د دفرنځیال ـ او انتیګرال شمیرنو تمرینونه د اوبیونو(حلونو) سره

لیکونکی:
ډاکتر ماخان (میږی) شینواری

Ketabton.com

2016

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه:

ګرانو لوستونکو.
له ټولو د مخه مې دا   ما دا د رابیلیدنې او انتیګرالتمرینونه راټول
کړي، چې کله کله یې ګڼون هم ښه نه دئ ورکړ شوی، خو دا کومې ځتونځې ځکه نه پیښوي،
چې د تمرنونو اوبیونو کې هم هغه پوښتنه باید تکرار راشي.
ما غوښتل، چې د پولې برخې د پاره هم ځنې پوښتن د اوبیونو سره راوړم، خو پرې ونخه
تونیدم.

نیولیک

۱ - د دفبرنشل شمیرنې تمرینونه................ ۳
۲ – د انتیګرالشمیرنې تمرینونه.................. ۱۸
۳ - د دف. تمرینونو اوبیونې...................... ۳۲
۴ – د انت. تمرینونو اوبیونه...................... ۴۶

(c) ketabton.com: The Digital Library

رابيليدنه يا مشتق

ګرانو هيواودوالو !
په دې لاندې کوچنې ليکنه کې تاسو ته د دفرنشل او انتيګرال شميرنو
اصلي تمرينونه له ٦٦ تمرين څخه پيل کيږي:

٦٦ (١) کمبتويش (د تفاضل ويش) ارزبنت د P او Q په ټکو کې وټاکئ.

a) P(3,2) , Q(5,4) b) P(2,4) , Q(3,1)

٦٧ (٢) د $x = x_0$ په ځاي کې د f تابع د تانجنت جګوالی وټاکئ.

$a)\ f(x)=x^2\ ,\ x_0=2$ $b)\ f(x)=0.5x^2\ ,\ x_0=3$

٦٨ (٣) د کمبتويش(د تفاضل ويش) او مشتق لاندې څه پوهيږو او د دوي ترڼځ فوپير څه دی؟

٦٩ (٤) د يوه تابع د سکانت( ) لاندې څه پوهيږو او د تانجنت جګيدو لاندې څه پوهيږو؟ او دوي ترمنځ کومې اړيکې پرتې دي؟

٧٠ (٥) د تابع مشتق د توان قانون له مخې پيداکړئ.

$a)\ f(x)=x^5$ $b)\ f(x)=x^6$

$c)\ f(x)=\frac{1}{x^2}$ $d)\ f(x)=\frac{1}{x^5}$

$e)\ f(x)=\sqrt{x}$ $f(x)=\sqrt[4]{x^3}$

$g)\ f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$ $h)\ f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$

٧١ (٦) د تابع مشتق د ثابت د قانون له مخې پيداکړئ.

$a)\ f(x)=0.2x^5-3$ $b)\ f(x)2x^4+1$

$c)\ f(x)=\frac{4}{x^2}$ $d)\ f(x)=\frac{3}{x^3}+2$

$e)\ f(x)=6\sqrt{x}$ $f)\ f(x)\frac{8}{\sqrt{x}}-5$

٧٢ (٧) د تابع د ګراف په مرسته وښايئ، چې ټول g(x) + c ترمونه همغه مشتق لري.
ياودونه: پابت عدد که هرکوم ارزښت ونيسي.

٧٣ (٨) وښايئ، چې د a.g(x) د مشتق سره د a ضريب (ځله ونی) ساتلی پاتې کيږي.

٧٤ (٩) د f تابع مشتق د جمعي قانون سره وښايئ

$a)\ f(x)=4x^4-3x^3+x^2-x-1$ $b)\ f(x)=x-\sqrt{x}$

$c)\ f(x)=\frac{1}{2}x^3+\frac{1}{x^3}$ $d)\ f(x)=3x^2+0.4x-5$

٧٥ (١٠)د f تابع مشتق د ضرب قانون سره وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x)=x^3(x^2-2x+1)$ $b)\ f(x)=(2x^2+1)(x-1)$

$c)\ f(x)=(x^2-5)(2x^3+x^2+x)$ $d)\ f(x)=(4x^2-x+4)(3x+2)$

٧٦ (١١) د f تابع مشتق د ویش قانون له مخې وټاکئ.

$a)\ f(x)=\dfrac{x^3-1}{4-x^2}$ $b)\ f(x)=\dfrac{2x^2+x+3}{x+1}$

$c)\ f(x)=\dfrac{4-x-x^3}{2x^2+3}$ $d)\ f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^3-2x^2+x}$

٧٧ (١٢) د ویش قانون له مخې په څټ ارزښت(پرعکس ارزښت) وټاکئ.

لاندې کې: د سره

$$f(x)=\frac{1}{g(x)} \Rightarrow f'(x)=\frac{-g'(x)}{g(x)\cdot g(x)}$$

د $g(x)\neq 0$ سره

٧٨ (١٣) د f تابع ارزښت د زنځیر قانون له مخې وټاکئ.

$a)\ f(x)=(4x^4-x)^2$ $b)\ f(x)=(3x^2+4x-5)^2$

$c)\ f(x)=(2x-7)^3$ $d)\ f(x)=(5-3x^3)^4$

٧٩ (١٤) د لاندې توابعو مشتق وټاکئ.

$a)\ f(x)=\dfrac{1}{(2x^2+x)^3}$ $b)\ f(x)=\dfrac{1}{(x-5)^4}$

$c)\ f(x)=(1+\sqrt{x})^2$ $d)\ f(x)=\sqrt{1-x^3}$

٨٠ (١٥) د لاندې توابعو درې واره مشتق ونیسئ.

$a)\ f(x)=x^3-2x^2+1$ $b)\ f(x)2x^4+3x^3-x^2+x-5$

$c)\ f(x)\dfrac{3x-4}{x}$ $d)\ f(x)=\dfrac{x^2-1}{2-x}$

٨١ (١٦) د یو n-م درجې تابع باید څو واره مشتق ونیول شي چې یوه ثابته ترې لاس ته راشي.

٨٢ (١٧) د لاندې توابعو لومړی مشتق و ټاکئ.

$a)\ f(x)=\sin 3x$ $b)\ f(x)\sin x\cdot\cos x$ $c)\ f(x)=\sin^2 x$

$d)\ f(x)=\tan x+2\sin 2x$ $e)\ f(x)=\sin x^2$ $f)\ f(x)=\sin\dfrac{x-1}{x+1}$

٨٣ (١٨) د $f(x)=\sin^n x(n\in IN)$ تابع د لومړي مشتق لپاره فرمول وښایاست یا وټاکئ.

٨٤ (١٩) د تانجنت تابع لپاره د ساین او کوساین قانون په مرسته د مشتق قانون و ښایاست.

٨٥ (٢٠) وښایاست چې د f(x) = tanx لپاره $f'(x)=1+\tan^2(x)$ هم باور لري.

٨٦ (٢١) د ویش قانون له مخې د کوتانجنت قانون پیداکړئ او هم د تانجنت قانون له مخې.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۸۷(۲۲) ولې د ساین تابع او د کوساین تابع په خوښه زیات مشتقوړ دي.

۸۸ (۲۳) د لاندې توابعو لومړی مشتق وټاکئ.

$a)\ f(x)=3\cdot e^{-2x+1}$ $b)\ f(x)=e^{x^2+2x-1}$ $c)\ f(x)=(x-1)\cdot e^x$

$d)\ f(x)=\sqrt{e^x}$ $e)\ f(x)=x^n\cdot e^e$ $f)\ f(x)=e^{kx}$

$g)\ f(x)=2^{\frac{1}{2x}}$ $h)\ f(x)=(\frac{1}{4})^{3x}$ $i)\ f(x)=x\cdot a^{\sqrt{x}}$

$k)\ f(x)=\sqrt{e^x+1}$ $l)\ f(x)=\frac{e^x}{1-e^x}$ $m)\ f(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$

بېلګه:

د $f(x)=(x^2+2)\cdot \lg x \quad (x>0).$ مشتق دې پیدا شي.

د ضرب قانون:

$u(x)=x^2+2$ د $u'(x)=2x$ سره، $v(x)=\lg x$ د $v'(x)=\frac{1}{x\cdot\ln 10}$ سره

$$f'(x)=2x\cdot\lg x+(x^2+2)\frac{1}{x\cdot\ln 10}=\frac{1}{\ln 10}\cdot(2x\cdot\ln x+x+\frac{2}{x})$$

۸۹ (۳٤) د لاندې توابعو لومړی مشتق وټاکئ یا پیدا کړئ.

$a)\ f(x)=\ln\sqrt{x}$ $b)\ f(x)=\ln(x^2-4)$ $c)\ f(x)=\ln\frac{2}{x^3}$

$d)\ f(x)=\ln\frac{x+1}{x}$ $e)\ f(x)=x\cdot\log_2 x^2$ $f)\ f(x)=(x^4-1)\cdot\log$

$g)\ f(x)=\frac{\ln}{x+2}$ $h)\ f(x)=\frac{x^4}{\ln x}$

۹۰ (۳۵) د لاندې توابعو لپاره خورا لویه تعریف ورشو(ساحه) ورکړئ او لومړی مشتق یې وټاکئ.

د تعریف سټ(ډېری) هغه ورشو(ساحه) ورکړئ، په کومه کې چې توابع مشتقوړ دي.

$a)\ f(x)=\sqrt{x+3}$ $b)\ f(x)=\sqrt{(x-2)(x-4)}$

$c)\ f(x)=x\sqrt{x}$ $d)\ f(x)=\sqrt{x^2+2}$

۹۱ (۳٦) ولې باید د تیک شمېرنې لپاره لوګاریتمي توابعو ته همداسې سوچ وشي، لکه رېښنه توابعو ته ؟

۹۲ (۳۷) ۹۰ ــمه پوښتنه د لوګاریتمي توابعو لپاره ځواب کړئ.

$a)\ f(x)=\ln(x^4-1)$ $b)\ f(x)=\ln(2x+4)$

۹۳(۳۸) ــ د لاندې توابعو لومړی مشتق پیداکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x)=\frac{2}{5}x^{10}-\frac{1}{5}x^{5}$ $\qquad b)\ f(x)=3x^4-4x^3+11x^2-7x+8$

$c)\ f(x)=5x^8-3x^6+\frac{10}{x^3}-\frac{8}{x^7}$ $\qquad d)\ f(x)(2x-5)(x^2+11x-3)$

$e)\ f(x)=\cos x-2x\sin x$ $\qquad f)\ f(x)=\sin^3 x$

$g)\ f(x)=e^x+\frac{1}{e^x}$ $\qquad h)\ f(x)=(x^2-2x+2)\cdot e^x$

$i)\ f(x)=\frac{3e^x+1}{2e^x-1}$ $\qquad j)\ f(x)=\frac{2e^x(x^2-3)}{x}$

$k)\ f(x)=\frac{1}{x^2}\ln x^2$ $\qquad l)\ f(x)=\frac{x\cdot\ln x}{1-x}$

$m)\ f(x)=\frac{\sin x}{\ln x}$ $\qquad n)\ f(x)=3x^2\cdot\lg x$

$o)\ f(x)=\ln(\sin)x$ $\qquad p)\ f(x)=\sqrt{4x^2+x+1}$

$q)\ f(x)=\sqrt[n]{ax+b}$ $\qquad r)\ f(x)=(x^2+3)e^{-2x}$

۹٤ (۳۹) - لومړی مشتق وټاکئ

$a)\ f(x)=\sin^n$ $\qquad b)\ f(x)=(\ln x)^n$

$c)\ f(x)=s+\frac{1}{x}$ $\qquad d)\ f(x)=(1+\frac{1}{x})^n$

۹۵ (٤۰)– د هرې تابع لومړي درې مشتقونه وټاکئ

$a)\ f(x)=e^{x^2}$ $\qquad b)\ f(x)=\sin x\cdot\cos x$

$c)\ f(x)=x+\frac{1}{x}$ $\qquad d)\ f(x)=x^2\cdot e^x$

۹٦ (٤۱)– په کوم تابع کې لومړی مشتق f د f سره برابر دی.

۹۷ (٤۲)–

الف: د کوم fتابع لپاره $f'(x)=2f(x)$ دی؟

ب: د کو fتابع لپاره $f'(x)=-f(x)$ دی؟

۹۸ (٤۳)- د f(x)=sinx خوم مشتق د f سره سر خوري یا برابر دی؟

۹۹ (٤٤)– د لاندې توابعو لپاره -م مشتق ته وده ورکړئ.

$a)\ f(x)=e^{ax}$ $\qquad b)\ f(x)=\ln(x+1)$

۱۰۰ (٤٥)–د لاندې توابعو صفرځایونه وشمېرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x)=x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3$ $b)\ f(x)=x^4-2x^3-13x^2+14x+24$

$c)\ f(x)=x^3-6x^2+8x$ $d)\ f(x)=x^3-\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{4}x+\frac{1}{12}$

$e)\ f(x)=x^4-x^3-7x^2+x+6$ $f)\ f(x)=x^4+6x^3-11x^2-60x+100$

(٤٦)– د دريمې درجې تام راشنل ګراف د x -محور د x1=-2 , x2 = 0 او x3=4 په ټکو کې غوځوي.
د تابع مساوات کوم دي، که سربېره پر دې ګراف د P(2,-8) ټکي څخه هم تېر شي؟
١٠٢ (٤٧)– د يوه څلورمې درجې تام راشنل تابع د x - محور د x1=0,5 او x2=3 په ټکو کې غوځوي.
د تابعبرابرون څنګه دی، که برسېره پردې ګراف د y - محور د P(0,9) په ټکي کې هم لمس کړي.

١٠٣ (٤٨) - د څلورمې درجې د يو تام راشنل تابع ګراف د وضعيه قيمت سيستم پيل او له $P(\frac{1}{2} / -\frac{15}{8})$ ټکي تېرېږي. د تابع مساوات څنګه دي، که ګراف د x– محور هم د x1=-1 سره لمس کړي او په x2 = 2 کې غوځ کړي.
١٠٤ (٤٩) د لاندې توابعو صفرځايونه پيدا کړئ.

$a)\ f(x)=\frac{x^2+2x-15}{x+4}$ $b)\ f(x)=\frac{x^3+2x^2-4x-8}{x}$

$c)\ f(x)=\frac{x^3-x^2-5x-3}{x-0.5}$ $d)\ f(x)\frac{x^4-x^3+4x^2-4x}{x+5}$

١٠٥ (٥٠) : د يوه مات راشنل تابع f د $f(x)=\frac{x^3+ax^2+bx+c}{x+d}$ سره ثابتې a,b,c اوd پيداکړئ، که د x1=-2,x2=-(1:2) او سره صفرځايونه پراته وي او تابع په x=0 کې يو تشځای ولري.

١٠٦ (٥١) : دfa تابع صفرځايونه پيداکړئ د $f_a(x)=\frac{a^3x^3-8}{ax}$ او $a>0$ سره چې د a په واک کې وي يا تابع وي. د a د کوم ارزښت لپاره fa په x1=0,5 کې صفرځاي لري.
١٠٧ (٥٢) : مات يا کسري راشنلf تابع په x1=1 کې د $f(x)=\frac{(x-1)^3}{x};(x\neq 0)$ سره درې ځله صفرځاي لري.
د يوې ساحې د ويش په مرسته وڅېړئ چې په همدې څلورمه کې صفرځاي کې ځغلي او که صفرځاي څلورمه بدلوي.
١٠٨ (٥٣) :د لاندې توابع صفرځايونه وشمېرئ.

$a)\ f(x)=(x^2-1)\cdot e^{-x}$ $b)\ f(x)=\frac{x}{4}\cdot\sqrt{6-x}$

$c)\ f(x)=x\cdot\ln(x+2)$ $d)\ f(x)=(x^2-2)\cdot\ln x$

$e)\ f(x)-\ln\frac{1+x}{1-x}$ $f)\ f(x)=\frac{3x}{\sqrt{2+x^2}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۰۹(٥٤):دا سي يو ترم وټاكئ، كوم چې د لاندې پريوديكي يا تل بېرته راګرځېدوني توابعو صفر ځايونه وركوي.

د شمېرني له لارې صفرځايونه ونوموئ، چې په انتروال $-2\pi \le x \le 2\pi$ كې پراته وي.

$a)\ f(x)=\frac{1}{2}\sin 3x \qquad b)\ f(x)=\sin(x+\frac{\pi}{4})$

$c)\ f(x)=1-\sin^2 x \qquad d)\ f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$

۱۱۰ (٥٥) : ولې لاندې توابع صفرځايونه نه لري؟

$a)\ f(x)=\ln(x^2+3) \qquad b)\ f(x)=\frac{x^2+1}{x}$

$c)\ f(x)=\frac{e^x}{x+1} \qquad d)\ f(x)=1+\sin^2 x$

۱۱۱(٥٦) ولې كېدی شي چې يو تابع ډېر صفرځايونه ولري، مګر د y - محور سره يواځې يو صفرځاي ولري؟

۱۱۲(٥٧) د صفرځايونو د تعداد په هكله څه ويلاي شئ، كه د يو f تابع لپاره په تعريفسټ(- ډېری) كې يو f^{-1} معكوس تابع هم شته وي؟

۱۱۳(٥٨): د y - محور سره د لاندې توابعو غوځيټكي وشمېری.

$a)\ f(x)=x^3+2x-1 \qquad b)\ f(x)=(x+1)\cdot\ln(x+1)$

$c)\ f(x)=\frac{x^4-3x^2+x}{x+2} \qquad d)\ f(x)=\frac{4}{\sqrt{x^2+9}}$

$e)\ f(x)=(x-2)\cdot e^{x-1} \qquad f)\ f(x)=e^{\frac{2}{1-x}}$

۱۱٤(٥٩): د يوه تام راشنل تابع $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$ د $a_0\neq 0$ سره كېدی شي د y-محور غوځيټكي د ساده لوستلو له لارې و ټاكل شي.
په دې هكله دلايل راوړی.

۱۱٥(٦۰): د x1=1 او x2=2 لپاره تابع ارزښتونه وشمېرئ او هم د f تابع جګېدنه د it $f(x)=x^4-2x^3-x+1.$ سره.

۱۱٦(٦۱)په صفرځاي كې ı $f(x)=x^3-x^2-2x$ تابع كومه جګېدنه لري.

۱۱۷(٦٢) : د $f(x)=0{,}5x^4-x^3+0{,}5x^2+x-4$ ګراف په كومو ټكو كې g $f'(x)=1$]ګېدنه لري.؟

۱۱۸(٦٣)د ګراف په كومو ځايونو كې پروت تانجنت لري؟

بيلګه :

(c) ketabton.com: The Digital Library

په $x_0 = -1$ ځاي کې د $f(x) = \frac{x^4 - 8x^2 + 16}{x - 1}, \quad (x \neq 1)$ تابع ارزښت اود گراف جگیدنه غواړو پیاکړو.

تابع ارزښت: $f(-1) = \frac{1 - 8 + 16}{-1 - 1} = -4,5$

د مات راشنل تابع ۱ . مشتق د وېش قانون له مخې ټاکل کیږي.

$$f'(x) = \frac{(4x^3 - 16x)(x-1) - (x^4 - 8x^2 + 16)\cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{3x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 16x - 16}{(x-1)^2}$$

جگوالی:

$$f'(-1) = \frac{3 + 4 - 8 - 16 - 16}{4} = -8,25$$

۱۱۹(٦٤) : د لاندې توابعو ارزښت او جگیدنه د $x = x_0$ په ځاي کې وشمیرئ.

Stelle $x = x_0$.

a) $f(x) = \frac{x^3 - x^2 + 4}{x}$, $x_0 = 1$ b) $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - x}{x}$, $x_0 = -3$

۱۲۰(٦٥) په کومو ټکو کې لاندې توابع]گوالی m لري؟

a) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x}$, $m = 2$ b) $f(x) = \frac{x - 2}{x^2}$, $m = -5$

۱۲۱ (٦٦) : د لاندې توابعو تبع ارزښت او جگوالی(میلان) د x0 په ځاي کې پیدا کړئ.

a) $f(x) = x \cdot \ln x$, $x_0 = 1$ b) $f(x) = \sin x^2$, $x_0 = \sqrt{\pi}$

۱۲۲ (٦٧) په کومو ځایونو کې لاندې توابع پروت تانجنت لري؟

a) $f(x) = x^2 e^{-x}$ b) $f(x) = \ln(x^2 + 1)$

۱۲۳ (٦٨) د a د کومو ارزښتونو لپاره د $f(x) = (x + a) \cdot e^x$ د گراف د $x_0 = 0$ په ځاي کې ۲ جگوالی لري؟

۱۲٤(٦٩):د لاندې توابعو ټول ځایزې(لوکال) خوراجگ ټکي وښایاست.

