S_2 - S_1 \quad \Delta S = 0.194\text{m}$$

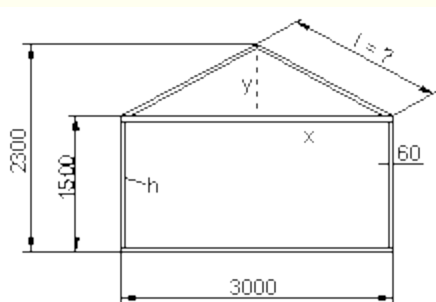
$$W = G \cdot p \quad W := \Delta S \quad G := S_1$$

$$p := \frac{W}{G} \quad p = 0.01113 \quad p = 1.113\%$$

دويم:

د په څنگ کې درولې جوړښت رسم څخه چې يو د شينکيو کور (سبو، يا شنو يا...) جوړ شي، چې د څلور ژيو سيمونه يې (60 x 40) وي.

الف- د سيمونو توپي دې په کوم اوږدوالي غوڅي شي؟ ب- دا ټول د شنو کور د ۶ ټوکو څخه جوړ دی، چې د يو متر اوږده ترنتوکي په پنځم ودریدځای سره ميځ شي. ټولټال څومره څلورژي سيمونه د جوړولو لپاره په کار دي؟



$$a) \quad x := \frac{3000\text{mm}}{2}$$

$$x = 1500\text{mm} \quad x = 1.5\text{m}$$

$$y := 2300\text{mm} - 1500\text{mm} \quad y = 800\text{mm} \quad y = 0.8\text{m}$$

$$l := \sqrt{x^2 + y^2} \quad l = 1700\text{mm} \quad l = 1.7\text{m}$$

$$b) \quad h := 1500\text{mm} - 120\text{mm} \quad h = 1380\text{mm} \quad h = 1.38\text{m}$$

$$L_1 := 2 \cdot 3000\text{mm} + 2 \cdot h + 2 \cdot l \quad L_1 = 12160\text{mm} \quad L_1 = 12.16\text{m}$$

$$n := 5 \cdot 5 \quad n = 25$$

ب - د ترنتوکو گڼون یا تعداد:

ټول اوږدوالی.

$$L := 6 \cdot L_1 + n \cdot 1\text{m}$$

$$L = 97.96\text{m}$$

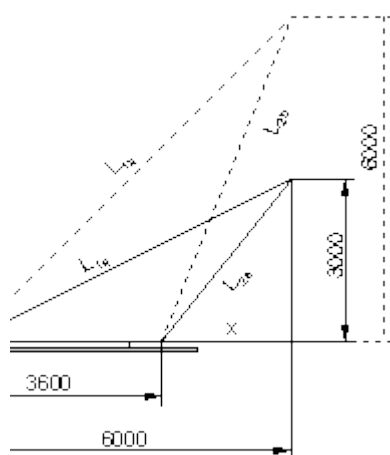
دریم:

یو انجنیر (چې سیمونه او یا .. غزوي) غواړي له څرخون- یا کلکونځای د بارمټي جگوالی 3 m ولري.

الف- دا ټینګولو سیمونه یا رسئ L_{1a} او L_{2a} (دا نومونه چې څنګه غوره کوي د هغه څه نومونه دي، چې په څیره کې یې گورئ) دې څومره اوږده وي؟

ب - دا د ټینګوني سیمونه به څومره اوږده وي، که د باروړونکي L_{1b} او L_{2b} جگوالی ډبل یا دوه برابر ه شي؟

ب - په حالت کې څو % دی؟



$$x = 2.4\text{m} \quad 3600\text{mm}$$

$$\sqrt{(6000\text{mm})^2 + (3000\text{mm})^2}$$

$$08.204\text{mm}$$

$$L_{1a} = 6.708\text{m}$$

$$\sqrt{(3600\text{mm})^2 + (3000\text{mm})^2}$$

$$41.875\text{mm}$$

$$L_{2a} = 3.842\text{m}$$

$$i) x := 6000\text{mm} - 3600\text{mm} \quad x = 2.4\text{m}$$



$$L_{1a} := \sqrt{(6000\text{mm})^2 + (3000\text{mm})^2}$$

$$L_{1a} = 6708.204\text{mm}$$

$$L_{1a} = 6.708\text{m}$$

$$L_{2a} := \sqrt{x^2 + (3000\text{mm})^2}$$

$$L_{2a} = 3841.875\text{mm}$$

$$L_{2a} = 3.842\text{m}$$

$$b) x := 6000\text{mm} - 3600\text{mm} \quad x = 2.4\text{m}$$

$$L_{1b} := \sqrt{(6000\text{mm})^2 + (6000\text{mm})^2}$$

$$L_{1b} = 8485.281\text{mm}$$

$$L_{1b} = 8.485\text{m}$$

$$L_{2b} := \sqrt{x^2 + (6000\text{mm})^2}$$

$$L_{2b} = 6462.198\text{mm}$$

$$L_{2b} = 6.462\text{m}$$

$$c) W_1 = G_1 \cdot p_1 \quad G_1 := L_{1a} \quad W_1 := L_{1b} - L_{1a} \quad W_1 = 1.777\text{m}$$

$$p_1 := \frac{W_1}{G_1}$$

$$p_1 = 0.265$$

$$p_1 = 26.491\%$$

$$W_2 = G_2 \cdot p_2$$

$$G_2 := L_{2a}$$

$$W_2 := L_{2b} - L_{2a}$$

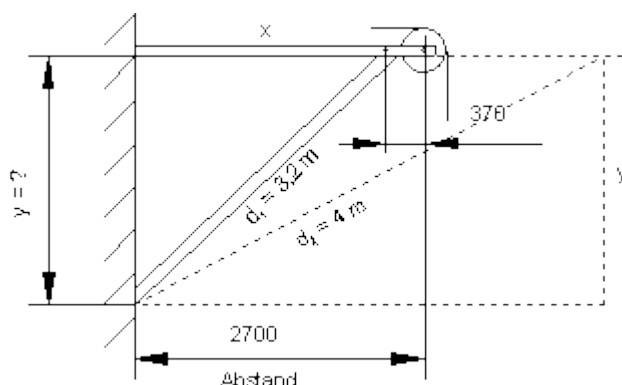
$$W_2 = 2.62\text{m}$$

$$p_2 := \frac{W_2}{G_2}$$

$$p_2 = 0.682$$

$$p_2 = 68.204\%$$

څلورم:



دا د غزونې انجنیر یوه زور –
یا فشار ستنې له لارې د $d_1 =$
3,2 m سره تکیه یا کلکیري.

الف-د دواړو ځایونو واټن y
خومره لوي دی؟

ب – دا واټن 2700 په کومه کچه
تغیر خوري، که د فشار مټه په
 $d_2 = 4$ m اوږد شي مگر د
زخیږه ځای واټن y په ځای یا
برابریاتي شي؟

$$a) \quad x := 2700 \text{ mm} - 370 \text{ mm} \quad x = 2330 \text{ mm} \quad x = 2.33 \text{ m}$$

$$y := \sqrt{d_1^2 - x^2} \quad y = 2193.422 \text{ mm} \quad y = 2.193 \text{ m}$$

$$b) \quad \text{Abstand} := \sqrt{(4 \text{ m})^2 - y^2}$$

$$\text{Abstand} = 3344.981 \text{ mm}$$

$$\text{Abstand} = 3.345 \text{ m}$$

په پورته کې د الماني پښتو: واټن

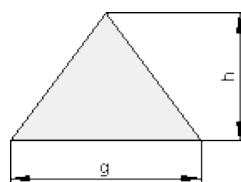
۱۷. ۵ د سطحو شمیرنه

	د سطحو شمیرنه داسې ورکړ شوې ده: مربع یا څلورۍ Quadrat سطحه $A = a \cdot a = a^2$



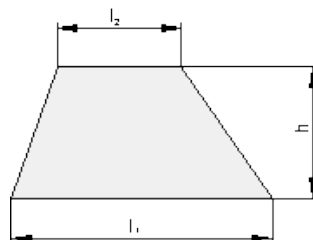
ولارگودیز یا مستطیل

سطحه $A = a \cdot b$



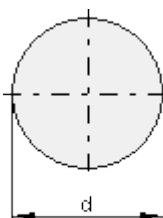
دری گودی یا مثلث

سطحه $A = \frac{g \cdot h}{2}$



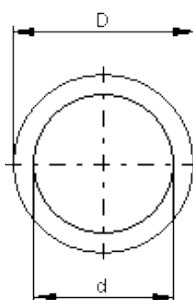
ذوذنقه یا تراپیخیوس

سطحه $A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot h$



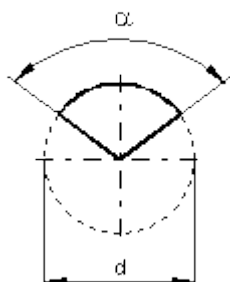
گردئ یا دایره

سطحه $A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = r^2 \cdot \pi$



دایره گردئ یا د گردئ گردئ

سطحه $A = (D^2 - d^2) \cdot \frac{\pi}{4}$



دایره برخه یا قطاع

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ}$$

سطحه:

د شمیرپوهنې یا ریاضي دا بڼه فقط په ښوونځي کې نه بلکه په ورځني ژوند کې هم تل په کار راځي، د بیلګې په توګه په ګډه (کولو) کې. که څوک غواړي کور په کرایه ونیسي، نو باید تل د کور سطحه بیا پخپله وشمیري، چې باوري شي.

کله کله کور سیده په کرښ نه وي غوڅ شوی، داسې چې د کور د اندازه کولو لپاره مختلف ځمکچیز یا هندسي شکلونو ته اړتیا وي (د یوه گردې کونج لپاره یوه نیمګردی یا نهمه دایره، لکه د بیلګې په توګه زړو کورونو کې). که څوک د ګډې لپاره د ګډه وړونکې فیرما څخه حساب تر لاسه کړي (څوک بختور چې د دې کار کړلو توان لري) د کور لویوال رول لوبوي. څوک چې د کور لویه سطحه لري هغه زیات د کور سامان هم لري. او بالاخره که څوک بیا نوی کور جوړوي، ځمکچپوهنې یا هندسي څخه پرته مخ ته نه شي تللی، که څیرګر او نور لاسکارګر هم ولري.

ځکه چې په ودانۍ کې له ټول غوره یې ټيکه شمیرنه ده، که دا اقتصادي اړخ کې او که په پالنه کې هم. او سړی بالاخره خپله هم پوه شي، چې د مسلکي خلکو به کله څه ویل کوي.

پوښتنې

دسطحو شمیرنه ۱

د ساده سطحو شمیرنه:

لومړۍ:

بیلگه: د مربع یا څلورۍ سطحه وشمیرئ،
چې د اړخ اوږدوالی یې $a = 12 \text{ cm}$ وي.

$$\begin{aligned} A &= a^2 \\ &= 12 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} \\ &= \underline{\underline{144 \text{ cm}^2}} \end{aligned}$$

سطحه د $a = 3,75 \text{ dm}$ سره وشمیرئ.

بیلگه: د یوه ولاړگودیز یا متطیل سطحه وشمیرئ، چې د اړخونو اوږدوالی یې $a = 12 \text{ cm}$ او $b = 20 \text{ cm}$ وي.

$$\begin{aligned} A &= a \cdot b \\ &= 12 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} \\ &= \underline{\underline{240 \text{ cm}^2}} \end{aligned}$$

سطحه د $a = 3,75 \text{ dm}$, $b = 22 \text{ cm}$ سره وشمیرئ

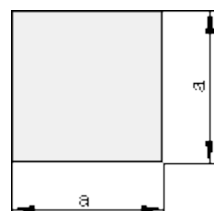
بیلگه: د یوه درېگودي یا مثلث سطحه وشمیرئ، چې د اړخونو اوږدوالی یې

$h = 10 \text{ cm}$ او $g = 14 \text{ cm}$ یې

$$\begin{aligned} A &= \frac{g \cdot h}{2} \\ &= \frac{14 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm}}{2} \\ &= \underline{\underline{70 \text{ cm}^2}} \end{aligned}$$

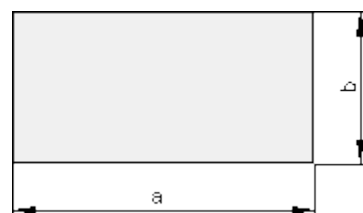
جگوالی وي. سطحه د $g = 3,75 \text{ dm}$, $h = 21 \text{ cm}$ سره وشمیرئ

Quadrat څلورۍ یا مربع



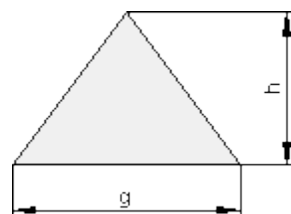
Fläche: $A = a \cdot a = a^2$ سطحه

Rechteck ولاړگودیز یا مستطیل دویم:



Fläche: $A = a \cdot b$ سطحه

Dreieck درېگودی یا مثلث دریم:



Fläche: $A = \frac{g \cdot h}{2}$ سطحه

بیلگه:

د ذوزنقي يا تراپيڅيوس سطحه وشميرئ

$$l_1 = 12 \text{ m}, l_2 = 6 \text{ m}, h = 8 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot h \\ &= \frac{12 \text{ m} + 6 \text{ m}}{2} \cdot 8 \text{ m} \\ &= 72 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$l_1 = 4,75 \text{ dm}, l_2 = 36 \text{ cm}, h = 220 \text{ mm}$$

بیلگه: د یوې گردۍ یا دایرې سطحه د d
 120 mm = نیمې یا قطر سره وشميرئ.

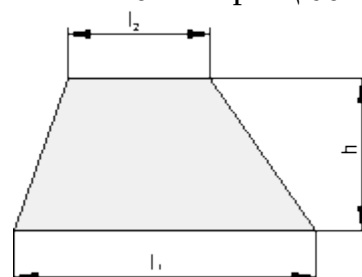
$$a = 12 \text{ cm} \text{ او } b = 20 \text{ cm} \text{ وي.}$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \\ &= \frac{(120 \text{ mm})^2}{4} \cdot \pi \\ &\approx 1145,92 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

سطحه د $d = 12,7 \text{ m}$ سره وشميرئ.

بیلگه: د یوې گردۍ کړۍ یا دایرې کړۍ
 سطحه د دننني $d = 60 \text{ mm}$ نیمې یا قطر
 او دباندني $D = 80$ قطر سره وشميرئ.

خُلمرم: Trapez: ذوزنقه

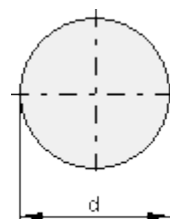


Fläche: $A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot h$

سطحه

پنځم:

گردۍ یا دایره



Fläche: $A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = r^2 \cdot \pi$

سطحه

شپږم:

گردۍ کړۍ یا د دایرې کړۍ

$$\begin{aligned}
 A &= (D^2 - d^2) \cdot \frac{\pi}{4} \\
 &= [(80 \text{ mm})^2 - (60 \text{ mm})^2] \cdot \frac{\pi}{4} \\
 &\approx \underline{\underline{2199,12 \text{ mm}^2}}
 \end{aligned}$$

سطحه وشميرئ كه وي:

$$D = 12,7 \text{ dm}, d = 95 \text{ cm}$$

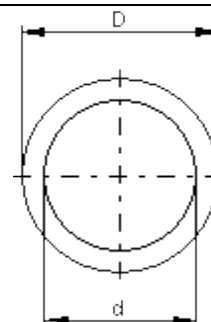
بيلگه: د يوي گردئ برخي يا داېرې قطاع
سطحه د $d = 120 \text{ mm}$ سره وشميرئ.

$$\alpha = 100^\circ$$

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ} \\
 &= \frac{(120 \text{ mm})^2 \cdot \pi \cdot 100^\circ}{4 \cdot 360^\circ} \\
 &\approx \underline{\underline{3141,59 \text{ mm}^2}}
 \end{aligned}$$

وشميرئ كه وي:

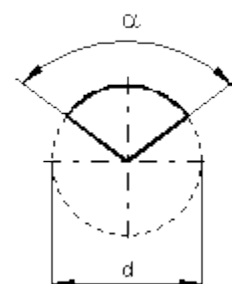
$$d = 12,7 \text{ cm}, \alpha = 79^\circ$$



Fläche: $A = (D^2 - d^2) \cdot \frac{\pi}{4}$
سطحه

اوم:

گردې برخه يا قطاع



Fläche: $A = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ}$
سطحه

حلونه

نتيجي: په لاندې كې د سطحو نتيجي دي.

لومړی:

مربع یا څلورئ

$$a = 3,75 \text{ dm} \Rightarrow A = 1406,25 \text{ cm}^2 = 14,0625 \text{ dm}^2$$

دویم: ولاړگودیز یا مستطیل

$$a = 3,75 \text{ dm}, b = 22 \text{ cm} \Rightarrow A = 825 \text{ cm}^2 = 8,25 \text{ dm}^2$$

دریم: درېگودي یا مثلث

$$g = 3,75 \text{ dm}, h = 21 \text{ cm} \Rightarrow A = 393,75 \text{ cm}^2 = 3,9375 \text{ dm}^2$$

څلورم: نوذنقي یا تراپيڅيوس

$$l_1 = 4,75 \text{ dm}, l_2 = 36 \text{ cm}, h = 220 \text{ mm} \Rightarrow A = 918,5 \text{ cm}^2 = 9,185 \text{ dm}^2$$

پنځم: گردئ یا دابري

$$d = 12,7 \text{ m} \Rightarrow A \approx 126,667 \text{ m}^2$$

شپږم: گردئ کړئ یا دابريکړئ

$$D = 12,7 \text{ dm}, d = 95 \text{ cm} \Rightarrow A \approx 5579,469 \text{ cm}^2 = 55,79469 \text{ dm}^2$$

اووم: گردئ برخي یا دابري قطاع

$$d = 12,7 \text{ cm}, \alpha = 79^\circ \Rightarrow A \approx 27,799 \text{ cm}^2$$

مفصل حلونه

حلونه

نتیجې: په لاندې کې د سطحو نتیجې دي

لومړۍ:

مربع یا څلورۍ

د مربع مسطحه:

$$\text{Quadratfläche: } A = a \cdot a = a^2$$

$$a = 3,75 \text{ dm}$$

$$\Rightarrow A = a \cdot a = a^2 = 3,75 \text{ dm} \cdot 3,75 \text{ dm} = 14,0625 \text{ dm}^2 = 1406,25 \text{ cm}^2$$

$$a = 3,75 \text{ dm} \Rightarrow A = 1406,25 \text{ cm}^2 = 14,0625 \text{ dm}^2$$

دویم: ولاړگودیز یا مستطیل

$$A = a \cdot b: \text{دمستطیل سطحه}$$

$$a = 3,75 \text{ dm}, b = 22 \text{ cm}$$

اندازه یا کچه په cm یا dm وشمیرئ

$$a = 3,75 \text{ dm} = 37,5 \text{ cm}, b = 22 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow A = a \cdot b = 37,5 \text{ cm} \cdot 22 \text{ cm} = 825 \text{ cm}^2 = 8,25 \text{ dm}^2$$

$$a = 3,75 \text{ dm}, b = 22 \text{ cm} \Rightarrow A = 825 \text{ cm}^2 = 8,25 \text{ dm}^2$$

دریم: درېگودی یا مثلث

$$A = \frac{g \cdot h}{2} \quad \text{د مثلث سطحه:}$$

$$g = 3,75 \text{ dm}, h = 21 \text{ cm}$$

اندازه په cm یا dm واروي(وشميرئ)

$$g = 3,75 \text{ dm} = 37,5 \text{ cm}, h = 21 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow A = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{37,5 \text{ cm} \cdot 21 \text{ cm}}{2} = 393,75 \text{ cm}^2 = 3,9375 \text{ dm}^2$$

څلورم: ذونقي يا تراپيڅيوس

د ذونقي سطحه

$$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot h$$

$$l_1 = 4,75 \text{ dm}, l_2 = 36 \text{ cm}, h = 220 \text{ mm}$$

اندازه په يوه گډ واحد يا يوون واروي

$$l_1 = 4,75 \text{ dm} = 47,5 \text{ cm}, l_2 = 36 \text{ cm}, h = 220 \text{ mm} = 22 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow A &= \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot h = \frac{47,5 \text{ cm} + 36 \text{ cm}}{2} \cdot 22 \text{ cm} \\ &= \frac{83,5 \text{ cm}}{2} \cdot 22 \text{ cm} = 918,5 \text{ cm}^2 = 9,185 \text{ dm}^2 \end{aligned}$$

پنځم: گردئ يا دابري

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = r^2 \cdot \pi$$

د دابري سطحه:

$$d = 12,7 \text{ m}$$

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{(12,7 \text{ m})^2 \cdot \pi}{4} \approx 126,677 \text{ m}^2$$

شپږم: گردئ کړئ يا دابري کړئ

$$A = \frac{(D^2 - d^2) \cdot \pi}{4}$$

د داږې کړۍ سطحه:

اندازه په یوه گډ واحد یا یوون واړوي

$$D = 12,7 \text{ dm} = 127 \text{ cm}, d = 95 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow A &= \frac{(D^2 - d^2) \cdot \pi}{4} = \frac{[(127 \text{ cm})^2 - (95 \text{ cm})^2] \cdot \pi}{4} \\ &= \frac{(16129 \text{ cm}^2 - 9025 \text{ cm}^2) \cdot \pi}{4} = \frac{7104 \cdot \pi}{4} \approx 5579,469 \text{ cm}^2 = 55,79469 \text{ dm}^2 \end{aligned}$$

اووم: گردۍ برخې یا د داږې قطاع

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ}$$

د قطاع (گردۍ برخې) سطحه:

$$d = 12,7 \text{ cm}, \alpha = 79^\circ$$

$$\Rightarrow A = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ} = \frac{(12,7 \text{ cm})^2 \cdot \pi \cdot 79^\circ}{4 \cdot 360^\circ} = \frac{161,29 \text{ cm}^2 \cdot 79^\circ \cdot \pi}{4 \cdot 360^\circ} \approx 27,799 \text{ cm}^2$$

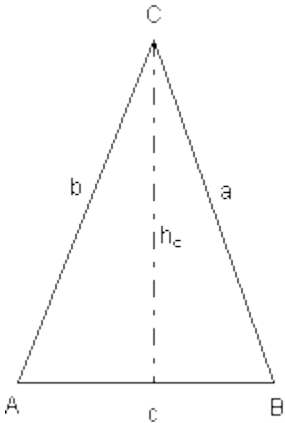
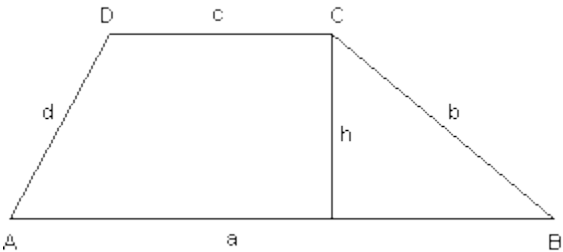
پوښتنې

د سطحو شمیرنه II

د ساده سطحو شمیرنه:

لومړۍ: یوه ولاړگودیزه یا مستطیل تخته 750 mm اوږده او 450 mm سروره ده.

د دې چاپیریال او سطحه وشمیرئ.

$a = 45 \text{ cm}$ $b = 40 \text{ cm}$ $c = 60 \text{ cm}$ $h_c = 30 \text{ cm}$  A c B  A a B	دويم: دا لاندې مثلث يا درېگودي لاندې کچ اندازې لري. و شميرئ: الف- د مثلث چاپيريال ب- د مثلث د سطحې خونديونه. دريم: دا ترڅنگ لرلې ذونقه يا تراپخ لاندې کچې يا اندازې لري: $a = 71 \text{ m}, b = 30 \text{ m}, c = 35 \text{ m},$ $d = 30 \text{ m}, h = 24 \text{ m}$ چاپيريال او سطحه يې و شميرئ

څلورم: د يوه ولاړگوديز - يا مستطيل ډوله تيم څخه دې داپه څنگ کې سطحه خوڅه شي

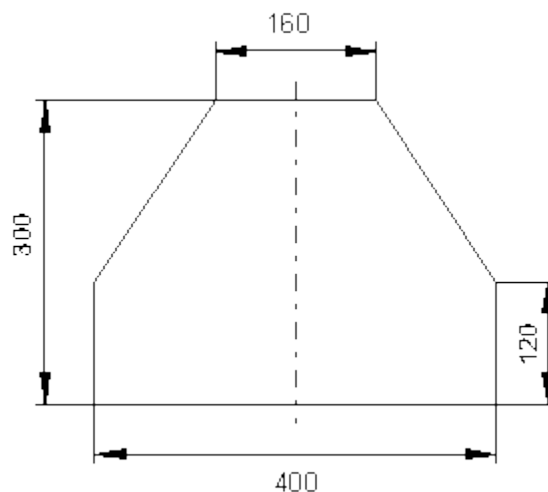
الف- د تيم سطحه په mm^2 و شميرئ.