$a)\ \ f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ $b)\ \ f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 1$

$c)\ \ f(x) = 4x^3 - 18x^2 + 15x + 7$ $d)\ \ f(x) = x^4 - 4x^2 + 5$

$e)\ \ f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$ $f)\ \ f(x) = \frac{1}{2}x^4 - \frac{10}{3}x^3 + 6x^2 - 2$

۱۲۵ (۷۰) په وضعیه قیمت سیستم (پروت ولاړ سیستم) د لاندې توابعو ټول خورا جگ ټکي وښایاست:

که د f تابع د x0 په ځاي کې یو نسبي خورا جگ ټکی پروت وي، نو د مشتق تابع f^1 گرف د په xoځاي کې صفرځاي لري.

د دې لپاره د f او د f^1 گراف په همغه وضعیه قیمت سیستم کې رسم کړئ.

$a)\ \ f(x) = x^3 - 3x$ $b)\ \ f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۲۶(۷۱) : د n-مي درجي يو تام راشنل تابع خورا زيات څومره لوکال (ځايز) افراطي ځايونه لرودی شي؟

۱۲۷(۷۲) ولې د جګتکي لپاره شرايط $f''(x) < 0$ و اړيين نه دي؟

۱۲۸(۷۳) د لاندې توابعو لوکال(ځايز) انحرافي(افراتي) ځايونه وټاکئ.

$$a)\quad f(x)=\frac{2}{3}x^3+4x^2+8x-1 \qquad b)\quad f(x)=\frac{1}{3}x^4+1$$

$$c)\quad f(x)=\frac{1}{3}x^4-2x^2+\frac{8}{3}x \qquad d)\quad f(x)=x^4-4$$

۱۲۹(۷٤): د لاندې توبعو ټول لوکال انخرافي ټکي پيداکړئ.

$$a)\quad f(x)=\frac{x^2-12x+27}{x^2-4x+5} \qquad b)\quad f(x)=\frac{x^2}{1-x}$$

$$c)\quad f(x)=\frac{x^2-4}{2x^2+2} \qquad d)\quad f(x)=\frac{x}{x^2+1}$$

د نه راشنل توابعو افراطي ځايونه

بيلګه:

د ټول fاکسپوننشل توابعو د $f(x)=x^2e^x$ سره لوکال(ځايز) افراطي ځايونه دې پيداشي.

۱ . مشتق	$f'(x)=2x\cdot e^x+x^2\cdot e^x=x(2+x)\cdot e^x$
۲ . مشتق	$f''(x)=(2+2x)\cdot e^x+(2x+x^2)\cdot e^x=(2+4x+x^2)\cdot e^x$

اړين شرايط

$$f'(x)=0\ \Rightarrow x(2+x)\cdot e^x=0\ \Rightarrow\ x_1=0\ ,\ x_2=-2$$

پوره کېدونکي شرايط

$f''(-2)=(2-8+4)\cdot e^{-2}=-2\cdot e^{-2}<0$ له $e^{-2}=\dfrac{1}{e^2}>0$ او

$f''(0)=2\cdot e^0=2>0$ امله. $f''(0)=2\cdot e^0=2>0$

د تابع ارزښتونه

$$f(-2)=4\cdot e^{-2}\approx 0.54\ ,\qquad f(0)=0.e^0=0$$

$$f(-2)=4\cdot e^{-2}\approx 0{,}54,\quad f(0)=0\cdot e^0=0$$

پايله:

تابع(H(-2 | 0,54جګتکي او T(0|0) ټيټتکی لري.

۱۳۰(۷۵): د لاندې توابعو ټول لوکال افراطي ټکي پيداکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ \ f(x)=e^{-4x^2}$ $\qquad$ $b)\ \ f(x)=(x^2-3)\cdot e^x$

$c)\ \ f(x)=\frac{1}{2}(e^x+e^{-x})$ $\qquad$ $d)\ \ f(x)=\ln(x^2+1)$

۱۳۱(۷٦): د تابع ټول لوکال افراطي ارزښتونه دې په دې په لاندې انتروال کې ولټول شي.
$-2\pi \le 2\pi.$

$a)\ \ f(x)=\sin^2 x$ $\qquad$ $b)\ \ f(x)=\sin(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{2})$

۱۳۲(۷۷): لاندې توابعو ټول لوکال او ګلوبال افراطي ځایونه پیدا کړئ.

$a)\ \ f(x)=\sqrt{x^2+x}$ $\qquad$ $b)\ \ f(x)=\sqrt{x^2+3}$

$c)\ \ f(x)=x-\sqrt{x}$ $\qquad$ $d)\ \ f(x)=3+\sqrt[3]{x^2}$

۱۳۳(۷۸) : لومړی دمطلق ارزښت وشمېرئ او پسي ټول افراطي ارزښتونه وټاکئ.

$a)\ \ f(x)=|x|+x^2$ $\qquad$ $b)\ \ f(x)=|x^2+2x-8|$

د مات کسري توابعو د سره د انعطاف ټکی(اوړونټکی)
بېلګه:

د f تابع د $f(x)=\dfrac{x^2-x-2}{(x-1)^2},x\neq 1$ سره د انعطاف ټکي پیداکونه

د مشتق جوړښت د ویش د قاعدې سره

$$f'(x)=\frac{(2x-1)(x-1)^2-(x^2-x-2)\cdot 2\cdot(x-1)}{(x-1)^4}$$

$$=\frac{(2x-1)(x-1)-2(x^2-x-2)}{(x-1)^3}=\frac{2x^2-2x-x+1-2x^2+2x+4}{(x-1)^3}$$

$$f'(x)=\frac{5-x}{(x-1)^3}$$

$$f''(x)=\frac{-1\cdot(x-1)^3-(5-x)\cdot 3\cdot(x-1)^2}{(x-1)^6}=\frac{-1(x-1)-3(5-x)}{(x-1)^4}$$

$$f''(x)=\frac{2x-14}{(x-1)^4}$$

د انعطاف ټکي لپاره اړین شرطونه: $f''(x)=0$ $f''(x)=0$

$$\frac{2x-14}{(x-1)^4}=0 \Rightarrow 2x-14=0 \Rightarrow x_1=7$$

د $f''(x)$ د مخنښي له مخې د پوره کیدونکو شرطونو ازماینت

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f''(6)=\frac{12-14}{5^4}=-\frac{2}{5^4}<0\ ,\ f''(8)=\frac{16-14}{7^4}=+\frac{2}{7^4}>0$$

$$\Rightarrow W(7\ /\ \frac{10}{9})$$

$W(7\ /\ \frac{10}{9})$ د انعطاف - یا اوړونټکی دی.

۱۳۸ (۸۳): د لاندې توابعو د انعطاف ټکي پیدا کړئ.

$a)\ f(x)=\frac{2x-2}{x^2}$ $\qquad b)\ f(x)=\frac{x}{x^2+3}$

$c)\ f(x)=\frac{x^3}{3(x-1)^2}$ $\qquad d)\ f(x)=\frac{x^3-8}{4x}$

۱۳۹(۸٤): و ښايئ، چې د $f(x)=\frac{x^3}{x^2-1}$ e تابع د انعطاف ټکی زینتکی دئ.

۱٤۰(۸۵): د لاندې توابعو د انعطاف ټکي (اوړونټکي) پیداکړئ.

$a)\ f(x)-=x\cdot e^{-x^2}$ $\qquad b)\ f(x)=\ln\frac{1}{x^2+1}$

۱٤۱(۸٦): په انتروال $0\le x\le 2\Pi$ کې د انعطاف ځایونه پیداکړئ.

a) f(x) = x + sinx $\qquad$ b) f(x) = 2(1-sin2x)

۱٤۲(۸۷): لاندې کسري راشنل توابع د تعریف تشیا په اړوند وڅېړئ.
وښايئ چې ایا دا متمادي(ناپریکیدونکې) له منځه وړونکې تعریف تشیا لري او که قطبځایونه دي.

$a)\ f(x)=\frac{x^2+x-6}{x-2}$ $\qquad b)\ f(x)=\frac{x^2+2}{x+2}$

$c)\ f(x)=\frac{x}{x^2-3}$ $\qquad d)\ f(x)=\frac{x^2-1}{1+x}$

۱٤۳(۸۸): وڅیرئ، چی ایا لاندې توابع د x0 په ځای کې ناپریکېدونکي دي.

a) $f(x)=\begin{cases}-2x\\ \sqrt{x}\end{cases}$ c) $f(x)=\begin{cases}\sin x\\ e^x\end{cases}$	لپاره $x\le 0$ د$x_0=0$ لپاره $x>0$ د$x_0=0$ لپاره $x\le 0$ د$x_0=0$ لپاره $x>0$ د$x_0=0$	b) $f(x)=\begin{cases}2\\ x^2+1\end{cases}$ d) $f(x)=\begin{cases}-x+1\\ \ln x\end{cases}$	$x\le 1$ د $x_0=1$ لپاره $x>1$ د $x_0=1$ لپاره $x\le 1$ د $x_0=1$ لپاره $x>1$ د $x_0=1$ لپاره

۱٤٤(۹۹): د تعریف سټ(تعریفېږئ) د کومو توکو لپاره لاندې توابع نه دي تعریف؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x) = | x^2 - 2$ $\qquad$ $b)\ f(x) = | 2x - 1 |$

$c)\ f(x) = \sqrt{2x - 4}$ $\qquad$ $d)\ f(x) = x + | x + 1 |$

$e)\ f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$ $\qquad$ $f)\ f(x) = \sqrt[3]{x^2}$

۱٤٥(۹۰): لاندې توابع په x_0 کې په مشتقوړتیا باندې وڅېړئ.

$$a)\ f(x) = \begin{cases} \cos x & x \le 0 \\ x^2 + 1 & x > 0\ ,\quad x_0 = 0 \end{cases} \qquad b)\ f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x < 1 \\ x^2 & x \ge 1,\ \ x_0 = 1 \end{cases}$$

$$c)\ f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x < 1 \\ e^{x-1} & x \ge 1\ ,\ x_0 = 1 \end{cases} \qquad d)\ f(x) = \begin{cases} \ln x & x \le 1 \\ x - 1 & x > 1\ ,\ x_0 = 1 \end{cases}$$

۱٤٦(۹۱): a او ذ داسي وټاکئ، چې f تابع په x_0 کې مشتقوړ ده

$$a)\ f(x) = \begin{cases} ax + b & x \le 0 \\ & x_0 = 0 \\ x^2 + 2x & x > 0\ , \end{cases} \quad ,\quad b)\ f(x) = \begin{cases} ax^2 + b & x < 1 \\ & x_0 = 1 \\ x + 1 & x \ge 1, \end{cases}$$

۱٤۷(۹۲) ولې متماديت د مشوړتیا لپاره اړين شرط، مګر مشتقوړوالی د متماديت لپاره پوره کېدونکی شرط دی؟

۱٤۸(۹۳) په کوم دليل تام راشنل توابع د $x \in R$ لپاره مشتقوړ دي؟

دا لاندې توابعو مونوتوني (جګ – ټیټوالي) و څېړی.

1) $f(x) = x^3 \quad 1{,}5x^2 - 6x - 6$

2) $f(x) = x^3 + 4$

3) $\ln \dfrac{1}{x+1}$

۱٤۹(۹٤): لاندې تام راشنل توابع په همغږیزوالي خويونو وڅېړئ.

$a)\ f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 3$ $\qquad$ $b)\ f(x) = 2x^3 + 9x^2 - 12x$

$c)\ f(x) = x^3 - 6x^2 + 1$ $\qquad$ $d)\ f(x) = \dfrac{1}{4}x^4 + \dfrac{1}{3}x^3 + x^2 + 2x + 2$

۱۵۰ (۹۵):د لآندې مآتر آشنل توآبعو د مونوتوني حآلت د د a په واکوالي کې ورکړئ.

$a)\ f(x) = \dfrac{1}{ax + 2}$ $\qquad$ $b)\ f(x) = \dfrac{1}{ax^2 + 1}$

۱۵۱ (۹٦): و څېړئ، چې ایا لاندې توابع په خپله پيزند ورشو مونو ون او که په کلکه مونوتون دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x)=\frac{e^x}{2+e^x}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=2x^5-7$

$)\ f(x)=\frac{e^x}{2+e^x}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=2x^5-7$

۱۵۲ (۹۷): لاندې ناراشنل توابع په يو غبرګوالي خويونو وڅيړ.

$a)\ f(x)=e^{x^2}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=\sqrt[3]{x^2+1}$

۱۵۳ (۹۸): په کومه ورشو کې لاندې تام راشنل توابع يو کېنې کږوالی لري او په کون کې ښنی کږوالی لري.

$a)\ f(x)=x^3-6x^2+5x+2$ $\qquad$ $b)\ -2x^3+3x^2-x-4$

۱۵٤ (۹۹):د لاندې مات توابعو ګرافونه هايپاربول دي. د هاپارابول څانګې کوم کږوالی لري؟

$a)\ f(x)=\frac{1}{4x+1}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=3-\frac{3}{x^2}$

۱۵۵(۱۰۰): په کومه ساحه کې لاندې ناراشنل توابع يو کېنې او په کوم کې يو ښئ کږوالی لري؟

$a)\ f(x)=x\cdot e^{2-x}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=\ln x^2$

۱۵٦(۱۰۱): ولې د يوه دريمې درجې تام راشنل تابع ګراف په تل تلنه کې يوه ښئ انحنا(کږوالی) نه لري.

۱۵۷(۱۰۲): ولې يو څلورمه درجه تامراشنل تابع د $f(x)=ax^4+dx+e$ سره يو تلتلونی کېنه انحنا(کږوالی) او ښئ انحنا لري؟

۱۵۸(۱۰۳): څنګه کېدی شي، چې د يوېf تابع د ۱ . درجې مشتق څخه د د ګراف په انحنا قضاوت وکړو؟

۱۵۹(۱۰٤): لاندې توابع په ضربځايونو وڅېړئ؟

$a)\ f(x)=\frac{x^2-3x-4}{x+1}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=\frac{x+2}{x^2+4x+4}$

$c)\ f(x)=\frac{x}{x^2-3}$ $\qquad$ $d)\ f(x)=\frac{x^3-x^2-2x+2}{x^2-2}$

$d)\ f(x)=\frac{x+5}{x^2}$ $\qquad$ $f)\ f(x)=\frac{x^3-2x^2+3x-4}{x}$

۱٦۰(۱۰۵): د لاندې توابعو حالت وڅېړئ، که $|x|\to\infty$ په لور لاړ شي.

$a)\ f(x)=x^3-4x^2-4x-5$ $\qquad$ $b)\ f(x)=-3x^4+x^3-2x^2+x$

$c)\ f(x)=\frac{1}{3}x^5-x+6$ $\qquad$ $d)\ f(x)=-\frac{2}{5}x^2-\frac{1}{5}x+\frac{4}{5}$

$e)\ f(x)=\frac{1}{2}x^4-\frac{3}{2}x^2+\frac{5}{2}$ $\qquad$ $f)\ f(x)=-x^3-x^2-x-\frac{1}{3}$

۱٦۱(۱۰٦): د لاندې مات راشنل توابعو حالت و څېړئ، که $|x|\to\infty$ په لور لاړ شي. که شتون ولري، نو د اسيمپتوت (مجانب) همداسې د ورنږدې منحني مساوات ورکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x)=\dfrac{3x^3+x^2-x}{-4x^3+2x-3}$ $b)\ f(x)=\dfrac{x^2-2x+1}{x^3-3}$

$c)\ f(x)=\dfrac{2x^3-x^2+7x-3}{x^2+3}$ $d)\ f(x)=\dfrac{x^3+x^2+5x+3}{x+1}$

$e)\ f9x)=\dfrac{-3x^3+4x^2+x-3}{x^2-1}$ $f)\ f(x)=\dfrac{2x^3+6x^2+5x}{x+1}$

$g)\ f(x)=\dfrac{x^2+2x-5}{x^4+3x^2-2x-3}$ $h)\ f(x)=\dfrac{2x^2+4x-1}{3x^2-x+2}$

۱٦۲ (۱۰۷): د نا رئشتوني توابعو حالت و خېږئ، که $|x| \to \infty$ لاړ شي.

$a)\ f(x)=3+2^x$ $b)\ f(x)=1-\ln|x|$

$c)\ f(x)=e^{|x|}-3$ $d)\ f(x)=x+e^x$

۱٦۳(۱۰۸):ولې د $x \to +\infty$ لپاره په ساده ډول د پولې په هکله وړاند وېينه نه شي کېداي:

$a)\ f(x)=x^3\cdot\dfrac{1}{\ln x}$ $b)\ f(x)=x\cdot e^{-x}$

۱٦٤(۱۰۹): لاندې تامراشنل شوني اعداد په شيومتري وخېږئ.

$a)\ f(x)=x^3+x^2-1$ $b)\ f(x)=-x^4+2x^2-3$

$c)\ f(x)=3x^3+x$ $d)\ f(x)=x^2+1$

۱٦٥(۱۱۰): یو و سرچېنې ټکې سره ټکی سیومتر تام رینتونی دریمه درجه تابع H(2,5) جګټکی لري.د دې تابع ټيټتکی کوم وضعيه ارزښتونه لري؟
۱٦٦(۱۱۱): یو د څلورمي درجي تابع د - محور ته سيومتري تابع یو ټيټتکی په (-3,4) کې لري.
د بل افراطي ټکي وضعيه قيمتونو په هکله څه ويلای شئ؟
۱٦۷(۱۱۲): د جوړه(جفت) جګعدد(اکسپوننت) سره تام رينتونی تابع کوم ډول سيومتري لري؟
۱٦۸(۱۱۳): د ناجوړه(طاق) جګعدد(اکسپوننت) سره یو تام رينتونی تابع ټيک هلته د سر چينې سره ټکی سيومتري دی، چې مطلق ارزښت صفر شي؟

۱٦۹(۱۱٤) لاندې تام رينتوني اعداد په سيومتري و څېړئ.

$a)\ f(x)=\dfrac{x^3+2x}{x^2+1}$ $b)\ f(x)=\dfrac{x^5-2x^3+x}{x^3-x}$

$c)\ f(x)=\dfrac{x^2+4}{x^4+2x^2-3}$ $d)\ f(x)=\dfrac{3}{x^3-1}$

۱۷۰(۱۱٥)لاندې ناريينتوني اعداد په سيومتري وخېږئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x)=x^2\cdot e^{|x|}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=\sqrt{x^2+1}$

په گوته کونه(لارښود): توابع بې له بنسټ کې يادشوې سيومتري خويونو ، نور سيمتري خويونه هم ولري.

۱۷۱(۱۱۶): لاندې توابع په بنسټ کې لوستل شوي سيومتري خويونه نه لري. وښايئ چې دا سره له دې هم سيومتريک دي.

$a)\ f(x)=(x+2)^2$ $\qquad$ $b)\ f(x)=1+\dfrac{1}{x}$

$c)\ f(x)=-(x+1)^2+3$ $\qquad$ $d)\ f(x)=2+\dfrac{1}{x-4}$

۱۷۲(۱۱۷): لاندې تام رينتوني اعداد په محدوديت وڅيړئ.

$a)\ f(x)=x^2-2x+4$ $\qquad$ $b)\ f(x)=3x^4-4x^3+12x^2-24x$

$c)\ f(x)=-(x+3)^2+1$ $\qquad$ $d)\ f(x)=x^3-2x+1$

۱۷۳(۱۱۸):لاندې کسريرينتوني اعداد په محدوديت وڅيړئ.

$a)\ f(x)=1-\dfrac{2}{x+4}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=1-\dfrac{2}{x^2+4}$

$c)\ f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$ $\qquad$ $d)\ f(x)=\dfrac{1}{x^2}-5$

۱۷۴(۱۱۹): لاندې ناريښتوني اعداد په محدوديت وڅيړئ.

$a)\ f(x)=2-e^x$ $\qquad$ $b)\ f(x)=x^2+|x|+2$

$c)\ f(x)=\sqrt{4-x^2}$ $\qquad$ $d)\ f(x)=2+\sin 2x$

۱۷۵(۱۲۰) لاندې پوله ارزښتونه وشمېرئ.

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2}{2^x}$ $\qquad$ b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x}{x}$

c) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[x]{x}$ $\qquad$ d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1-\dfrac{2}{x}\right)^x$

e) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x}}{e^x}$ $\qquad$ f) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{\sin x}{x^2}\right)$

۱۷۶(۱۲۱): د لوپيتال قاعدې په مرسته د $x\to\infty$ لپاره د لاندې مات رينتوني توابعو پوله ارزښتونه وشمرئ.