ب - دا ترې غوڅه بره په $n \text{ mm}^2$ څومره لويه ده؟

پ - دا ترې غوڅه سطحه نسبت ترې وتونې يا ټولې سطحې ته څو % دى؟

ت - دا ترې غوڅه نسبت د کارتوټه سطحې ته څو % ډه.

ټ - دا ترې غوڅ تيم څومره دروند دى، که د تيم 1 m^2 10 kg وزن ولري؟



پنځم: یو مربع – یاڅلورې ډوله تخته د $A = 5,5 \text{ m}^2$ سطحه لري.

دا کوم ژئ اوږدوالی لري؟

شپږم: یوه ولاړگودیزه یا مستطیل ډوله تخته د $A = 1,2 \text{ m}^2$ سطحه سره لري.

یو اړخ یې $a = 80 \text{ cm}$ اوږدوالی لري.

الف – دا بل اړخ یې څومره اوږد دی؟

ب – چاپیریال یې څومره لوی دی؟

څوابونه

نتیجې:

د سطحو شمیرنه II

د ساده سطحو شمیرنه:

لومړی:

چاپیریال: $U = 2400 \text{ mm} = 2,4 \text{ m}$ ، سطحه: $A = 337500 \text{ mm}^2 = 0,3375 \text{ m}^2$

دویم: الف- د مثلث چاپیریال: $U = 145 \text{ cm}$

ب- د مثلث سطحه: $A = 900 \text{ cm}^2 = 0,09 \text{ m}^2$

دریم: چاپیریال: $U = 166 \text{ m}$ ، سطحه: $A = 1272 \text{ m}^2$

څلورم: الف- تیم 98400 mm^2 سطحه لري.

ب – تري غوڅه (برخه) 21600 mm^2 سطحه لري.

پ – تربغوڅي په سلو کي نسبت وتوني سطحې ته $p = 18\%$ دی.

ت – تربغوڅي په سلو کي نسبت د کارټوټه سطحې ته $p = 21,951\%$ دی.

ټ – دا تیم یوه کتله د $m = 0,984 \text{ kg}$ لری.

پنځم: د ژئ اوږدوالی: $a \approx 2,345 \text{ m}$

شپږم: الف - بل اړخ $1,5 \text{ m}$ اوږد دی.

ب - چاپیریال: $U = 4,6 \text{ m}$

مفصل حلونه یا ځوابونه

د سطحو شمیرنه II

د ساده سطحو شمیرنه:

لومړی:

مستطیل (ولارگوډیز): $a = 750\text{mm}$, $b = 450\text{mm}$

جاپیریال: $U = 2a + 2b = 2 \cdot (a + b)$

$$= 2 \cdot (750\text{mm} + 450\text{mm}) = 2 \cdot 1200\text{mm} \\ = 2400\text{mm} = \underline{\underline{2,4\text{m}}}$$

سطحه: $A = a \cdot b = 750\text{mm} \cdot 450\text{mm}$

$$= 337500\text{mm}^2 = \underline{\underline{0,3375\text{m}^2}}$$



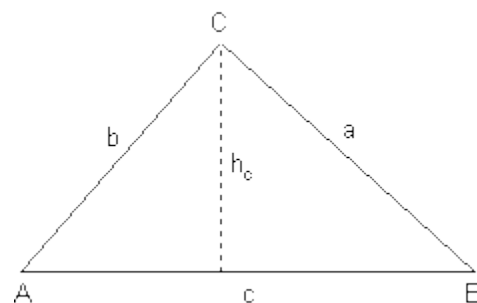
دویم: الف- جاپیریال: $U = a + b + c$

$$= 45\text{cm} + 40\text{cm} + 60\text{cm} = \underline{\underline{145\text{cm}}}$$

ب- سطحه: $A = \frac{g \cdot h}{2}$

د $g = c = 60\text{cm}$ und $h_e = 30\text{cm}$ سره باور لري:

$$A = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{60\text{cm} \cdot 30\text{cm}}{2} = \frac{1800\text{cm}^2}{2} \\ = \underline{\underline{900\text{cm}^2}} = \underline{\underline{0,09\text{m}^2}}$$



دریم:

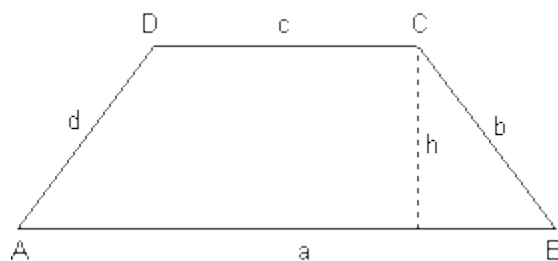
$$a = 71\text{m}, b = 30\text{m}, c = 35\text{m}, \\ d = 30\text{m}, h = 24\text{m}$$

$$U = a + b + c + d \quad \text{چاپریال:}$$

$$= 71\text{m} + 30\text{m} + 35\text{m} + 30\text{m} = \underline{166\text{m}}$$

$$A = \frac{a+c}{2} \cdot h \quad \text{سطحه:}$$

$$= \frac{71\text{m} + 35\text{m}}{2} \cdot 24\text{m} = \frac{106\text{m}}{2} \cdot 24\text{m} \\ = \underline{\underline{1272\text{m}^2}}$$



خلورم: الف- سطحه = مستطیل + ذونقعه (تراپھیوس)

$$A = A_R + A_T$$

$$A_R = 400\text{mm} \cdot 120\text{mm} = 48000\text{mm}^2$$

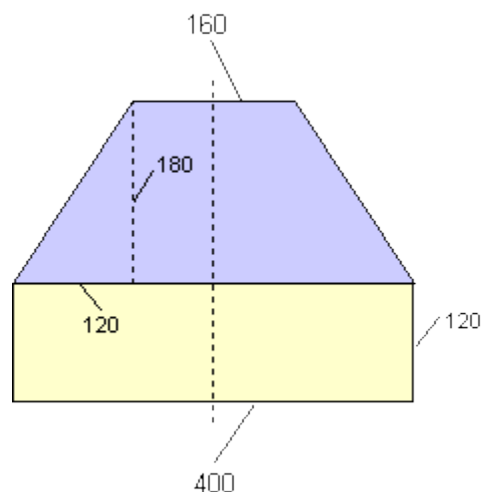
$$A_T = \frac{400\text{mm} + 160\text{mm}}{2} \cdot 180\text{mm}$$

$$= \frac{560\text{mm}}{2} \cdot 180\text{mm} = 50400\text{mm}^2$$

$$A = A_R + A_T$$

$$= 48000\text{mm}^2 + 50400\text{mm}^2$$

$$= \underline{\underline{98400\text{mm}^2}}$$



ب -

ترې غوڅۍ = خام ټيم - سطحه

$$\Rightarrow A_V = A_R - A$$

خام ټيم (ټيم، چې کار پرې نه وي شوی یعنې ټول ټيم):

$$A_R = a \cdot b = 400\text{mm} \cdot 300\text{mm} = 120000\text{mm}^2$$

ترې غوڅ شوی:

$$A_v = A_R - A = 120000\text{mm}^2 - 98400\text{mm}^2 = \underline{\underline{21600\text{mm}^2}}$$

پ – د ترېغوڅي په سلو کې نسبت وتوني سطحي (هغه لومړۍ) ته:

$$W = \frac{G \cdot p}{100} \Rightarrow p = \frac{W}{G} \cdot 100$$

$$A_v = W = \text{په سلو کې ارزښت} = \text{ترې غوڅ}$$

$$G = \text{بنسټ ارزښت} = \text{د خام ټيم سطحه}$$

په لاندې کې د الماني پښتو: صورت: ترېغوڅ، مخرج د خام ټيم سطحه،

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100 = \frac{\text{Verschnitt}}{\text{Rohblechfläche}} \cdot 100 = \frac{21600\text{mm}^2}{120000\text{mm}^2} \cdot 100 = \underline{\underline{18\%}}$$

ت – د ترېغوڅي په سلو کې نسبت د کار توتېه سطحي (هغه سطحه چې باتې او کار برې کيږي) ته:

$$W = \frac{G \cdot p}{100} \Rightarrow p = \frac{W}{G} \cdot 100$$

$$A_v = W = \text{په سلو کې ارزښت} = \text{ترې غوڅ}$$

$$G = \text{بنسټ ارزښت} = \text{د خام ټيم سطحه}$$

$$p = \frac{W}{G} = \frac{\text{ترېغوڅي}}{\text{دکار توتېه سطحه}} \cdot 100 =$$

$$= \frac{21600\text{mm}^2}{98400\text{mm}^2} \cdot 100 = \underline{\underline{21,951\%}}$$

ټ – د دې ولاړ غوڅشوي ټيم کتله:

$$m = \frac{10 \text{ kg}}{\text{m}^2} \cdot A = \frac{10 \text{ kg}}{\text{m}^2} \cdot 0,0984 \text{ m}^2 = \underline{\underline{0,984 \text{ kg}}}$$

پنځم: $A = a \cdot a$ د a سره د ژی اوږدوالي په حیث

$$A = 5,5 \text{ m}^2 \Leftrightarrow a^2 = 5,5 \text{ m}^2 \mid \sqrt{}$$

$$\Leftrightarrow a = \sqrt{5,5 \text{ m}^2} \approx \underline{\underline{2,345 \text{ m}}}$$

شپږم: الف – د دویم اړخ شمیرنه:

$$A = a \cdot b \text{ پیژنو } A = 12 \text{ m}^2 \text{ او اړخ } a = 80 \text{ cm} = 0,8 \text{ m}$$

$$b = \frac{A}{a} = \frac{12 \text{ m}^2}{0,8 \text{ m}} = \underline{\underline{1,5 \text{ m}}}$$

دویم اړخ:

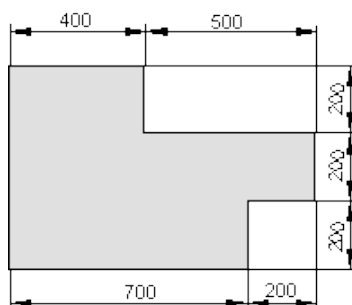
ب – د چاپیریال یا محیط شمیرنه:

$$U = 2a + 2b = 2 \cdot (a + b) = 2 \cdot (0,8 \text{ m} + 1,5 \text{ m}) = 2 \cdot 2,3 \text{ m} = \underline{\underline{4,6 \text{ m}}}$$

پوښتنې

د سطحو شمیرنه

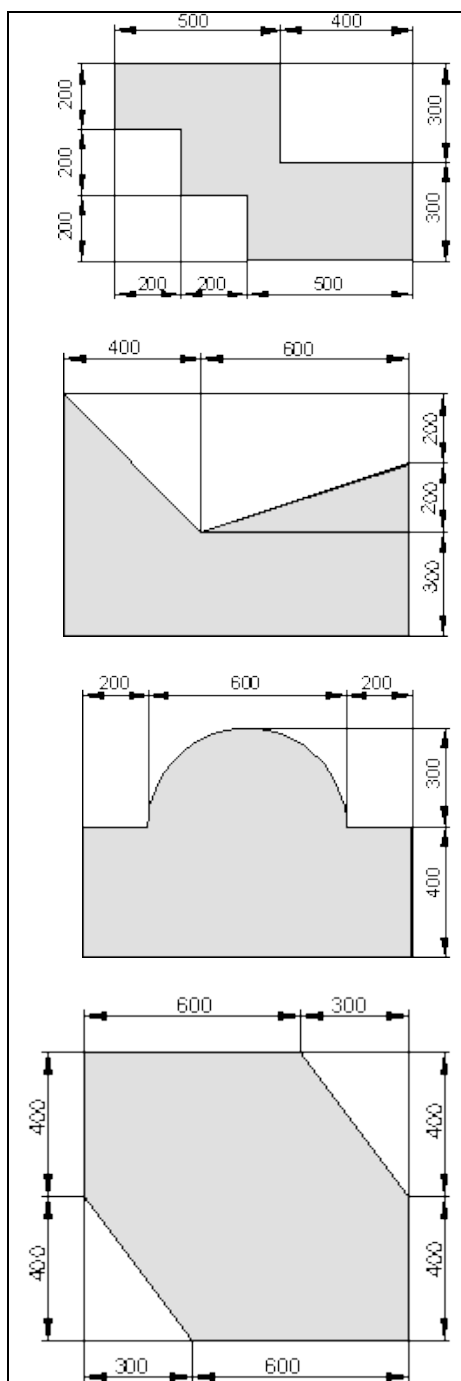
د سره یوځای شوي (یوځای ایښول شوي) سطحي



لومړۍ: دا لاندې سره یوځای شوي سطحه دې له یوه خام تیم څخه راغوځه شي.

و شمیرئ:

د غوڅې ژي اوږدوالی، د سطحي خونديونه، ترې غوځه، د په سلو کې ترېغوځه نسبت خام تیم تهاو کتله که 1 m^2 تیم 12 kg وزن ولري.



دویم: دا لاندې سره یوځای شوې سطحه دې له یوه خام ټیم څخه راغوځه شي. وشمیرئ:

د غوڅې ژئ اوږدوالی، د سطحې خوندیونه، ترې غوځه، د په سلو کې ترېغوځه نسبت خام ټیم ته او کتله که 1 m^2 ټیم 12 kg وزن ولري.

درېم: دا لاندې سره یوځای شوې سطحه دې له یوه خام ټیم څخه راغوځه شي. وشمیرئ:

د غوڅې ژئ اوږدوالی، د سطحې خوندیونه، ترې غوځه، د په سلو کې ترېغوځه نسبت خام ټیم ته او کتله که 1 m^2 ټیم 12 kg وزن ولري.

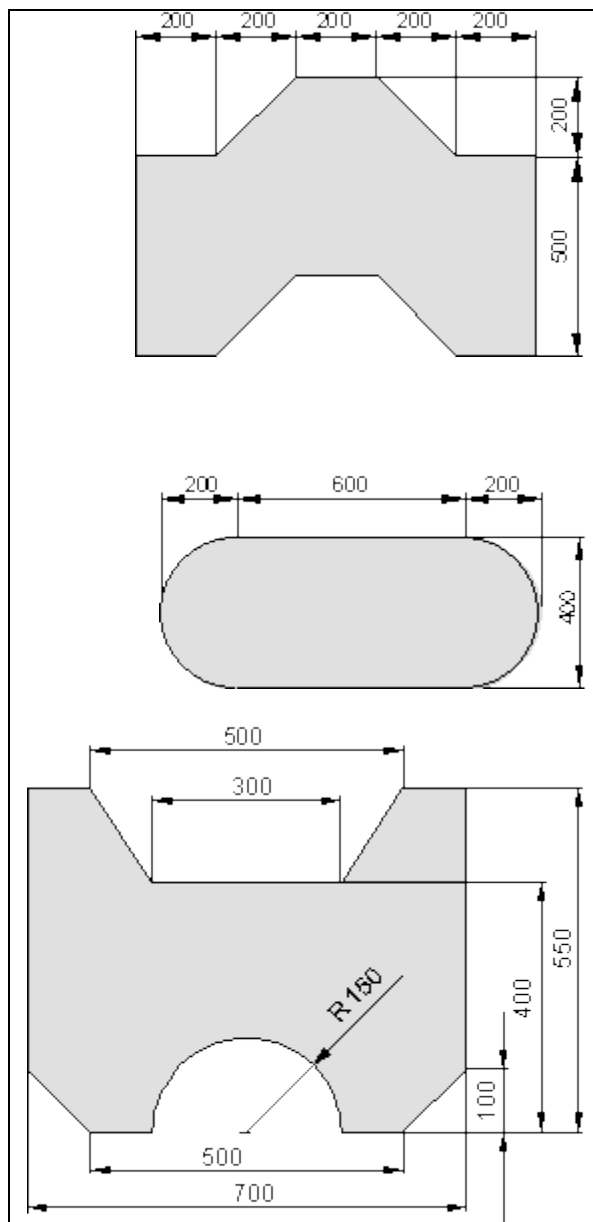
څلورم: دا لاندې سره یوځای شوې سطحه دې له یوه خام ټیم څخه راغوځه شي. وشمیرئ:

د غوڅې ژئ اوږدوالی، د سطحې خوندیونه، ترې غوځه، د په سلو کې ترېغوځه نسبت خام ټیم ته او کتله که 1 m^2 ټیم 12 kg وزن ولري.

پنځم: دا لاندې سره یوځای شوې سطحه دې له یوه خام ټیم څخه راغوځه شي.

وشمیرئ:

د غوڅې ژئ اوږدوالی، د سطحې خوندیونه، ترې غوځه، د په سلو کې ترېغوځه نسبت خام ټیم ته او تله که 1 m^2 ټیم 12 kg وزن ولري.



شپږم:

دا لاندې سره یوځای شوي سطحه دي
له یوه خام ټیم څخه راغوځه شي.
و شمیرئ:

د غوڅي ژئ اوږدوالی، د سطحې
خونډیونه، ترې غوځه، د په سلو کي
ترېغوځه نسبت خام ټیم ته او کتله که
 1 m^2 ټیم 12 kg وزن ولري.

اووم: دا مخامخ سره یوځای شوي
سطحه دي له یوه خام ټیم څخه راغوځه
شي.
و شمیرئ:

د غوڅي ژئ اوږدوالی، د سطحې
خونډیونه، ترې غوځه، د په سلو کي
ترېغوځه نسبت خام ټیم ته او کتله که 1
 m^2 ټیم 12 kg وزن ولري.

اتم: دا لاندې سره یوځای شوي سطحه
دي له یوه خام ټیم څخه راغوځه شي.
و شمیرئ:

د غوڅي ژئ اوږدوالی، د سطحې
خونډیونه، ترې غوځه، د په سلو کي
ترېغوځه نسبت خام ټیم ته او کتله که 1
 m^2 ټیم 12 kg وزن ولري.

حلونه

نتیجې

د سره یوځای شوي (یوځای ایښول شوي) سطحې

لومړۍ: د غوڅي ژئ اوږدوالی: 3000 mm

غوڅی: $400\,000\text{ mm}^2$

د کارتوتې سطحه: $140\,000\text{ mm}^2$

په سلو کې غوڅی: etwa 25,926%

د جوړشوي ټیم سطحه: $m = 4,8\text{ kg}$

دویم: د غوڅي ژئ اوږدوالی: 3000 mm

غوڅی: $240\,000\text{ mm}^2$

د کارتوتې سطحه: $300\,000\text{ mm}^2$

په سبو کې غوڅی: etwa 44,444%

د جوړشوي ټیم سطحه: $m = 3,6\text{ kg}$

دریم: د غوڅي ژئ اوږدوالی: etwa 3398,141 mm

غوڅی $260\,000\text{ mm}^2$

د کارتوتې سطحه: : $440\,000\text{ mm}^2$

په سلو کې غوڅی: etwa 37,143%

د جوړشوي ټیم سطحه: $m = 5,28\text{ kg}$

خلورم: د غوڅي ژئ اوږدوالی: $\text{etwa } 3142,478 \text{ mm}$

غوڅی: $\text{etwa } 158\,628,331 \text{ mm}^2$

د کارتوتې سطحه: $\text{etwa } 541\,371,669 \text{ mm}^2$

په سبو کې غوڅی: $\text{etwa } 22,661\%$

د جورشوي ټيم سطحه: $m = 6,496 \text{ kg}$

پنځم: د غوڅي ژئ اوږدوالی: 3000 mm

غوڅی: $120\,000 \text{ mm}^2$

د کارتوتې سطحه: $600\,000 \text{ mm}^2$

په سبو کې غوڅی: $\text{etwa } 16,667\%$

د جورشوي ټيم سطحه: $m = 7,2 \text{ kg}$

شپږم: د غوڅي ژئ اوږدوالی: $\text{etwa } 3131,371 \text{ mm}$

غوڅی: $200\,000 \text{ mm}^2$

د کارتوتې سطحه: $500\,000 \text{ mm}^2$

په سلو کې غوڅی: $\text{etwa } 28,571\%$

د جورشوي ټيم سطحه: $m = 6 \text{ kg}$

اووم: د غوڅي ژئ اوږدوالی: $\text{etwa } 2456,637 \text{ mm}$

غوڅی: $\text{etwa } 34\,326,294 \text{ mm}^2$

د کارتوتې سطحه: $\text{etwa } 365\,663,706 \text{ mm}^2$

په سبو کې غوڅی: $\text{etwa } 8,584\%$

د جور شوي ټيم سطحه: $m = 4,388 \text{ kg}$

اتم: د غوڅي ژئ اوږدوالی: $\text{etwa } 2\,714,637 \text{ mm}$

غوڅی: $\text{etwa } 105\,342,917 \text{ mm}^2$

د کار توتي سطحه: $\text{etwa } 279\,657,083 \text{ mm}^2$

په سبو کي غوڅی: $\text{etwa } 27,362\%$

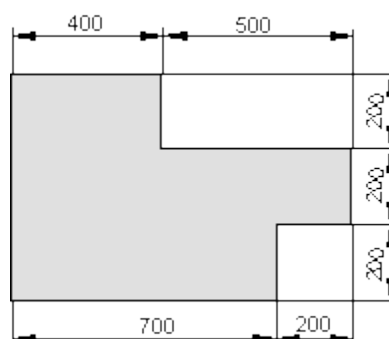
د جور شوي ټيم سطحه: $m = 3,356 \text{ kg}$

مفصل حلونه

د سره یوځای شوي (یوځای ایښول شوي) سطحي

لومړی:

پوښتنه کونه:



د غوڅي ژئ اوږدوالی:

$$L = 4 \cdot 200 \text{ mm} + 500 \text{ mm} + 400 \text{ mm} + 600 \text{ mm} + 700 \text{ mm} = \underline{\underline{3\,000 \text{ mm}}}$$

غوڅی : سړی ترې غوڅی لاس ته راوړي، چې سړی د خامې سطحې څخه د کارټوټې سطحه کمه کړي.

$$A_R = 900 \text{ mm} \cdot 600 \text{ mm} = 540000 \text{ mm}^2 \quad \text{خام ټیم:}$$

د کار ټوټه سطحه – خامټیم = ترې غوڅي

$$A_V = A_R - A = 540000 \text{ mm}^2 - 400000 \text{ mm}^2 = \underline{\underline{140000 \text{ mm}^2}}$$

د کارټوټې سطحه:

$$A_1 = 400 \text{ mm} \cdot 200 \text{ mm} = 80000 \text{ mm}^2$$

$$A_2 = 900 \text{ mm} \cdot 200 \text{ mm} = 180000 \text{ mm}^2$$

$$A_3 = 700 \text{ mm} \cdot 200 \text{ mm} = 140000 \text{ mm}^2$$

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = \underline{\underline{400000 \text{ mm}^2}}$$

په سلو کې ترېغوڅی:

دا په دې معنا، چې ترې غوڅي نسبت خامې سطحې ته په سلو کې څومره لوي ی.

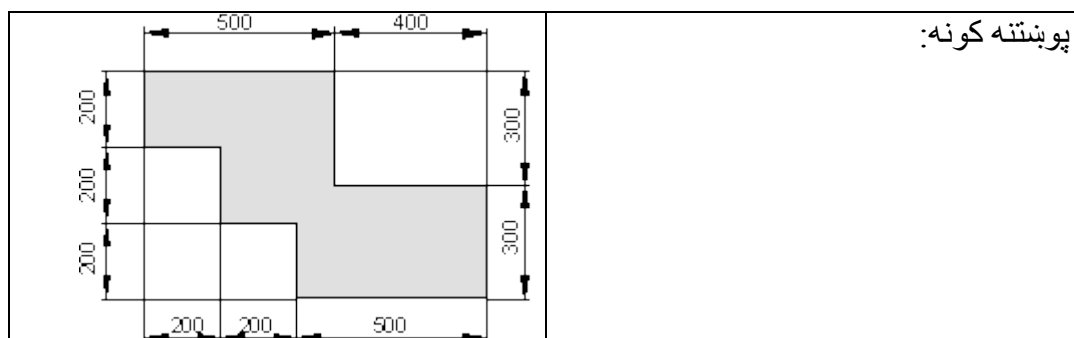
$$p = \frac{100 \cdot W}{G} = \frac{100 \cdot A_V}{A_R} = \frac{100 \cdot 140000 \text{ mm}^2}{540000 \text{ mm}^2} \approx \underline{\underline{25,926\%}}$$

د جوړشوي ټیم سطحه: یو مربع متر $m = 12 \text{ kg}$ کتله لري.

دا چې د کارټوټه سطحه په mm^2 معلومه ده، باید دا لومړی په m^2 مترمربع واړول شي.

$$A = 400000 \text{ mm}^2 = 0,4 \text{ m}^2 \Rightarrow m = 0,4 \cdot 12 \text{ kg} = \underline{\underline{4,8 \text{ kg}}}$$

دویم:



پوښتنه کونه:

د غوڅي ژئ اوږدوالی:

$$L = 5 \cdot 200 \text{ mm} + 500 \text{ mm} + 2 \cdot 300 \text{ mm} + 400 \text{ mm} + 500 \text{ mm} = \underline{\underline{3000 \text{ mm}}}$$

غوڅی:

$$A_1 = 300 \text{ mm} \cdot 400 \text{ mm} = 120\,000 \text{ mm}^2$$

$$A_2 = 200 \text{ mm} \cdot 200 \text{ mm} = 40\,000 \text{ mm}^2$$

$$A_3 = 400 \text{ mm} \cdot 200 \text{ mm} = 80\,000 \text{ mm}^2$$

$$A_V = A_1 + A_2 + A_3 = \underline{\underline{240\,000 \text{ mm}^2}}$$

د کارتوتی سطحه:

که- لکه په دې حالت کې، چې ترېغوڅی معلوم دی- سړی د کارتوتی سطحه لاس ته راوړي، داسې چې د خام تیم څخه ترې غوڅي کم شي. (که لومړی د کارتوتی سطحه وشمیرل شي، نو سړی ترېغوڅی لاس ته راوړي، داسې چې د خام تیم سطحې څخه د کارتوتی- سطحه کمه شي)

$$A_R = 900 \text{ mm} \cdot 600 \text{ mm} = 540\,000 \text{ mm}^2 \quad \text{خام تیم:}$$

ترې غوڅي - خامتیم = د کارتوتی سطحه

$$A = A_R - A_V = 540\,000 \text{ mm}^2 - 240\,000 \text{ mm}^2 = \underline{\underline{300\,000 \text{ mm}^2}}$$

په سلو کې غوڅی: دا په ې معنا دی، چې ترې غوڅی نسبت خامتیم سطحې ته په سلو کې څومره لوي دی.

$$p = \frac{100 \cdot W}{G} = \frac{100 \cdot A_v}{A_R} = \frac{100 \cdot 240\,000 \text{ mm}^2}{540\,000 \text{ mm}^2} \approx \underline{\underline{44,444\%}}$$

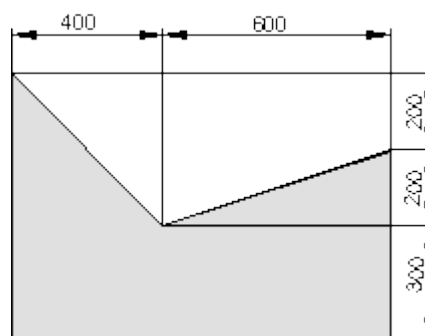
د جورشوي ټیم سطحه: یو مربع متر $m = 12 \text{ kg}$ کتله لري.

دا چې د کارتوتې په mm^2 معلومه، باید دا لومړی په m^2 وپړول شي.

$$A = 300\,000 \text{ mm}^2 = 0,3 \text{ m}^2 \Rightarrow m = 0,3 \cdot 12 \text{ kg} = \underline{\underline{3,6 \text{ kg}}}$$

دریم:

پوښتنه کونه:



د غوڅي ژئ اوږدوالی:

$$l_1 = \sqrt{(400 \text{ mm})^2 + (400 \text{ mm})^2} \approx 565,685 \text{ mm}$$

$$l_2 = \sqrt{(600 \text{ mm})^2 + (200 \text{ mm})^2} \approx 632,456 \text{ mm}$$

$$L = 1000 \text{ mm} + 300 \text{ mm} + 200 \text{ mm} + l_2 + l_1 + 400 \text{ mm} + 300 \text{ mm} \approx \underline{\underline{3\,398,141 \text{ mm}}}$$

د کارتوتې سطحه:

$$A_1 = \frac{400 \text{ mm} \cdot 400 \text{ mm}}{2} = 80\,000 \text{ mm}^2$$

$$A_2 = \frac{600 \text{ mm} \cdot 200 \text{ mm}}{2} = 60\,000 \text{ mm}^2$$

$$A_3 = 1000 \text{ mm} \cdot 300 \text{ mm} = 300\,000 \text{ mm}^2$$

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = \underline{\underline{440\,000 \text{ mm}^2}}$$

ترې غوڅۍ: سړی ترې غوڅی لاس ته راوړي، داسې، چې سړی له خامې سطحې د کار توتېه سطحه کمه کړي.

خام ټیم:

$$A_o = 1000 \text{ mm} \cdot 700 \text{ mm} = 700\,000 \text{ mm}^2$$

د کار توتېه سطحه – خامټیم = ترې غوڅي

$$A_v = A_o - A = 700\,000 \text{ mm}^2 - 440\,000 \text{ mm}^2 = \underline{\underline{260\,000 \text{ mm}^2}}$$

په سلو کې غوڅۍ: دا په ې معنا دی، چې ترې غوڅی نسبت خامټیم سطحې ته په سلو کې څومره لوي دی.

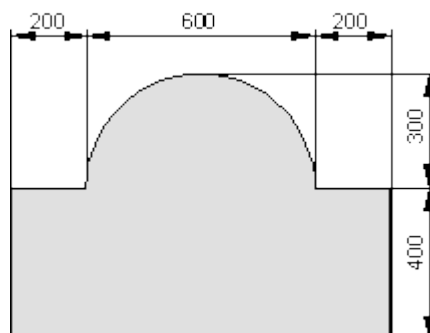
$$p = \frac{100 \cdot W}{G} = \frac{100 \cdot A_v}{A_o} = \frac{100 \cdot 260\,000 \text{ mm}^2}{700\,000 \text{ mm}^2} \approx \underline{\underline{37,143\%}}$$

د جوړشوي ټیم سطحه: یو مربع متر $m = 12 \text{ kg}$ کتله لري.

دا چې د کار توتېه په mm^2 معلومه، باید دا لومړی په m^2 واړول شي.

$$A = 440\,000 \text{ mm}^2 = 0,44 \text{ m}^2 \Rightarrow m = 0,44 \cdot 12 \text{ kg} = \underline{\underline{5,28 \text{ kg}}}$$

څلورم:



پوښتنې کونه:

د غوڅي ژئ اوږدوالی:

$$l_1 = \frac{600 \text{ mm} \cdot \pi}{2} \approx 942,478 \text{ mm}$$

$$L = 1000 \text{ mm} + 400 \text{ mm} + 200 \text{ mm} + l_1 + 200 \text{ mm} + 400 \text{ mm} \approx \underline{\underline{3142,478 \text{ mm}}}$$

د کار توتي سطحه:

$$A_1 = 1000 \text{ mm} \cdot 400 \text{ mm} = 400\,000,000 \text{ mm}^2$$

$$A_2 = \frac{(600 \text{ mm})^2 \cdot \pi}{8} \approx 141\,371,669 \text{ mm}^2$$

$$A = A_1 + A_2 = \underline{\underline{541371,669 \text{ mm}^2}}$$

غوڅی یا ترېغوڅ: سړی ترې غوڅی لاس ته راوړي، داسې، چې سړی له خامې سطحې د کار توتې سطحه کمه کړي.

$$A_R = 700 \text{ mm} \cdot 1000 \text{ mm} = 700\,000 \text{ mm}^2 \text{ خام تيم:}$$

د کار توتې سطحه – خام تيم = ترې غوڅي

$$A_V = A_R - A = 700\,000 \text{ mm}^2 - 541371,669 \text{ mm}^2 = \underline{\underline{158628,331 \text{ mm}^2}}$$

په سلو کې غوڅی: دا په ې معنا دی، چې ترې غوڅی نسبت خام تيم سطحې ته په سلو کې څومره لوي دی.

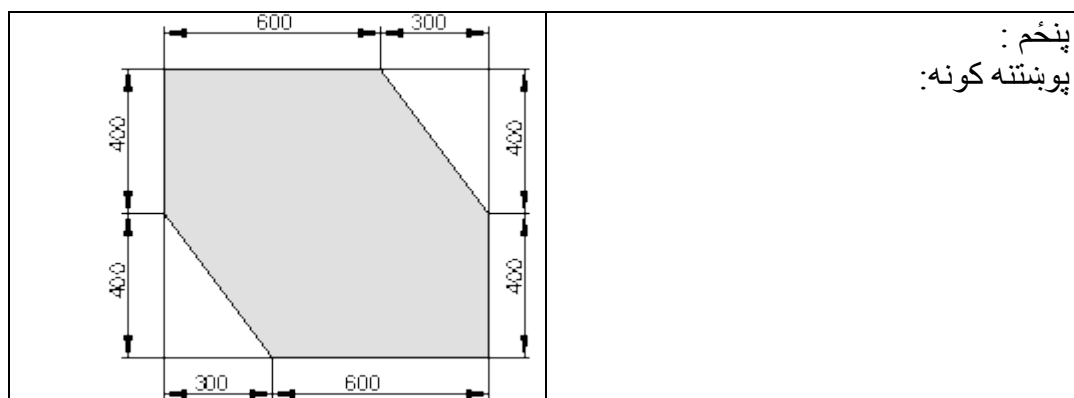
$$\rho = \frac{100 \cdot W}{G} = \frac{100 \cdot A_v}{A_R} = \frac{100 \cdot 158\,628,331 \text{ mm}^2}{700\,000 \text{ mm}^2} \approx \underline{\underline{22,661\%}}$$

د جور شوي تيم سطحه: يو مربع متر $m = 12 \text{ kg}$ کتله لري.

دا چې د کارتوتې په mm^2 معلومه، بايد دا لومړی په m^2 واړول شي.

$$A \approx 541371,669 \text{ mm}^2 = 0,541371669 \text{ m}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = 0,541371669 \cdot 12 \text{ kg} \approx \underline{\underline{6,496 \text{ kg}}}$$



د غوڅې ژئ اوږدوالی:

$$l_1 = \sqrt{(400 \text{ mm})^2 + (300 \text{ mm})^2} = 500 \text{ mm}$$

$$L = 600 \text{ mm} + 400 \text{ mm} + l_1 + 600 \text{ mm} + 400 \text{ mm} + l_1 = \underline{\underline{3\,000 \text{ mm}}}$$

(ترې) غوڅی:

$$A_1 = \frac{400 \text{ mm} \cdot 300 \text{ mm}}{2} = 60\,000 \text{ mm}^2$$

$$A_v = 2 \cdot A_1 = 2 \cdot 60\,000 \text{ mm}^2 = \underline{\underline{120\,000 \text{ mm}^2}}$$

د کارتوتې سطحه: که- لکه په دې حالت کې، چې ترېغوڅی معلوم دی- سړی د کارتوتې سطحه لاس ته راوړي، داسې چې د خام ټیم څخه ترې غوڅي کم شي. (که لومړی د کارتوتې سطحه وشمیرل شي، نو سړی ترېغوڅی لاس ته راوړي، داسې چې د خام ټیم سطحې څخه د کارتوتې سطحه کمه شي)

$$A_R = 900 \text{ mm} \cdot 800 \text{ mm} = 720\,000 \text{ mm}^2 \quad \text{خام ټیم:}$$

ترې غوڅی - خام ټیم = د کارتوتې-سطحه

$$A = A_R - A_V = 720\,000 \text{ mm}^2 - 120\,000 \text{ mm}^2 = \underline{\underline{600\,000 \text{ mm}^2}}$$

په سلو کې غوڅی: دا په دې معنا دی، چې ترې غوڅی نسبت خامټیم سطحې ته په سلو کې څومره لوي دی.

$$p = \frac{100 \cdot W}{G} = \frac{100 \cdot A_V}{A_R} = \frac{100 \cdot 120\,000 \text{ mm}^2}{720\,000 \text{ mm}^2} \approx \underline{\underline{16,667\%}}$$

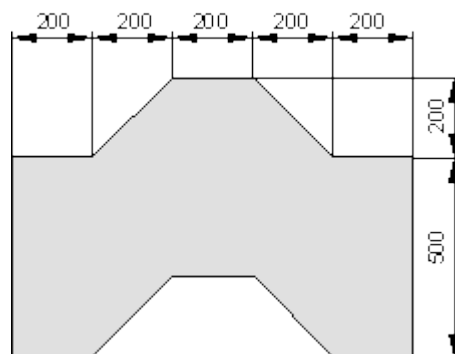
د جوړشوي ټیم سطحه: یو مربع متر $m = 12 \text{ kg}$ کتله لري.

دا چې د کارتوتې په mm^2 معلومه، باید دا لومړی په m^2 واړول شي.

$$A = 600\,000 \text{ mm}^2 = 0,6 \text{ m}^2 \Rightarrow m = 0,6 \cdot 12 \text{ kg} = \underline{\underline{7,2 \text{ kg}}}$$

شپږم:

پوښتنه کړنه:



$$d \text{ غوڅي ژئ اوږدوالی: } l_1 = \sqrt{(200\text{mm})^2 + (200\text{mm})^2} \approx 282,843\text{mm}$$

$$L = 4 \cdot l_1 + 2 \cdot 500\text{ mm} + 6 \cdot 200\text{ mm} \approx \underline{\underline{3\,331,371\text{ mm}}}$$

د کارټوتي سطحه: دا لاندې غوڅشوی ذونذقه يا تراپخ دا پورته په گوته کوي.

$$A = 500\text{mm} \cdot 1000\text{mm} = \underline{\underline{500\,000\text{mm}^2}}$$

ترې غوڅي: سړی ترې غوڅی لاس ته راوړي، داسې، چې سړی له خامې سطحې د کارټوته سطحه کمه کړي.

$$A_R = 700\text{ mm} \cdot 1000\text{ mm} = 700\,000\text{ mm}^2$$

د کار ټوته سطحه – خامتیم = ترې غوڅي

$$A_V = A_R - A = 700\,000\text{ mm}^2 - 500\,000\text{ mm}^2 = \underline{\underline{200\,000\text{ mm}^2}}$$

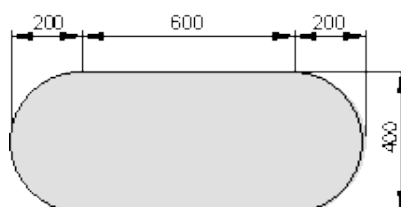
په سلو کې غوڅي: دا په ې معنا دی، چې ترې غوڅی نسبت خامتیم سطحې ته په سلو کې څومره لوي دی.

$$p = \frac{100 \cdot W}{G} = \frac{100 \cdot A_V}{A_R} = \frac{100 \cdot 200\,000\text{ mm}^2}{700\,000\text{ mm}^2} \approx \underline{\underline{28,571\%}}$$

د جوړشوي ټیم سطحه: یو مربع متر $m = 12\text{ kg}$ کتله لري.

دا چې د کارټوته په mm^2 معلومه، باید دا لومړی په m^2 واړول شي.

$$A = 500\,000\text{ mm}^2 = 0,5\text{ m}^2 \Rightarrow m = 0,5 \cdot 12\text{ kg} = \underline{\underline{6\text{ kg}}}$$



اووم: پوښتنه کونه:

د غوڅي ژئ اوږدوالی:

$$K_{\text{ردی}} \text{ یا دایره} = 400 \text{ mm} \cdot \pi \approx 1256,637 \text{ mm}$$

$$L = K_{\text{ردی}} + 2 \cdot 600 \text{ mm} \approx \underline{\underline{2456,637 \text{ mm}}}$$

د کارتوتی سطحه: د لاندې الماني پښتو: دایره، مستطیل یا ولاړگودیز

$$K_{\text{ردی}} = \frac{(400 \text{ mm})^2 \cdot \pi}{4} \approx 125663,706 \text{ mm}^2$$

$$R_{\text{chteck}} = 600 \text{ mm} \cdot 400 \text{ mm} = 240000 \text{ mm}^2$$

$$A = K_{\text{ردی}} + R_{\text{chteck}} \approx 125663,706 \text{ mm}^2 + 240000 \text{ mm}^2 = \underline{\underline{365663,706 \text{ mm}^2}}$$

ترې غوڅې: سړی ترې غوڅی لاس ته راوړي، داسې، چې سړی له خامې سطحې د کارتوتې سطحه کمه کړي.

$$A_R = 1000 \text{ mm} \cdot 400 \text{ mm} = 400000 \text{ mm}^2$$

د کار توتې سطحه – خامتیم = ترې غوڅي

$$A_V = A_R - A \approx 400000 \text{ mm}^2 - 365663,706 \text{ mm}^2 = \underline{\underline{34336,294 \text{ mm}^2}}$$

په سلو کې غوڅی: دا په ې معنا دی، چې ترې غوڅی نسبت خامتیم سطحې ته په سلو کې څومره لوي دی.

$$p = \frac{100 \cdot W}{G} = \frac{100 \cdot A_V}{A_R} = \frac{100 \cdot 34336,294 \text{ mm}^2}{400000 \text{ mm}^2} \approx \underline{\underline{8,584\%}}$$

د جورشوي تيم سطحه: يو مربع متر $m = 12 \text{ kg}$ کتله لري.

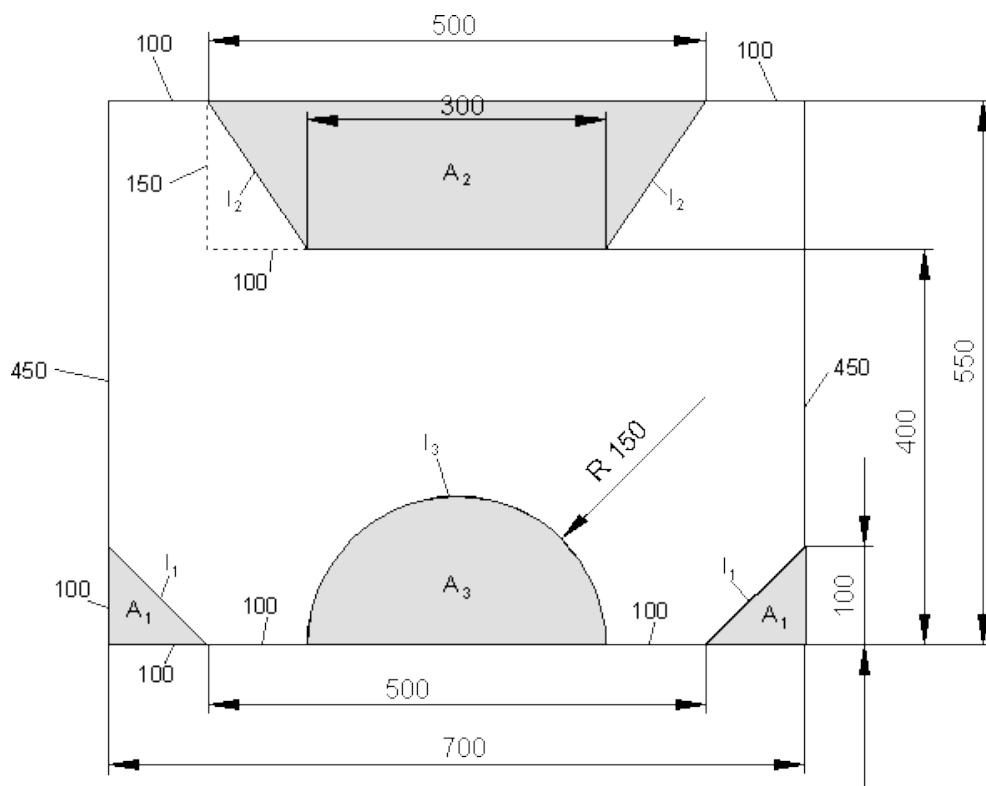
دا چې د کارتوتې په mm^2 معلومه، بايد دا لومړی په m^2 واړول شي.

$$A = 365663,706 \text{ mm}^2 = 0,36566306 \text{ m}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = 0,36566306 \cdot 12 \text{ kg} = \underline{\underline{4,388 \text{ kg}}}$$

اتم:

پوښتنه کونه:



د سطحې وېشنه:

د غوڅي ژئ اوږدوالی:

$$l_1 = \sqrt{(100\text{mm})^2 + (100\text{mm})^2} \approx 141,421\text{mm}$$

$$l_2 = \sqrt{(100\text{mm})^2 + (150\text{mm})^2} \approx 180,278\text{mm}$$

$$l_3 = 150\text{mm} \cdot \pi \approx 471,239\text{mm}$$

$$L = 4 \cdot 100\text{mm} + 2 \cdot 250\text{mm} + 300\text{mm} + 2 \cdot l_1 + 2 \cdot l_2 + l_3 \approx \underline{\underline{2714,637\text{mm}}}$$

ترې غوڅی:

درېگودی یا مثلث	$A_1 = \frac{100\text{mm} \cdot 100\text{mm}}{2} = 5000\text{mm}^2$
ذوذنقه	$A_2 = \frac{500\text{mm} + 300\text{mm}}{2} \cdot 150\text{mm} = 60000\text{mm}^2$
نیمگردی یا دایره	$A_3 = \frac{(150\text{mm})^2 \cdot \pi}{2} \approx 35342,917\text{mm}^2$
ترې غوڅي	$A_v = 2 \cdot A_1 + A_2 + A_3 \approx 105342,917\text{mm}^2$

د کارتوتې سطحه: که- لکه په دې حالت کې، چې ترېغوڅی معلوم دی- سړی د کارتوتې سطحهلاس ته راوړي، داسې چې د خامتیم څخه رې غوڅي کم شي. (که لومړی د کارتوتې سطحه وشمیرل شي، نو سړی ترېغوڅی لاس ته راوړي، داسې چې د خام تیم سطحې څخه د کارتوتې سطحه کمه شي)

$$A_R = 700\text{ mm} \cdot 550\text{ mm} = 385000\text{ mm}^2 \quad \text{خام تیم:}$$

ترې غوڅي - خامتیم = د کار توتې سطحه

$$A = A_R - A_v \approx 385000\text{ mm}^2 - 105342,917\text{mm}^2 = \underline{\underline{279657,083\text{mm}^2}}$$

په سلو کې غوڅی: دا په ی معنا دی، چې ترې غوڅی نسبت خامتیم سطحې ته په سلو کې څومره لوي دی.

$$p = \frac{100 \cdot W}{G} = \frac{100 \cdot A_v}{A_R} = \frac{100 \cdot 105342,917\text{mm}^2}{385000\text{mm}^2} \approx \underline{\underline{27,362\%}}$$

د جوړشوي تیم سطحه: یو مربع متر $m = 12\text{ kg}$ کتله لري.

دا چې د کارتوتې په mm^2 معلومه، باید دا لومړی په m^2 واړول شي.

$$A = 279657,083\text{mm}^2 = 0,279657083\text{m}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = 0,279657083 \cdot 12\text{ kg} = \underline{\underline{3,356\text{ kg}}}$$

د سطحو شمیرنه II

سطحي شمیرني ته پوښتنې

مستطیل یا ولاړگوډیز، چاپیریال او سطحه

لومړۍ: یوه مستطیل ډوله یا ولاړگوډیزه تخته 750 mm اوږده ده او 450 mm سروره.

چاپیرال او مساحت یې وشمیرئ.