$a)\ f(x)=\dfrac{2x^3-x+4}{3x^3+1}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=\dfrac{x^2+2x-3}{4x^3+3x^2-2x+5}$

۱۷۷(۱۲۲): لاندې مساوات ټيک يو صفرځاي لري. دا د تانجنت له لارې تر دوه لسميزو ځايونو وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x) = x^3 - 2x - 3$ $\qquad b)\ f(x) = x^3 - x^2 - 15$

$c)\ f(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 5$ $\qquad d)\ f(x) = x^5 + x^3 - 20$

۱۷۸(۱۲۳): د لاندې توابعو لپاره د x=x0 په ځاي کې د تانجنت مساوات وټاکئ

۱۷۹(۱۲٤): په کومو ټکو کي د لاندې مساواتو لپاره د تانجنت مساوات د ورکړ شوې کرښې سره غبرگ دي؟

۱۸۰(۱۲٥) : د $x = x_0$ په ځاي کې د لاندې توابعو لپاره د تانجنت مساوات وټاکئ

a) $f(x) = x^3 + x^2 - 3x - 2,\quad x_0 = -1$

b) $f(x) = \frac{3 - x^2}{2x - 1},\quad x_0 = 1$ $\qquad$ c) $f(x) = \frac{1}{x} \cdot \ln x,\quad x_0 = 1$

۱۸۱(۱۲٦): د لاندې توابعو لپاره په کومو ټکو کې تانجنت د ورکړ شوو کرښو سره غبرگ دي؟

a) $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 2x - 5,\quad g:\ y = 2x$

b) $f(x) = \frac{3x - 4}{x},\quad g:\ y = x + 2$

۱۸۲(۱۲۷): ټول راشنل تابع د f_t $f_t(x) = x^3 + tx^2 + tx$ سره له سرچيني څخه تيرېږي.
هلته د تانجنت مساوات پيدا کړئ د t په تابعيت کې.

۱۸۳(۱۲۸): د t د کوم ارزښت لپاره د $f_t(x) = \frac{t^2}{x^2 + t}$ په گراف تانجنت په $x_0 = -3$
ځای کې د $g:\ y = \frac{3}{8}x + 2$ گراف سره غبرگه ده؟

۱۸٤(۱۲۹) : په ټکي $N(x_1/0)$ کي د نه راشنل فنکشن fپه گراف د $f(x) = (x - t) \cdot e^x$. سره
د تانجنت برابرون يا مساوات وټاکی.

۱۸٥(۱۳۰): په f تابع د $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^2 - 1.$ سره په ټکي P(0,-9) کي د تانجنت مساوات و ټاکئ.

۱۸٦(۱۳۱): د تام ريښتونيf تاېع د $f(x) = x^3 - 3x - 1.$ سره تانجنت په ټکي P(-2,5) کې وټاکئ.

۱۸۷(۱۳۲): د مات ريښتونيf تابع د $f(x) = \frac{x^2 - 1}{3x}.$ سره د تانجنت مساوات په
$P(-1, -\frac{4}{3})$ ټکي و ټاکئ.

۱۸۸(۱۳۳):د لاندې تام ريښتونې توابعو د انعطاف ټکي(اوړونټکي) او د نورمالي مساوات وليکئ.

a) $f(x) = -\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}$ $\qquad$ b) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 2x + 10$

۱۸۹(۱۳٤) د لاندې تابع د

$f_t(x) = \frac{4}{3}t^2x^3 + 3tx^2 + 3x \quad (t \in \mathbb{R} \setminus \{0\})$

(c) ketabton.com: The Digital Library

سره د انعطاف – یا اوړونټکي مساوات ولیکئ.

۱۹۰(۱۳۵) : د اکسپوننشم تابع د انعطاف ټک او په انعطاق ټکي د
$f(x) = (x-2)\cdot e^x$ نورمال مساوات پیداکړئ.

۱۹۱(۱۳٦)
$$f_t(x) = t\sin x + t\cos x \quad (t \in \mathbb{R} \setminus \{0\})$$
په انتروال $0 \le x \le \pi$ کې.

۱۹۲(۱۳۷): د لاندې توابعو لپاره د منحنیو شننیز بحث وکړئ او ګرافونه یې و کاږئ.

$a)\ f(x) = -x^3 + x^2 + 4 \qquad b)\ f(x) = -\frac{1}{9}x^4 + \frac{2}{3}x^2$

$c)\ f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \qquad d)\ f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$

۱۹۳ (۱۳۸): د لاندې توابعو لپاره د پوره منحنیو یا کړو مطالعه وکړئ او ګرافونه یې و کاږئ.

$a)\ f(x) = \frac{x}{4} - \frac{2}{x^2} \qquad b)\ f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x - 3}$

$c)\ f(x) = \frac{3x^2 + 1}{x^2 - 1} \qquad d)\ f(x) = \frac{9}{x^2 + 3}$

انتیګرالشمیرنې ته پوښتنې

1- لاندې نااصلي پولینومونه دې د یوه ټول نسبتي- یا راشنل عدد پولینومونو او یوه اصلي پولینوم د جمعې په څېر ولیکل شي.

$a)\ \frac{x^3 + 7x^2 + 9x - 5}{x + 5} \qquad b)\ \frac{x^4 - 3x^2 + 1}{x^2 - 2}$

$c)\ \frac{x^3 - 2x^2 + x - 5}{x^3 + 1} \qquad d)\ \frac{x^4 - 1}{x^3 + x^2 + x + 1}$

$e)\ \frac{x^4 + 2x^3 - 6x^2 - 5x + 3}{x - 2} \qquad f)\ \frac{x^5 - x^4 + 1}{x^2 + 2}$

۲ -

$a)\ \frac{2x^2 + 20x + 12}{x^3 + 2x^2 - 5x - 6} \qquad b)\ \frac{x^2 + 1}{x^3 - x}$

$c)\ \frac{4x + 10}{x^2 + 6x + 8} \qquad d)\ \frac{-3x^2 + 19x - 10}{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}$

$e)\ \frac{4x^2 + 6x - 20}{x^3 - 4x} \qquad f)\ \frac{14}{x^2 + 20x + 51}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

۳ – د لاندې اصلي پولینومونو په ټوټه کسرونو ټوټه ونه وکاروئ.

$a)\ \dfrac{3x^2+5x+10}{x^3+2x^2-4x-8}$ $\qquad b)\ \dfrac{3x^2-18x+36}{x^3-6x^2+9x}$

$c)\ \dfrac{x^2+3x+4}{x^4-2x^2+1}$ $\qquad d)\ -\dfrac{x^2+13x+10}{x^3-5x^2}$

٤ - د لاندې اصلي پولینومونو په ټوټه کسرونو ټوټه ګونه ورکړئ.

$a)\ \dfrac{x^2+2x-12}{x^3+2x^2+6x+5}$ $\qquad b)\ \dfrac{4x^2-3x+8}{x^3-2x+4}$

$c)\ \dfrac{8x^2-16x+10}{x^3-4x^2+5x}$ $\qquad d)\ \dfrac{x}{x^3+2x^2+2x+1}$

۵ - د لاندې پولینوم کسرونو په ټوټه کسرونو ټوټه کونه ړرکړئ.

$a)\ \dfrac{x^3+7x^2+17x+17}{x^2+6x+8}$ $\qquad b)\ \dfrac{2x^4-8x^3+7x^2-3x+4}{x^2-4x+3}$

$c)\ \dfrac{2x^3+x^2}{x^3-1}$ $\qquad d)\ \dfrac{4x^3+16x^2-7x-49}{x^3+4x^2+x-6}$

٦ – و ښایئ، چې د F تابع د f تابع لومړنی تابع ده.

$a)\ f(x)=2x^2+4x-7 \quad , \quad f(x)=4x+4$

$b)\ F(x)=(x^2-x)^3 \quad , \quad f(x)=3\cdot(2x-1)\cdot(x^2-x)^2$

$c)\ F(x)=\sqrt{2x+1} \quad , \quad f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2x+1}}$

$d)\ F(x)=1+\sin x \quad , \quad f(x)=3x\cdot\cos 3x$

$e)\ F(x)=\dfrac{1}{3}x^3\cdot\ln x-\dfrac{4}{9}x^3 \quad , \quad f(x)=x^2\cdot(\ln x-1)$

۷ - وښایئ، چې د Fاو G توابع د همغه f تابع لومړني توابع دي.

$a)\ F(x)=x^3+x+4 \quad , \quad G(x)=x^3+x+1$

$b)\ F(x)=(x-3)^2 \quad , \quad G(x)=x^2-6x+4$

$c)\ F(x)=\dfrac{x+1}{x+2} \quad , \quad G(x)=\dfrac{3x+5}{x+2}$

$d)\ F(x)=1+\sin x \quad , \quad G(x)=\sin x$

۱۳ – لاندې ناټاکلي انتیګرالونه پیداکړئ او ټیکوالی یې و ازمایی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ \int x^3dx$ $\quad b)\ \int 7dx$ $\quad c)\ \int xdx$

$d)\ \int(1-x^2)dx$ $\quad e)\ \int(x+\frac{1}{x})dx$ $\quad f)\ \int(e^x+\cos x)dx$

$g)\ \int\frac{1}{\sin^2 x}dx$ $\quad h)\ \int\frac{5}{\cos^2 x}dx$ $\quad i)$

$i)\ \int udx$ $\quad k)\ \int(2+e^x)dx$ $\quad l)\ \int(1+\ln x)dx$ $\quad m)\ \int(\sqrt{x}+\sin)dx$

۱٤ – د لاندې ټاکلو انتیګرالونو ارزښت وشمېرئ

$a)\ \int_0^3 4dx$ $\quad b)\ \int_{-3}^{-1} xdx$ $\quad c)\ \int_1^e \frac{1}{x}dx$

$d)\ \int_1^e (2+\frac{1}{x})dx$ $\quad e)\ \int_{-1}^0 e^x dx$ $\quad f)\ \int_0^\pi \sin xdx$

$g)\ \int_{\frac{1}{6}\pi}^{\frac{1}{4}\pi} 4dx$ $\quad h)\ \int_{\frac{1}{4}\pi}^{\frac{1}{3}\pi}\frac{1}{\sin^2 x}dx$ $\quad i)\ \int_{-2}^2 x^3dx$

$j)\ \int_2^6 (1+x)dx$ $\quad k)\ \int_1^2 (x^2-x^5)dx$ $\quad l)\ 0\int_{-2}^2 (\frac{x^3}{4}+\frac{x^2}{3})dx$

۱٦ = د لاندې ټاکلو انتیګرالونو ارزښت وشمېرئ او ارزښتونه یې سره پرتله کوئ.

$a)\ \int_{-3}^1 3dx und -\int_{-3}^1 3dx$ $\quad b)\ \int_0^1 (1+e^x)dx \ \wedge\ -\int_1^0 (1+e^x)dx$

$c)\ \int_{-\pi}^0 \sin xdx \ \wedge\ -\int_0^{-\pi}\sin xdx$

۱۷ – هر دوه انتیګرالونه د یوه انتیګرال سره انځور کړئ.

$a)\ \int_0^{0.5\pi}\cos xdx+\int_{0.5\pi}^{\pi}\cos xdx$, $\quad b)\ \int_{-1}^0 (x+e^x)dx+\int_0^1 (x+e^x)dx$

$c)\ \int_2^3 3x^2dx-\int_5^3 3x^2dx$, $\quad d)\ \int_{-2}^1 (2+x)dx-\int_4^1 (x+e^x)dx$

O - د لاندې ټاکلو انتیګرالونو لپاره ارزښت تخمین کړئ.

$a)\ \int_{-4}^{-2} e^{x+3}$ $\quad b)\ \int_0^8 \sqrt{1+x}\,dx$ 1

$c)\ \int_3^5 2^{4-x}dx$ $\quad d)\ \int_0^{0.5\pi}\sin^2 xdx$

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۹ ــ د کومو x ارزښتونو لپاره لاندې انتيگرالونه ورکړشوي ارزښتونه لري؟

$a)\ \int_1^x 5t^4dt\ ,\quad la(x)=31 \qquad b)\ \int_0^x e^t dt\ ,\quad la(x)=e-1$

۲۰ - لاندې انتيگراند توابع ته د انتيگرال توابع وټاکئ.

$a)\ f(x)=x^2\ ,\ a=3\quad ,\quad b)\ f(x)=2+e^x\quad a=0$

$c)\ f(x)\dfrac{1}{\cos^2 x}\quad ,\ a=0\quad d)\ f(x)=2\quad a\in IR$

۲۱ - لاندې ناټاکلي انتيگرالونه پيداکړئ

$a)\ \int\sqrt[4]{x^3}dx \qquad b)\ \int\dfrac{1}{\sqrt[5]{x}}dx \qquad c)\ \int\sqrt[6]{x^5}dx \qquad d)\ \int x^2\cdot\sqrt[3]{x}dx$

$e)\ \int\dfrac{\sqrt{x}}{x^2}dx \qquad f)\ \int\dfrac{x^3}{x^4}dx \qquad g)\ \int\dfrac{x^3\cdot\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}dx \qquad h)\ \int\dfrac{\sqrt[4]{x^2}}{x\cdot\sqrt{x^3}}dx$

۲۲ - لاندې ناټاکلي انتيگرالونه پيداکړئ

$a)\ \int 8x^3dx \qquad b)\ \int -4x^{-2}dx \qquad c)\ \int\dfrac{3}{-x^3}dx \qquad d)\ \int\sqrt[3]{3x}\,dx$

$e)\ \int k\cdot e^x dx \qquad f)\ \int -5x^n dx\ ;\ n\neq 0 \qquad g)\ \int\dfrac{\sin x}{2}dx \qquad h)\ \int\dfrac{3a}{2\cdot\cos^2 x}dx$

$i)\ \int\dfrac{2\sqrt{x}}{3x^3}dx \qquad j)\ \int\dfrac{-\sqrt{2}}{3x}dx$

۲۳ - د توان قانون په مرسته يو ثابت ضريب بېل کړئ او د دې پسې لاندې ناټاکلی انتيگرال وټاکی.

$a)\ \int e^{x+3}dx \qquad b)\ \int(4x)^3dx \qquad c)\ \int a\cdot e^{x+b}dx \qquad d)\ \int(7x^2)^4dx$

۲٤ ــ لاندې ناټاکلي انتيگرالونه وشمېرئ

$a)\ \int(x^2+3x-4)dx \qquad b)\ \int(x-\sqrt{x})dx \qquad c)\ \int(5x^3-7x+4)dx$

$d)\ \int(1+x)^2dx \qquad e)\ \int x^2(x^2+2)dx \qquad f)\ \int x^2(1+x)(x-1)dx$

$g)\ \int(\sqrt[3]{x}+\dfrac{1}{x^2})dx \qquad h)\ \int(\dfrac{1}{x^4}-\dfrac{1}{x^5})dx \qquad i)\ \int(5x-\dfrac{1}{3}+\dfrac{\cos x}{3})dx$

$k)\ \int(5+x^5+\sin x)dx \qquad l)\ \int(e^x-\dfrac{1}{\sin^2 x})dx \qquad m)\ \int(\dfrac{1}{\cos^2 x}+\dfrac{1}{x})dx$

۲۵ - لاندې ناټاکلي آنتيگرلونه لومړی په يوه جمعه واړوئ او وروسته انتيگرالونه و ټاکئ.

$a)\ \int\dfrac{(x^2-1)^3}{x}dx \qquad b)\ \int(\dfrac{(1-\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}})dx$

$c)\ \int\dfrac{e^{2x}+e^{x+2}}{e^x}dx \qquad d)\ \int(\dfrac{3x^2+2x-4}{x^3})dx$

۲٦ ــ لاندې ناټاکلي انتيگرالونه وشمېرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ \int 3^{x+1}dx \quad b)\ \int 2^{-x}dx \quad c)\ \int a^{x+b}dx \quad d)\ \int \frac{1}{a^x}dx$

$e)\ \int 2^x \cdot 3^x dx \quad f)\ \int \frac{2^x}{3^x}dx \quad g)\ \int \frac{4^{x+3}}{2^x}dx$

$h)\ \int \frac{5^x+3^x}{2^x}dx \quad i)\ \int (1+2x^x)dx \quad j)\ \int (x-3^x)dx$

۲۷ - لاندې ناټاکلي انتيګرالونه وشمېرئ

$a)\ \int \ln 2x^3 dx \quad b)\ \int \ln \sqrt{x} dx$

$c)\ \int \lg \frac{x}{2} dx \quad d)\ \int {}_3\log \frac{1}{x} dx$

۲۸ – د مشتق د قوانينو په مرسته وښايئ، چې تابع F د F=x.lnx-x سره يو لومړنئ تابع ده و f(x)=lnx تابع ته

۲۹ - د انتيګرال شمېرنې په مرسته د عمومي لوګارتم تابع لپاره د طبيعي لوګارتم له فرمول څخه د انتيګرال فرمول راوباسئ.

۳۰ - لاندې ناټاکلي انتيګرالونه د بدلون په طريقه وشميرى.

$a)\ \int \frac{10}{5x-7}dx \quad b)\ \int \frac{12}{(1+3)^4}dx \quad c)\ \int \frac{1}{5-4x}dx$

$d)\ \int \frac{a}{bx+d}dx \quad e)\ \int (5x+7)^3 dx \quad f)\ \int (ax+b)^n dx$

$g)\ \int \sqrt{4x-2}dx \quad h)\ \int \sqrt{ax+b}dx \quad i)\ \int \frac{7}{\sqrt{2x+5}}dx$

$j)\ \int \frac{1}{\sqrt{ax+b}}dx \quad k)\ \int \sin 4x\, dx \quad l)\ \int \frac{3}{e^{2x}}dx$

$n)\ \int \cos(3x+\frac{\pi}{4})dx \quad o)\ \int e^{3x-5}dx$

۳۲ _ لاندې ناټا کلي انتيګرالونه وشمېرئ.

$a)\ \int \frac{\ln x}{x}dx \quad b)\ \int x(x^2+3)dx$

$c)\ \int 3x^2(x^3-1)dx \quad d)\ \int (2x-1)(x^2-x)dx$

۳۳ – د بدلون قاعدې په مرسته $\int f(x)\cdot f'(x)\,dx = \frac{1}{2}(f(x))^2 + c$ وشمېرئ.

۳٤ – لاندې ناټاکلي انتيګرالونه وشمېرئ، بنه يې بدله کړئ، که اړين وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a)\ \int \frac{x^2}{4+x^3} \qquad b)\ \int \frac{x^2+2x}{x^3+3x^2-1}$$

۳۵ په لاندې انتیگرالونو پرېکړه وکړئ، چې ایا لوگاریتمي یې انتیگرال نیوه کېدی شي او یا د بدلون قانون باید و کارول شي؟

$$a)\ \int \frac{5x^4}{3+x^5}dx \qquad b)\ \int \frac{5x^4}{(3+x^5)^2}dx \qquad c)\ \int \frac{3x}{(1-x^2)^4}dx$$

$$d)\ \int \frac{5x}{4-x^2}dx \qquad e)\ \int \frac{\cos x}{3+\sin x}dx \qquad f)\ \int \frac{\sin x}{(1-\cos x)^2}dx$$

۳۶ - لاندې ناټاکلي انتیگرالونه پیدا کړئ. لومړی یې بڼه بدله کړئ، که اړیین وي.

$$a)\ \int \frac{4}{x^2+9}dx \qquad b)\ \int \frac{3}{2x^2+2}dx \qquad c)\ \int \frac{1}{x^2+2}dx$$

$$d)\ \int \frac{2}{3x^2+5}dx \qquad e)\ \int \frac{1}{x^2+a^2}dx \qquad f)\ \int \frac{1}{ax^2+b}dx\ ,\ ab>0$$

۳۷ – وښایئ، چې دا لاندې انتیگراندونه(هغه، چېي انتیگرال یې نیول کیږي) صفرځایونه نه لري. پسې تړلي ناټاکلي انتیگرالونه وشمېرئ.

$$a)\ \int \frac{1}{x^2+4x+13}dx \qquad b)\ \int \frac{5}{x^2+2x+2}dx$$

$$c)\ \int \frac{6}{3x^2+18x+30}dx \qquad d)\ \int \frac{2}{2x^2+8x+58}dx$$

۳۸ لاندې ناټاکلي انتیگرالونه وشمېرئ. لومړی یې، که اړیین وي، بڼه بدله کړئ.

$$a)\ \int \frac{2}{\sqrt{9-x^2}}dx \qquad b)\ \int \frac{1}{\sqrt{2-4x-x^2}}dx \qquad c)\ \int \frac{1}{\sqrt{2x^2-2}}dx$$

$$d)\ \int \frac{1}{\sqrt{x^2-2x-2}}dx \qquad e)\ \int \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+2}}dx \qquad f)\ \int \frac{6}{\sqrt{9x^2+9}}\ dx$$

۳۹ - لاندې ناټاکلي انتیگرالونه وشمېرئ، لومړی یې که اړیین وي ، بڼه بدله کړئ.

$$a)\ \int \frac{1-x}{x^2+x+1}dx \qquad b)\ \int \frac{2x+1}{x^2+4x+6}dx$$

$$c)\ \int \frac{3x}{2x^2+2x+8}dx \qquad d)\ \int \frac{x-3}{x^2+8x+17}dx$$

٤٠ - لاندېي انتیگرالونه د ټوټه انتیگرالوني له لارې پیداکړئ یا وشمېرئ.

$$a)\ \int x\cdot e^x dx \qquad b)\ \int x\cdot \sin x\,dx \qquad c)\ \int x^2\cdot \ln x dx$$

$$d)\ \int \frac{\ln x}{x^2}dx \qquad e)\ \int x\cdot e^{2x}dx \qquad f)\ \int x\cdot \sin 2x dx$$

٤۱ - لاندې ناټاکلي انتیگرالونه د ټوټه انتیگرال له لارې وشمېرئ.
که اړیینوي، نو په ٤٠ –م تمرین کې شمېرلې نتیجې وکاروئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ \int x^2 \cdot \cos x dx$ $\qquad b)\ \int x^2 \cdot e^x dx$

$c)\ \int x^2 \cdot e^{2x} dx$ $\qquad d)\ \int x^2 \cdot \cos 2x\, dx$

د پورته کارولي ریکورزیون (   ) فرمول په مرسته لاندې ناټاکلي انتیګرالونه وشمېرئ.