درې ودی، چاپیریال او سطحه یې

دویم: دا ترڅنګ درېگوډی یا مثلث لاندې کچونې یا اندازې لري

$$a = 45 \text{ cm}$$

$$b = 40 \text{ cm}$$

$$c = 60 \text{ cm}$$

$$h_c = 30 \text{ cm}$$

اوشمیرئ:

الف- د درېگوډي یا مثلث چاپیریال ب – د درېگوډي یا مثلث سطحه

ذوښته: چاپیریال او سطحه

دریم: دا ترڅنګ تراپڅ لاندې کچونې یا اندازې لري:

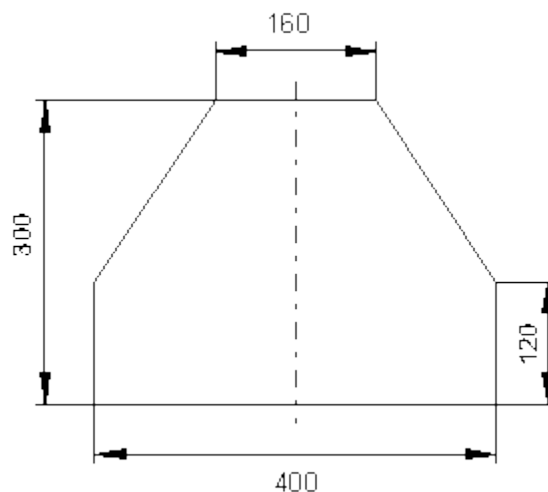
$$a = 71 \text{ m}, b = 30 \text{ m}, c = 35 \text{ m},$$

$$d = 30 \text{ m}, h = 24 \text{ m}$$

چاپیریال او سطحه یې وشمیرئ

سره یوځای ایښول شوې سطحي

څلورم: د ولاړگوډیز یا مستطیل ډوله سطحي څخه دي دا ترڅنګ سطحه راغوڅه شي.



الف-د تیم سطحه په سره وشمیرئ.

ب - دا ترېغوخی په خومره لوي دی.

پ-ترېغوخی د وتون سطحې خو په سلو کې جوړوي؟

ت- ترېغوخی د کار تویه سطحې خو په سلو کې جوړوي؟

ټ- دا راغوخ شوی تیم خومره دروند دی، که د تیم 1 m^2 10 kg وزن ولري؟

د سطحو شمیرنه III

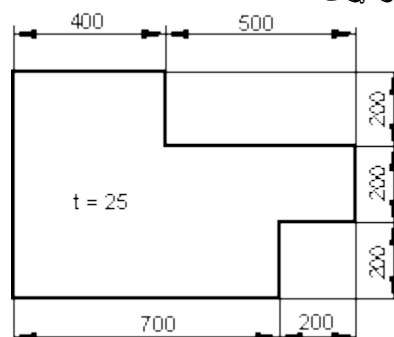
سطحې شمیرنې ته پوښتنې

د سره یوځای شوو سطحو شمیرنه:

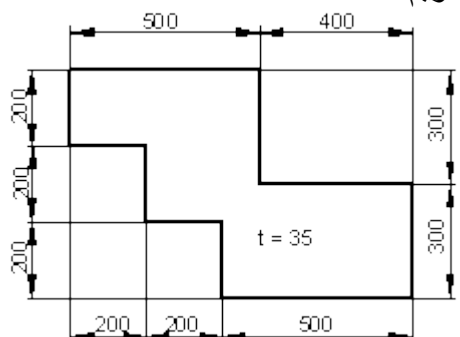
و شمیره

لومړی: د غوڅو شوو ژبو اوږدوالی ، دویم: مسحت، دریم: ترې غوڅي، څلورم: پېسلو
کې ترې غوڅی نسبت خام تیم ته او پنځم: کتله (1 m^2 تیم 12 kg کتله لري)

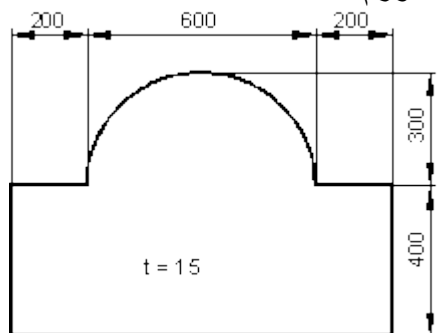
لومړۍ:



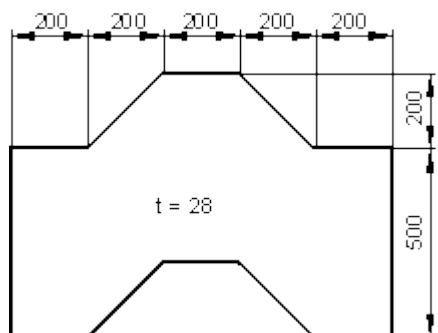
دویم:



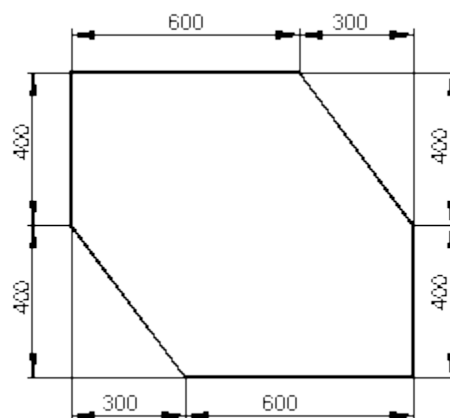
خلورم:



سپږم:

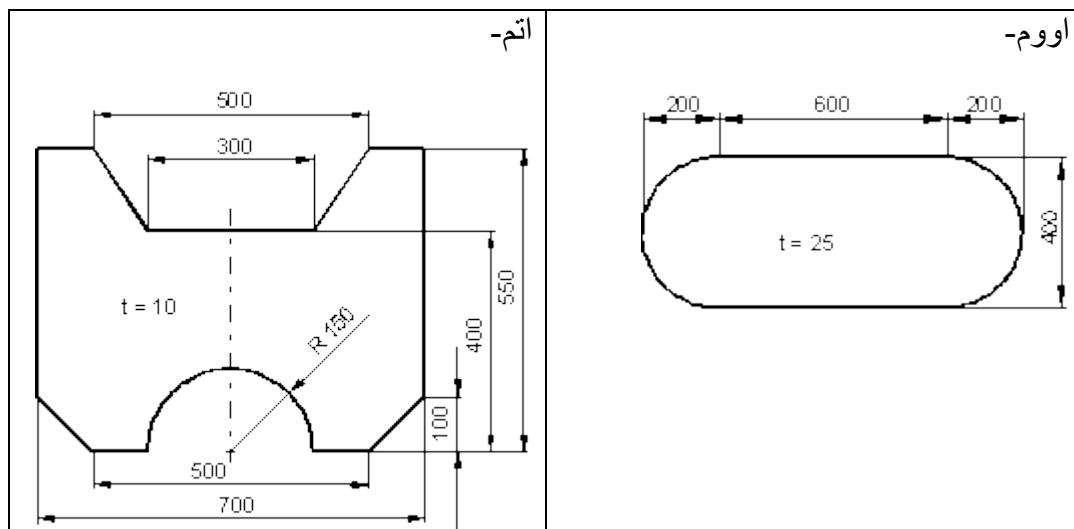


چلیم:

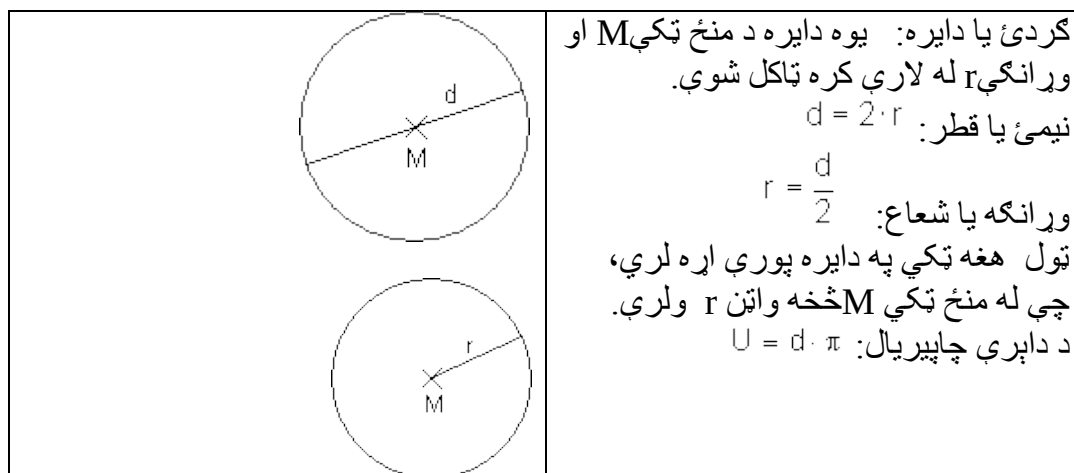


755

هندسه ((خُمکچپوهنه))



گردئ یا دایره او کونج یا زاویه



بیلگه:

$$d = 12,5 \text{ cm} \Rightarrow U = 12,5 \text{ cm} \cdot \pi \approx 39,27 \text{ cm}$$

$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

د دایري سطحه:

1,17-هندسه ((خُمکچپوهنه))

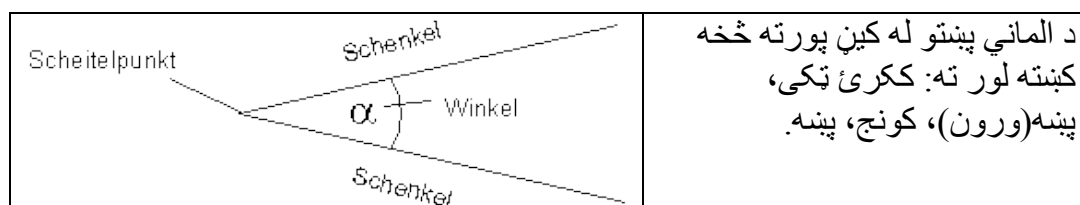
756

$$d = 8,25 \text{ m} \Rightarrow A = \frac{(8,25 \text{ m})^2 \cdot \pi}{4} \approx \underline{\underline{53,456 \text{ m}^2}}$$

بیلگه:

کونج او کونج ډولونه (زاویه او د زاویې ډولونه)

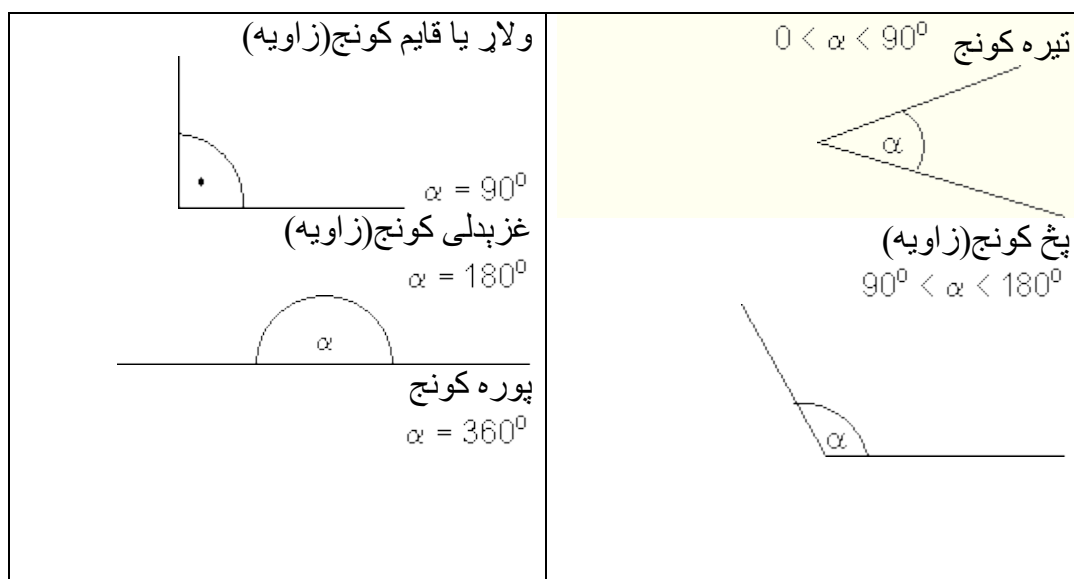
یو کونج د دوه پښو څخه د گډ بریدتکي (ککړتکي) له لارې کره ایښوول شوی



زاویې د یوناني کوچنیو تورو سره په نڅېه کوو.

ورځنۍ یا مروج یا ورسره بلدې په نڅېه ونه یې ده:

α alpha	β beta	γ gamma	δ delta	ε epsilon	π pi



کونجکچونه یا زاویه اندازه‌ونه:

د د زاویې لپاره د اندازې واحد (کچپوون) درجه‌گراد (دی او داسې یې لیکو: $1^0 = 1$ Grad

پوره – ټول کونج کچه 360^0 ده.

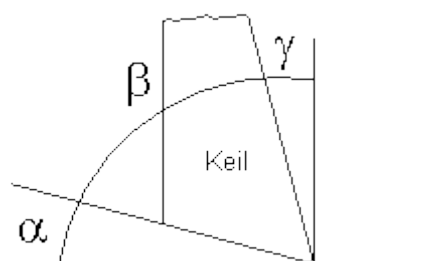
په ټوټه برخو وېشنه: $1^0 = 60'$ 1 Grad = 60 Minuten

$1' = 60''$ 1 Minute = 60 Sekunden

$12^0 3' \text{ oder } 74^0 12' 7''$

بیلگه:

کونجونه په غزېدلې، تېرګې یا تخز



$\alpha =$ ازاد کونج
 $\beta =$ تېرګي کونج
 $\gamma =$ غزېد کونج

تل باور لري:

$$\alpha + \beta + \gamma = 90^0$$

د کونجونو سره شمیرنه

لومړۍ: دا نامعومه کونج وټاکئ

$$\alpha + 50^0 + 24^0 = 90^0 \Rightarrow \alpha = 16^0$$

$$12^0 + \beta + 30^0 = 90^0 \Rightarrow \beta = 48^0$$

دویم: د کونج زیاتون یا جمعه:

$$12^{\circ} 30' + 17^{\circ} 12' = 12^{\circ} + 17^{\circ} + 30' + 12' = \underline{\underline{29^{\circ} 42'}}$$

$$28^{\circ} 45' + 16^{\circ} 30' = 28^{\circ} + 16^{\circ} + 45' + 30' = 44^{\circ} + 75' = \underline{\underline{45^{\circ} 15'}}$$

$$16^{\circ} 12' 36'' + 12^{\circ} 10' 17'' = 16^{\circ} + 12^{\circ} + 12' + 10' + 36'' + 17'' = 28^{\circ} + 22' + 53'' = \underline{\underline{28^{\circ} 22' 53''}}$$

دریم: د پوزیشن یا پروتخای کواوردیناتونه او GPS
د خمکې د سر هر ټکی د سور- او اوږدوالو درجو له لارې یواځنئ ټاکلې.
د بیلگې په توګه د المان په دوسلدورف کې د کیرینوبګ یا لار په کواوردینات

N51 32.2436 E6 44.2342

کې پروت دی.

یادونه: په پورته کې N شمال او E ختیځ دی.

دا په دې معنا دی، چې $51^{\circ} 32,2436'$ درجې شمالي سور او $6^{\circ} 44,2342'$ ختیځ اوږدوالی.

په دې یا ورته انځورونه کې کواوردیناتونه د بیلگې په توګه په یوه Outdoor- GPS Navigator ناویګیشن ورکړل شوي، کوم چې د توپوګرافیکي کارټي لپاره د کوڅې لپاره کوم پلټننګشن نه لري.

ځنې کواوردیناتونه په بل ډول غواړي، لکه د بیلگې په توګه $gg^{\circ} mm' ss.ss''$. د دې لپاره باید پورته کواوردیناتونه شمیر بدل یا بل ډول وشمیرل شي شمیر اوږون یا بل ډول شمیرنه:

$$51^{\circ} 32,2436' = 51^{\circ} 32' 60 \cdot 0,2436'' = 51^{\circ} 32' 14,62''$$

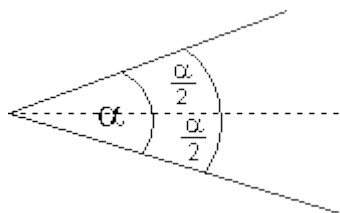
$$6^{\circ} 44,3242' = 6^{\circ} 44' 60 \cdot 0,3242'' = 6^{\circ} 44' 19,45''$$

۱۷. ۷ ځانګړي کونجونه (-زاويې):

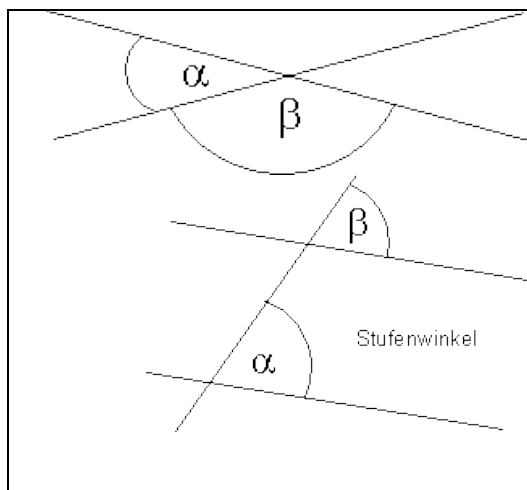
کونجیمي یا ناصف الزاويه:

د یوه کونج کونجیمي د کونج سیومتریک

محور دی



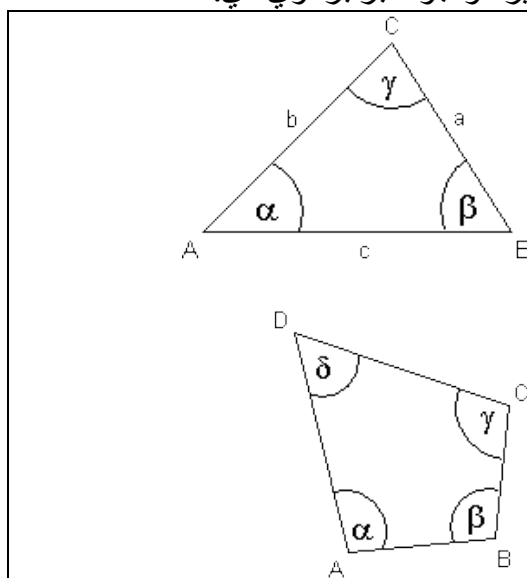
ککړئ- یا رآس کونجونه: د دوه کرښو غوڅي (قطعه کیدو) سره مخامخ پراته کونجونه
ککړئ- یا رآس کونجونه بلل کيږي.
ککړئ کونجونه برابر لوي دي.



گاونډي کونجونه: د دوه کرښو غوڅي سره
څنګ په څنګ پراته کونجونه گاونډي
کونجونه بلل کيږي.
گاونډي کونجونه یو بل 180^0 درجو ته
سره پوره کوي: $\alpha + \beta = 180^0$

پوريز کونجونه:
که یوه کرښه غبرګي کرښې غوڅي کړي،
نو د دې کرښې د غبرګو کرښو سره په یوه
لور کونجونه پوريز کونجونه بلل کيږي.

په غبرګو کرښو باندې ردېدل کونجونه او پوريز کونجونه برابر لوي دي.



د کونجونو زیاتون یا جمعه:
په درېګوډي یا مثلث باندې د کونجونو
زیاتون یا جمعه:
په د درېګوډي کې د کونجونو زیاتون 180^0
دی.

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^0$$

په څلورګوډيز (څلورضلعې) د کونجونو
زیاتون یا جمعه:
په هر څلورګوډي کې د کونجونو زیاتون
دی. 360^0

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^0$$

په پنځه گوډیز (پنځه ضلعیز) کې د کونجونو زیاتون یا جمعه:
 یو پنځه گوډیز کیدی شي په یوه څلورگوډیز او درې گوډیز یا مثلث ټوټه شي.
 له دې لاس ته راځي: د کونجونو زیاتون $= 540^0$

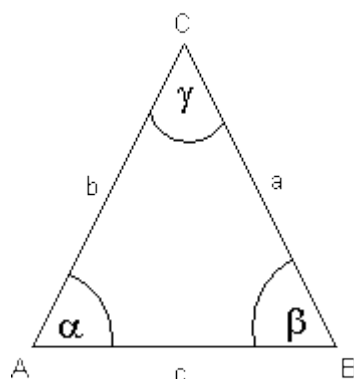
په شپږ گوډیز (شپږضلعیز) کې د کونجونو زیاتون یا جمعه:
 یو شپږگ، دیز کیدی شي په دوه څلورگوډیزو ټوټه شي.
 له دې لاس ته راځي: د کونجونو زیاتون یا جمعه $= 720^0$

په n -گوډیز کې د کونجونو زیاتون یا جمعه:
 د کونجونو جمعه $= (n - 2) \cdot 180^0$
 (n د کونجونو تعداد یا گڼون ورکوي)

ځانگړي د رېگوي:
 برابرېښیز درېگودي

$$a = b \Rightarrow \alpha = \beta$$

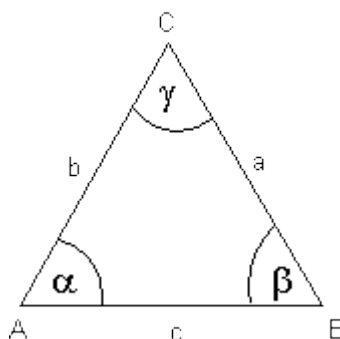
دا په دې معنا چې بنسټ کونجونه برابر
 لوي دي.



برابر اړخیز درېگودي

$$a = b = c \Rightarrow \alpha = \beta = \gamma$$

دا په دې معنا چې ټول کونجونه 60^0 دي.

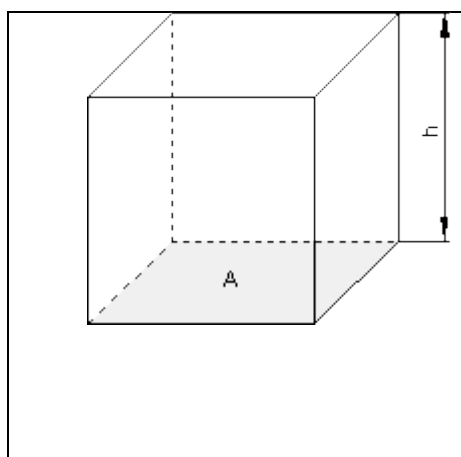


۱۷. ۸ - د حجمونو یا ډکیو شمیرنه I

د برابر ډوله بڼه جوړ شویو تنونو (جسمونو) لپاره - دا داسې دي، په کومو کې چې بنسټ
سطحه په ټول تن کې خُغلیدې شي - باور لري:

$$\boxed{V = G \cdot h} \text{ یعنی } \text{حجم (ډکی)} = \text{بنسټ سطحه} \cdot \text{جگوالی}$$

مکعب (غورځونی یا سترگی)



بیلگه:

ورکړ شوی: د ژئ اوږدوالی $a = 4\text{cm}$
غوښتونۍ یا ثبوت: ډکی (حجم)

$$V = A \cdot h$$

$$A = a^2$$

$$h = a$$

$$V = a^2 \cdot a = a^3$$

$$\Rightarrow V = 4\text{cm} \cdot 4\text{cm} \cdot 4\text{cm} = \underline{\underline{64\text{cm}^3}}$$

د $a = 3,75\text{ cm}$ لپاره ډکی یا حجم وشمیرئ

Quader مکعبوله یا شبه مکعب

بیلگه: ورکړ شوی: $a = 3\text{cm}$, $b = 4\text{cm}$, $c = 2,5\text{cm}$

غوښتونۍ یا ثبوت: حجم یا ډکی

$$V = A \cdot h$$

$$A = a \cdot b$$

$$h = c$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

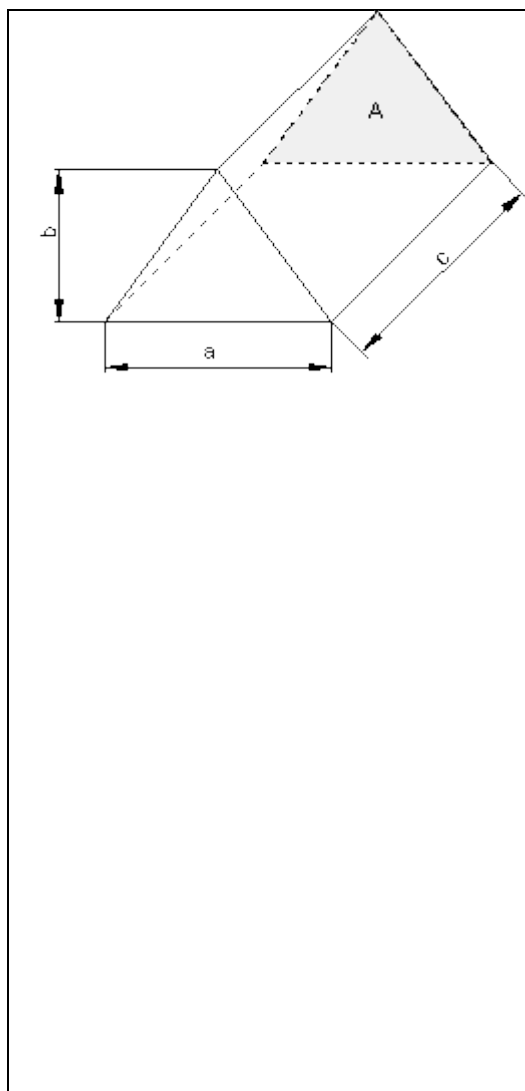
$$\Rightarrow V = 3\text{cm} \cdot 4\text{cm} \cdot 2,5\text{cm} = \underline{\underline{30\text{cm}^3}}$$

د

$$a = 4,5 \text{ cm}, b = 2,4 \text{ cm}, c = 1,5 \text{ cm}$$

لپاره ډکی یا حجم وشمیرئ

د دې لپاره هم پورته څیره کتلی شی



Prisma پریزما

ورکړ شوی: $a = 3\text{m}, b = 2\text{m}, c = 6\text{m}$
غوښتونئ: ډکی یا حجم

$$V = A \cdot h$$

$$A = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$h = c$$

$$V = \frac{a \cdot b}{2} \cdot c$$

$$\Rightarrow V = \frac{3\text{m} \cdot 2\text{m}}{2} \cdot 6\text{m} = \underline{\underline{18\text{m}^3}}$$

د

$$a = 4,5 \text{ cm}, b = 2,4 \text{ cm}, c = 15 \text{ cm}$$

لپاره ډکی یا حجم وشمیرئ.