$a)\ \int x^4 \cdot e^{2x} dx$ $\qquad b)\ \int \sin^4 x\, dx$

$c)\ \int x^3 \cdot e^{2x} dx$ $\qquad d)\ \int \cos^6 x\, dx$

٤٤ - لومړی د ټوټه کسر ټوټه ونه سرته ورسوئ او بالاخره لاندې ناټاکلي انتیګرالونه حل کړئ.

$a)\ \int \frac{1}{x^2 - 1} dx$ $\qquad b)\ \int \frac{1}{x^2 + 6x + 8} dx$

$c)\ \int \frac{3x+2}{x^2 - x - 2} dx$ $\qquad d)\ \frac{x^2 - 12x + 12}{x^3 - 4x} dx$

اصلي مات رئښتوني توابع، چې صورت(متلاندې) هم لاینئز یا کرښیز ضریبونه لري.

٤٥ _ لومړی به ټوټه کسر ټوټه ونه سرته ورسوئ او بیا لاندې نا:لي انتیګرالونه حل کړئ

$a)\ \int \frac{5x^2 + 20x + 6}{x^3 + 2x^2 + x} dx$ $\qquad b)\ \int \frac{3x}{x^2 - 6x + 9} dx$

$c)\ \int \frac{x^3 - 1}{x^4 + x^3} dx$ $\qquad d)\ \int \frac{5x^3 - 11x^2 + 5x + 4}{(x-1)^4}$

٤٦ - لومړی د هریوه لپاره په ټوټه کسر ټوټه ونه سرته ورسوئ او بالاخره لاندې ناټاکلي انتیګرالونه وشمېرئ.

$a)\ \int \frac{2x^3 - 4x - 8}{(x^2 - x)(x^2 + 4)} dx$ $\qquad b)\ \int \frac{3x+4}{x^3 - 2x - 4} dx$

$c)\ \int \frac{2x^2 - 2x + 3}{x^3 - x^2 - x - 2} dx$ $\qquad d)\ \int \frac{7x^2 - 10x + 37}{x^3 - 3x^2 + 9x + 13} dx$

٤٧ - لومړی د پولینوم ویش سرته ورسوئ او پسې لاندې ناټاکلي انتیګرالونه پیداکړي.

$a)\ \int \frac{x^2}{x+1} dx$ $\qquad b)\ \int \frac{x^3 - 2x^2 + x + 5}{x^2 - 1}\ dx$

$c)\ \int \frac{3x^3 + 5x^2 - 29x - 25}{x^2 + x - 12} dx$ $\qquad d)\ \int \frac{2x^3 + x^2}{x^3 - 1} dx$

٤٨ - لاندې ناټاکلي انتیګرالونه پیداکړئ.

$a)\ \int \sqrt{x^2 - 5}\, dx$ $\qquad b)\ \int \sqrt{5x^2 + 10}\ dx$

$c)\ \int \sqrt{x^2 - 6x + 8}\ \ dx$ $\qquad d)\ \int \sqrt{2x^2 + 4x + 6}\ \ dx$

٤٩ - لاندې ناټالي انتیګرالونه وشمېرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ \int \sqrt{x^2+2x}\,dx$ $\qquad$ $b)\ \int \sqrt{x^2-4x}\ dx$

$c)\ \int x\cdot\sqrt{x^2+4x+3}\ dx$ $\qquad$ $d)\ \int (x+2)\cdot\sqrt{x^2+2x+2}\,dx$

۵۰ - لاندې ناټاکلي انتیگرالونه وشمېرئ.

$a)\ \int \frac{x^2}{x}\,dx \qquad b)\ \int \frac{1}{x^3}dx \qquad c)\ \int (1-2x^2+x^3)\,dx$

$d)\ \int (x^2-3x-6)\,dx \quad e)\ \int x\cdot\sqrt{x}\,dx \quad f)\ \int x^2\cdot\sqrt[3]{x}\ dx \quad g)\ \int \frac{x\cdot\sqrt{x}}{\sqrt[5]{x}}\ dx$

$h)\ \int \frac{3x\cdot\sqrt{x^3}}{x^2}\ dx;\ i)\ \int \frac{x^2+3x-2}{x}\ dx \quad j)\ \int \frac{x-5}{\sqrt{x}}\ dx$

۵۱ – لاندې ناټاکلي انتیگرالونه وشمېرئ.

$a)\ \int 2(5-4x)^3dx \qquad b)\ \int \sqrt{5x+2}\ dx \qquad c)\ \int x\cdot e^{x^2}\,dx$

$d)\ \int x^2\cdot\sqrt{2x^3-4}\ dx \quad e)\ \int \frac{3x+3}{x^2+2x+1}dx \qquad f)\ \int \frac{\cos x}{(2+\sin x)^3}dx$

$i)\ \int \frac{x}{x^2+2x+3}\ dx \qquad j)\ \int \frac{1}{2x^2+9}dx \qquad k)\ \int \frac{x}{x^2+2x-3}dx$

$l)\ \int \frac{1}{x^2-10x+25}\ dx \qquad m)\ \int \sqrt{x^2+2x+3}\,dx \qquad n)\ \int \frac{1}{x^2+12x+40}\ dx$

۵۲ - لاندې ناټاکلي انتیگرالونه وشمېرئ.

$a)\ \int \ln(2x-3)\,dx \qquad b)\ \int \cos 3x\,dx \quad c)\ \int 2^{3x+1}dx \qquad d)\ \int \lg 4x\,dx$

$e)\ \int x\cdot\ln x\,dx \qquad f)\ \int \sqrt{x}\cdot\ln x\,dx \quad g)\ \int e^x\cdot\cos x\,dx \qquad h)\ \int x\cdot\cos x\,dx$

۵۳ – و ښايئ،چې لاندې ورکړل شوې توابع په ورکړشوي انټروال کې لومړنئ توابع نه لري، مګر په I کې انتیگراوړ دي.

په لاندې انټروال کې يې انتیگرال ارزښت ورکړئ.

$a)\ I=[-2;5]$ $\qquad$ $b)\ I=[-3;4]$

$$f(x)=\begin{cases}-x & ;\quad x\le 1\\ \frac{1}{2}x & ;\quad x>1\end{cases} \qquad f(x)\begin{cases}2 & ;\quad -3<x\le -1\\ 1 & ;\quad -2<x\le 1\\ 2 & ;\quad 1<x\le 4\end{cases}$$

۵٤ – د f تابع د f(x) = |x-1| سره په انټروال I=[-3,3] د x=1 سره مشتقوړ نه ده، وښايئ، چې سره له دې هم انتیگرالوړ ده.

۵۵ - د لاندې توابعو منځنی ارزښت په ورکړ شوو انټروالونو پيدا کړئ.

$a)\ f(x)=x^2-2x+2\ \ mit\quad x\in[-1x;4]$

$b)\ f(x)=x+1\ \ mit\quad x\in[0;6]$

$c)\ f(x)=\sin\ \ mit\quad x\in[0;\pi]$

mit د... سره په معنا

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵٦ - و ښايي چې د f کرښيز(خطي) تابع f(x0) منځ ارزښت د f(x)=mx=n سره په انتروال $[a,b]$ نخښه ونه $x_0 = \frac{a+b}{2}$ اعتبار لري..

۵۷ _ په ورکړ شوي انتروال کې د د x محور او ګراف ترمنځ سطحې وشمېرئ.

$a)\ f(x)=x^2+1 \quad , \quad x\in[-2;1]$

$b)\ f(x)=2+\sin \quad , \quad x\in[0;\pi]$

$c)\ f(x)=-x^2-4x-5 \quad , \quad x\in[-3;0]$

$d)\ f(x)=1+\frac{1}{x} \quad , \quad x\in[1;e]$

۵۸ _ د انترواال پورتنی پوله b داسې وشميرئ، چې د پاراپول $p:\ y = x^2+2x+2$ او م x -حور ترمنځ سطحه په انتروال [-2;b] کې کې عدد ٦ ونيسي.

۵۹ _ لاندنئ د انتروالپوله a داسې وټاکئ، چې د پارابول $p:\ y=3\sqrt{x}$ او x - محور تر منځ سطحه په انتروال $[a;4]$ کې عدد ١٤ واخلي.

٦٠ - يو پورته لور ته کښول شوی نورمال پارابول دې د x-محور سره په انتروال کې $[-1;2]$ يوه سحه د کچ عدد ٩ سره رابنده کړئ.

د پارابول مساوات وټاکئ.

٦١ - ضريب a داسې وټاکئ، چې د f(x)=a.sinx ساين تابع د x- محور سره په انتروال $[0;\pi]$ کې عدد 4 رابند کړي.

٦٢ - د کرښې g:y=0,5x+2 او د پروتولاړ سيستم(وضعيه قېمت تر منځ) سطحه وشمېرئ.

د ساده شميرنې له لارې يې و ازمايئ.

٦٣ - د ګراف او X محور ترمنځ سطحه وشمېرئ.

$a)\ f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{13}{4}x+3$ $\qquad$ $b)\ f(x)=-\frac{1}{2}x^3+\frac{1}{2}x^2+3x$

$c)\ f(x)=x^3-6x^2+8x$ $\qquad$ $d)\ f(x)=-x^2+6x-5$

٦٤ - په ورکړ شوي انتروال کې د ګراف او x محور ترمنځ سطحه وشمېرئ.

$a)\ f(x)=x-2 \quad , \quad x\in[-2;3]$

$b)\ f(x)=x^2-x-x \quad , \quad x\in[1;5]$

$c)\ f(x)=x^2-8x+12 \quad , \quad x\in[0;8]$

٦۵ - د اکسپوننشل منحني g د $y=e^x$ سره او د پارابول p د $y=-x^2-1$ سره را بنده سطحه په انتروال $[0;1]$ کې وشمېرئ.

٦٦ - د کرښې g د y=2x+2 سره د سـاينh منحني د y=sinx سره او له اينتروال $[0;2\pi]$ څخه رابنده سطحه وشمېرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

٦٧ - پارابولونه $p1$ د $y=x^2-3$ سره او $p2$ د $y=2x^2+1$ سره په اینتروال $[-1;2]$ کي یوه سطحه را بنده وي.دا رابنده سطحه و شمېرئ.

٦٨ – د پارابول P د $y=\sqrt{x}$ سره او کرښه g يي د $y=-x-1$ سره په اینتروال $[0;4]$ کي رابنده سطحه لرو. دا را بنده سطحه وشميرئ.

٦٩ - په اینتروال $[-2;1]$ د کرښي $g1$ د $y=x+3$سره او $g2$ د $y=2x+1$ څخه را بنده سطحه وشمېرئ.

٧١ - – پارابول p د $y=x^2-6x+5$ سره او کرښهg د $y=-x+1$ سره رابنده سطحه. د دې سطحې مساحت وشمېرئ.

٧٢ - د g یوه کرښه یو پارابولp د $y=x^2+2$ سره په $x_1=-1$ او $x_2=2$ کي غوڅوي.
د کرښي او پارابول څخه رابندې سطحي مساحت وشمېرئ.

٧٣ – د g یوه کرښه یو پارابول p د $y=0{,}5x^2+x+4$ سره په $x1=-2$او $x2=4$ ټکو کي غوڅوي.
د دې کرښي او پارابول څخه رابندې سطحي مساحت وشمېرئ.

٧٤ - د دواړو پارابولونو $p1$ د $y=-2x^2+8x-3$ سره او $p2$ د $y=x^2-4x+6$سره را بندې سطحې مساحت وشمېرئ؟

٧٥ – د دواړو پارابولونو $p1$ د $y=4\sqrt{x}$ سره او $p2$ د $y=0{,}5x^2$سره را بندې سطحي مساحت وشمرئ.؟

٧٦ - د بارابول p د $y=2\sqrt{x}$ سره او کرښي g د $y=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$ سره رابندې سطحي مساحت وشميرئ.

٧٧ - د ساین د منحني گراف او د کوساین د منحني گراف یو بل په انتروال $0\le x\le 2\pi$ کي غوڅوي.
د دواړوغوڅټکو تر منځ له واړو منحنئو را بندې سطحي مساحت وشمېرئ.

٧٨ - د تابعf په گراف پروت تانجنت د $y=x^3-2x^2+x-1$ سره او د $x0=2$ په ځاي کې د تابع د گراف سره رابندې سطحي مساحت و شمېرئ.

٧٩ - د هغي سطحې مساحت وشمېرئ، چې د $x0=-1$ په ځاي کي په پارابول $y=x^2$عمود د دې بارابول څخه را بنده وي.

٨٠ - د f تابع گراف د $t\ y=-\frac{1}{9}x^4+\frac{2}{3}x^2$ سره د x محور سره سطحه پوره رابندوي.
د دې مساحت وشمېرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۸۱ - د f تابع ګراف د $y = \frac{x^3 - 8}{4x^2}$ سره همداسي درې کرښي د مساواتو $y = \frac{1}{4}x,\ x = 1$ او $x = b\ (b>1)$ سره پوره رابنده سطحه لرو.
د b د کوم ارزښت لپاره د سطحي مساحت 1,5 دی؟

۸۲ - د p1 پارابول د $y = x^2 - 3x + 3$ سره او p2 پارابول د $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{3}{2}$ سره پوره رابنده سحه لرو.
د دې سطحي مساحت وښایاست.

۸۳ - د f تابع ګراف د $y=a.(1-\sin 2x),\ (a>0)$ سره او د وضعیه قیمت په I (اوله) مربع کې (قیمتونو ځخه را بنده سطحه) پوره رابنده سطحه لرو.
د و کومو ارزښتونو لپاره د سطحي مساحت $(\pi - 2)$ سطحي یونونه (واحدونه) دی.

۸۴ – د f ګراف د $y = \frac{2}{3}x^3 - 4x^2 + 6x$ او g د $y = -x^2 + 6x$ سره یوه هواره پوره رابندوي.
د دې هوارې خوندیونه یا دننه هواره وشمیرئ.

۸۵ – د f ګراف د $y = \sqrt{16 - 2x}$ سره د پروتولاړمحور سره ټوله هواره پوره بندوي.
د دې هوارې دننه هواره وشمیرئ.

۸۶ – الف: د f ګراف د $y = \frac{48x}{(x+2)^3}$ سره ، دx –محور یا – ځرخونی او د $x=a(a>0)$کرښه یوه هواره ټوله پوره رابند وي.
د a د کوم ارزښت له پاره دا هواره ۸ د هوارې یوونونه کچه وي.

ب – د f ګراف د $y = \frac{48x}{(x+2)^3}$ سره ، د x– محور یاځرخونی او کرښه $x=4$ یوه هواره ټوله پوره رابندوي.
د د کوم ارزښت له پاره هواره د هوارې ۱۰ یوونونه کچه وي.

۸۷ – د f ګراف د $y = x \cdot e^{0,5x}$ سره ، دx – محور او کرښه $x=1$ یوه هواره پوره رابندوي.
د دې هوارې دننه وشمیرئ.

۸۸ – د f ګراف د $y = e^x(x-1)$ سره د پروتولاړ محورونو سره یوههواره پوره رابندوي.
د دې هوارې دننه هواره وشمیرئ.

۸۹ - د f ګراف د $y = -2x^3 - 3x^2$ سره د پروتولاړ محورونو سره یوههواره پوره رابندوي.
د دې هوارې دننه هواره وشمیرئ.

۹۰ - د f ګراف د $y = x^2 \cdot (\ln x - 1)$، سره ، دx – محور او کرښه $x=-5$ یوه هواره پوره رابندوي.
د دې هوارې دننه وشمیرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۹۱ - د f گراف د $y = e^{\frac{1}{4}x}$ سره او د $y = e^{-\frac{1}{4}x+1}$ سره، کرښه x=a او x=a+2 د x– محور یوه هواره پوره رابندوي.
د a د کوم ارزښت له پاره به د دې هواره دننه هواره خورا لویه وي.

۹۲ - د f گراف د $y = \sqrt{9-4x}$ سره د کواوردیات محورونو سره یوه هواره پوره رابندوي.
د دې هوارې دننه وشمیرئ.

۹۳ - د f گراف د $y = \frac{x^3+12}{2x^2}$ سره، کرښه x=1 او x=4 د گاونډ یا اسیمپتوت سره ټوله هواره پوره رابندوي.
د دې هوارې دننه وشمیرئ.

۹۴ - د f گراف د $y = \frac{1}{4}(x^3 - 9x^2 + 23x - 15)$ سره، د x– محور سره ټوله هواره پوره رابندوي.
د دې هوارې دننه وشمیرئ.

۹۵ – د هوارې منځهواره وشمیرئ، چې کرښه g له y=x+7 د پارابول p د $y=x^2-5x+7$ سره غوځوي.

۹۶ - د هوارې منځهواره وټاکئ، چې د تابع fکوم گراف یې د $y=2(1 - \cos(x/2))$ سره په انتروال $[0,4\pi]$ د x– محور سره رابندوي.

۹۷ – گراف fد $y = 3 \cdot \sqrt{9-x}$ سره د پروتولاړ سیستم یا کواوردینات محور سره یوه هواره پوره رابندوي.
د دې هوارې منځهواره وشمیرئ.

۹۸ – پارابول $p: y = x^3 - 2ax^2 + a^3$ د a>1 له پاره د x -محور سره او د کرښې x=1سره یوه هواره د 2,75 هواریوونو(واحدونو) خوندیونې سره رابندوي.
د پارامتر a ارزښت وټاکئ.

99 – د یوه تابع $f: y = -\frac{1}{3}x^3 + 3x$ په سرچینه کې نورماله د دې تابع د گراف سره یوه هواره رابندوي.
د دې هوارې منځهواره وښایئ.

100 - د یوه تابع $f: y = \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{2}$ گراف د x- محور سرهیوه هواره رابندوي.
په کوم نسبت دا په سرچینه کې کرښه او د f جګټکی دا هواره وېشي؟

101- د هوارې منځهواره وشمیرئ، چې د $f: y = \frac{x^2}{1+x^2}$ له گراف، د x-محور او کرښې x=1 څخه رابنده وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

102 – د $f:\ y = \frac{x}{1+x^2}$ ګراف، د x-محور ، کرښه x=a او x=-1 یوه هواره رابندوي.
د a د کوم ارزښت د پاره د دې هوارې منځهواره د هوارې یوون ۱ ارزښت لري؟

103 – کرښه $g:\ y = \frac{2}{\pi}x,$ ، ساین کږه او د x- محور یوه هواره په لومړۍ څلورۍ کې رابندوي.
د دې هوارې منځهواره وشمیرۍ.

104 – د تابع f:y=x.sinx او g:y=2.sinx ګرافونه د $0\leq x\leq \pi$ د پاره یوه واره رابندوي.
د دې هورې منځهواره یا سطحه وشمیرۍ.

-105 د تابع $f:\ y = \frac{2e^x}{e^x+1},$ ګراف د پروتولاړ سیستم محورونه او کرښه x=2یوه هواره رابندوي.
دا منځهواره (د دې هوارې منځ) وشمیرۍ.

106 لاندې د څرخیدونکي بدنونو ګراف په x محور څرخي. د داسې منځ ته راغلو څرخېدونو تنونو حجمونه(ډکې) وشمېرئ.

$a)\ f(x) = 2+\sqrt{x} \quad , \quad I = [0;4] \qquad b)\ f(x) = \frac{1}{2}(x-2)^2 \quad , \quad I = [2;4]$

107د لاندې څرخېدونکو بدنونو ګرافونه د x محور باندې څرخي داسې منځ ته راغلي حجمونه(ډکې) وشمېریئ او په ساده حساب سره یې وشمېرئ.

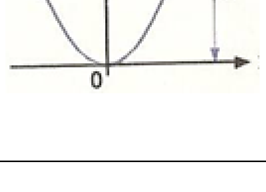
$a)\ f(x) = -x+5 \quad , \quad I = [0;3] \qquad b)\ f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \quad , \quad I = [1;5]$

108 د لاندې توابعو د څېخون له لارې منځ ته راغلو تنونو حجم وشمېرئ.

$a)\ f(x) = \sqrt{x} \quad , \quad |= [0;4] \qquad b)\ f(x) = (x-2)^2 \quad , \quad I\ |= [1;3]$

۱۰۹ - د لاندې توابعو ګراف د y په محور څرخي. داسې منځ ته راغلي تنونه و شمېرئ او په ساده شمېرنه سره و شمېرئ.

$a)\ f(x) = x+1 \quad , \quad |= [1;4] \qquad b)\ f(x) = -\frac{1}{2}x+2 \quad , \quad |= [0;4]$

۱۱۰ - د یوه پارابول په خپله سیمتري محور څرخیدل یو لوښي جوړیږي. و ښایئ، چې دا لوښي د فضا ډکې $V = \frac{\pi}{2}\cdot r^2 \cdot h$ لري.	

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱۱ – کرښه د $y = -\frac{1}{2}x + 4$ د پروتولاړ سیستم سره یوه هواره رابندوي.
د دې څرخون تن پوښشهواره څومره لویه ده، چې د x-محور باندې د څرخون له لارې منځ ته راځي؟
د انتیګرال شمیرنې سره ووشمیرئ او ساده هم.

۱۱۲ – د څرخون بدن پوښهواره څومره لویه ده، چې د x - محور په انتروال [0;4] باندې د پارابول د $y = 2 \cdot \sqrt{x}$ سره له څرخون څخه منځ ته راځي.

۱۱۳ – د پارابولp د $y = \frac{1}{6}x^3$ سره د څرخون له لارې په انتروال [1;2] د x–محور باندې یو څرخون بدن منځ ته راځي. د دې بدن پوښهواره وشمیرئ.
۱۱۴– د کرښې g د y=x+1 سره د y- محور باندې په انتروال [1,5] یو څرخونبندن جوړوي.
د دې بدن پوښهواره د انتګیرال سره وشمیرئ او د ساده شمیرنې له لارې یې وازمایئ.

۱۱۵ – پارابول p د $y=-(1/4)\,x^2+4$ سره په لومړۍ څلورې کې د کواوردینات له محورونو سره یوه هواره پوره رابندوي.
د بدن پوښهواره وشمیرئ کومه چې د دې بدن د څرخون له لارې د y-محور سره منځ ته راځي.

۱۱۶ – د انتیګرالشمیرنې په مرسته د AB کرښې د A(2,4) او B(5,8) سره.
د ساده شمیرنې سره دا لاس ته راوړنه و ازمایئ.

۱۱۷ - په لومړۍ څلورې کې د پارابول اوږدوالی د پارابولp د پاره د $y = \frac{1}{2}\sqrt{x^3}$ سره په انتروال [0,1] کې وشمیرئ.

یوسل او اتلس: وڅیرئ، چې ایا کوم یو له دې لاندې ناټاکلو انتیګرالونو څخه پوله ارزښت لري.

$$a)\ \int_{-\infty}^{0} e^x dx \qquad b)\ \int_{0}^{\infty} \frac{x}{x^2+1}\,dx \qquad c)\ \int_{1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx \qquad d)\ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{4x}{(x^2+2)^3}\,dx$$

$\int_{1}^{\infty} \frac{1}{x^p}\,dx$ یو سل او نولس: د جګګڼ یا اکسپوننت د کوم ارزښت له پاره دا ناټاکلی انتیګرال یو پوله ارزښت لري؟

یوسل او شل:لاندې توابع د انتروال د یوې پولې له پاره پیژند نه لري یا نه دې تعریف.
وڅیرئ، چې ایا دا ټاکلی انتیګرال په دې انتروال یو پولهارزښت لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

a) $f(x) = \dfrac{x^3+1}{x}$, $I = [0;1]$ b) $f(x) = \ln x$, $I = [0;1]$

c) $f(x) = \dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1}$, $I = [1;2]$ d) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $I = [-1;1]$

e) $f(x) = \dfrac{x^2}{x^3-8}$, $I = [0;2]$ f) $f(x) = \dfrac{e^x}{1-e^x}$, $I = [0;1]$

د دفرنشل مساوات پوښتنو ته ځوابونه

د 66 (1) او 67(2) تمرینونو ځواب:

66. $a)\ m = \dfrac{4-2}{5-3} = 1$ $b)\ m = \dfrac{1-4}{3-2} = -3$

67. $a)\ f'(2) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{(2+\Delta x)^2 - 2^2}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta x(4+\Delta x)}{\Delta x} = 4$

$b)\ f'(3) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{0.5(3+\Delta x)^2 - 0.5 \cdot 3^2}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta x(3+0.5\Delta x)}{\Delta x} = 3$

68(3): کمښتویش(د تفاضلونو ویش) د د کږې(منحني) د دوه ټکو P او Q ترمنځ جګوالی دی. مشتق د کږې په یوه ټکي P د تانجنت جګوالی دی.
مشتق د کمښتویتویش پوله ارزښتدی، که Q و P ته نزدې شي یا وهڅیږي.
69(4): د غوځوني یا قطاع جګوالی د منحني په ټاکلي انتروال کې د منحني جګوالی دی.
د تانجنت جګوالی په یوه ټاکلي ټکي کې د منحني جګوال لپاره یوه اندازه ده.
د تانجنت جګوالی د غوځوني یا قطاع د جګېدنې انتروال کوجني کول دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

70. $a)\ f'(x) = 5x^4$ $b)\ f'(x) = 6x^5$

$c)\ f'(x) = -\dfrac{2}{x^3} \quad , \quad x \neq 0$ $d)\ f'(x) = -\dfrac{5}{x^6} \quad , \ x \neq 0$

$e)\ f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} \quad , \ x > 0$ $f)\ f'(x) = \dfrac{3}{4\sqrt[4]{x}} \quad , \ x > 0$

$g)\ f'(x) = -\dfrac{1}{2\sqrt{x^3}} \ , \ x > 0$ $h)\ f'(x) = -\dfrac{3}{3\sqrt[3]{x^4}} \ , \ x > 0$

71. $a)\ f'(x) = x^4$ $b)\ f'(x) = 8x^3$

$c)\ f'(x) = -\dfrac{8}{x^3} \quad , \quad x \neq 0$ $d)\ f'(x) = -\dfrac{9}{x^4} \quad , \ x \neq 0$

$e)\ f'(x) = \dfrac{3}{\sqrt{x}} \quad , \ x > 0$ $f)\ f'(x) = \dfrac{4}{\sqrt{x^3}} \quad , \ x > 0$

72(7): د f تابع گراف د $f(x) = g(x) + c$ سره د g له گراف څخه د y په لور د غبرگ راکښنې له لارې منځ ته راځيز
د f گراف د $x = x_0$ په ځاي کې د هر c ارزښت لپاره همغه جگوالى لري لکه د g گرااف . له دې امله $f'(x) = g'(x).$ لرو.

73(8): د f تابع گراف د $f(x) = a \cdot g(x)$ د g د گراف د x په محور عمود غزونې څخه منځ ته راځي. د f گراف له دې امله د $x = x_0$ په ځاي کې a ځله جگوالى لري لکه د g گراف. او په همدې ډول a ځله يا واره مشتق. له دې امله $f'(x) = a.g'(x)$ دى.

74. $a)\ f'(x) = 16x^3 - 9x^2 + 2x - 1$ $b)\ f'(x) = 1 - \dfrac{1}{2\sqrt{x}} \quad , \quad x > 0$

$c)\ f'(x) = \dfrac{3}{2}x^2 - \dfrac{3}{x^4} \quad , \quad x \neq 0$ $d)\ f'(x) = 6x + 0.4$

75. $a)\ f'(x) = 5x^4 - -8x^3 + 3x^2$ $b)\ f'(x) = 6x^2 - 4x + 1$

$c)\ f'(x) = 10x^4 + 4x^3 - 27x^2 - 10x - 5$ $d)\ f'(x) = 36x^2 + 10x + 10$

76. $a)\ f'(x) = \dfrac{-x^4 + 12x^2 - 2x}{(4 - x^2)^2} \ , \ |x| \neq 2$

$b)\ f'(x) = \dfrac{2(x^2 + 2x - 1)}{(x+1)^2} \ , \ x \neq -1$

$c)\ f'(x) = \dfrac{2x^4 + 7x^2 + 16x + 3}{(2x^2 + 3)^2} \ , \quad x \in IR$

$d)\ f'(x) = \dfrac{-x^4 - 2x^2 + 4x - 1}{(x^3 - 2x^2 + x)^2} \ , \quad x \neq 0\, und\, x \neq 1$

77(12): د $u(x) = 1$ او $v(x) = g(x)$ سره د ويش قاعدې کې ځاي په ځاي کولو له لارې لاس ته راځي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$77.\quad f'(x)=\frac{0\cdot g(x)-1\cdot g'(x)}{g(x)\cdot g(x)}=\frac{-g'(x)}{g(x)\cdot g(x)}$$

78. $a)\ f'(x)=32x^3(4x^4-3)$

$b)\ f'(x)=2(6x+4)(3x^2+4x-5)=4(3x+2)(3x^2+4x-5)$

$c)\ f'(x)=6(2x-7)^2$ $\qquad d)\ f'(x)=-36x^2(5-3x^3)^3$

79. $a)\ f'(x)=\dfrac{12x+3}{(2x^2+x)^4}\ ,\quad D=IR\setminus\left\{-\dfrac{1}{2}\ ;\ 0\right\}$

$b)\ f'(x)=-\dfrac{4}{(x-5)^5}\ ,\quad x\neq 5$

$c)\ f'(x)=\dfrac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\ ,\quad x>0$ $\qquad d)\ f'(x)=-\dfrac{3x^2}{2\sqrt{1-x^3}}\ ,\quad x<1$

80. $a)\ f'''(x)=6$ $\qquad b)\ f'''(x)=48x+18$

$c)\ f'''(x)=10x^4+4x^3-27x^2-10x-5$ $\qquad d)\ f'''(x)=\dfrac{18}{(2-x)^4}\ ,\quad x\neq 2$

81(   ): د هر مشتق نیوني سره د په توان عدد یا اکسپوننت په 1 کمېږي. د ـم مشتق پسې خورا جگ اکسپوننت کيږي. د لاندې بڼې یو ترم منځ ته راځي: $f_{(x)}^{(n)}=k\cdot x^0=k\cdot 1=k$ او له دې سره ثابته k.

81. $a)\ f'(x)=3\cos 3x$

$b)\ f'(x)=\cos^2 x-\sin^2 x=2\cos^2 x-1=1-2\sin^2 x$

84(

$c)\ f'(x)=2\sin\cos x=\sin 2x$ $\qquad d)\ f'(x)=\dfrac{1}{\cos^2 x}+4\cos 2x$

$e)\ f'(x)=2x\cos x$ $\qquad f)\ f'(x)=\dfrac{2}{(x+1)^2}\cos\dfrac{x-1}{x+1}\ ,\quad x\neq -1$

81. $a)\ f'(x)=n\cdot\cos x\cdot\sin^{n-1}x$

(: د $\tan x=\dfrac{\sin x}{\cos x}$ سره د وېشقاعده استعمال ته ځان رامنځ ته کوي:

$$\Rightarrow\ f'(x)=\frac{\cos x\cos x+\sin x\sin x}{\cos^2 x}=\frac{\cos^2 x+\sin^2 x}{\cos^2 x}=\frac{1}{\cos^2 x}$$

$$85.\quad f'(x)=\frac{\cos^2 x+\sin^2 x}{\cos^2 x}=\frac{\cos^2 x}{\cos^2 x}+\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}=1+\tan^2 x$$

86 (   ) لومړی امکانات $f(x)=\cot x=\dfrac{1}{\tan x}$

د ځنځيرې قانون له مخې: $f'(x)=-\dfrac{\frac{1}{\cos^2 x}}{\tan^2 x}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بنه بدلون: $f'(x)=-\dfrac{\cos^2 x}{\cos^2 x\cdot\sin^2 x}=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$

دویم امکانات: $f(x)=\cot x=\dfrac{\cos x}{\sin x}$

د وېش قانون له مخې: $f'(x)=\dfrac{-\sin^2 x-\cos^2 x}{\sin^2 x}$

بنه بدلون: $f'(x)=\dfrac{-(\sin^2 x+\cos^2 x)}{\sin^2 x}=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$

87(   ): د ساین همداسې د کوساین توابعو مشتق بیرته یوه له همدې توابعو ده، پس بیا مشتقوړ دي.

88. $a)\ f'(x)=-6\cdot e^{-2x+1}$ $\quad b)\ f'(x)=2(x+1)e^{x^2+2x-1}$

$c)\ f'(x)=x\cdot e^x$ $\quad d)\ f'(x)=\dfrac{e^x}{2\sqrt{e^x}}=\dfrac{1}{2}\sqrt{e^x}$

$e)\ f'(x)=x^{n-1}e^x(n+x)$ $\quad f)\ f'(x)=k\cdot e^{kx}$

$g)\ f'(x)=-\dfrac{1}{2x^2}\cdot 2^{\frac{2}{2x}}\cdot\ln 2\ ,\ x\neq 0$ $\quad h)\ f'(x)=-3\ln 4\cdot\left(\dfrac{1}{4}\right)^{3x}$

$i)\ f'(x)=1\cdot a^{\sqrt{x}}+x\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\cdot a^{\sqrt{x}}\cdot\ln a=a^{\sqrt{x}}(1+\dfrac{x}{2\sqrt{x}}\cdot\ln a)\ ,\quad x>0$

$j)\ f'(x)=\dfrac{e^x}{2\sqrt{e^x+1}}$

$k)\ f'(x)=\dfrac{e^x(1-e^x)+e^x\cdot e^x}{(1-e^x)^2}=\dfrac{e^x-e^{2x}+e^{2x}}{(1-e^x)^2}=\dfrac{e^x}{(1-e^x)^2}\ ,\ x\neq 0$

$l)\ f'(x)=\dfrac{e^{2x}+2e^0+e^{-2x}-e^{2x}+2e^0-e^{-2x}}{(e^x+e^{-x})^2}=\dfrac{4}{(e^x+e^{-x})^2}$

89(   ) : $a)\ f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}\cdot\sqrt{x}}=\dfrac{1}{2\cdot\left(\sqrt{x}\right)^2}$

دا چې $\ln\sqrt{x}$ فقط د $x>0$ (1) لپاره تعریف دی، نو د $x=\left(\sqrt{x}\right)^2$ سره احتیاط په کار دی.

پنه بدلون به راکړي: $f'(x)=\dfrac{1}{2x}\ \Rightarrow\ f(x)=\ln\sqrt{x}=\dfrac{1}{2}\ln x$ e

د $\dfrac{1}{2x}$ ترم د ټولو $x\neq 0$ لپاره تعریف دی مگر د مشتق تابعه دومره لوی تعریف سټ نـه شي لرودی لکه f یې چې لري، نو د (1) له مخې مشتق تابع هم د $x\succ 0$ لپاره تعریف ده.

$b)\ f'(x)=\dfrac{2x}{x^2-4}\ ,\ |x|>2$

c) د (1) تابع f د $x\succ 0$ لپابه تعریف ده. دلته هم د زنځیري قانون څخه بنه بدلون مساعد دی.

$f'(x)=-\dfrac{3}{x}\ \Rightarrow\ f(x)=\ln 2-3\ln x$ (د لته د $x\neq 0$ له امله ممکن دی)

(c) ketabton.com: The Digital Library

د f' تعریف سټ باید د f تعریف سټ برخه سټ وي. له دې امله د (1) له مخې مشتقوړ دی د $x \succ 0$ لپاره او نه د $x \neq 0$ لپاره

$$d)\quad f(x) = \ln(x+1) - \ln x \;\Rightarrow\; f'(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} = -\frac{1}{x(x+1)} \;,\quad x < -1 \vee x > 0$$

$$e)\quad f(x) = 2x \cdot {}_2\log x \;\Rightarrow\; f'(x) = 2 \cdot 1 \cdot {}_2\log x + 2x \cdot \frac{1}{x \cdot \ln 2}$$

$$f'(x) = 2\frac{\ln x}{\ln 2} + 2\frac{1}{\ln 2} = \frac{2}{\ln 2}(\ln x + 1) \;,\quad x > 0$$

$$f)\quad f'(x) = 4x^3 \cdot \lg x + (x^4 - 1) \cdot \frac{1}{x \cdot \ln 10} = \frac{4x^3 \ln x}{\ln 10} + \frac{x^3}{\ln 10} - \frac{1}{x \ln 10}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\ln 10}(4x^3 \ln x + x^3 - \frac{1}{x}) \;,\quad x > 0$$

$$g)\quad f'(x) = \frac{\frac{1}{x}(x+2) - \ln x \cdot 1}{(x+2)^2} = \frac{(x+2) - x\ln x}{x(x+2)^2} \;,\quad x > 0$$

$$h)\quad f'(x) = \frac{4x^3 \ln x - x^4 \cdot \frac{1}{x}}{\ln x \cdot \ln x} = \frac{4x^3 \ln x - x^3}{(\ln x)^2} = \frac{x^3 \cdot (4\ln x - 1)}{(\ln x)^2} \;,\quad x > 0$$

90 (   ) : ماکسیمال تعریف سټ(- ډېرى)

الف: ماکسیمال تعریف سټ: $x_2 = 4\; x \succ 0$ $\; x + 3 \geq 0 \Rightarrow D = \{x \mid x \geq -3\}$

لومړی مشتق: $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x+3}}$

دا چې مخرج باید صفر نه وي، نو f د $x \succ -3$ لپاره مشتقوړ دی.

$$b)\quad (x-2)(x-4) \geq 0 \;\Rightarrow\; D = \{x \mid x \geq 4 \vee x \leq 2\}$$

$$f'(x) = \frac{x-3}{\sqrt{x^2 - 6x + 8}}$$

b) (x − 2)(x − 4) ≥ 0 ⇒ D = {x| x ≥ 4 ∨ x ≤ 2}

$$f'(x) = \frac{x-3}{\sqrt{x^2 - 6x + 8}}$$

د f تابع د $x_1 = 2$ او لپاره مشتقوړ ده.

$$c)\quad D = IR_0^+ \;,\quad f(x) = x\sqrt{x} = x^{\frac{3}{2}} \;;\quad f'(x) = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} = \frac{3\sqrt{x}}{2}$$

د f تابع د $x \in R^+$ لپاره مشتقوړ ده.

d) د $x^2 + 2 \geq 2$ له امله D=Rدی .

$f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 + 2}}$ ، له دې امله f په ټول تعریف سټ باندې مشتقوړ دی.

91 (   ) : f(x) = ln x فقط د $x \succ 0$ لپاره تعریف دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $f(x)=\frac{1}{x}$ تابع د ټولو $x\neq 0$ لپاره تعریف ده. $f'(x)=\frac{1}{x}$ تابع د لوګاریتمي تابع مشتق په څېر نه شي کېدی د f د تعریفسټ څخه لوی تعریف سټ ولري. پس f' فقط د $x\succ 0$ لپاره تعریف ده.

92) $a)\ D=\{x\,|\,|x|>1\}\ ,\ \ f'(x)=\frac{4x^3x^4-1}{}$

تابع $g(x)=\frac{4x^3}{x^4-1}$ به د ټولو $|x|\neq 1$ لپاره تعریف تعریف واي.
د f لپاره د مشتق تابع f' فقط د $|x|\succ 1$ لپاره تعریف وي. دا له دې سره په ټول تعریف سټ کې شته دی.

$b)\ D=\{x\,|\,x>-2\}\ ,\ \ f'(x)=\frac{2}{2x+4}=\frac{1}{x+2}$

د مشتق تابع په ټول تعریف سټ کې شتون لري یا شته دی.