Zylinder توتنه (ا ستوانه)

بیلگه:

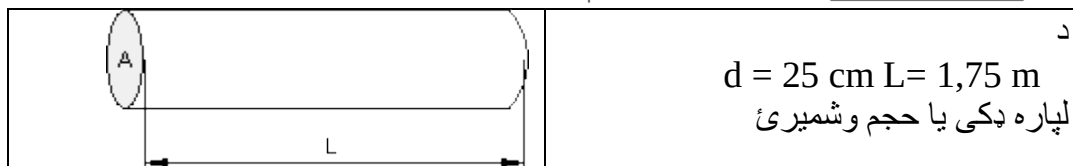
$$d = 40\text{mm}, L = 2\text{m}$$

غوښتونئ: ډکی یا حجم په cm^3

$$V = A \cdot h \quad A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \quad h = L$$

$$V = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot L \Rightarrow$$

$$V = \frac{4 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} \cdot \pi}{4} \cdot 200 \text{ cm} = \underline{\underline{2513,274 \text{ cm}^3}}$$



تمرین ۱ :

د $a = 3,75 \text{ cm}$ لپاره ډکۍ یا حجکوشمیرئ

خل (اوبی یا خُواب)

ورکړ شوی: د ژئ اوږدوالی $a = 3,75 \text{ cm}$

غوښتونۍ: ډکۍ یا حجم

$$V = A \cdot h$$

$$A = a^2$$

$$h = a$$

$$V = a^2 \cdot a = a^3 \Rightarrow V = 3,75 \text{ cm} \cdot 3,75 \text{ cm} \cdot 3,75 \text{ cm} \approx \underline{\underline{52,734 \text{ cm}^3}}$$

تمرین ۲ :

د یوه کواډر حجم د $a = 4,5 \text{ cm}$, $b = 2,4 \text{ cm}$, $c = 1,5 \text{ cm}$ لپاره وشمیرئ

حل (اوبی یا خُواب)

ورکړ شوي: $a = 4,5 \text{ cm}$, $b = 2,4 \text{ cm}$, $c = 1,5 \text{ cm}$

غوښتونۍ: حجم یا ډکۍ

$$V = A \cdot h$$

$$A = a \cdot b$$

$$h = c$$

$$V = a \cdot b \cdot c \Rightarrow V = 4,5 \text{ cm} \cdot 2,4 \text{ cm} \cdot 1,5 \text{ cm} = \underline{\underline{16,2 \text{ cm}^3}}$$

تمرین ۳ :

د یوې پریزما حجم یا ډکۍ د $a = 4,5 \text{ cm}$, $b = 2,4 \text{ cm}$, $c = 15 \text{ cm}$ لپاره وشمیرئ.

حل:

ورکړل شوي: $a = 4,5 \text{ cm}$, $b = 2,4 \text{ cm}$, $c = 15 \text{ cm}$
غوښتونۍ: ډکي یا حجم

$$V = A \cdot h$$

$$A = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$h = c$$

$$V = \frac{a \cdot b}{2} \cdot c \Rightarrow V = \frac{4,5 \text{ cm} \cdot 2,4 \text{ cm}}{2} \cdot 15 \text{ cm} = \underline{\underline{81 \text{ cm}^3}}$$

تمرین ۴ :

د $d = 25 \text{ cm}$ $L = 1,75 \text{ m}$ لپاره د یوې توتې ډکۍ وشمیرئ.

حل:

ورکړل شوي: $d = 25 \text{ cm}$ $L = 1,75 \text{ m}$
غوښتونۍ: حجم په cm^3

$$V = A \cdot h \quad A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \quad h = L$$

$$V = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot L \Rightarrow$$

$$V = \frac{25 \text{ cm} \cdot 25 \text{ cm} \cdot \pi}{4} \cdot 175 \text{ cm} \approx \underline{\underline{85902,924 \text{ cm}^3}}$$

پوښتنې

د ډکي یا حجم شمیرنه ۱

د ساده تنونو شمیرنه

برابر ډول جوړ شوي تنوونه، دا هغه دي، چې په هغو بنسټ سطحه په توب بدن کې خوزیږي، باور لري؟

$$\boxed{V = G \cdot h}$$

حجم یا ډکۍ = بنسټ سطحه. جگوالی

بیلگه مکعب :

ورکړ شوي د اړخ اوږدوالی $a = 4 \text{ cm}$

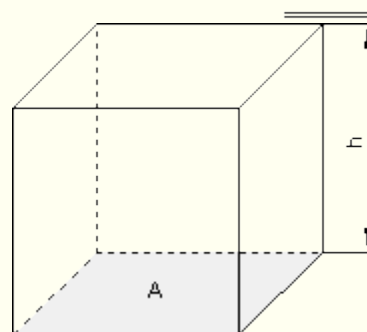
غښتونى : حجم يا پکى $V = A \cdot h$

$$V = A \cdot h$$

$$A = a^2$$

$$h = a$$

$$V = a^2 \cdot a = a^3 \Rightarrow V = 4 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 64 \text{ cm}^3$$



د $a = 3,75 \text{ cm}$ لپاره حجم وشميرئ

دويمه بيلگه مکعبډوله:

ورکړ شوي: $a = 3 \text{ cm}$; $b = 4 \text{ cm}$; $c = 2,5 \text{ cm}$

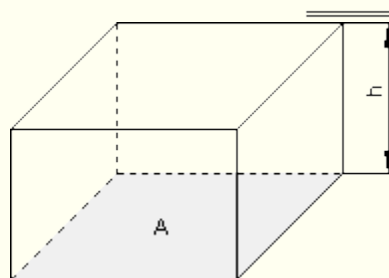
غوښتونى: حجمونه يا پکى

$$V = A \cdot h$$

$$A = a \cdot b$$

$$h = c$$

$$V = a \cdot b \cdot c \Rightarrow V = 3 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} \cdot 2,5 \text{ cm} = 30 \text{ cm}^3$$



د $a = 4,5 \text{ cm}$, $b = 2,4 \text{ cm}$, $c = 1,5 \text{ cm}$ لپاره حجمونه و شميرئ

دریم: بیلگه پریزما (درې ژي بیزه):

ورکړ شوي: $a = 3 \text{ m}$, $b = 2 \text{ m}$, $c = 6 \text{ m}$

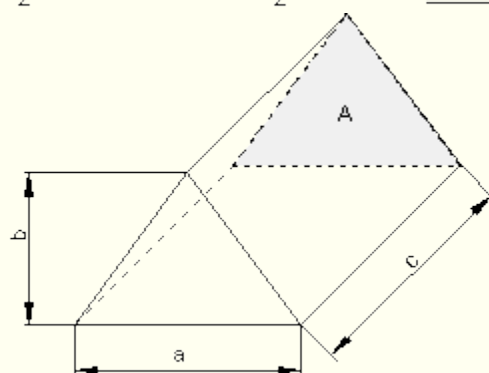
غوښتونۍ: حجم يا ډکۍ

$$V = A \cdot h$$

$$A = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$h = c$$

$$V = \frac{a \cdot b}{2} \cdot c \Rightarrow V = \frac{3\text{m} \cdot 2\text{m}}{2} \cdot 6\text{m} = \underline{\underline{18\text{m}^3}}$$

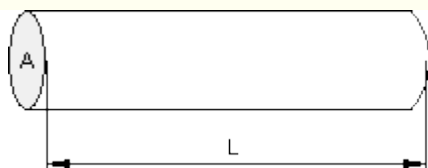


د $a = 4,5 \text{ cm}$, $b = 2,4 \text{ cm}$, $c = 15 \text{ cm}$ لپاره ډکا يا حجم وشميرئ.

څلورم: بيلگه توته يا استوانه (گردسيخ):

ورکړ شوی: $d = 40 \text{ mm}$; $L = 2$.

غوښتونۍ: حجم په cm^3 .



$$V = A \cdot h \quad A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \quad h = L$$

$$V = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot L \Rightarrow$$

$$V = \frac{4\text{cm} \cdot 4\text{cm} \cdot \pi}{4} \cdot 200\text{cm} = \underline{\underline{2513,274\text{cm}^3}}$$

د $d = 25 \text{ cm}$ $L = 1,75 \text{ m}$ لپاره حجم يا ډکۍ

وميرئ

حلونه:

نتيجې:

لومړی:

$$a = 3,75 \text{ cm} \Rightarrow V = a^3 \approx 52,734 \text{ cm}^3 \text{ : سترگی یا مکعب}$$

$$a = 4,5 \text{ cm}, b = 2,4 \text{ cm}, c = 1,5 \text{ cm} \Rightarrow V = a \cdot b \cdot c = 16,2 \text{ cm}^3 \text{ : کواډر}$$

$$a = 4,5 \text{ cm}, b = 2,4 \text{ cm}, c = 15 \text{ cm} \Rightarrow V = \frac{a \cdot b}{2} \cdot c = 81 \text{ cm}^3 \text{ : پریزما}$$

توته یا استوانه:

$$d = 25 \text{ cm}, L = 1,75 \text{ m} = 175 \text{ cm} \Rightarrow V = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot L \approx 85902,924 \text{ cm}^3$$

مفصل حلونه:

لومړی:

$$a = 3,75 \text{ cm} \text{ : مکعب ورکړ شوي: د ژئ اوږدوالی}$$

غوښتونې: حجم یا ډکی

$$V = A \cdot h$$

$$A = a^2$$

$$h = a$$

$$V = a^2 \cdot a = a^3 \Rightarrow V = 3,75 \text{ cm} \cdot 3,75 \text{ cm} \cdot 3,75 \text{ cm} \approx \underline{\underline{52,734 \text{ cm}^3}}$$

$$a = 4,5 \text{ cm}, b = 2,4 \text{ cm}, c = 1,5 \text{ cm} \text{ : دویم مکعبډوله یا مکعبنما: ورکړ شوی}$$

غوښتونۍ: حجم یا ډکی

$$V = A \cdot h$$

$$A = a \cdot b$$

$$h = c$$

$$V = a \cdot b \cdot c \Rightarrow V = 4,5 \text{ cm} \cdot 2,4 \text{ cm} \cdot 1,5 \text{ cm} = \underline{\underline{16,2 \text{ cm}^3}}$$

دریم: پریزما: ورکړشوی: $a = 4,5 \text{ cm}, b = 2,4 \text{ cm}, c = 1,5 \text{ cm}$

غوښتونۍ: حجم یا ډکۍ

$$V = A \cdot h$$

$$A = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$h = c$$

$$V = \frac{a \cdot b}{2} \cdot c \Rightarrow V = \frac{4,5 \text{ cm} \cdot 2,4 \text{ cm}}{2} \cdot 1,5 \text{ cm} = \underline{\underline{81 \text{ cm}^3}}$$

څلورم: توتۍ: ورکړ شوی: $d = 25 \text{ cm}, L = 1,75 \text{ m} = 175 \text{ cm}$

غوښتونۍ: حجم په cm^3

$$V = A \cdot h \quad A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \quad h = L$$

$$V = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot L \Rightarrow$$

$$V = \frac{25 \text{ cm} \cdot 25 \text{ cm} \cdot \pi}{4} \cdot 175 \text{ cm} \approx \underline{\underline{85902,924 \text{ cm}^3}}$$

حجم(ډکۍ) او کتله:

ډکي يا حجم – او کتله شمیرني ته پوښتني

کیدی شي د یوه تن یا جسم چې ټینګوال (غلظت) یې معلوم یا پیژنل شوي وي د حجم له لارې وشمیرل شي.

$$m = V \cdot \rho \quad \text{کټله} = \text{حجم} \cdot \text{ټینګوالی}$$

لومړی: د ګوس برخي کټله وشمیرئ.
ټینګوالی:

$$\rho_{\text{Guss}} = 7,25 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

دویم: د الومینیوم حجم او کټله وشمیرئ.
ټینګوالی:

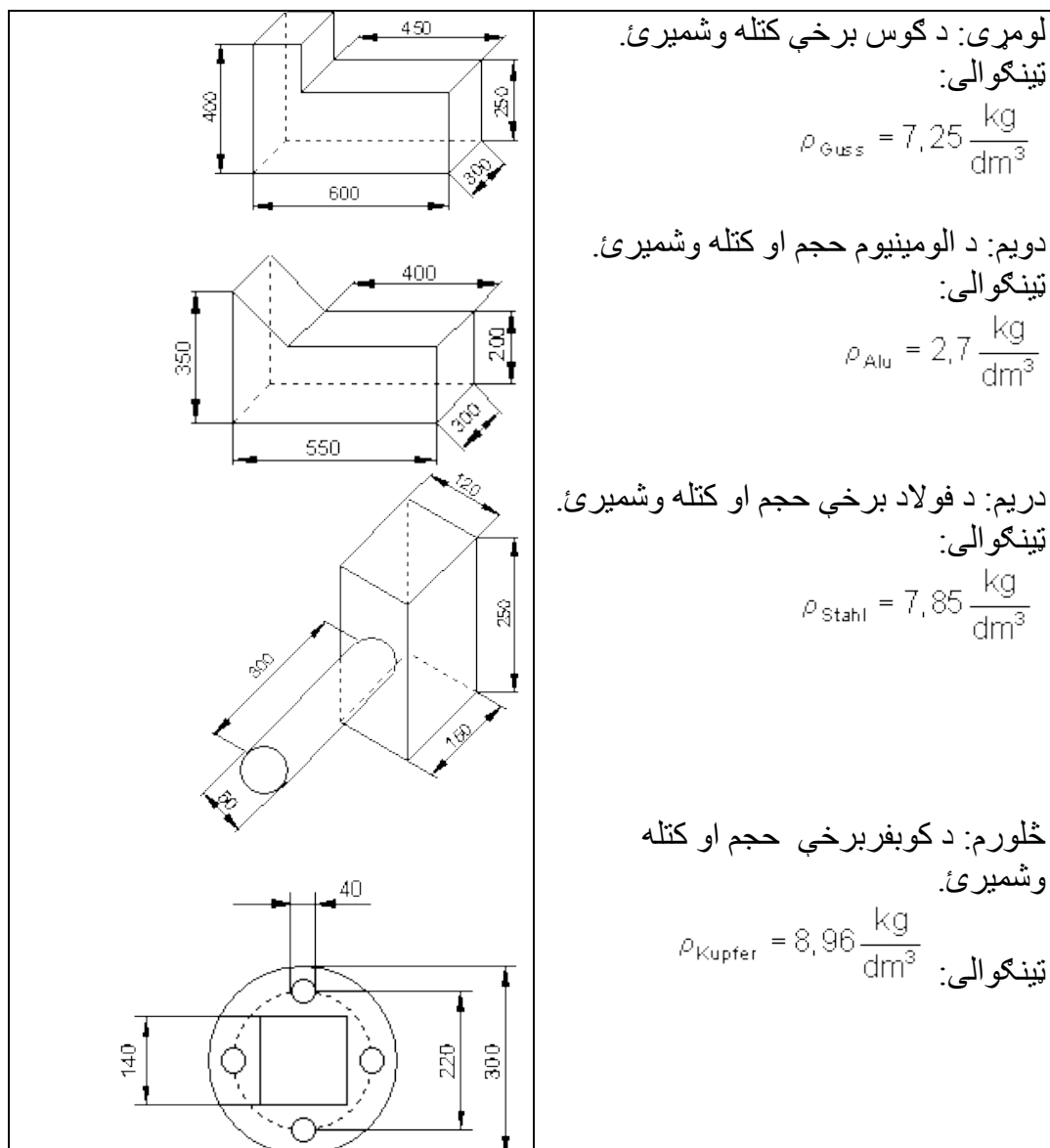
$$\rho_{\text{Alu}} = 2,7 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

درېم: د فولاد برخي حجم او کټله وشمیرئ.
ټینګوالی:

$$\rho_{\text{Stahl}} = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

څلورم: د کوپفربرخي حجم او کټله وشمیرئ.

$$\rho_{\text{Kupfer}} = 8,96 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \quad \text{ټینګوالی:}$$



پنځم: يوه د فولادو توتنه 10 m متره اوږده ده, ($L = 10 \text{ m}$), يو دباندني نيمی يا قطر $D = 20 \text{ cm}$ لري او دنننی نيمی يا قطر $d = 160 \text{ mm}$ لري.
د توتي حجم، کتله او د ديوال پنډوالی وشميرئ.

تینګوالی: $\rho_{\text{stahl}} = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$

حل: نتیجې: لومړی

ډکی يا حجم: $V = 51,75 \text{ dm}^3$

کتله: $m = 375,188 \text{ kg}$

دویم:

ډکی يا حجم: $V = 36,375 \text{ dm}^3$

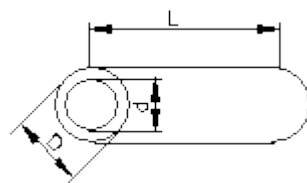
کتله: $m = 98,213 \text{ kg}$

ډکی يا حجم: $V = 5,089 \text{ dm}^3$

کتله: $m = 39,949 \text{ kg}$

څلورم:

$V = 0,553 \text{ dm}^3$ $m = 4,955 \text{ kg}$	ډکی يا حجم کتله



پنځم:

ډکۍ يا حجم: $V = 113,097 \text{ dm}^3$ کتله: $m = 887,811 \text{ kg}$

20mm

د دیوال پنډوالی:

مفصل حلونه

لومړۍ: د ګوس برخي کتله وشمیرئ.

$$\rho_{\text{Guss}} = 7,25 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \quad \text{ټینګوالی:}$$

د رسم ټولې کچونې (اندازه گیری) په دیکسیمتر (dm) اړول کیږي.

د اړول یا شمیر بدلون لپاره باور لري:

$$100 \text{ mm} = 1 \text{ dm}, 10\,000 \text{ mm}^2 = 1 \text{ dm}^2 \text{ und } 1\,000\,000 \text{ mm}^3 = 1 \text{ dm}^3$$

د دې لپاره چې ډکۍ یا حجم معلوم کړو، د کارتوتې سطحه د خپل پنډوالي سره ضرب کیږي. نتیجې د لسمیر یا کوما وروسته په درې ځایونو را گردیږي.

$$A_1 = 1,5 \text{ dm} \cdot 1,5 \text{ dm} = 2,25 \text{ dm}^2$$

$$A_2 = 6,0 \text{ dm} \cdot 2,5 \text{ dm} = 15,00 \text{ dm}^2$$

$$\Rightarrow A = A_1 + A_2 = 2,25 \text{ dm}^2 + 15,00 \text{ dm}^2 = 17,25 \text{ dm}^2$$

$$\Rightarrow V = A \cdot 3 \text{ dm} = 17,25 \text{ dm}^2 \cdot 3 \text{ dm} = \underline{\underline{51,75 \text{ dm}^3}}$$

$$\Rightarrow m = \rho \cdot V = 7,25 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 51,75 \text{ dm}^3 = \underline{\underline{375,188 \text{ kg}}}$$

دویم: د الومینیوم حجم او کتله وشمیرئ.

ټينگوالی:

$$\rho_{\text{Alu}} = 2,7 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

د رسم ټولې کچونې (اندازه گيري) په ديځيمتر (dm) اړول کيږي.

د اړول يا شمير بدلون لپاره باور لري:

$$100 \text{ mm} = 1 \text{ dm}, 10\,000 \text{ mm}^2 = 1 \text{ dm}^2 \text{ und } 1\,000\,000 \text{ mm}^3 = 1 \text{ dm}^3$$

د دې لپاره چې ډکۍ يا حجم معلوم کړو، د کارتو ټي سطحه د خپل پنډوالي سره ضرب کيږي. نتيجه د لسمير يا کوما وروسته په درې ځايونو را گرديږي.

$$A_1 = \frac{1,5 \text{ dm} \cdot 1,5 \text{ dm}}{2} = 1,125 \text{ dm}^2$$

$$A_2 = 5,5 \text{ dm} \cdot 2,0 \text{ dm} = 11,00 \text{ dm}^2$$

$$\Rightarrow A = A_1 + A_2 = 1,125 \text{ dm}^2 + 11,00 \text{ dm}^2 = 12,125 \text{ dm}^2$$

$$\Rightarrow V = A \cdot 3 \text{ dm} = 12,125 \text{ dm}^2 \cdot 3 \text{ dm} = \underline{\underline{36,375 \text{ dm}^3}}$$

$$\Rightarrow m = \rho \cdot V = 2,7 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 36,375 \text{ dm}^3 = \underline{\underline{98,213 \text{ kg}}}$$

دریم: د فولاد برخي حجم او کتله وشمیرئ.

$$\rho_{\text{Stahl}} = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \quad \text{ټينگوالی:}$$

د رسم ټولې کچونې (اندازه گيري) په ديځيمتر (dm) اړول کيږي.

د اړول يا شمير بدلون لپاره باور لري:

$$100 \text{ mm} = 1 \text{ dm}, 10\,000 \text{ mm}^2 = 1 \text{ dm}^2 \text{ und } 1\,000\,000 \text{ mm}^3 = 1 \text{ dm}^3$$

د دې لپاره چې ډکۍ یا حجم معلوم کړو، د کارتوتې سطحه د خپل پندوالي سره ضرب کړي. نتیجې د لسمیر یا کوما وروسته په درې ځایونو را گردیږي.

$$\text{Quader : } V_Q = 1,5 \text{ dm} \cdot 1,2 \text{ dm} \cdot 2,5 \text{ dm} = 4,5 \text{ dm}^3$$

$$\text{Zylinder : } V_Z = \frac{(0,5 \text{ dm})^2 \cdot \pi}{4} \cdot 3,0 \text{ dm} = 0,589 \text{ dm}^3$$

$$\text{Gesamtvolumen : } V = V_Q + V_Z = 4,5 \text{ dm}^3 + 0,589 \text{ dm}^3 = \underline{\underline{5,089 \text{ dm}^3}}$$

$$\text{Masse : } m = \rho \cdot V = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 5,089 \text{ dm}^3 = \underline{\underline{39,949 \text{ kg}}}$$

څلورم: د کوبفر برخې حجم او کتله وشمیرئ.

$$\rho_{\text{Kupfer}} = 8,96 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \text{ : تینګوالی}$$

د رسم ټولې کچونې (اندازه گیری) په دیخیمتر (dm) اړول کړي.

$$100 \text{ mm} = 1 \text{ dm}, 10\,000 \text{ mm}^2 = 1 \text{ dm}^2$$

$$\text{und } 1\,000\,000 \text{ mm}^3 = 1 \text{ dm}^3$$

د دې لپاره چې ډکۍ یا حجم معلوم کړو، د کارتوتې سطحه د خپل پندوالي سره ضرب کړي. نتیجې د لسمیر یا کوما وروسته په درې ځایونو را گردیږي.

$$\text{Fläche} = \text{Kreis} (A_K) - \text{Quadrat} (A_Q) - 4 \cdot \text{Loch} (A_L)$$

$$A_K = \frac{(3 \text{ dm})^2 \cdot \pi}{4} = 7,069 \text{ dm}^2$$

$$A_Q = 1,4 \text{ dm} \cdot 1,4 \text{ dm} = 1,96 \text{ dm}^2$$

$$A_L = \frac{(0,4 \text{ dm})^2 \cdot \pi}{4} = 0,126 \text{ dm}^2$$

$$\text{Fläche : } A = A_K - A_Q - 4 \cdot A_L = 7,069 \text{ dm}^2 - 1,96 \text{ dm}^2 - 4 \cdot 0,126 \text{ dm}^2 = 4,605 \text{ dm}^2$$

$$\text{Volumen : } V = A \cdot 0,12 \text{ dm} = 4,605 \text{ dm}^2 \cdot 0,12 \text{ dm} = \underline{\underline{0,553 \text{ dm}^3}}$$

$$\text{Masse : } m = \rho \cdot V = 8,96 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 0,553 \text{ dm}^3 = \underline{\underline{4,955 \text{ kg}}}$$

پنځم: یوه د فولادو توتو 10 m متره اوږده ده، ($L = 10 \text{ m}$)، یو دبانډني نیمې یا قطر $D = 20 \text{ cm}$ لري او دنننې نیمې یا قطر $d = 160 \text{ mm}$ لري.

د توتي حجم، کتله او د دیوال پنډوالی وشمیرئ.

$$\text{Dichte: } \rho_{\text{stahl}} = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \text{ : ټینگوالی}$$

د رسم ټولې کچونې (اندازه گیری) په دیکسیمتر (dm) اړول کیږي.

د اړول یا شمیر بدلون لپاره باور لري:

$$100 \text{ mm} = 1 \text{ dm}, 10\,000 \text{ mm}^2 = 1 \text{ dm}^2 \text{ und } 1\,000\,000 \text{ mm}^3 = 1 \text{ dm}^3$$

د دې لپاره چې ډکۍ یا حجم معلوم کړو، د کارتوتې سطحه د خپل پنډوالي سره ضرب کیږي. نتیجې د لسمیر یا کوما وروسته په درې ځایونو را گردیږي.

$$V = \frac{(D^2 - d^2) \cdot \pi}{4} \cdot l = \frac{[(2 \text{ dm})^2 - (1,6 \text{ dm})^2] \cdot \pi}{4} \cdot 100 \text{ dm} = \underline{\underline{113,097 \text{ dm}^3}}$$

$$\text{Masse: } m = \rho \cdot V = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 113,097 \text{ dm}^3 = \underline{\underline{887,811 \text{ kg}}}$$

$$\text{Wandstärke} = \frac{D - d}{2} = \frac{2 \text{ dm} - 1,6 \text{ dm}}{2} = 0,2 \text{ dm} = \underline{\underline{20 \text{ mm}}}$$

پوښتنې

د حجم او کتلې شمیرنه

لومړۍ: یو ولاړگودیز د اوبه ساتی د $0,8 \times 0,45 \times 1,5 \text{ m}$ کتلې دې د اوبو ډک شي.

دا څومره لیترونه خوندي کولی شي؟

دویم: د یوه ولاړگودیزې بنسټ سطحې تیلساتي $a = 60 \text{ cm}$ und $b = 40 \text{ cm}$ کتله لري.

دا ساتي د $V = 140 \text{ Liter}$ تیلو سره پک دی.

دا تیلو هنداره (پورته سطحه) کوم جگوالی h په cm لري؟

دریم: یو توتیه ډوله غزیدونکی لوبنی $d = 35 \text{ cm}$ نیمی یا قطر او $h = 450 \text{ mm}$ جگوالی لري.

دا لوبنی څو لري خوندي لرو دی شي؟

څلورم: یو مربع ډوله کارتوتیه د $a = 10 \text{ mm}$, $b = 60 \text{ mm}$, $c = 150 \text{ mm}$ سره یوه $m = 657 \text{ g}$ کتله لري.

دا مواد کوم غلظت یا ټینګوالی لري؟

پنځم: په یوه تیلساتي کي (کوادر یا شبه مکعب یعنی مکع ته ورته) د کچونو

$a = 500 \text{ mm}$, $b = 300 \text{ mm}$, $c = 250 \text{ mm}$ سره $m = 25 \text{ kg}$ تیل خوندي لري.

د تیلو ټینګوالی: $\rho_{\text{öl}} = 0,9 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ Dichte von Öl:

د تیلو هنداره یا سطحه کوم جگوالی لري؟

شپږم: یو دد سیم توتیه د $d = 0,5 \text{ mm}$ پنډ فولادو سره

د فولادو ټینګوالی =

$$\rho_{\text{Stahl}} = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

یوه د $m = 3,6 \text{ kg}$ کتله لري.

په څرخ (Rolle) څو متره دي؟

اووم: یوه د نل توتیه له $\text{CuSn } 10$ د ټینګوالي سره

$$\rho_{\text{CuSn}} = 8,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

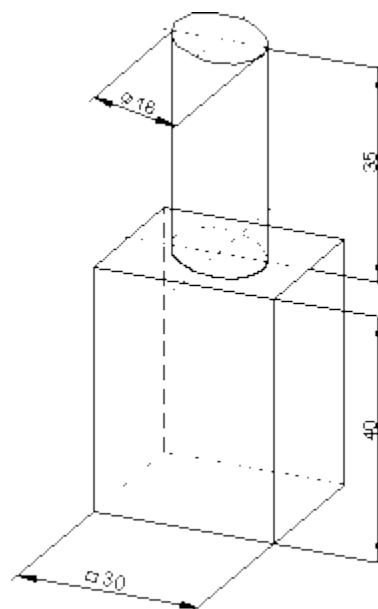
یو نیمۍ یا قطر $d = 68 \text{ mm}$, $D = 77 \text{ mm}$ لري او $l = 115 \text{ mm}$ اوږد دی.

کټله په کیلو گرام وشمیری.

اتم: د دروازي لپاره یو

د گراژ درواز د 20 خای تختوله (St 37 -3) S235J2 څخه وشمیری

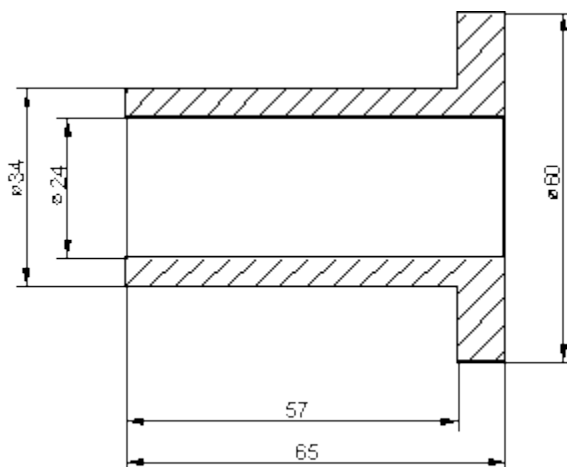
فولاد د ۱ ټینګوالی یا غلظت لري: $\rho_{\text{Stahl}} = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$



نهم: د برونځ - زخیره کټله (CuSn8) شمیرل کیږي.

په کوم کسر برخي سره دا لږیری یا کمیږي، که دا د مصنوعي موادو جوړ شي؟

$$\rho_{\text{Bronze}} = 8,6 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} ; \rho_{\text{Kunststoff}} = 2,2 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$



حلونه يا اوبيوني

د حجم - او کتله شمیرنه ۲

نتیجې:

لومړۍ: اوبه ساتی کړی شي 540 Liter اوبه خوندي ولري.

دویم: په تیلو ټانک کې کیدی هنداروبه یا سطحې جگوالی 58,333... cm دی.

دریم: دا غزیدونی لوبنی 43,295 Liter خوندي ري.

څلورم: دا دوکار توتہ 7,3 g/cm³ تینګوالی یا غلظت لري.

پنځم: دد تیلو هنداره یا پورته سطحه 185,185 mm جگوالی لري.

شپږم: په برخې 2337,678 m سیم ستون لري.

1,17-هندسه ((خُمکچپوهنه))

778

اووم :بونسې 2337,678 m کتله لري.

اتم: د ټولو لاګر Lagerzapfen یوځای 6,760 kg کتله لري.

نهم: د برون-لاګر بونسې 0,387 kg کتله لري.

د مصنوعي موادو څخه په 25,581% راکميري.

مفصل حلونه

لومړۍ: یو ولاړګودیز د اوبه ساتی د $0,8 \times 0,45 \times 1,5 \text{ m}$ کتلي دې د اوبو ډک شي.

دا څومره لیټرونه خوندي کولی شي؟

$$a = 0,8\text{m} = 8 \text{ dm}; b = 0,45\text{m} = 4,5 \text{ dm}; c = 1,5\text{m} = 15 \text{ dm}$$

$$V = a \cdot b \cdot c = 8 \text{ dm} \cdot 4,5 \text{ dm} \cdot 15 \text{ dm} = 540 \text{ dm}^3 \triangleq 540 \text{ Liter}$$

$$\underline{\underline{V = 540 \text{ Liter}}}$$

اوبه ساتی کړی شي دویم: د یوه ولاړګودیزې بنسټ سطحې تیلساتي $a = 60 \text{ cm}$ und $b = 40 \text{ cm}$ کتله لري.

دا ساتي د $V = 140 \text{ Liter}$ تیلو سره ډک دی.

دا تیلو هنداره (پورته سطحه) کوم جگوالی h په cm لري؟ اوبه خوندي وساتي یا ځای کړي. دا چې نتیجه په cm^3 سره شمیرل کیږي، موخه ور دي، چې ډکی یا حجم په مکعب سانتي متر وشمیرل شي. له دې سره باور لري: یو لیتر دی $1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$

$$a = 60 \text{ cm}; b = 40 \text{ cm}; V = 140 \text{ Liter} \triangleq 140 \text{ dm}^3 = 140000 \text{ cm}^3$$

$$V = a \cdot b \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{V}{a \cdot b} = \frac{140000 \text{ cm}^3}{60 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm}} = 58 \frac{1}{3} \text{ cm}$$

$$\underline{\underline{h = 58 \frac{1}{3} \text{ cm}}}$$

د تیلو هنداره یا سطحه 58,333... cm جگوالی لري.

دریم: یو توته ډوله غزیدونکی لوبنی $d = 35 \text{ cm}$ نیمې یا قطر او $h = 450 \text{ mm}$ جگوالی لري.

دا لوبنی څو لري خوندي لروډی شي؟
دا چې نتیجه په لیتر شمیرل کيږي، موخه ور دی، چې ټولې اندازې یا کچونې په dm واورو، ځکه چې ۱ مکعب ډېخیمتر یو لیتر دی.

$$d = 35 \text{ cm} = 3,5 \text{ dm} ; h = 450 \text{ mm} = 4,5 \text{ dm}$$

د داډرې (گردی) سطحه د بنسټ سطحې په څیر

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{(3,5 \text{ dm})^2 \cdot \pi}{4} = 9,621 \text{ dm}^2$$

حجم یا ډکی = بنسټ سطحه. جگوالی

$$V = A \cdot h = 9,621 \text{ dm}^2 \cdot 4,5 \text{ dm} = 43,295 \text{ dm}^3$$

په لیتر ارونه: $1 \text{ dm}^3 \triangleq 1 \text{ Liter} \Rightarrow 43,295 \text{ dm}^3 \triangleq 43,295 \text{ Liter}$

$$\underline{\underline{V = 43,295 \text{ Liter}}}$$

غزیدنلوبنی 43,295 Liter خوندي لري.

څلورم: یو مربع ډوله کارتوته د $a = 10 \text{ mm}$, $b = 60 \text{ mm}$, $c = 150 \text{ mm}$ سره یوه $m = 657 \text{ g}$ کتله لري.

دا مواد کوم غلظت یا تینګوالی لري؟

دا چې نتیجه په ګرام په مکعبسانتي متر (g/cm^3) شمیرل کيږي، موخه ور دی، چې ټولې کچونې په cm واورول شي.

$$a = 10 \text{ mm} = 1 \text{ cm} ; b = 60 \text{ mm} = 6 \text{ cm} ; c = 150 \text{ mm} = 15 \text{ cm}$$

د داېرې سطحه د بنسټ سطحې په حیث

ټینګوالی = حجم په مکعب سانتي متر : کتله په ګرام

$$V = a \cdot b \cdot c = 1 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm} = 90 \text{ cm}^3 \quad \text{حجم يا ډکی:}$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{657 \text{ g}}{90 \text{ cm}^3} = 7,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad \text{ټینګوالی:}$$

$$\underline{\underline{\rho = 7,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}}$$

کار توتۀ $7,3 \text{ g/cm}^3$ ټینګوالی يا غلظت لري.

پنځم: په یوه تیلساتي کي (کوادر يا شېبه مکعب يعني مکع ته ورته) د کچونو

$$a = 500 \text{ mm}, b = 300 \text{ mm}, c = 250 \text{ mm} \quad \text{سر ه } m = 25 \text{ kg} \quad \text{تیل خوندي لري.}$$

$$\text{Dichte von Öl: } \rho_{\text{öl}} = 0,9 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \quad \text{د تیلو ټینګوالی:}$$

د تیلو هنداره يا سطحه کوم جګوالی لري؟

دا چې ټینګوالی په کیلوګرام په مکعب ډیسیمتر (Kg/dm^3) ورکړ شری دی، ټول اوږدوالي به په dm واړول شي.

شپږم: یو د سیم توتۀ د $d = 0,5 \text{ mm}$ پنډ فولادو سره

د فولادو ټینګوالی =

$$\rho_{\text{Stahl}} = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

یوه $m = 3,6 \text{ kg}$ کتله لري.

په څرخ (Rolle) څو متره دي؟

دا چې ټينگوالی په کيلوگرام په مکعبديسيمتر (Kg/dm^3) ورکړ شوی دی، ټول اوږدوالي به په dm واورول شي.

$$d = 0,5 \text{ mm} = 0,005 \text{ dm}; m = 3,6 \text{ kg}; \rho = 7,85 \text{ kg}/\text{dm}^3$$

$$m = \rho \cdot V \Leftrightarrow V = \frac{m}{\rho} \text{ mit } m = 3,6 \text{ kg und } \rho = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \text{ gilt:}$$

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{3,6 \text{ kg}}{7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}} = \frac{3,6 \cancel{\text{kg}} \cdot \text{dm}^3}{7,85 \cancel{\text{kg}}} = 0,459 \text{ dm}^3$$

دا سيم کيدی شي د يوه اوږدې ټوټې پېڅير وگڼل شي، د ډکي يا حېک سره

$$V = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot l \Leftrightarrow l = \frac{4V}{d^2 \cdot \pi} = \frac{4 \cdot 0,459 \text{ dm}^3}{(0,005 \text{ dm})^2 \cdot \pi} = 23376,781 \text{ dm}$$

$$l = \underline{\underline{2337,678 \text{ m}}}$$

په گاډيل(مشوره يا Rolle) باندې $2337,678 \text{ m}$ سيم شتون لري.

اووم: يوه د نل ټوټه له CuSn 10 د ټينگوالي سره

$$\rho_{\text{CuSn}} = 8,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

يو نيم يا قطر $d = 68 \text{ mm}$, $D = 77 \text{ mm}$ لري او $l = 115 \text{ mm}$ اوږد دی.

کتله په کيلو گرام وشميرئ.

دا چې ټينگوالی يا غلظت په گرام په مکعب متر $\text{gr}/\text{cufmetr}$ ورکړ شوی دی، ټول اوږدوالی به cm واورول شي

$$D = 77 \text{ mm} = 7,7 \text{ cm}; d = 68 \text{ mm} = 6,8 \text{ cm}; l = 115 \text{ mm} = 11,5 \text{ cm}$$

$$\rho_{\text{CuSn}} = 8,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$m = \rho \cdot V \quad \text{حجم د شمیرلو دی}$$

$$V = \frac{(D^2 - d^2) \cdot \pi \cdot l}{4}$$

د $m = \rho \cdot V$ سره باور لري:

$$\begin{aligned} m &= \rho \cdot \frac{(D^2 - d^2) \cdot \pi \cdot l}{4} = 8,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{[(7,7 \text{ cm})^2 - (6,8 \text{ cm})^2] \cdot \pi}{4} \cdot 11,5 \text{ cm} \\ &= 8,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{[13,05 \text{ cm}^2] \cdot \pi}{4} \cdot 11,5 \text{ cm} = 8,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 117,869 \text{ cm}^3 = 1013,673 \text{ g} \\ \underline{\underline{m &= 1,014 \text{ kg}}} \end{aligned}$$

بوينسي يوه د 1,014 kg کتله لري.

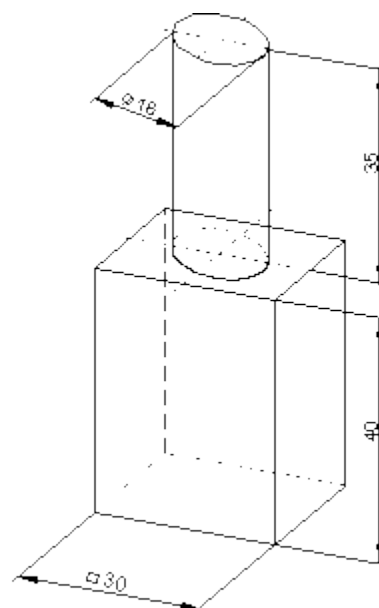
اتم: د گراژ دروازي لپاره د ۲۰ سيمانو کتله له S235J2 (St 37 -3) څخه وشميرئ.

فولاد يو تينگوالی يا غلظت لري:

$$\rho_{\text{Stahl}} = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

کتله دې په ملي متر د تر څنگ رسم څخه ولوستل شي.

داچې تينگوالی يا غلظت په مکعب متر /کيلوگرام ورکړ شوي ده، نو ټول اوږدوالي په واورول شي. د يوه زخيره سيمانو کتله دې د ۲۰ سره ضرب شي



مکعبډوله یا مکعبنما:

$$a = 30 \text{ mm} = 0,3 \text{ dm}; b = 30 \text{ mm} = 0,3 \text{ dm}; c = 40 \text{ mm} = 0,4 \text{ dm}$$

$$d = 16 \text{ mm} = 0,16 \text{ dm}; h = 35 \text{ mm} = 0,35 \text{ dm} \quad \text{توته:}$$

$$V_n = a \cdot b \cdot c = 0,3 \text{ dm} \cdot 0,3 \text{ dm} \cdot 0,4 \text{ dm} = 0,036 \text{ dm}^3 \quad \text{د مکعبډوله حجم:}$$

$$V_z = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot h = \frac{(0,16 \text{ dm})^2 \cdot \pi}{4} \cdot 0,35 \text{ dm} = 0,007 \text{ dm}^3 \quad \text{د توتي حجم:}$$

$$V = V_n + V_z = 0,036 \text{ dm}^3 + 0,007 \text{ dm}^3 = 0,047 \text{ dm}^3 \quad \text{ټول حجم:}$$

$$m = \rho \cdot V = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 0,047 \text{ dm}^3 = 0,338 \text{ kg} \quad \text{کنټله:}$$

$$m_{20} = 20 \cdot m = 20 \cdot 0,338 \text{ kg} = 6,760 \text{ kg} \quad \text{کنټله (۲۰)}$$

$$\underline{\underline{m_{20} = 6,760 \text{ kg}}}$$

د ټولو سیمانو کتله 6,760 kg ده.

نهم: د برونڅ - زخیره کتله (CuSn8) شمیرل کیږي.

په کوم کسر برخي سره دا لږیږي یا کمیږي، که دا د مصنوعي موادو جوړ شي؟

$$\rho_{\text{Bronze}} = 8,6 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} ; \rho_{\text{Kunststoff}} = 2,2 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

ټول ډکي یا حجم له دوه ټوټه ډکيو یا حجمونو څخه جوړ دی.

د cm سره شمیرل کیږي.

لومړی نل: $D_1 = 34 \text{ mm} = 3,4 \text{ cm} ; d_1 = 24 \text{ mm} = 2,4 \text{ cm} ; l_1 = 57 \text{ mm} = 5,7 \text{ cm}$

دویم نل: $D_2 = 60 \text{ mm} = 6,0 \text{ cm} ; d_2 = 24 \text{ mm} = 2,4 \text{ cm} ; l_2 = 8 \text{ mm} = 0,8 \text{ cm}$

$$V_1 = \frac{(D_1^2 - d_1^2) \cdot \pi}{4} \cdot l_1 = \frac{[(3,4 \text{ cm})^2 - (2,4 \text{ cm})^2] \cdot \pi}{4} \cdot 5,7 \text{ cm} = 25,965 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = \frac{(D_2^2 - d_2^2) \cdot \pi}{4} \cdot l_2 = \frac{[(6,0 \text{ cm})^2 - (2,4 \text{ cm})^2] \cdot \pi}{4} \cdot 0,8 \text{ cm} = 19,000 \text{ cm}^3$$

$$= V_1 + V_2 = 25,965 \text{ cm}^3 + 19,000 \text{ cm}^3 = 44,965 \text{ cm}^3$$

ټول حجم یا ډکي:

$$m_B = \rho_B \cdot V = 8,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 44,965 \text{ cm}^3 = 386,699 \text{ g} \approx 0,387 \text{ kg}$$

کتله (د برونڅ برخه):

$$m_K = \rho_K \cdot V = 2,2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 44,965 \text{ cm}^3 = 98,923 \text{ g} \approx 0,099 \text{ kg}$$

پلاستیک:

785

هندسه ((خُمکچپوهنه))

$$\underline{\underline{m_B = 0,387 \text{ kg}}} \quad \underline{\underline{m_K = 0,099 \text{ kg}}}$$

د پلاستیک کسري برخه په % کې $\overline{G = m_B} \quad W = m_K$

$$W = \frac{G \cdot p}{100} \Leftrightarrow p = \frac{100 \cdot W}{G} = \frac{100 \cdot 98,923 \text{ g}}{386,699 \text{ g}} = 25,581\%$$

$$\underline{\underline{p = 25,581\%}}$$

د برونځ زخیره بونسي 0,387 kg کتله لري.

د پلاستیک څخه جوړه، په 25,581% ځان کموي.

د کونج توابع (فنکشنونه)

په قایم الزا ویه مثلث لوارگودیز درېگودي کې د تیره کونج لپاره باور لري

د α ساین:

$$\alpha = \frac{\text{مخا مخارځ}}{\text{اوږداړځ}} \quad \sin \alpha = \frac{a}{c}$$

د α کوساین

$$\alpha = \frac{\text{په پروتاړځ}}{\text{اوږداړځ}} \quad \sin \alpha = \frac{a}{c}$$

د α تانجنت

$$\alpha = \frac{\text{مخا مخارځ}}{\text{په پرو تاړځ}} \quad \sin \alpha = \frac{a}{c}$$

د α کوتانجنت

$$\alpha = \frac{\text{په پروت اړخ}}{\text{مخامخ اړخ}} \quad \sin \alpha = \frac{a}{c}$$

د پیتاگوراس د جملې له مخې اړیکې

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$(\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2}{c^2} = \frac{c^2}{c^2} = 1$$

بیلګې:

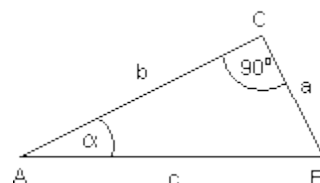
لومړۍ: له یوه درېګودي یا مثلث څخه پېژنو:

$$\gamma = 90^\circ \quad \alpha = 34^\circ \quad c = 6 \text{ cm}$$

غوښتونې a او b دي.