93. $a)\ f'(x)=4x^9-x^4$ $\qquad b)\ f'(x)=12x^3-12x^2+22x-7$

$c)\ f'(x)=40x^7-18x^5-\frac{30}{x^4+\frac{56}{x^8}}$ $\qquad d)\ f'(x)=6x^2+34x-61$

$e)\ f'(x)=3\sin x-2x\cos x$ $\qquad f)\ f'(x)=3\cos x\cdot\sin^2 x$

$g)\ f'(x)=e^x-e^{-x}$ $\qquad h)\ f'(x)=x^2e^x$

$i)\ f'(x)=\frac{5e^x}{(2e^x-1)^2}$ $\qquad k)\ f'(x)=\frac{2e^x(x^3+x^2-3x+3}{x^2}$

$l)\ f'(x)=\frac{2(1-\ln x^2)}{x^3}$ $\qquad m)\ f'(x)=\frac{\ln x-x+1}{(1-x)^2}$

$n)\ f'(x)=\frac{x\cos x\ln x-\sin x}{x\cdot(\ln x)^2}$ $\qquad o)\ f'(x)=\frac{3x}{\ln 10}(2\ln x+1)$

$p)\ f'(x)=\frac{1}{\tan x}$ $\qquad q)\ f'(x)=\frac{8x+1}{2\sqrt{4x^2+x+1}}$

$r)\ f'(x)=\sin 2x\cdot e^{\sin^2 x}$ $\qquad s)\ f'(x)=e^{-2x}(-2x^2+2x-6)$

94. $a)\ f'(x)=n\cdot\cos x\cdot\sin^{n-1}x$ $\qquad b)\ f'(x)=\frac{n\cdot(\ln x)^{n-1}}{x}$

$c)\ f'(x)=\frac{a}{n\cdot\sqrt[n]{(ax+b)^{n-1}}}$ $\qquad d)\ f'(x)=-\frac{n}{x^2}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{n-1}$

95. $a)\ f'(x)=2xe^{x^2}\ ,\ \ f''(x)=2e^{x^2}(1+2x^2)\ ,\ \ f'''(x)=4xe^{x^2}(3+2x^2)$

$b)\ f'(x)=2\cos^2 xx-1\ ,\ \ f''(x)=-4\sin x\cdot\cos x\ ,\ \ f'''(x)=-8\cos^2 x+4$

$c)\ f'(x)=1-\frac{1}{x^2}\ ,\ \ f''(x)=\frac{2}{x^2}\ ,\ \ f'''(x)=-\frac{6}{x^4}$

$d)\ f'(x)=(x^2+2x)e^x\ ,\ \ f''(x)=(x^2+4x+2)e^x\ ,\ \ f'''(x)=(x^2+6x+6)e^x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

96 ( ) د طبيعي $f(x)=e^x$ اکسپوننشل تابع د $f'(x)=e^x$ له امله ټول مشفقونه د وتونمشتق یا پیلمشتق برابر دي.

97 ( ) :

97 ( ) : الف) د $f(x)=e^{2x}$ تابع $f'(x)=2e^{2x}=2.f(x)$ مشتق لري.

ب) د $f(x)=e^{-x}$ تابع $f'(x)=-e^{-x}=-f(x)$ مشتق لري

98 ( ) : د $f(x)=\sin x$ تابع څلورم مشتق $f^{(4)}(x)=\sin x$ لري.

همداسې د $f(x)=\cos x$ لپاره باور لري د $f^{(4)}(x)=cosx$ سره.

99. $a)\ f'(x)=ae^{ax}\ ,\ f''(x)=a^2e^{ax}\ ,\ f'''(x)=a^3e^{ax}\ ,\ ...\ f^{(n)}_{(x)}=a^ne^{ax}$

$b)\ f'(x)=\frac{1}{x+1}\ ,\ f''(x)=-1\cdot 1\cdot\frac{1}{(x+1)^2}\ ,\ f'''(x)=1\cdot 2\cdot\frac{1}{(x+1)^3}$

$f^{(n)}=(-1)^{n+1}\cdot(n-1)!\cdot(x+1)^{-n}$

100. $a)\ N_1(-30),\ N_2(-0.5/0),\ N_3(2/0)$ $\quad b)\ N_1(0/0),\ N_2(2/0),\ N_3(4/0)$

$b)\ N_1(0/0),\ N_2(2/0),\ N_3(4/0)$ $\quad d)\ N_1(-\frac{1}{2}/0),\ N_2(\frac{1}{2}/0),\ N_3(\frac{1}{3}/0)$

$d)\ N_1(-2/0),\ N_2(-1/0),\ N_3(1/0),\ N_4(3/0)$

$e)\ N_1(-5/0), N_2(2/0)$

101(   ): ږدو(یاپیل) $f(x)=a(x=2)\cdot x\cdot(x-4)$ د $f(2)=-8, a=\frac{1}{2}$ سره

لاس ته راوړنه: $f(x)=\frac{1}{2}x^3-x^2-4x$

102(   ) ږدو(پیل $f(x)=a\cdot(x-3)^2(x-0.5)^2$ د $4=a$, $f(0)=9$ سره

پایله: $f(x)4x^4-28x^3+61x^2-42x+9$

103(   ) : پیل $f(x)=a(x+1)^2\cdot x\cdot(x-2)$ د $a=\frac{10}{9}$; $f(\frac{1}{2})=-\frac{15}{8}$ سره

پایله: $f(x)=\frac{10}{9}x^4-\frac{10}{3}x^2-\frac{20}{9}x=\frac{10}{9}(x^4-3x^2-2x)$

104(   ) : الف) $D=R\setminus\{-4\}$ ږدو(پیل): $x^2+2x-15=0$

پایله: $N_1(0,5|0), N_2(3|0)$

$b)\ D=IR\setminus\{0\}\ ;\ N_1(-2/0)\ ,\ n_2(2/0)$

$c)\ D=IR\setminus\{0,5\}\ ;\ N_1(-1/0)\ ,\ n_2(3/0)$

$d)\ D=IR\setminus\{-5\}\ ;\ N_1(0/0)\ ,\ n_2(1/0)$

105 ( ) : $a=2\ ,\ b=-0.25$ او $d=0$ په تابع کې سملاسي ږدو، نو لاس ته راځي:

$$f(x)=\frac{x^3+2x^2-0.25-0.5}{x}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

106)   ) : د $a^3x^3-8=0 \Rightarrow x^3=\frac{8}{a^3} \Rightarrow x=\sqrt[3]{\frac{2^3}{a^3}}=\frac{2}{a}$ اینسوونه صفرځای راکوي:

$N(\frac{2}{a},0)$

$\frac{2}{a}=\frac{1}{2} \Rightarrow a=4$

107)   ): د $x=1$ په پوره کوچني چاپیریال کې صفر تل مثبت دی. صورت د $x>1$ لپاره مثبت دی او د $x<0$ لپاره منفي. د سره مختخښه بدليږي او له دې سره سم بدلو ن د 4 ځلورمی(ربع) څخه و 1 ځلورمې(ربع)سره صورت نیسي.

108)): الف) د $e^{-x}>0$ له امله دی د $x^2-1=0 \Rightarrow N_1(-1,0), N_2(1,0)$ لپاره.

ب) $\sqrt{6-x}$ او له دې سره سم f د $x\leq 6$ لپاره تعریف دي. $f(x)=0$ دی د $x=0 \Rightarrow N_1(0,0)$ او $6-x=0 \Rightarrow N_2(6,0)$ لپاره.

پ) $\ln(x+2)$ او f د $x>-2$ لپاره تعریف دي.

$f(x)=0$ دی د $x=0 \Rightarrow N_1(0,0)$ او $\ln(x+2)=0 \Rightarrow x+2=1 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow N_2(-1/0)$ لپاره

ت) $\ln x$ او له دې سره f د $x>0$ لپاره تعریع دی. $f(x)=0$ دی د $x^2-2 \overset{(1)}{=} 0 \Rightarrow N_1(\sqrt{2},0)$ لپاره او د ln x لپاره لرو: $N_2(1,0)$

یادونه: د دمساوات دویم حل مو (1) صفرځای ته بیاییو ځکه چې $x=-\sqrt{2}$ تعریف ستې پورې اړه نه لري.

ټ) $f(x)=0$ دی، ځکه چې $\frac{1+x}{x-x}=1 \Rightarrow 1+x=1-x \Rightarrow x=0 \Rightarrow N(0/0)$

ث) $f(x)=0$ دی ، ځکه چې $\frac{1+x}{x-x}=1 \Rightarrow 1+x=1-x \Rightarrow x=0 \Rightarrow N(0/0)$

ج) $f(x)=0$ ځکه چې $3x=0 \Rightarrow N(0,0)$

109))د $3x=k\pi$ سره صفرځایونه په $x=k\frac{\pi}{3}, k\in Z$ کې پراته دي.

په ورکړ شوي انټروال کې په دې ځایونو کې:

$$-2\pi-5\frac{\pi}{3},-4\frac{\pi}{3},-\pi,-2\frac{\pi}{3},-\frac{\pi}{3},0,\frac{\pi}{3},\pi,2\frac{\pi}{3},\pi,4\frac{\pi}{3},5\frac{\pi}{3},2\pi$$

ب) صفرځایونه په $i\,x=(k-\frac{1}{4})\cdot\pi=(4k-1)\frac{\pi}{4},\ k\in Z$ کې پراته دي.

په ور کړ شوي انټروال کې صفرځایونه: $i-\frac{5}{4}\pi,\frac{3}{4}\pi,\frac{7}{4}\pi$

پ) صفرځایونه په $x=(2k+1)\frac{\pi}{2},\ k\in Z$ کې پراته دي.

په ور کړ شوي انټروال کې صفرځایونه: $i-\frac{3}{2}\pi,-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2},\frac{3}{2}\pi$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت) صفرځایونه په $x = k\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = (3k+1)\cdot\frac{\pi}{6},\ k \in Z$ کې پراته دي.

په ور کړ شوي انتروال کې صفرځایونه: $-\frac{11}{6}\pi, -\frac{4}{3}\pi, -\frac{5}{6}\pi, -\frac{1}{3}, \frac{1}{6}\pi, \frac{2}{3}\pi, \frac{7}{6}\pi, \frac{5}{3}\pi$

110( ): الف) د $x = 1$ لپاره $\ln x = 0$ دی. د $x^2 \geq 0$ له امله $x^2 + 3 \geq 3$ دی او له دې سره د $\ln x = 1$ لپاره اړیین ارزښت 1 نه شي نیولی.

ب) $x^2 + 1 \geq 1$ دی او له دې امله په کوم ځاي کې صفر نه دی. دلته مخرج بې معنا دی.

پ) د $e^x > 0$ ټولو $x \in R$ لپاره دی. دلته هم مخرج بې معنا دی.

ت)د $\sin^2 x \geq 0$ له امله $1 + \sin^2 x \geq 1$ دی او له دې امله په کوم ځای کې صفر نه دی.

111( ) : یوه تابع یو تنظیم $x \to f(x)$ دی، د کوم سره چې د یوه x سره یواځنی یو $f(x)$ ترتیب یا تنظیم شوی وي. له دې امله کېدی شي $x = 0$ سره ټیک یو $f(x)$ تابع ارزښت تنظیم شوی وي. او له دې سره ټیک یو غوڅټکی د y محور سره ولري. او په ځتې کېدی شي د تعریف ستې یو ارزښت د ارزښت ستې په ډېرو توکو تنظیم شوی وي. د $f(x) = 0$ تابع ارزښت کېدی شي ډېرواره رامنځ ته شي، چې د ډېرو صفرځایونو په معنا دی.

112 ( ) : که یوه تابع د خپل تعریف ستې باندې برعکس کېدونکی وي، باید سربېره پردې نظم $x \to f(x)$ یواځنی وي(یعنې معکوس کېدونکی هم وي)، دا په دې معنا چې $f(x) = 0$ تابع ارزښت ټیک یو وار نیول کېدی شي ، چې بېلا بېل صفرځایونه ناممکنوي.

113. $a)\ S_y(0/-1)$ $\quad b)\ S_y(0/0)$

$c)\ S_y(0/0)$ $\quad b)\ S_y(0/\frac{4}{3})$

$e)\ S_y(0/-\frac{2}{e})$ $\quad b)\ S_y(0/e^2)$

114( ) : وي دې: $f(0) = a_n \cdot 0 = a_{n-1} \cdot 0 + \ ...\ a_1 \cdot 0 + a_0 = a_0$

یو تام راشنل تابع د y محور تل د هغه په مطلق ارزښت کې غوڅوي $P(0, a_0)$: $y = a_0$.

115). $f'(x) = 4x^3 - 6x^2 - 1\ ,\quad f(1) = -1\ ,\ f'(x) = -3\ ;\quad f(2) = -1\ ,\quad f'(2) = 7$

116( ) $f'(x) = 3x^2 - 2x - 2$ صفرځایونه: $x_1 = -1,\ x_2 = 0,\ x_3 = 2$

جګدنه: $f'(-1) = 3,\ f'(0) = -2,\ f'(2) = 6$

117. $f'(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 1\ ;\quad P_1(0/-4),\ P_2(0.5/-3.47(,\ P_3(1/-3)$

118. $f'(x) = x^2 - x - 6 \qquad ;\quad P_1(-2/11),\ P_2(3/-\frac{1}{2})$

119. $a)\ f'(x) = \frac{2x^3 - x^2 - 4}{x^2}\quad ;\quad f(1) = 4,\ f'(1) = -3$

$b)\ f(-3) = 6,\ f'(-3) = -8$

(c) ketabton.com: The Digital Library

120)): لومړی مشتق $f'(x)=\dfrac{2x\cdot x-(x^2-4)\cdot 1}{x^2}=\dfrac{x^2+4}{x^2}$

پیل: $2=\dfrac{x^2+4}{x^2} \Leftrightarrow 2x^2=x^2+4 \Rightarrow x_1=-2,\ x_2=2$

که $x_1 \wedge x_2$ په تابع ارزښت کې کېږدو، نو لاس ته ترې راځي: $P_1(-2,0) \wedge P_2(2,0)$

$b)\ P(-1/-3)$

121. $a)\ f(1)=0,\ f'(x)=\ln x+1),\ f'(1)=1$ $\quad b)\ f(\sqrt{\pi}=0,\ f'(\sqrt{\pi})=-\sqrt{\pi}$

122. $a)\ f'(x)=(2x-x^2)e^{-x},\ x_1,\ x_2=2$ $\quad b)\ x_1=0$

123)) : لومړی مشتق $f'(x)=(x+a+1)\cdot e^x$

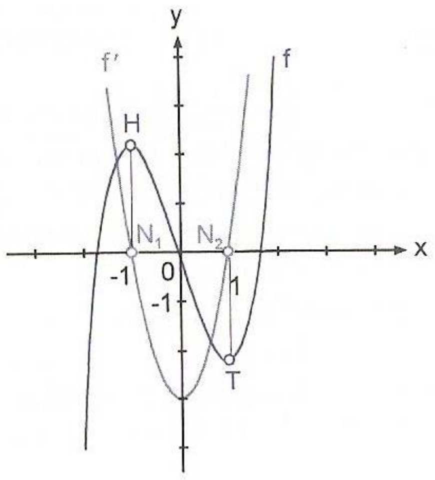
ځاي په ځاي کړئ: $2=e^0\cdot(0+a+1) \Rightarrow 2=a+1 \Rightarrow a=1$

124. $a)\ H(-1/15),\ T(3/-17)$ $\quad b)\ H(-1/4.5),\ T(2/-9$

$c)\ H(0.5/10.5),\ T(2.5/5.5)$ $\quad d)\ H(0/5),\ T_1(-\sqrt{2}/1),\ T_2(\sqrt{2}/1)$

$e)\ H(-2/48,\ T(2/-48)$ $\quad f)\ H(2/3\frac{1}{3}),\ T_1(0/-2),\ t_2(3/2.5)$

125 ( ) الف: د f ګراف یو خورا جګ ټکی H په -1 کې لري او خورا ټیټ ټکی T په 1 کې. د ګراف په دې ځایونو کې د f' ګراف صفرځایونه $N_1 \wedge N_2$ لري.



ب) د f ګراف یو جګټکی H په -2 کې لري او یو ټیټټکی T په 0 کې لري. په دې ځایونو کې د f' ګراف صفرځایونه $N_1 \wedge N_2$ لري.

126)) : د n – مې درجې یو ټول هوښیار یا راشنل تابع یو د $(n-1)$ – مې درجې د مشتق تابع لري. د $(n-1)$ – مې درجې تابع زیات له زیاته $n-1$ صفرځایونه لري. له دې امله n – مې درجه ټول راشنل تابع زیا له زیاته $n-1$ انحرافي ځایونه لري.

127)):کېډ شي حالت $f''(x)=0$ منځ ته راشي. نو بیا د دویم مشتق په مرسته کېدی نه شي د انحراف ټکي په هکله پرېکړه وشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که په x_0 کې د لومړي مشتق روسته د مخنخښي تغیر له مثبت څخه و منفي ته صورت ونیسي، f د x_0 په ځای کې یو جګټکی لري، سره له دې چې شرایط $f''(x)<0$ پوره نه دي.

128( ): الف) لومړی مشتق $f'(x) = 2x^2 + 8x + 8$

دویم مشتق $f''(x) = 4x + 8$

د انحرافي ارزښت لپاره اړیین شرطونه $f'(x) = 0$

$$2x^2 + 8x + 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \Rightarrow x = -2$$

د پوره کېدونکي شرایطو لپاره شرطونه: $f''(-2) = 0$

د مخنخښي تغیر ازمايښت: $f'(-3) = 18 - 24 + 8 = 2, f'(-1) = 2 - 8 + 8 = 2$

دا چې د پوره کېدونکي شرایطو څخه کوم یو پوره نه دي، د f ګراف انحراف ځای نه لري.

ب) لومړی مشتق: $f'(x) = \frac{4}{3}x^3$

2 مشتق: $f''(x) = 4x^2 \quad x_1 = 0$

د $f'(x) = \frac{4}{3}x^3 \Rightarrow x = 0$ سره

د مخنخښي بدلون له امله $f'(1) = \frac{4}{3}$ او $f'(-1) = -\frac{4}{3}$

د f تابع ټیټکی T(0,1) لري

پ) لومړی مشتق: $f'(x) = \frac{4}{3}x^3 - 4x + \frac{8}{3}$

۲ مشتق: $f''(x) = 4x^2 - 4$

د انحرافټکي لپاره اړیین شرایط: $f'(x) = 0$

$$\frac{4}{3}x^3 - 4x + \frac{8}{3} = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 1,\ x_2 = -2$$

د پوره کېدونکو شرایط لپاره ازمايښت: $f''(-2) = 4.4 - 4 = 12$

له دې لاس ته راځي چې T(-2,-8) ټیټکی دی.

$f''(1) = 4.1 - 4 = 0$ پرېکړه ممکن نه ده.

د $x = 1$ ره د لومړي مشتق د مخنخښي ازمايښت.

$$f'(0) = \frac{8}{3},\ f'(3) = \frac{4}{3} \cdot 27 - 4 \cdot 3 + \frac{8}{3} = 26\frac{1}{3}$$

د $x = 1$ لپاره د لومړي مشتق د مخنخښي تغیر مخ ته نه لرو. له دې امله $T(-2,-8)$ واځنی د انحراف ټکی دی.

ت) د $f'(x) = 4x^3 = 0$ له امله کېدی شي انحرافي ځایونه د $x_1 = 0$ ځای پراته وي. د $f^1(-1) = -4 \wedge f'(1) = 4$ د مخنخښي تغېر د یوه ټیټکي $T(0,-4)$ لپاره پوره کېدونکي شرایط پوره کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

129. $a)\ T(4/-1),\ H(1.5/9)$ $b)\ T(0/0),\ H(2/-4)$
$c)\ T(0/-2)$ $d)\ T(-1/-0.5),\ H(1/0.5)$
130. $a)\ H(0/1)$ $b)\ H(-3/0),\ T(1/-5.44)$
$c)\ T(0/1)$ $T(0/0)$

131( ) الف) لومړی مشتق $f'(x) = 2\cos x\,\sin x = \sin 2x$
دویم مشتق: $f''(x) = 2\cos 2x$
اړین شرایط: $f'(x) = 0$
د $\sin 2x = 0$ د $r\,x = k\cdot\frac{\pi}{2},\ k\in Z$ لپاره. په ورکړشوي انتروال کې د
$-2\pi,\ -\frac{3}{2}\pi,\ -\pi,\ -\frac{1}{2}\pi,\ 0,\ \pi,\ \frac{3}{2}\pi,\ 2\pi$ لپاره پوره کېدونکي شرایط:
$$f''(k.\frac{\pi}{2})2\cos(2x.\frac{\pi}{2}) = 2\cos k\pi = \begin{cases} 1\ ,\ k = 2n \\ -1,\ k = 2n+1 \end{cases}$$
د f تابع لاندې جګ ټکي
$$H_1(-\frac{3}{2}\pi/1),\ H_2(-\frac{1}{2}\pi/1),\ H_3(\frac{1}{2}\pi/1),\ H_4(\frac{3}{2}\pi/1)$$
او لاندې ټیټټکي
$T_1(-2\pi/0),\ T_2(-\pi/0),\ T_3(0/0),\ T_4(\pi/0),\ T_5(2\pi/0)$ لري.
ب) د $-2\pi, -\pi\ ,0\ ,\pi\ \ ,2\pi$ لپاره $f'(x)=0$ دی. که په دویم مشتق کې په $x_1=0$ کې جګټکی لري که په دویم مشتق کې کېښول شي. او ټشټټکی لري د $-2\pi \wedge\ x_2=-2\pi\ \wedge\ x_3=2\pi$ سره.
132( ) الف) د f تعریف ساحه: $f: D=\{x\,|\,x\le -1 \vee x\ge 0\}$
لومړی مشتق: $f'(x) = \dfrac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}}$
دا د $x_1=-1\ \wedge x_2=0$ لپاره له D تعریف نه ده.
لرو $f'(x)=0$ د $2x+1=0\ \Rightarrow\ x_1=-0{,}5$ لپاره.
دا x_1 په تعریف سټ پورې اړه نه لري یا په تعریف سټ کې نه دی پروت، نو له پیله کوم انحرافي ارزښت ګومان ته نه راځي.
د $f(x)\ge 0$ له امله د $x\in D$ لپاره د ژی ټکو مطالعه عمومي ټیټ ټکي $T_1(-1{,}0)\ \wedge\ T_2(0{,}0)$ منځ ته راوړي.