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \sin \alpha \quad a = 6 \text{ cm} \cdot \sin 34^\circ = \underline{\underline{3,355 \text{ cm}}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \cos \alpha \quad b = 6 \text{ cm} \cdot \cos 34^\circ = \underline{\underline{4,974 \text{ cm}}}$$

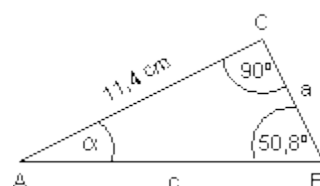


دویم: پاتې لویې ولیکئ:

$$\sin 50,8^\circ = \frac{11,4 \text{ cm}}{c} \Rightarrow c = \frac{11,4 \text{ cm}}{\sin 50,8^\circ} = \underline{\underline{14,711 \text{ cm}}}$$

$$\tan 50,8^\circ = \frac{11,4 \text{ cm}}{a} \Rightarrow a = \frac{11,4 \text{ cm}}{\tan 50,8^\circ} = \underline{\underline{9,298 \text{ cm}}}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{11,4 \text{ cm}} = \frac{\frac{11,4 \text{ cm}}{\tan 50,8^\circ}}{11,4 \text{ cm}} = \frac{1}{\tan 50,8^\circ} = 0,816 \Rightarrow \alpha = \underline{\underline{39,2^\circ}}$$



پوښتنې

د کونج توابعو سره شمیرنه ۱

گلې وډې پوښتنې

يادونه: دا دلته په لومړز او دويمه پوښتنه کې د موتور کشتی څخه موخه هغه وړه کشتی ده، چې د يوه ترنپري په واسطه يو نفر په او بوکې پسې خُلي.

لومړی: ،، الوتونکی،، د ماشين- يا موتور کيشتی پسې.

تور له کيشتی څخه د 100 m اوږده خوی غزېدلي راکبښپري جگیدني کونج په نږدې 50⁰ اټکلوي.

دا ،، الوتونکی،، د اوبو پر سر پورته څومره جگ دی؟

دویم: په ،، الوتنو،، کې دې د امنیت له امله په يوه 100 m اوږده پري په کيشتی پسې د الوتنې جگوالی له 20 m څخه نه زیاتېږي.

د پري جگیدنکونج باید څومره لوی وي؟

دریم: د ABC درې کودي یا مثلث رسم کړئ او پاتې اړخونه او کونجونه وشمیرئ،

$\gamma = 90^\circ$	$\beta = 90^\circ$	$\alpha = 90^\circ$	$\gamma = 90^\circ$
$\alpha = 35^\circ$	$c = 15,8 \text{ cm}$	$b = 420 \text{ m}$	$a = 12,7 \text{ cm}$
اف - $c = 24,9 \text{ cm}$	ب - $a = 645 \text{ m}$	پ - $a = 30,7 \text{ cm}$	ت - $c = 12,5 \text{ cm}$
$\alpha = 90^\circ$			
$\gamma = 40,3^\circ$			
$a = 10,5 \text{ cm}$			

څلورم: د برابر پشیز – یا مساوی اساقین مثلث ABC د $a = b$ سره دا پاتې اړخونه او کونجونه وشمیرئ.

$h_c = 14,8 \text{ cm}$	$c = 35,4 \text{ cm}$	$a = 114,5 \text{ m}$	$a = 44,2 \text{ cm}$
الف - $c = 63,4 \text{ cm}$	ب - $\alpha = 32,3^\circ$	پ - $\beta = 43,9^\circ$	ت - $\alpha = 28,3^\circ$
$a = 146,4 \text{ m}$			
ب - $h_c = 58,4 \text{ m}$			

پنځم: یو نښتر یو 20 m اوږد سیورر اچوي.

د لمر سیوری د 31° کونج لاندې په ځمکه باندې لویږي.

دا نښتر څومر هلور دي؟

شپږم: په ټیټ ولاړ مازیگر لمر سپوږمۍ، چې 1,55 m لویه ده، په یوه واره لار یا کوڅه اوږد سیوری اچوي.

د لمر وړانګې دکوم کونج لاندې په ځمکه پرېڅي؟

اووم: د DIN- Norm له مخې د اصلي زینې لپاره د زینې د جگوالي یا میلان کونج دې $38^\circ - 45^\circ$ وې. یا فرعي زینې لپاره دې $25^\circ - 38^\circ$ د څنګ- وې.

د زینې مخ یا غمبوري دې د 45^0 ; 38^0 ; 25^0 لپاره څومره اوږد وي؟

په Ausladung وشمیرئ.

اتم: که یو 3,20 m لوړ چټ د زینې له لارې سره وتړو، د Ausladung لپاره 4,50 m په اختیار کې لرو.

د زینې مخ یا غمبوری دې د کوم جگوالي کونج یا میلان کونج سره غوڅ شي؟

نهم: د پیتاگوراس (فیثاغورث) د جملې له مخې یې مددل کړئ

$$[\sin(\alpha)]^2 + [\cos(\alpha)]^2 = 1$$

لسم: یو ولاړگودیز یا مستطیل د اړخونو $a = 7$ او $b = 18$ cm سره رسم کړئ او لاندې کونجونه وشمیرئ

الف- د دوه کونجټرو (Diagonalen (قطرونو؟؟؟)) او اړخونو ترمنځ.

ب – د دواړو کونټرو (قطرونو؟؟؟) ترمنځ.

یولسم: $r = 10$ cm وړانګې گردئ یا دایره کې ټوټه وونی یا وتر پورې $\alpha = 84^\circ$ منځکونج زاویه اړه لري.

ټوټه وونی یا وتر څومره اوږد دی؟

دولسم: په 50 m اوږدوالي کې د دودنقې یا تراپڅ په بڼه پروت غوڅي سره یو بند ډک شي.

دا دې لاندې یا کښته 18 m سرور او پورته 8 m سرور وي.

دا Böschungswinkel کونج دې 50^0 وي.

د بند جگوالي وشمیرئ.

حلونه:

نتیجې

د کونجتاب سره شمیرنه ۱

ټولې برخننېجې د کوما تر څنډ په درې ځایونو راگردې شي. بنسټ تیجې دومره توپیر سره ونه لري یا به کم توپیر سره ولري.

لومړی: الوتونکی نږدې 76,604 m د اوبو له پاسه دی.

دویم: د پری د جوړولو کونج اجازه لري، چې زیاته زیاته $11,537^0$ وي.

دریم:

الف - $b = 21,418 \text{ cm}$; $\alpha = 30,667^0$; $\beta = 59,333^0$

ب - $c = 489,515 \text{ m}$; $\beta = 40,629^0$; $\gamma = 49,371^0$

پ - $b = 34,527 \text{ cm}$; $\alpha = 62,767^0$; $\gamma = 27,233^0$

ت - $\beta = 55,00^0$; $a = 9,063 \text{ cm}$; $b = 12,943 \text{ cm}$

ټ - $\beta = 49,7^0$; $a = 6,797 \text{ cm}$; $b = 8,008 \text{ cm}$

څلورم:

الف - $h_e = 30,802 \text{ cm}$; $\alpha = 44,177^0$; $\beta = 44,177^0$; $\gamma = 91,647^0$

ب - $\beta = 32,3^0$; $\gamma = 115,4^0$; $h_e = 61,183 \text{ m}$; $c = 193,566 \text{ m}$

پ - $\alpha = 43,9^0$; $\gamma = 92,2^0$; $a = 24,565 \text{ cm}$; $b = 24,565 \text{ cm}$; $h_c = 17,033 \text{ cm}$

ت - $\beta = 28,3^0$; $\gamma = 123,4^0$; $c = 54,973 \text{ cm}$; $b = 31,218 \text{ cm}$; $a = 31,218 \text{ cm}$

ټ - $b = 146,4 \text{ m}$; $\beta = 23,51^0$; $\alpha = 23,51^0$; $\gamma = 132,98^0$; $c = 168,495 \text{ m}$

پنځم: تښتر د $12,017 \text{ m}$ جگوالی لري.

شپږم: د لمر وړانګه په خُمکه باندې د $7,36^0$ کونج سره پرېوځي.

اووم:

د 25^0 لپاره زینه مخ یا غمبوري $5,916 \text{ m}$ او پرېباسل $5,361 \text{ m}$ Ausladung کيږي.

د 38^0 لپاره زینه مخ یا غمبوري $4,061 \text{ m}$ او پرېباسل $3,2 \text{ m}$ Ausladung کيږي.

د 45^0 لپاره زینه مخ یا غمبوري $3,536 \text{ m}$ او پرېباسل $2,5 \text{ m}$ کيږي.

اتم: د زینې مخ یا غمبوري دې د $35,417^0$ کونج لاندې غوڅ شي.

نهم:

$$c^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow \frac{a^2 + b^2}{c^2} = 1 \quad \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2}{c^2} = 1$$

لسم:

الف - $\alpha = 68,749^0$; $\beta = 21,251^0$ - ب - $\gamma = 42,502^0$; $\delta = 137,498^0$

یولسم: وتر یا توتیه وونی د $13,382 \text{ cm}$ اوږوالی لري.

دولسم: د بند جگوالی $5,959 \text{ m}$ دی.

مفصل حلونه

لومړی: ،، الوتونکی،، د ماشین- یا موتور کیشتی پسي.

تور له کیشتی څخه د 100 m اوږده خوی غزېدلي راکښنږي جگیدني کونج په نږدې 50° اټکلوي.

دا ،، الوتونکی،، د اوبو پر سر پورته څومره جگ دی؟

$$\sin(\alpha) = \frac{h}{l} \Leftrightarrow h = l \cdot \sin(\alpha) \text{ mit } \alpha = 50^\circ \text{ und } l = 100\text{m wird}$$

$$h = l \cdot \sin(\alpha) = 100\text{m} \cdot \sin(50^\circ) = 76,604\text{m}$$

$$\underline{\underline{h = 76,604\text{m}}}$$

الوتونکی نږدې 76,604 m د اوبو په سر جگ دی.

دویم: په ،، الوتنو،، کې دې د امنیت له امله په یوه 100 m اوږده پري په کیشتی پسي د الوتنې جگوالی له 20 m څخه نه زیاتیري.

د پري جگیدنکونج باید څومره لوی وي؟

$$\sin(\alpha) = \frac{h}{l} \Leftrightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{h}{l}\right) \text{ mit } h = 20\text{m und } l = 100\text{m wird}$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{h}{l}\right) = \arcsin\left(\frac{20\text{m}}{100\text{m}}\right) = 11,537^\circ$$

$$\underline{\underline{\alpha = 11,537^\circ}}$$

د پري پري جگیدن کونج کیدی شي 11,537° وي.

دریم: د ABC درې گوډی یا مثلث رسم کړئ او پاتي اړخونه او کونجونه وشمیرئ،

$$\begin{array}{lll}
 \beta = 90^\circ & \alpha = 90^\circ & \gamma = 90^\circ \\
 c = 15,8 \text{ cm} & b = 420 \text{ m} & a = 12,7 \text{ cm} \\
 a = 30,7 \text{ cm} \text{ - پ} & a = 645 \text{ m} \text{ - ب} & c = 24,9 \text{ cm} \text{ - اف} \\
 & \alpha = 90^\circ & \gamma = 90^\circ \\
 & \gamma = 40,3^\circ & \alpha = 35^\circ \\
 & a = 10,5 \text{ cm} \text{ - ب} & c = 12,5 \text{ cm} \text{ - ت}
 \end{array}$$

درېګودی یا مثلث ABC رسم کړئ او دا پاتې اړخونه او کونجونه یې وشمیرئ

$$\begin{array}{l}
 \gamma = 90^\circ \\
 a = 12,7 \text{ cm} \\
 c = 24,9 \text{ cm}
 \end{array}$$

$$a = 12,7 \text{ cm} ; c = 24,9 \text{ cm} ; \gamma = 90^\circ$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(24,9 \text{ cm})^2 - (12,7 \text{ cm})^2} = 21,418 \text{ cm}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c} \Leftrightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{a}{c}\right) \text{ mit } a = 12,7 \text{ cm und } c = 24,9 \text{ cm wird}$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{a}{c}\right) = \arcsin\left(\frac{12,7 \text{ cm}}{24,9 \text{ cm}}\right) = 30,667^\circ$$

$$\beta = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 30,667^\circ = 59,333^\circ$$

$$b = 21,418 \text{ cm} ; \alpha = 30,667^\circ ; \beta = 59,333^\circ$$

درېګودی یا مثلث ABC رسم کړئ او دا پاتې اړخونه او کونجونه یې وشمیرئ

$$\begin{array}{l}
 \alpha = 90^\circ \\
 b = 420 \text{ m} \\
 a = 645 \text{ m}
 \end{array}$$

$$a = 645 \text{ m}; b = 420 \text{ m}; \alpha = 90^\circ$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{(645 \text{ m})^2 - (420 \text{ m})^2} = 489,515 \text{ m}$$

$$\sin(\beta) = \frac{b}{a} \Leftrightarrow \beta = \arcsin\left(\frac{b}{a}\right) \text{ mit } b = 420 \text{ m und } a = 645 \text{ m wird}$$

$$\beta = \arcsin\left(\frac{b}{a}\right) = \arcsin\left(\frac{420 \text{ m}}{645 \text{ m}}\right) = 40,629^\circ$$

$$\gamma = 90^\circ - \beta = 90^\circ - 40,629^\circ = 49,371^\circ$$

$$c = 489,515 \text{ m}; \beta = 40,629^\circ; \gamma = 49,371^\circ$$

درېکودۍ يا مثلث ABC رسم کړئ او دا پاتې اړخونه او کونجرنه يې وشميرئ

$$\beta = 90^\circ$$

$$c = 15,8 \text{ cm}$$

$$a = 30,7 \text{ cm}$$

$$a = 30,7 \text{ cm}; c = 15,8 \text{ cm}; \beta = 90^\circ$$

$$b = \sqrt{a^2 + c^2} = \sqrt{(30,7 \text{ cm})^2 + (15,8 \text{ cm})^2} = 34,527 \text{ cm}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{a}{c} \Leftrightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{a}{c}\right) \text{ mit } a = 30,7 \text{ cm und } c = 15,8 \text{ cm wird}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{a}{c}\right) = \arctan\left(\frac{30,7 \text{ cm}}{15,8 \text{ cm}}\right) = 62,767^\circ$$

$$\gamma = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 62,767^\circ = 27,233^\circ$$

$$b = 34,527 \text{ cm}; \alpha = 62,767^\circ; \gamma = 27,233^\circ$$

درېکودۍ يا مثلث ABC رسم کړئ او دا پاتې اړخونه او کونجرنه يې وشميرئ

$$\gamma = 90^\circ$$

$$\alpha = 35^\circ$$

$$c = 12,5 \text{ cm}$$

$$c = 12,5 \text{ cm} ; \alpha = 35^\circ ; \gamma = 90^\circ$$

$$\beta = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$$

$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c} \Leftrightarrow a = c \cdot \sin(\alpha) = 12,5 \text{ cm} \cdot \sin(35^\circ) = 7,170 \text{ cm}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{b}{c} \Leftrightarrow b = c \cdot \cos(\alpha) = 12,5 \text{ cm} \cdot \cos(35^\circ) = 10,239 \text{ cm}$$

$$\beta = 55^\circ ; a = 7,170 \text{ cm} ; b = 10,239 \text{ cm}$$

درېکودی یا مثلث ABC رسم کړئ او دا پاتې اړخونه او کونجرنه یې وشمیرئ

$$\alpha = 90^\circ$$

$$\gamma = 40,3^\circ$$

$$a = 10,5 \text{ cm}$$

$$a = 10,5 \text{ cm} ; \alpha = 90^\circ ; \gamma = 40,3^\circ$$

$$\beta = 90^\circ - \gamma = 90^\circ - 40,3^\circ = 49,7^\circ$$

$$\sin(\gamma) = \frac{c}{a} \Leftrightarrow c = a \cdot \sin(\gamma) = 10,5 \text{ cm} \cdot \sin(40,3^\circ) = 6,791 \text{ cm}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{b}{a} \Leftrightarrow b = a \cdot \cos(\gamma) = 10,5 \text{ cm} \cdot \cos(40,3^\circ) = 8,008 \text{ cm}$$

$$\beta = 49,7^\circ ; c = 6,791 \text{ cm} ; b = 8,008 \text{ cm}$$

څلورم: د برابر پېښز – یا مساوی الساقین مثلث ABC د $a = b$ سره دا پاتې اړخونه او کونجرنه وشمیرئ.

$$h_c = 14,8 \text{ cm} \quad c = 35,4 \text{ cm} \quad a = 114,5 \text{ m} \quad a = 44,2 \text{ cm}$$

$$\alpha = 28,3^\circ \quad \text{الف} - c = 63,4 \text{ cm} \quad \text{ب} - \alpha = 32,3^\circ \quad \text{پ} - \beta = 43,9^\circ \quad \text{ت} - \alpha = 28,3^\circ$$

$$a = 146,4 \text{ m}$$

$$h_c = 58,4 \text{ m} \quad \text{ټ} -$$

د برابر پښیز درېگودي يا مثلث ABC د $a = b$ سره پاتې اړخونه او کونجونه وشميرئ

$$a = 44,2 \text{ cm}$$

$$c = 63,4 \text{ cm}$$

$$a = 44,2 \text{ cm}; b = 44,2 \text{ cm}; c = 63,4 \text{ cm}$$

$$x = \frac{c}{2} = 31,7 \text{ cm} \Rightarrow h_c = \sqrt{a^2 - x^2} = \sqrt{(44,2 \text{ cm})^2 - (31,7 \text{ cm})^2} = 30,802 \text{ cm}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{h_c}{b} \Leftrightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{h_c}{b}\right) = \arcsin\left(\frac{30,802 \text{ cm}}{44,2 \text{ cm}}\right) = 44,177^\circ$$

په برابر پښیز مثلث کې بنسټ کونجونه برابر دي يعن $\alpha = \beta$.

$$\gamma = 180^\circ - 2\alpha = 180^\circ - 88,354^\circ = 91,646^\circ$$

$$h_c = 30,802 \text{ cm}; \alpha = 44,177^\circ; \beta = 44,177^\circ; \gamma = 91,646^\circ$$

د برابر پښیز درېگودي يا مثلث ABC د $a = b$ سره پاتې اړخونه او کونجونه وشميرئ

$$a = 114,5 \text{ m}$$

$$\alpha = 32,3^\circ$$

$$a = 114,5 \text{ m}; b = 114,5 \text{ m}; \alpha = 32,3^\circ$$

$$\beta = \alpha \Rightarrow \beta = 32,3^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - 2\alpha = 180^\circ - 64,6^\circ = 115,4^\circ$$

$$\sin(\alpha) = \frac{h_c}{b} \Leftrightarrow h_c = b \cdot \sin(\alpha) = 114,5 \text{ m} \cdot \sin(32,3^\circ) = 61,183 \text{ m}$$

$$x = \sqrt{a^2 - h_c^2} = \sqrt{(a = 114,5 \text{ m})^2 - (61,183 \text{ m})^2} = 96,783 \text{ m}$$

$$c = 2 \cdot x = 2 \cdot 96,783 \text{ m} = 193,566 \text{ m}$$

$$\beta = 32,3^\circ; \gamma = 115,4^\circ; h_c = 61,183 \text{ m}; c = 193,566 \text{ m}$$

د برابر پښیز درېگودي يا مثلث ABC د $a = b$ سره پاتې اړخونه او کونجونه وشمیرئ

$$c = 35,4 \text{ cm}$$

$$\beta = 43,9^\circ$$

$$c = 35,4 \text{ cm} ; \beta = 43,9^\circ$$

$$\beta = \alpha \Rightarrow \alpha = 43,9^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - 2\alpha = 180^\circ - 87,8^\circ = 92,2^\circ$$

$$x = \frac{c}{2} = 17,7 \text{ cm}$$

$$\cos(\beta) = \frac{x}{a} \Leftrightarrow a = \frac{x}{\cos(\beta)} = \frac{17,7 \text{ cm}}{\cos(43,9^\circ)} = 24,565 \text{ cm}$$

$$b = a \Rightarrow b = 24,565 \text{ cm}$$

$$\tan(\beta) = \frac{h_c}{x} \Leftrightarrow h_c = x \cdot \tan(\beta) = 17,7 \text{ cm} \cdot \tan(43,9^\circ) = 17,033 \text{ cm}$$

$$\alpha = 43,9^\circ ; \gamma = 92,2^\circ ; a = 24,565 \text{ cm} ; b = 24,565 \text{ cm} ; h_c = 17,033 \text{ cm}$$

د برابر پښیز درېگودي يا مثلث ABC د $a = b$ سره پاتې اړخونه او کونجونه وشمیرئ

$$h_c = 14,8 \text{ cm}$$

$$\alpha = 28,3^\circ$$

$$h_c = 14,8 \text{ cm} ; \alpha = 28,3^\circ$$

$$\alpha = \beta \Rightarrow \beta = 28,3^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - 2\alpha = 180^\circ - 56,6^\circ = 123,4^\circ$$

$$\tan(\alpha) = \frac{h_c}{x} \Leftrightarrow x = \frac{h_c}{\tan(\alpha)} = \frac{14,8 \text{ cm}}{\tan(28,3^\circ)} = 27,487 \text{ cm}$$

$$c = 2 \cdot x \Leftrightarrow c = 2 \cdot 27,487 \text{ cm} = 54,974 \text{ cm}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{h_c}{b} \Leftrightarrow b = \frac{h_c}{\sin(\alpha)} = \frac{14,8 \text{ cm}}{\sin(28,3^\circ)} = 31,218 \text{ cm}$$

$$a = b \Leftrightarrow a = 31,218 \text{ cm}$$

$$\beta = 28,3^\circ ; \gamma = 123,4^\circ ; c = 54,974 \text{ cm} ; b = 31,218 \text{ cm} ; a = 31,218 \text{ cm}$$

د برابر پښیز درېگودي يا مثلث ABC د $a = b$ سره پاتې اړخونه او کونجونه وشمیرئ

$$a = 146,4\text{m}$$

$$h_c = 58,4\text{m}$$

$$a = 146,4\text{m}; h_c = 58,4\text{m}$$

$$b = a \Leftrightarrow b = 146,4\text{m}$$

$$\sin(\beta) = \frac{h_c}{a} \Leftrightarrow \beta = \arcsin\left(\frac{h_c}{a}\right) = \arcsin\left(\frac{58,4\text{m}}{146,4\text{m}}\right) = 23,51^\circ$$

په برابر پښیز مثلث کې بنسټ کونجونه برابر لوي دي.

$$\alpha = \beta \Leftrightarrow \alpha = 23,51^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - 2\alpha = 180^\circ - 47,02^\circ = 132,98^\circ$$

$$\tan(\beta) = \frac{h_c}{x} \Leftrightarrow x = \frac{h_c}{\tan(\beta)} = \frac{58,4\text{m}}{\tan(23,51^\circ)} = 134,247\text{m}$$

$$c = 2 \cdot x = 2 \cdot 134,247\text{m} = 268,494\text{m}$$

$$b = 146,4\text{m}; \beta = 23,51^\circ; \alpha = 23,51^\circ; \gamma = 132,98^\circ; c = 268,494\text{m}$$

پنځم: یو نښتر یو 20 m اوږد سیوری اچوي.

د لمر سیوری د 31° کونج لاندې په خُمکه باندې لویږي.

دا نښتر څومره لوړ دي؟

شپږم: په ټیټ ولاړ مازیگر لمر سپوږمۍ، چې 1,55 m لویه ده، په یوه هواره لار یا کوڅه اوږد سیوری اچوي.

د لمر وړانګې دکوم کونج لاندې په خُمکه پرېڅوي؟

اووم: د DIN- Norm له مخې د اصلي زینې لپاره د زینې د جگوالي یا میلان کونج دې $25^0 - 38^0$ د څنګ- یا فرعي زینې لپاره دې $38^0 - 45^0$ وي.