ب) د f تعریف سټ : $D=R$
لومړی مشتق $f'(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}$ د ټولو $x\ \in\ D$ لپاره تعریف دی.
لرو $f'(x)=0$ د $x=0\Rightarrow x_1=0$ لپاره . په $x_1=0$ کې د مخنخښي بدلو سره د لومړي مشتق یو لوکال ټیټ ټکی $T(0,\sqrt{3})$ راکوي. د $f(x)\ge\sqrt{3}\ \ ,\ x\in D$ له امله دا یو ټولیز ټکی دی.
پ) د f تعریف ورشو: $D = R_0^{+}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مشتق $f'(x)=1-\frac{1}{2\sqrt{x}}$ وي تعریف نه دی. $x_1\in D$ لپاره چې $x_1=0$ د

لـرو $f'(x)=0$ د $1-\frac{1}{2\sqrt{x}}=0\Leftrightarrow\sqrt{x}=\frac{1}{2}\Rightarrow x_1=\frac{1}{4}$ لپـاره. د ژی ټکـي مطالعـه لوکـال جګټکی $H(0,0)$ راکوي.

د $x\to\infty$ لپاره $f(x)\to\infty$ هځیږي.، نو له دې امله T(0,25 , -0,5) ټولیز ټیټټکي دي.

ت) د f تعریفسټ: $D=R$

لومړی مشتق: $f'(x)=\frac{2x}{3\sqrt[3]{x^4}}$ د $x_1=0$ ، $x_1\in D$ لپاره تعریف نه دی.

له دې سره لومړی د کومو انحرافي ټکو ګوان نه کیږي. د $x_1=0$ مطالعو څخه لرو $f(0)=3$.

نور ټول ټکي د $f(x)=3+\sqrt[3]{x^2}\geq 3$ له امله یو لوي تابع ارزښت لري. $T(0,3)$ یو ټولیز ټیټټکی دی.

133 ( ) الف) لرو

$$f(x)=\begin{cases}x+x^2 & x\geq 0\\ -x+x^2 & x<0\end{cases}\qquad \begin{cases}1+2x & x\geq 0\\ -1+2x & x<0\end{cases}$$

د $x\geq 0$ لپاره د $f'(x)=0$ له امله د $x_1=0,5$ لپاره کوم انحرافي ارزښت شتون نه لري. په همدې کمی د $x\leq 0$ لپاره هم.

د ژی ټکي مطالعه. $f(0)=\begin{cases}0+0^2=0\\ -0+0^2=0\end{cases}$

دا نور ټول د f تابع ارزښتونه له $T(0,0)$ څخه لوی دي،نو دا ټولیز مینیموم دی.

ب) لیکندود پرته د مطلقه ارزښت یا له مطلقه ارزښت ازاد لیکودود:

$$f(x)=\begin{cases}-x^2-2x+8 & -4<x<2\\ x^2+2x-8 & x<-4\vee x>2\end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases}-2x-2=0 \;\Rightarrow\; x_1=-1\\ 2x+2=0\end{cases}$$

په انتروال کې حل نه شته

تـابع یـو د $H(-1,9)$ لوکـال ټیټټکی لـري ، همداسـې $T_1(-4,0)\wedge T_2(2,0)$ ژی ټکـي د ټـولیز ټیټټکو په څېر.

134. $a)\; W_1(-2/-8\frac{2}{3}),\; W_2(2//-4\frac{2}{3})$

$b)\; W(2/-1)$

پ) د ی $f''(x)=x^2=0$ د $x_1=0$ لپـــــاره. دا چـــــې $f''(0)=2.0=0$ هـــــم دي او $f''(x)=x^2$ د $x_1=0$ په چاپېریال کې د مخنخښې بدلون نه لري، نـو f کـوم د انعطـاف ټکی نه لري.

ت) $W(2,-1)$

135( ) الف: دا یواځنی $W(0,-1)$ د انعطاف ټکی حتی زینټکی دی.

ب) اړین شرایط $f''(x)=0$ د $x_1=1 \;\wedge\; x_2=\frac{1}{3}$ لپاره بوره دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $f'''(1)\neq 0 \;\wedge\; f'(1)=0$ له امله $W_1(1,\frac{43}{81})$ زینتیکی دی.

$W_2(\frac{1}{3},\frac{1}{3})$ د انعطاف ټکی دی ، مګر زینتیکی نه دی.

136( ) د اړین شرایطو لپاره باید دویم مشتق صفر وي. د دویم مشتق درجه د ټول هوښیار(راشنل) $n-$م درجې تابع لپاره $n-2$ دی. د $(n-2)-$م درجې مساوات زیات په اړین شرایذو کې له زیاته $n-2$ حلونه شتون لري. له دې امله یو د $n-$مې درجې ټول راشنل تابع زیات له زیاته $n-2$ د انعطاف ټکې(اوړونټکي) لري.

137( ) یو د انحراف ټکی په همدې وخت کې د انعطاف ټکی نه شي کېدی.
د انعطاف ټکې لپاره اړین شرایط $f''(x)=0$ دي. د انحرافټکو لپاره پوره کېدونکي شرایط شرطونه $f''(x)\neq 0$ دي، نو دا یو تضاد دی.

138. $a)\ W(3/\frac{4}{9})$ $\quad b)\ W_1(-3/-\frac{1}{4}),\ W_2(0/0),\ W_3(3/\frac{1}{4})$

$c)\ W(0/0)$ $\quad d)\ W(2/0)$

139. $f'(x)=\dfrac{x^4-3x^2}{(x^2-1)^2},\ f''(x)=\dfrac{2x^3+6x}{(x^2-1)^3}$

$x1=0 \;\Rightarrow\; f''(x)=0$ د ممکنه انعطاف ټکي په حيث.

د $f''(-0.5)=\dfrac{-0.25-3}{(-0.75)^3}=+\dfrac{3.25}{0.75^3}>0$

او $f''(0.5)=\dfrac{0.25+3}{(-0.75)^3}=-\dfrac{3.25}{0.75^3}<0$

له امله $W(0,0)$ د انعطاف ټکی دی او د $f'(0)=\dfrac{0+0}{1}=0$ له امله حتی زینتیکی.

140( ) الف : د انعطاف ټکي په $-\frac{\sqrt{6}}{2},0,\frac{\sqrt{6}}{2}$ کې پراته دي.
په تابع مساوات کې اېښوونه او ګردونه یې لاندې د انعطاف ټکي ورکوي:
$W_1(-1,22\ ,\ -0,27),W_2(0,0),W_3(-1,22\ ,\ -0,27)$
ب) د انعطاف ټکي په 1 او -1 کې پراته دي. په تابع مساوات کې یې اېښوونه او ګردونه یې لاندې د انعطاف ټکي ورکوي:
$W_1(-1\ ,\ -0,69),W_2(1,-0,69)$

141. $a)\ f'(x)=1+\cos x,\ f''(x)=-\sin x$

د $\sin x=0$ سره f په $0,\pi,2\pi$ کې د انعطاف ټکي لري.

ب) د انعطاف ټکی په $0,\frac{\pi}{2},\pi,\frac{3\pi}{2},2\pi$ کې پراته دي.

142. $a)\ \dfrac{x^2+x-6}{x-2}=\dfrac{(x+3)(x-2)}{x-2}=x+3$

په $x=2$ کې د $f(2)=5$ سره یوه له منځهت لونکي تعریفتشیا پرته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) دا چې تجزیه شوني نه ده، نو f په $x=-2$ کې یو قطبتکی لري د مخنخښې بدلون سره.

$$c)\ \frac{x}{x^2-3}=\frac{x}{(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})}$$

تابع په $x_1=-\sqrt{3}$ او $x_2=\sqrt{3}$ کې قطبتکي لري د مخنخښې تغېر سره.

$$d)\ \frac{x^2-1}{1+x}=\frac{(x-1)(x+1)}{x+1}=x-1$$

په $x=-1$ کې f د $f(-1)=-2$ سره یوه ناپرېکېدونکي له منځه تلونکي یا وړنکې تعریفتشیا لري.

متآسفانه چې ټولې پوښتنې په کې نه دي ځواب شوي.
دا په ډېر ومنۍ. نور مې له وسه پوره نه دي، چې پسې وګرځم.

د انتیګرال پوښتنو ته ځوابونه

د لومړۍ پوښتنې اوبې یا حل:

1. $a)\ \dfrac{x^3+7x^2+9x-5}{x+5}=x^2+2x+1$

$b)\ \dfrac{x^4-3x^2+1}{x^2-2}=x^2-1-\dfrac{1}{x^2-2}$

$c)\ \dfrac{x^3-2x^3+x-5}{x^3+1}=1-\dfrac{2x^2-x+6}{x^3+1}$

$d)\ \dfrac{x^4-1}{x^3+x^2+x+1}=x-1$

$e)\ \dfrac{x^4+2x^3-6x^2-5x+3}{x-2}=x^3+4x^2+2x-1+\dfrac{1}{x-2}$

$f)\ \dfrac{x^5-x^4+1}{x^2+2}=x^3-x^2-2x+2+\dfrac{4x-3}{x^2+2}$

دویم - الف: د کسر په کرښیز ضریبونو ټوټه کونه یا تجزیه

$$(x^3+2x^2-5x-6)=(x-2)(x+1)(x+3)$$

دا راکوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $\dfrac{2x^2+20x+12}{x^3+2x^2-5x-6}=\dfrac{A}{x-2}+\dfrac{B}{x+1}+\dfrac{C}{x+3}$

$A=4\ ,\quad B=1\ ,\quad C=-3$

دا مو ټوټه کسر ټوټه کوني ته بيايي.

$$\frac{2x^2+20x+12}{x^3+2x^2-5x-6}=\frac{4}{x-2}+\frac{1}{x+1}+\frac{3}{x+3}$$

ب - د مخرج په کرښيز ضريبونو ټوټه کونه يا تجزيه

$$x^2+6x+8=(x+2)(x+4)$$

پ - د مخرجرښيز ضريبونو ټوټه کونه يا تجزيه

$$x^2+6x+8=(x+2)(x+4$$

په ټوټه کسر ټوټه کونه:

$$\frac{4x+10}{x^2+6x+8}=\frac{1}{x+2}+\frac{3}{x+4}$$

1. $a)\ \dfrac{x^3+7x^2+9x-5}{x+5}=x^2+2x-1$

$b)\ \dfrac{x^4-3x^2+1}{x^2-2}=x^2-1-\dfrac{1}{x^2-2}$

$c)\ \dfrac{x^3-2x^2+x-5}{x^3+1}=1-\dfrac{2x^2-x+6}{x^3+1}$

$d)\ \dfrac{x^4-1}{x^3+x^2+x+1}=x-1$

$e)\ \dfrac{x^4+2x^3-6x^2-5x+3}{x-2}=x^3+4x^2+2x-1+\dfrac{1}{x-2}$

$f)\ \dfrac{x^5-x^4+1}{x^2-2}=x^3-x^2-2x+2+\dfrac{4x-3}{x^2+2}$

دويم: الف) د ماتلاندې يا مخرج په کرښيزه ضريبونو ټوټه کونه(تجزيه)

2. $a)\ (x^3+2x^2-5x-6)=(x-2)(x+3)$

$$\frac{2x^2+20x+12}{x^3+2x^2-5x-6}=\frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x+3}$$

د A=4; B= 1 او c = -3 سره

دا مو ټوټه مات (کسر) ټوټه ونې ته لاربنودوي

2x² + 20 +12 4 1 3

(c) ketabton.com: The Digital Library

$A=4\ ,\quad B=1\ ,\quad C=-3$

$$\frac{2x^2+20x+12}{x^3+2x^2-5x-6}=\frac{4}{x-2}+\frac{1}{x+1}+\frac{3}{x+3}$$

ب) د ماتلاندې یا مخرج په کرښیزه ضریبونو توټه کونه یا تجزیه

$$x^3-x=(x-1)\cdot x\cdot(x+1)$$

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{x^2+1}{x^3-x}=\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}$$

پ)د مخرج یا ماتلاندې په کرښیز ضریبونو توټه کونه

$$x^2+6x+8=(x+2)(x+4)$$

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{4x+10}{x^2+6x+8}=\frac{1}{x+2}+\frac{3}{x+4}$$

ت) د مخرج په کرښیز ضریبونو توټه کونه

$$x^3-2x^2-5x+6=(x-3)(x-1)(x+2)$$

$d)\ \ x^3-2x^2-5x+6=(x-3)(x-1)(x+2)$

$$\frac{-3x^2+19x-10}{x^3-2x^2-5x+6}=\frac{2}{x-3}-\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+2}$$

$e)\ \ x^3-4x=(x-2)\cdot x\cdot(x+2)$

$$\frac{4x^2+6x-20}{x^3-4x}=\frac{1}{x-2}+\frac{5}{x}-\frac{2}{x+2}$$

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{-3x^2+19x-10}{x^3-2x^2-5x+6}=\frac{2}{x-3}-\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+2}$$

ټ) د مخرج په کرښیز ضریبونو توټه کونه

$$x^3-4x=(x-2)\cdot x\cdot(x+2)$$

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{4x^2+6x-20}{x^3-4x}=\frac{1}{x-2}+\frac{5}{x}-\frac{2}{x+2}$$

ث) د مخرج په کرښیز ضریبونو توټه کونه

$f)\ \ x^2+20x+51=(x+3)(x+17)$

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{14}{x^2+20x+51}=\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x-17}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: الف) د مخرج په کرښیز ضریبونو ټوټه کونه

3. $a)\ x^3+2x^2-4x-8=(x-2)\cdot(x+2)^2$

$$\frac{3x^2+5x+10}{x^3+2x^2-4x-8}=\frac{2}{x-2}+\frac{1}{x+2}-\frac{3}{(x+2)^2}$$

$b)\ x^3-6x^2+9x=(x-3)^2\cdot x$

$$\frac{3x^2-18x+36}{x^3-6x^2+9x}=-\frac{1}{x-3}+\frac{3}{(x-3)^2}+\frac{4}{x}$$

پ: د ماتلاندې یا مخرج پهه کرښیز ځلونو یا ضریبونو ټوټه کونه

$c)\ x^4-2x^2+1=(x-2)^2\cdot(x+1)^2$

په ټوټه مات ټوټه کونه:

$$\frac{x^2+3x+4}{x^4-2x^2+1}=-\frac{3}{4(x-1)}+\frac{2}{(x-1)^2}+\frac{3}{4(x+1)}+\frac{1}{2(x+1)^2}$$

ت)د مخرج په کرښیز ضریبونو ټوټه کونه

$d)\ x^3-5x^2=(x-5)\cdot x^2$

$$-\frac{x^2+13x+10}{x^3-5x^2}=-\frac{4}{x-5}+\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}$$

پارشلکسر ټوټه کونه

څلورم: الف) د مخرج په کرښیز ضریبونو ټوټه کونه

4. $a)\ x^3+2x^2+6x+5=(x^2+x+5)(x+1)$

پارشلکسر ټوټه کونه

$$\frac{-x^2+2x-12}{x^3+2x^2+6x+5}=\frac{2x+3}{x^2+x+5}-\frac{3}{x+1}$$

ب) د مخرج په کرښیز ضریبونو ټوټه کونه

$b)\ x^3-2x+4=(x^2-2x+2)(x+2)$

پارشلکسر ټوټه کونه

$$\frac{4x^2-3x+8}{x^3-2x+4}=\frac{x+1}{x^2-2x+2}+\frac{3}{x+2}$$

د مخرج په کرښیز ضریبونو ټوټه کونه

$c)\ x^3-4x^2+5x=(x^2-4x+5)\cdot x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پارشلکسر تو ټه کونه

$$\frac{8x^2+16x+10}{x^3-4x^2+5x}=\frac{6x-8}{x^2-4x+5}+\frac{2}{x}$$

ت) د مخرج په کرښیز ضریبونو توټه کونه

$$d)\ \ x^3+2x^2+2x+1=(x^2+x+1)(x+1)$$

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{x}{x^3+2x^2+2x+1}=\frac{x+1}{x^2+x+1}-\frac{1}{x+1}$$

پنځم: الف) پولینوم وېش

$$5.\quad a)\ \ \frac{x^3+7x^2+17x+17}{x^2+6x+8}=x+1+\frac{2x+11}{x^2+6x+8}$$

توټه کسر توټه کونه

$$\frac{x^3+7x^2+17x+17}{x^2+6x+8}=x+1+\frac{3}{2(x+2)}+\frac{3}{2(x+4)}$$

ب) پولینوم وېش

$$b)\ \ \frac{2x^4-8x^3+7x^2-3x+4}{x^2-4x+3}=2x^2+1+\frac{x+1}{x^2-4x+3}$$

توټه کسر توټه کونه

$$\frac{2x^4-8x^3+7x^2-3x+4}{x^2-4x+3}=2x^2+1-\frac{1}{x-1}+\frac{2}{x-3}$$

پ) پولینوم وېش

$$c)\ \ \frac{2x^3+x^2}{x^3-1}=2+\frac{x^2+2}{x^3-1}$$

توټه کسر توټه کونه

$$\frac{2x^3+x^2}{x^3-1}=2+\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x^2+x+1}$$

ت) پولینوم وېش

$$d)\ \ \frac{4x^3+16x^2-7x-49}{x^3+4x^2+x-6}=4-\frac{11x+25}{x^3+4x^2+x-6}$$

توټه کسر توټه کونه

$$\frac{4x^3+16x^2-7x-49}{x^3+4x^2+x-6}=4-\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}+\frac{2}{x+3}$$

شپږم: الف) د بنووني لپاره مشتق $F'(x)$ جوړیږي.

د جمعي قانون او د توان قانون:

$$a)\ \ F'(x)=2\cdot 2x+4=4x+4$$

ب) ځنزیري قانون:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$F(x)=u^3 \qquad u(x)=x^2-x \;,\; u'(x)=2x-1$

$F'(x)=3\cdot(2x-1)\cdot(x^2-x)^2$

خنزيري قانون

6. a) $F'(x)=2\cdot 2x+4=4x+4$

b) $F(x)=u^3 \qquad u(x)=x^2-x \;,\; u'(x)=2x-1$

$F'(x)=3\cdot(2x-1)\cdot(x^2-x)^2$

c) $F(x)=\sqrt{u} \qquad u(x)=2x+1 \;,\; u'(x)=2$

$$F'(x)=2\frac{1}{2\sqrt{2x+1}}=\frac{1}{\sqrt{2x+1}}$$

d) $F'(x)=0+3\cdot\cos 3x=3\cdot\cos 3x$

e) $F'(x)=x^2\cdot\ln x+\frac{1}{3}x^3\cdot\frac{1}{x}-\frac{4}{9}\cdot 3x^2=x^2\cdot\ln x+\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x^2$

$F'(x)=x^2\cdot\ln x-x^2=x^2\cdot(\ln x-1)$

7. a) $F'(x)=3x^2+1 \;,\; G'(x)=3x^2+1$

$F'(x)=G'(x)$

b) $F'(x)=2(x-3)=2x-6 \;,\; G'(x)=2x-6$

$F'(x)=G'(x)$

c) $F'(x)=\frac{1\cdot(x+2)-(x+1)\cdot 1}{(x+2)^2}=\frac{1}{(x+2)^2}\;,$

$$G'(x)=\frac{3\cdot(x+2)-3x+5)\cdot 1}{(x+2)^2}=\frac{1}{(x+2)^2}$$

$F'(x)=G'(x)$

d) $F'(x)=0+\cos x=\cos x \;,\; G'(x)=\cos x$

$F'(x)=G'(x)$

8. a) $F(x)=x^2+c$

$2=1^2+c \quad\Rightarrow\quad c=1$

b) $F(x)=x^2+1$

$-2=\sin\pi+c \;\Leftrightarrow\; -2=0+c \quad\Rightarrow\quad c=-2$

c) $F(x)=e^x+c$

$3=e^0+c \;\Leftrightarrow\; 3=1+c \quad\Rightarrow\quad c=2$

d) $F(x)=2x^3+c$

$0=2\cdot(-1)^3+c \;\Leftrightarrow\; 0=-2+c \quad\Rightarrow\quad c=2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

9. $a)\ F'(x) = f(x)$

$f(x) = F'(x) = 4x + 1$

$b)\ f(x) = F'(x) = 3x^2 - 3$

$c)\ f(x) = F'(x) = 1 + 2 \cdot \cos x$

$d)\ f(x) = F'(x) = 1 \cdot e^x + x \cdot e^x \cdot (1 + x)$

لیم: د یوې بلواکي یا تابع f ټول بنسټيزئ ت,ابع Fيواځې په یوې ثابتي c یو له بل توپیرېږي.
له دې امله دا یوه ډله (شار) جوړوي، چې y-لور باندې راکښلشوی گراف دی.
یولسم: د رابیلیدني لار(د مشتق قانون) لاس ته راونه یا نتیجه راکوي.