د زینې مخ یا غمبوري دې د 25^0 ; 38^0 ; 45^0 لپاره څومره اوږد وي؟

په Ausladung هم وشمیرئ.

$$h = 2,5\text{ m} ; \alpha_1 = 25^0$$

$$\tan(\alpha_1) = \frac{h}{x_1} \Leftrightarrow x_1 = \frac{h}{\tan(\alpha_1)} = \frac{2,5\text{ m}}{\tan(25^0)} = 5,361\text{ m}$$

$$\sin(\alpha_1) = \frac{h}{w_1} \Leftrightarrow w_1 = \frac{h}{\sin(\alpha_1)} = \frac{2,5\text{ m}}{\sin(25^0)} = 5,916\text{ m}$$

$$\text{Ausladung} = \underline{\underline{5,361\text{ m}}} ; \text{Wange} = \underline{\underline{5,916\text{ m}}}$$

$$h = 2,5\text{ m} ; \alpha_2 = 38^0$$

$$\tan(\alpha_2) = \frac{h}{x_2} \Leftrightarrow x_2 = \frac{h}{\tan(\alpha_2)} = \frac{2,5\text{ m}}{\tan(38^0)} = 3,2\text{ m}$$

$$\sin(\alpha_2) = \frac{h}{w_2} \Leftrightarrow w_2 = \frac{h}{\sin(\alpha_2)} = \frac{2,5\text{ m}}{\sin(38^0)} = 4,061\text{ m}$$

$$\text{Ausladung} = \underline{\underline{3,2\text{ m}}} ; \text{Wange} = \underline{\underline{4,061\text{ m}}}$$

$$h = 2,5\text{ m} ; \alpha_3 = 45^0$$

$$\tan(\alpha_3) = \frac{h}{x_3} \Leftrightarrow x_3 = \frac{h}{\tan(\alpha_3)} = \frac{2,5\text{ m}}{\tan(45^0)} = 2,5\text{ m}$$

$$\sin(\alpha_3) = \frac{h}{w_3} \Leftrightarrow w_3 = \frac{h}{\sin(\alpha_3)} = \frac{2,5\text{ m}}{\sin(45^0)} = 3,536\text{ m}$$

$$\text{Ausladung} = \underline{\underline{2,5\text{ m}}} ; \text{Wange} = \underline{\underline{3,536\text{ m}}}$$

اتم: که یو 3,20 m لوړ چټ د زینې له لارې سره وتړو، د Ausladung لپاره 4,50 m په اختیار کې لرو.

د زینې مخ یا غمبوری دې د کوم جگوالي کونج یا میلان کونج سره غوڅ شي؟

$$h = 3,2\text{m}; x = 4,5\text{m}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{h}{x} \Leftrightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{h}{x}\right) = \arctan\left(\frac{3,2\text{m}}{4,5\text{m}}\right) = 35,417^\circ$$

$$\underline{\underline{\alpha = 35,417^\circ}}$$

د پورې مخ یا غمبوري دې د یوه $35,417^\circ$ جگوالي کونج لاندې سره غوڅ کړي.

نهم: د پیناگوراس (فیثاغورث) د جملې له مخې یې مددل کړئ

$$[\sin(\alpha)]^2 + [\cos(\alpha)]^2 = 1$$

$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c}; \cos(\alpha) = \frac{b}{c}$$

$$\text{Pythagoras: } a^2 + b^2 = c^2$$

$$\begin{aligned} [\sin(\alpha)]^2 + [\cos(\alpha)]^2 &= \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 \\ &= \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2 + b^2}{c^2} = \frac{c^2}{c^2} = 1 \end{aligned}$$

لسم: یو ولاړگودیز یا مستطیل د اړخونو $a = 7$ او $b = 18\text{ cm}$ سره رسم کړئ او لاندې کونجونه وشمیرئ

الف- د دوه کونجټرو (Diagonalen) (قطرونو؟؟؟) او اړخونو ترمنځ.

$$a = 7\text{ cm}; b = 18\text{ cm}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{b}{a} \Leftrightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{b}{a}\right) = \arctan\left(\frac{18\text{ cm}}{7\text{ cm}}\right) = 68,749^\circ$$

$$\beta = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 68,749^\circ = 21,251^\circ$$

$$\underline{\underline{\alpha = 68,749^\circ; \beta = 21,251^\circ}}$$

ب – ددوارو کونجټرو (قطرونو) ترمخ.

$$\alpha = 68,749^{\circ}; \beta = 21,251^{\circ}$$

$$\gamma = 180^{\circ} - 2 \cdot \alpha = 180^{\circ} - 2 \cdot 68,749^{\circ} = 42,502^{\circ}$$

$$\delta = 180^{\circ} - \gamma = 180^{\circ} - 42,502^{\circ} = 137,498^{\circ}$$

$$\gamma = 42,502^{\circ}; \delta = 137,498^{\circ}$$

یولسم: $r = 10 \text{ cm}$ وړانګې گردۍ یا دایره کې ټوټه وونی یا وتر پورې $\alpha = 84^{\circ}$.
منځکونجزاویه اړه لري.

ټوټه وونی یا وتر څومره اوږد دی؟

$$r = 10 \text{ cm}; \alpha = 84^{\circ}$$

$$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{x}{r} \Leftrightarrow x = r \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 10 \text{ cm} \cdot \sin(42^{\circ}) = 6,691 \text{ cm}$$

$$\text{وتر} = 2 \cdot x = 2 \cdot 6,691 \text{ cm} = 13,382 \text{ cm}$$

$$\text{وتر یا ټوټه وونی} = \underline{13,382 \text{ cm}}$$

د وتر یا ټوټه وونی اوږدوالی $13,382 \text{ cm}$.

دولسم: په 50 m اوږدوالي کې د دوزنقې یا تراپخ په بڼه پروت غوڅي سره یو بند ډک شي.

دا دې لاندې یا کښته 18 m سرور او پورته 8 m سرور وي.

دا Böschungswinkel کونج دې 50° وي.

د بند جگوالي وشمیرئ.

$$a = 18\text{ m}; b = 8\text{ m}; \alpha = 50^\circ$$

$$x = \frac{a-b}{2} = \frac{18\text{ m} - 8\text{ m}}{2} = 5\text{ m}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{h}{x} \Leftrightarrow h = x \cdot \tan(\alpha) = 5\text{ m} \cdot \tan(50^\circ) = 5,959\text{ m}$$

$$\underline{\underline{h = 5,959\text{ m}}}$$

د بند جگوالی 5,959 m دی.

۱۷. ۹ - د کونج جوړېدنه

که یو هوړانګه په کلک- یا ځای په ځای ټکي وڅرخول شینو یو کونج جوړیږي.

دا څرخیدونې وړانګه د کونج پښه جوړوي. د څرخیدونې وړانګې ککړي یا د راس ټکي وتونټکی جوړوي. کونجونه د یوناني ټکو سره په نڅېنه کیږي.

$$: \angle CAB = \angle \alpha \text{ باور لري } (\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \dots)$$

د دې درې تورو منځنۍ ټکۍ یې د ککړۍ ټکۍ یا نقطه راس په نڅېنه کوي.

د گردۍ – یا داېرې لینده په ۳۶۰ برابرو برخو وېشل کیږي. یوه برخه یې د کونج درجه ده. په عمل کې کونجونه د کونج کچې سره شمیرل کیږي. په څنګ کې څیرې یو د ۶۰ درجو کونج انځور شوی دی.

د کونج درجې نورې پسې په ټوټ، وېشل کیږي

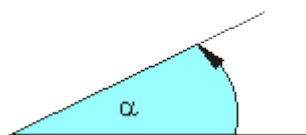
له دې سره باور لري:

$$1\text{ Grad} = 60\text{ Minuten} \quad 1^\circ = 60'$$

$$1\text{ Minute} = 60\text{ Sekunden} \quad 1' = 60''$$

بیلګه: $12^\circ 3'$ یا $74^\circ 12' 7''$

د کونج ډولونه:

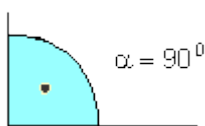


تیره کونج (حاده راویه)

کونج د 0° او 90° ترمنځ پروت دی.

$$0 < \alpha < 90^\circ$$

ولار کونج (قایم الزاویه):



پښې یو په به بل نیځې ولاړې دي یا قایمې

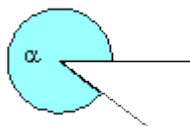
دي: $\alpha = 90^\circ$ 

پڅ کونج یا زاویه منفرجه :

کونج د 90° او 180° ترمنځ پروت دی

$$90^\circ < \alpha < 180^\circ$$

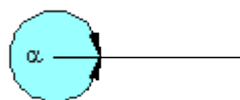
د پڅ اخوا کونج (دا کونج په افغاني ادبیاتو کې نه شته)

کونج د 180° او 360° ترمنځ پروت دی

$$180^\circ < \alpha < 360^\circ$$

غزېدلی کونج: $\alpha = 180^\circ$ 

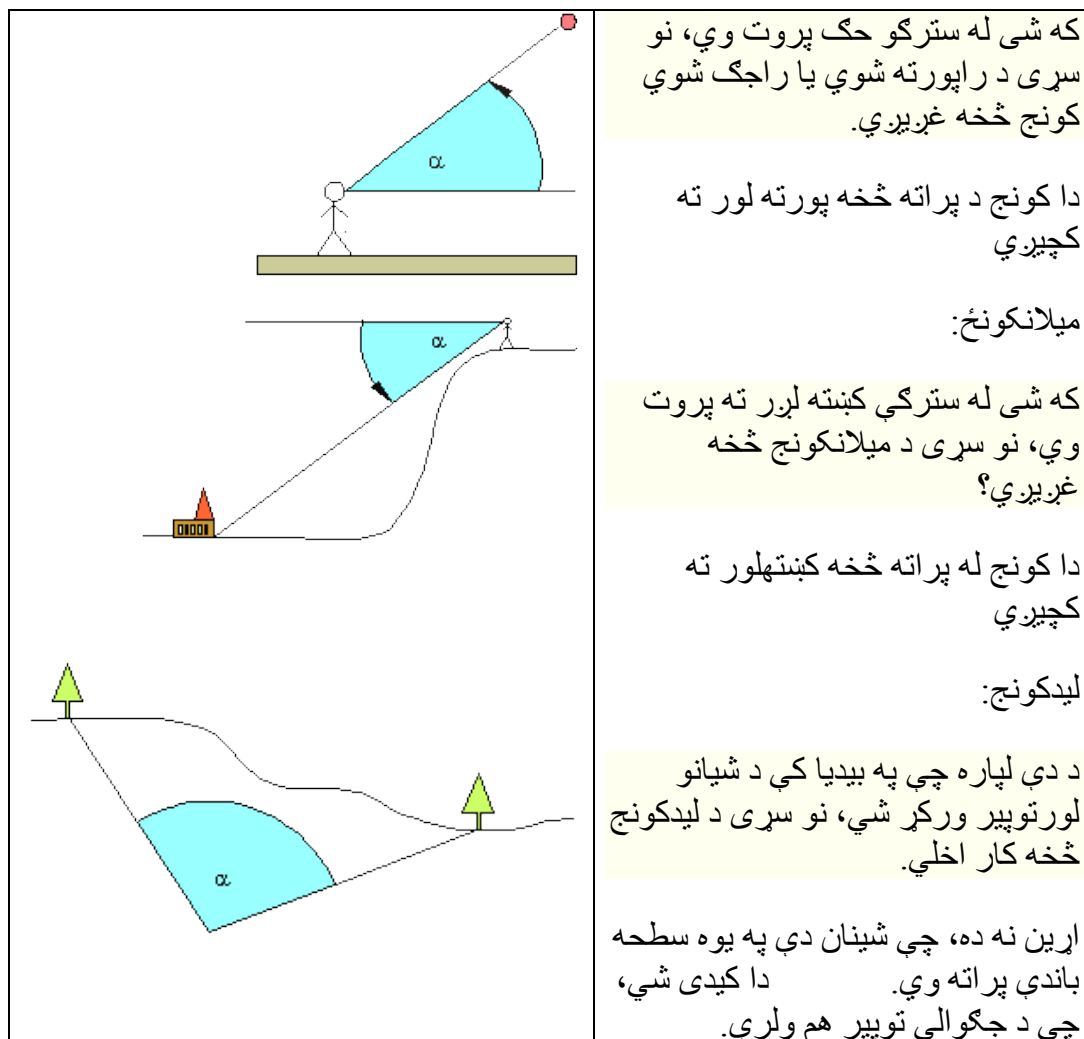
پوره یا ټول کونج



$$\alpha = 360^\circ$$

په بیدیا کې لاندې کونج ډولونه سره توپیر لري

را پورته شوی کونج

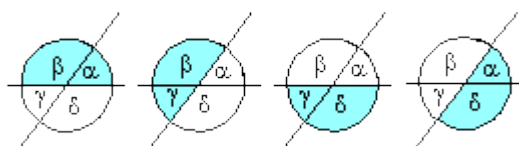


په دوه یو بل غوڅونکریښو ترمنځ کونجونه

که دوه کرښې یو بل سره غوڅي کړي، څلور کونجونه منځ ته راځي.

دا نومیري

α, β, γ und δ

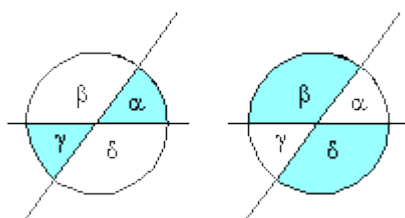


ګاونډي کونجونه:

ګاونډي کونجونه یوه پښه او ککړۍ ټکی (نقاط رأس) سره ګډ لري.

ګاونډي کونجونه 180^0 سره پوره کوي.

ککړۍ کونجونه:

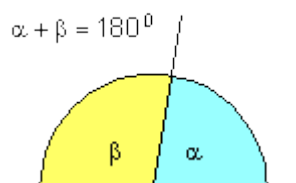
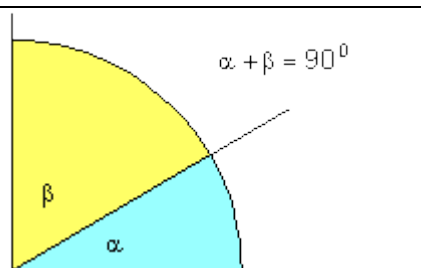


کونجونه، چې یو ګډ ککړۍ ټکی یا نقطه رأس ولري ککړۍ کونجونه بلل کېږي.

ککړۍ کونجونه برابر لوي دي.

پام: ګاونډي کونجونه یو بل 180^0 ته سره پوره کوي او ککړۍ کونجونه سره برابر دي.

نور کونجونه:



کمپلیمنت کونج: Komplementwinkel

کونجونه، چې یوځای 90^0 ورکوي، کمپلیمنت وګونه بلل کېږي.

$$\alpha + \beta = 90^0$$

سوپلیمنت Supplementwinkel:

کونجونه، چې یوځای 180^0 ورکوي، سوپلیمنت کونجونه بلل کېږي.

$$\alpha + \beta = 180^0$$

ګاونډي کونجونه سوپلیمنت دي.

کونجونه په غبرگو غوڅشوو کرښو

پوړيز کونجونه:

د هغو غوڅ شوو کرښو کونجونه هر یو دباندنی او یو دنننی کونج په همغه اړخ پوړيز کونجونه جوړوي.

پوړيز کونجونه برابر دي.

ردربدل کونجونه:

د دوه غوڅو شوو کرښو په مختلفو اړخونو هر دوه دننني یا دباندني کونجونه ردربدل کونجونه جوړوي.

ردربدل کونجونه برابر دي.

$$\alpha = \gamma \text{ und } \beta = \delta$$

یو بل ته مخامخ یا معکوس ایښولي کونجونه:

د دوه غوڅ شوو غبرگو کرښو هر دوه د غبرگو کرښو په همغه اړخ دننني یا دباندني کونجونه مخامخ یا معکوس پراته کونجونه جوړوي. مخامخ- یا معکوس پراته کونجون سره 180° ته پوره کوي

$$\alpha + \delta = 180^\circ \text{ und } \beta + \gamma = 180^\circ$$

د درېگودي یا مثلث ډولونه او نوموني:

د اړخونو لویوالي له مخې ټولگیزونه د کونجونو لویوالي پسي ټولگیزونه :

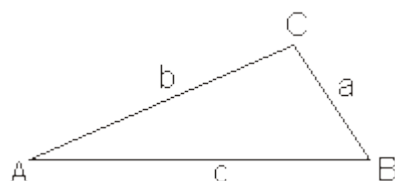
يو درېځوډۍ اړخونه a, b, c لري او کونجونه يا زاويې α, β, γ لري.

درې اړخونه (هر دوه) په درې ځوډونو A, B, C کې سره غوڅوي

مخامخ پرته زاويې او اړخونه په برابر ويا همغو توکو په نخښه کوو. په نخښه ونه د ساعت ستني په څنې يا معکوس لور نومول کيږي.

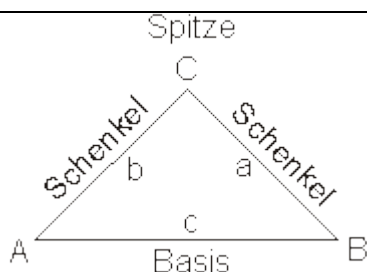
د اړخونو لويوالي پسې ټولگيزونه

د درې ځوډي د لويوالي په واکوالي يا تابعيت کې سړی لاندې مثلثونه سره توپيروي:



نابرابر اړخيز مثلث (درېځوډۍ): يو مثلث د مختلف اوږدو اړخونو سره نابرابر اړخيز ورېځوډۍ بلل کيږي.

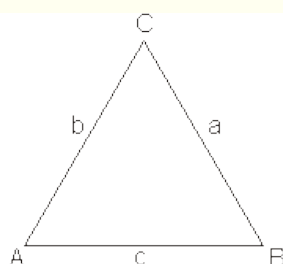
د اړخونو لپاره باور لري: $a \neq b \neq c$



برابر پښيز مثلث يا درېځوډۍ: برابر پښيز مثلث يو مثلث ديد دوه برابر اړخونو سره. برابر اوږده اړخونه پښي (ورنونه) بلل کيږي، دريم اړخ بنسټ بلل کيږي.

د اړخونو لپاره باور لري: $a = b \neq c$

په څيره کې په ترتيب له پوره کښته په پښتو: څوکه يا ککره، پښي يا ضلعي، بنسټ

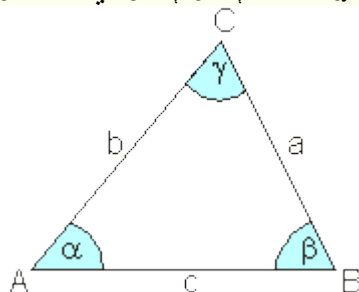


برابر اړخیز درېگودی (مثلث متساوی
الاضلاع: برابر اړخیز درېگودی) مثلث
متساوی الاضلاع یو مثلث دی، په کوم کې
چې ټول کونجونه برابر دي.

د اړخونو لپاره باور لري: $a = b = c$

د کونج د لویوالي پسې ټولگیزونه:

د درېگودي یا مثلث د لویوالي په واکوالي کې سړی لاندې درې گودي یا مثلثونه توپیروي:



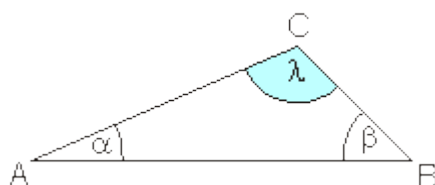
تیره کونجیز درېگودي: یو درې گودی یا
مثلث دی، چې ټول کونجونه یا زاوې یې
له 90° کوچنوي. د درېگودي اړخونه باید
یو له بل توپر ونه لري.

$$\angle \alpha < 90^\circ$$

$$\angle \beta < 90^\circ$$

$$\angle \gamma < 90^\circ$$

د کونجونو لپاره باور لري:



پڅکونجیز درېگودی (مثلث حادالزاویه): یو
پڅکونجیز مثلث یو مثلث یا درېگودی دی،
د یوه پڅ کونج سره، داپه دي معنا، چې د
یوې زاوې سره چې د 90° او 180°
ترمنځ وي.

د ډاکټر ماخان شینواري چاپ شوي لیکنې او ژباړې:

1988 Vienna (Austria):

لومړۍ:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra :
contributions to general algebra 6 ; Page 117 – 122

1987 Vienna (Austria):

دویم:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Interpolation und Aproximation durch Polynime in
Universalen Algebren . Diss . Uni. Wien

لاندې د شمیرپوهنې پښتوتول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه، له
خوا چاپ شوي دي

2000 Bonn (Germany):

دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسيره د انجنري، فزیک او اقتصاد
لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ
او دا نوي لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

2003 Bonn (Germany):

څلورم: ځمکچپوهنه (هندسه) ، په سلو زرو کې شمیرنه، د گټې – او کټې د کټې
شمیرنه ، د احتمالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنسټونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شمیرپوهنې انگرېزي – پښتو ډکشنري.

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شمیرپوهنې الماني - پښتو - او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنخیال برابرېون (دا کتاب په دې څانګه کې یو پیل دی، ساده لیکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمیر پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شمیرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپینې خبرې: په المان کې

،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خو

یادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شینواري د ،،د افغانستان روغې او بیا

آبادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلې.

د ډاکتر ماخان ،،میري،، شینواري لیکنې او ژباړې چې له دې کتب سره چاپ شوي

بن- المان، کابل - افغانستان ۲۰۱۲ ز ک

ژباړې:

لاندې د برینکمن لیکنې چې له پرینکمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

-
- ۱ - شمیرپوهنه د بنوونځي لپاره لومړۍ ټوک
 - ۲ - شمیرپوهنه د بنوونځي لپاره دویم ټوک
 - ۳ - شمیرپوهنه د بنوونځي لپاره دریم ټوک
 - ۴ - د احتمالي شمیرنه
 - ۵ - احصایه یا ستاتیستیک

لاندې کتابونه د شتوتگارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتگارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

- ۶ - انالیزی ۱
 - ۷ - انالیزی ۲
 - ۸ - کرینیز الجبر
 - ۹ - د شمیرپوهنې بنسټونه
 - ۱۰ - د فرمولونو ټولګه
 - ۱۱ - فنکشنل انالیز
 - ۱۲ - وکتور شمیرنه
- نورې ژباړې
- ۱۳ - له www.grundstudium.info/linearealgebra څخه: کرینیز الجبر
 - ۱۴ - Georg Guttenbrunner گڼونپوهنه یا د اعدادو تیوري

زما لیکنی

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنې ستر کتاب دویم چاپ د پوره تڅیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسيره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده‌کوونکو لپاره پوره گټور دی. په

کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلي

۱۶ - ځمکچپونه (هندسه) دویم چاپ د پوره تڅیراتو سره

۱۷ - الجبر بنسټونه دویم چاپ له تڅیراتو سره

۱۸ - ډېری پوهنه یا سټ تیوري

۱۹ - د شمیرپوهنې سم اند (منطق ریاضي)

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ - د شمیر پوهنې گډې ودې لیکنې

۲۲ - داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متأسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیگرال شمیرنو ته

تمرینونه او اوبیوني یا حلونه یې

۲۳ - د شمیرپوهنې انگریزي پښتو او عربي + درې ډکشنري

۲۴ - د شمیرپوهنې پښتو انگریزي ډکشنري

۲۵ - د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو وییونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې (دا هغه لیکنې دي، چې ځنې یې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)

۲۷ - د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې و به غزیري.

نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

- د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتکارت پوهنتون ن ج څخه خپرېږي:

د گروپونو تیوري

- د بسوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اومم ټولګي پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیوني سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

د ليکوال ژوند ته لنډه کتنه

ماخان په اولني نوم ميري شينواری د ارواښادي پستو او ارواښاد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ هـ لمریز کي د شینوارو هسکه مینه کي دې نړۍ ته سترگي راغړولي.

د هسکي مینې د لومړنې ښوونځي (د لومړنیو زده کوونکو څخه وو) څخه وروسته د رحمان بابا لیسه له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې (ښوونځي له لومړي ټولگي پیل او د دویم ټولگي څخه گام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سېپتمبر د کابل طب پوهنځي. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتریش برس، چې هلته یې د شمیرپوهنې ډاکټري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

د ۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنیو چارو وزارت کې مامور. د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کې د افغانستان جمهوریت سفارت شارژد افیر (صفر نه وو). له هغې وروسته په جرمني کې سیاسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د ریاضي څانگه کې د پوهنې وزارت درسي نساب کې دنده.

ماخان ميري په ۱۹۷۲ کې له لري د میرمن ښاپیری سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتریش ته راغی. ده له میرمن ښاپیری سره په ۱۹۶۳ ز ک کې کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتریش ویانا کې د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچیان وبخښل، چې څانگه او اباسین نومیري. څانگه په المان کې د پوهنتون علمي همکاره وه او د حقوقو ډاکټره ده او اباسین ملي اقتصاد او ټولنیزه سایکولوژي لوستلې.

ماخان شينواري بي کاره نه دی او لږ تر لږه له ۱۹۹۷ څخه همدا د کتابونو لیکلو اوو د ژباړې دنده یې په غاړه اخستې، چې خپل فکر د شونې پولې تازه وساتي.

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library