11. $a)\ \int \sin x\, dx = -\cos x + c \ , \ \ c \in IR$

$b)\ \int (x+4)dx = \frac{x^2}{2} + 4x + c \ , \ \ c \in IR$

$c)\ \int 2dx = 2x + c \ , \ \ c \in IR$

$d)\ \int (1 - \cos x)dx = x - \sin x + c \ , \ \ c \in IR$

دولسم : الف؛د انتیگریشن اووښتوني یا واریابليs سره راکوي:
ب : د انتیگریشن اووښتوني یا واریابليu سره راکوي:
پ :د انتیگریشن اووښتوني یا واریابليt سره راکوي:

12. $a)\ \int ms^2 dx = \frac{1}{3} mx^3 + c$

$b)\ \int u \cdot \sin t\, du = \frac{1}{2} u^2 \cdot \sin t + c$

$c)\ \int at\, dt = \frac{1}{2} at^2 + c$

$d)\ \int \frac{1}{4} v^3 \cdot \sqrt{e}\, dv = \frac{1}{16} v^4 \cdot \sqrt{e} + c$

دیارلسم:

13. $a)\ \int x^3 dx = \frac{x^4}{4} = c$

$b)\ \int 7dx = 7x + c$

$c)\ \int xdx = \frac{x^2}{2} + c$

$d)\ \int (1 - x^2)dx = x - \frac{x^3}{3} + c$

$e)\ \int (x + \frac{1}{x})dx = \frac{x^2}{2} + \ln|x| + c$

$f)\ \int (e^x + \cos x)dx = e^x + \sin x + c$

$g)\ \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$

$h)\ \int \frac{5}{\cos^2 x} dx = 5\tan x + c$

$i)\ \int udx = ux + c$

$k)\ \int (2x + e^x)dx = 2x + e^x + c$

$l)\ \int (1 + \ln x)dx = x \cdot \ln x + c$

$m)\ \int (\sqrt{x} + \sin x)dx = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} - \cos x + c$

څوارلسم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

14. $a) \int_0^3 4dx = [4x]_0^3 \; 4\cdot 34\cdot 0 = 12$

$b) \int_{-3}^{-1} xdx = \left[\frac{x^2}{2}\right]_{-3}^{-1} = \frac{(-1)^2}{2} - \frac{(-3)^2}{2} = -4$

$c) \int_1^e \frac{1}{x}dx = [\ln|x|]_1^e = \ln e - \ln 1 = 1 - 0 = 1$

$d) \int_1^e (2+\frac{1}{x})dx = [2x + \ln|x|]_1^e + 1 - (2+0) = 2e - 1$

$e) \int_{-1}^0 e^x dx = [e^x]_{-1}^0 = e^0 - e^{-1} = 1 - \frac{1}{e} = \frac{1}{e}(e-1)$

$f) \int_0^{\pi} \sin xdx = [-\cos x]_0^{\pi} = -\cos\pi - (-\cos 0) = 1 - (-1) = 2$

$g) \int_0^{\frac{1}{4}\pi} \frac{1}{\cos^2 x}dx = [\tan x]_{\frac{1}{6}\pi}^{\frac{1}{4}\pi} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}(3-\sqrt{3})$

$h) \int_0^{\frac{1}{3}\pi} \frac{1}{\cos^2 x}dx = [\tan x]_{\frac{1}{6}\pi}^{\frac{1}{4}\pi} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}(3-\sqrt{3})$

$i) \int_{-2}^2 x^3dx = \left[\frac{x^4}{4}\right]_{-2}^2 = \frac{2^4}{4} - \frac{(-2)^4}{4} = 4 - 4 = 0$

$k) \int_2^6 (1+x)dx = \left[x + \frac{x^2}{2}\right]_{-2}^6 = 6 + \frac{6^2}{2} - (2 + \frac{2^2}{2} = 6 + 18 - 2 - 2 = 20$

$l) \int_1^2 (x^2 - x^5)dx = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^6}{6}\right]_1^2 = \frac{2^3}{3} - \frac{2^6}{6} - \left(\frac{1^3}{3} - \frac{1^6}{6}\right) = -\frac{49}{6}$

$m) \int_{-2}^0 \left(\frac{x^3}{4} + \frac{x^2}{3}\right)dx = \left[\frac{x^4}{16} + \frac{x^3}{9}\right]_{-2}^0 = 0 + 0 - \left(\frac{(-2)^4}{16} + \frac{(-2)^3}{9}\right) = -\frac{1}{9}$

پنځلسم:

15. $a) \int_{-3}^1 3dx = [3x]_{-3}^1 = 3 - (-9) = 12 \quad ; \quad -\int_1^{-3} 3dx = [3x]_1^{-3} = -(-9-3) = 12$

$b) \int_0^1 (1+e^x)dx = [x + e^x]_0^1 = e \quad ; \quad -\int_0^1 (1+e^x)dx = -[x+e^x]_0^1 = e$

$c) \int_{-\pi}^0 \sin xdx = [\cos x]_{-\pi}^0 = -2 \quad ; \quad -\int_0^{-\pi} \sin xdx = -[-\cos x]_0^{-\pi} = -2$

شپاړلسم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$16.\quad a)\ \int_0^{\pi}\cos x dx \qquad\qquad b)\ -\int_{-1}^{1}(x+e^x)dx$$

$$c)\ \int_2^3 3x^2dx-\int_5^3 3x^2dx=\int_2^3 3x^2dx+\int_3^5 3x^2dx=\int_2^5 3x^2dx$$

$$d)\ \int_{-2}^{1}(2+x)dx-\int_4^1(2+x)dx=\int_{-2}^{1}(2+x)dx+\int_1^4(2+x)dx=\int_{-2}^{4}(2+x)dx$$

اولسم:

$$17.\quad a)\ \int_1^{2e}\frac{1}{x}dx=\ln 2e\ \ ;\ \ \int_1^{e}\frac{1}{x}dx+\int_e^{2e}\frac{1}{x}dx=\ln e-\ln 1+\ln 2e-\ln e=\ln 3e$$

$$b)\ \int_{-1}^{2}6x^2dx=18\ \ ;\ \ \int_{-1}^{0}6x^2dx+\int_0^2 6x^2dx=2+16=18$$

$$c)\ \int_0^{\pi}\sin xdx=2\ \ ;\ \ \int_0^{0.5\pi}\sin xdx+\int_{0.5\pi}^{\pi}\sin xdx=1+1=2$$

اتلسم:

الف: د اکسپوننشل تابع $f(x)=e^{x+3}$ گراف یوغږیز جگیدونکی. له دې امله د انټروال $[-4,-2]$ د ژی ارزښتونه غوښتونکي بندیزونه راکوي.

$$18.\quad a)\ e^{-4+3}\cdot(-2-(-4))\le\int_{-4}^{-2}e^{x+3}dxe^{-2+3}\cdot(-2(-4))$$

$$e^{-1}\cdot 2\le\int_{-4}^{-2}e^{x+3}dx\le e^1\cdot 2\quad\Leftrightarrow\quad \frac{2}{e}\le\int_{-4}^{-2}e^{x+3}dx\le 2e$$

ب: د کرښیز تابع $f(x)=1+x$ گراف یوغږیز جگیدونکی دی. د ریښې تابع $f(x)=\sqrt{x}$ د مونوتوني له امله د $f(x)=\sqrt{1+x}$ گراف هم یوغږیز جگیدونکی دی. له دې سره د انټروال $[0,8]$ ژی ارزښتونه غوښتونکي بندیزونه یا که غواړی بندونه دي.

$$b)\ \sqrt{1+0}\cdot(8-9)\le\int_0^8\sqrt{1+x}\,dx\le\sqrt{1+8}\cdot(8-0)$$

$$\Leftrightarrow\quad 8\le\int_0^8\sqrt{1+x}\,dx\le 24$$

پ:

د تابع $f(x)=a^x$ گرافونه اکسپوننشل گرېږ یا منحني دي، چې د $a<1$ له پاره یوغږیز لویدونکي دي. له دې سره د $f(x)=2^{4-x}=2^4\cdot 2^{-x}=16\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^x$ گراف د $\frac{1}{2}<1$ له امله یوغیز لوېدونکي اکسپوننشل گرړه ده.

د انټروال $[3;5]$ دواړه ژی غوښتونکي بندیزونه یا دیوالونه دي.

$$2^{4-5}\cdot(5-3)\le\int_3^5 2^{4-x}dx\le 2^{4-3}\cdot(5-3)\quad\Leftrightarrow\quad 1\le\int_3^5 2^{4-x}dx\le 4$$

ت : د $f(x)=\sin^2 x$ گراف د $0\le x\le 1$ سره تړلی دی یا رابند دی. له دې سره 0 او 1 غوښتونکي بندیزونه دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$0\cdot(0.5\pi-0)\le\int_0^{0.5\pi}\sin^2 x dx\cdot\le 1\cdot(0.5\pi-0)\quad\Leftrightarrow\quad 0\le\int_0^{0.5\pi}\sin^2 x dx\le\frac{1}{2}\pi$$

نولسم: الف : انتيگرېشن

$$\int_1^x 5t^4\,dt=x^{5-1}$$

$$l_a(x)=31\ \Rightarrow\ x^5-1=31\ \Leftrightarrow\ x^5=32\ \Rightarrow\ x=2$$

ب : انتيگرېشن

$$\int_0^x e^t\,dt=e^x-1$$

$$l_a(x)=e-1\Rightarrow\ e^x-1=e-1\ \Leftrightarrow\ e^x=e\ \Rightarrow\ x=1$$

شلم:

20. $a)\ \int_0^x t^2dt=\frac{x^3}{3}-9$ $\qquad b)\ \int_0^x(2+e^t)dt=2x+e^x-1$

$c)\ \int_0^x\frac{1}{\cos^2 t}dt=\tan x$ $\qquad d)\ \int_a^x 2dt=2(x-a)$

يووېشتم:

21. $a)\ \int\sqrt[4]{x^3}dx=\int x^{\frac{3}{4}}1dx=\frac{4}{7}x\cdot\sqrt[4]{x^3}+c$

$b)\ \int\frac{1}{\sqrt[2]{x}}dx=\int x^{-\frac{1}{5}}dx=\frac{5}{4}\sqrt[5]{x^4}+c$

$c)\ \int\sqrt[6]{x^5}dx=\int x^{\frac{5}{6}}dx=\frac{6}{11}x\cdot\sqrt[6]{x^5}+c$

$d)\ \int x^2\sqrt[3]{x}dx=\int x^{\frac{7}{3}}dx=\frac{3}{10}x^3\cdot\sqrt[3]{x}+c$

$e)\ \int\frac{\sqrt{x}}{x^2}dx=\int x^{-\frac{3}{2}}dx=-\frac{2}{\sqrt{x}}+c$

$f)\ \int\frac{x^3}{x^4}dx=\int\frac{1}{x}dx=\ln|x|+c$

$g)\ \int\frac{x^3\cdot\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}dx=\int x^{\frac{18}{6}+\frac{2}{6}-\frac{2}{3}}dx=\int x^{\frac{17}{6}}dx=\frac{6}{23}x^3\cdot\sqrt[6]{x^5}+c$

$h)\ \int\frac{\sqrt[4]{x^2}}{x\cdot\sqrt{x^3}}dx=\int x^{\frac{2}{4}-\frac{4}{4}-\frac{6}{4}}dx=\int x^{-2}dx=-\frac{1}{x}+c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه وېشتم:

22. $a)\ \int 8x^3dx = 8\int x^3dx = 2x^4 + c$

$b)\ \int -4x^{-2}dx = -4\int x^{-2}dx = \frac{4}{x} + c$

$c)\ \int \frac{3}{-x^3}dx = -\int \frac{1}{x^3}dx = \frac{3}{2x^2} + c$

$d)\ \int \sqrt[3]{3x}dx = \sqrt[3]{3x}\int x^{\frac{1}{x}}dx = \frac{3\sqrt[3]{3}}{4}x \cdot \sqrt[3]{x} + c$

$d)\ \int k \cdot e^x dx = k\int e^x dx = k \cdot e^x + c$

$f)\ \int -5x^n dx = -5\int x^n dx = -\frac{5}{n+1}x^{n+1} + c \quad ; \quad n \neq -1$

$g)\ \int \frac{\sin x}{2}dx = \frac{1}{2}\int \sin x dx = -\frac{1}{2}\cos x + c$

$h)\ \int \frac{3a}{2 \cdot \cos^2 x}dx = \frac{3a}{2}\int \frac{1}{\cos^2 x}dx = \frac{3a}{2}\tan x + c$

$i)\ \int \frac{2\sqrt{x}}{3x^3}dx = \frac{2}{3}\int x^{-\frac{5}{2}}dx = -\frac{4}{9\sqrt{x^3}} + c = -\frac{4\sqrt{x}}{9x^2} + c$

$k)\ \int \frac{-\sqrt{2}}{3x}dx = -\frac{\sqrt{2}}{3}\int \frac{1}{x}dx = -\frac{\sqrt{2}}{3}\ln|x| + c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

23. $a)\ \int e^{x+3}dx = \int e^x \cdot e^3 dx = e^3 \int e^x dx = e^3 \cdot e^x + c = e^{x+3} + c$

$b)\ \int (4x)^3 dx = \int 4^3 \cdot x^3 dx = 4^3 \int x^3 dx = 4^3 \cdot \frac{1}{4} x^4 + c = 16x^4 + c$

$c)\ \int a \cdot e^{x+b} dx = a \cdot e^b \int e^x dx = a \cdot e^b \cdot e^x + c = a \cdot e^{x+b} + c$

$d)\ \int (7x^2)^4 dx = 7^4 \int x^8 dx = 7^4 \cdot \frac{1}{9} x^9 + c = \frac{7^4 \cdot x^9}{9} + c = \frac{2401 \cdot x^9}{9} + c$

24. $a)\ \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} - 4x + c$ $b)\ \frac{x^2}{2} - \frac{2x\sqrt{x}}{3} + c$

$c)\ \frac{5x^4}{4} - \frac{7x^2}{2} + 4x + c$ $d)\ \frac{x^3}{3} + x^2 + x + c$

$e)\ \frac{x^5}{5} + \frac{2x^3}{3} + c$ $f)\ \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} + c$

$g)\ \frac{3x \cdot \sqrt[3]{x}}{4} - \frac{1}{x} + c$ $h)\ -\frac{1}{3x^3} + \frac{1}{4x^4} + c$

$i)\ \frac{5x^2}{2} - \ln|x| + \frac{\sin x}{3} + c$ $k)\ 5x + \frac{x^6}{6} - \cos x + c$

$l)\ e^x + \cot x + c$ $m)\ \tan x + \ln|x| + c$

25. $a)\ \int \frac{(x^2-1)^3}{x} dx = \int \left(x^5 - 3x^3 + 3x - \frac{1}{x} \right) dx = \frac{x^6}{6} - \frac{3x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + c$

$b)\ \int \frac{(1-\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}} dx = \int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - 2 + \sqrt{x} \right) dx = 2\sqrt{x} - 2x + \frac{2x \cdot \sqrt{x}}{3} + c$

$c)\ \int \frac{e^{2x} + e^{x+2}}{e^x} dx = \int \left(e^x + e^2 \right) dx = e^x + x \cdot e^2 + c$

$d)\ \int \frac{3x^2 + 2x - 4}{x^3} dx = \int \left(\frac{3}{x} + \frac{2}{x^2} - \frac{4}{x^3} \right) dx = 3 \cdot \ln|x| - \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2} + c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

26. a) $\int 3^{x+1}dx = \int 3\cdot 3^x dx = 3\int 3^x dx = \dfrac{3\cdot 3^x}{\ln 3} + c = \dfrac{3^{x+1}}{\ln 3} + c$

b) $\int 2^{-x}dx = \int \dfrac{1}{2^x}dx = \int \left(\dfrac{1}{2}\right)^x dx = \dfrac{\left(\dfrac{1}{2}\right)^x}{\ln \dfrac{1}{2}} + c = -\dfrac{1}{2^x \cdot \ln 2} + c$

c) $\int a^{x+b}\,dx = a^b \int a^x dx = a^b \cdot \dfrac{a^x}{\ln a} + c = \dfrac{a^{x+b}}{\ln a} + c$

d) $\int \dfrac{1}{a^x}dx = \int \left(\dfrac{1}{a}\right)^x dx = \dfrac{\left(\dfrac{1}{a}\right)^x}{\ln \dfrac{1}{a}} + c = -\dfrac{1}{a^x \cdot \ln a} + c$

e) $\int 2^x \cdot 3^x dx = \int 6^x dx \dfrac{6x}{\ln 6} + c$

f) $\int \dfrac{2^x}{3^x}dx = \int \left(\dfrac{2}{3}\right)^x dx = \dfrac{\left(\dfrac{2}{3}\right)^x}{\ln \dfrac{2}{3}} + c = \dfrac{2^x}{3^x \cdot (\ln 2 - \ln 3)}$

g) $\int \dfrac{4^{x+3}}{2^x}dx = \int \dfrac{4^3 \cdot 4^x}{2x}dx = 4^3 \int 2^x dx = \dfrac{4^3 \cdot 2^x}{\ln 2} + c = \dfrac{2^{6+x}}{\ln 2} + c$

h) $\int \dfrac{5^x + 3^x}{2^x}dx = \int \left(\left(\dfrac{5}{2}\right)^x + \left(\dfrac{3}{2}\right)^x\right)dx$

$= \dfrac{5x}{2^x \cdot (\ln 5 - \ln 2)} + \dfrac{3^x}{2^x \cdot (\ln 3 - \ln 2)} + c$

i) $\int (1 + 2^x)dx = x + \dfrac{2^x}{2} - \dfrac{3^x}{\ln 3} + c$

27. a) $\int \ln 2x^3 dx = \int (\ln 2 + 3\ln)\,dx = x\cdot \ln 2 + 3(x\cdot \ln x - x) + c$

$= x\cdot(\ln 2 + 3\cdot \ln x - 3) + c$

b) $\int \ln \sqrt{x}dx = \int \dfrac{1}{2}\ln x dx = \dfrac{1}{2}x\cdot \ln x - \dfrac{x}{2} + c = x\cdot(\ln \sqrt{x}) - \dfrac{1}{2}) + c$

c) $\int lg\,\dfrac{x}{2}dx = (\lg x - \lg 2)dx = \dfrac{x\cdot \ln x - x}{\ln 10} + c$

$= \dfrac{x\cdot(\ln x - 1 - \ln 2)}{\ln 10} + c$

d) $\int 3\log \dfrac{1}{x}dx = -\int {}_3\log xdx = \dfrac{x - x\cdot \ln x}{\ln 3} + c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

28. $F(x) = x \cdot \ln x - x$

$$F'(x)1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x} - 1 = \ln x + 1 - 1 = \ln x = f(x)$$

29. ${}_a\log x = \dfrac{\ln x}{\ln a}$

$$\int {}_a\log x dx = \int \frac{\ln x}{\ln a} dx = \frac{1}{\ln a} \cdot \int \ln x dx = \frac{x \cdot \ln x - x}{\ln a} + c$$

30. $a)\ u = 5x - 7 \quad , \quad dx = \dfrac{du}{5}$

$$\int \frac{10}{5x-7} dx = \frac{10}{5} \int \frac{1}{u} du = 2\ln(5x-7) + c$$

$b)\ u = 1 + 3x \quad , \quad dx = \dfrac{du}{3}$

$$\int \frac{12}{(1+3x)^4} dx = \frac{12}{3} \int \frac{1}{u^4} du = -\frac{4}{3(1+3x)^3} + c$$

$c)\ u = 5 - 4x \quad , \quad dx = \dfrac{du}{4}$

$$\int \frac{1}{5-4x} dx = -\frac{1}{4} \int \frac{1}{u} du = -\frac{1}{4} \ln(5-4x) + c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$d)\ u = bx + d \quad , \quad dx = \frac{du}{b}$$

$$\int \frac{a}{bx+d}dx = \frac{a}{b}\int \frac{1}{u}du = \frac{a}{b}\cdot \ln(bx+d) + c$$

$$e)\ u = 5x + 7 \quad , \quad dx = \frac{du}{5}$$

$$\int (5x+7)^x dx = \frac{1}{5}\int u^3 du = \frac{(5x+7)^4}{20} + c$$

$$f)\ u = ax + b \quad , \quad dx = \frac{du}{a}$$

$$\int (ax+b)^n dx = \frac{1}{a}\int u^n du \frac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)} + c \quad , \quad n \neq -1$$

$$g)\ u = 4x - 2 \quad , \quad dx = \frac{du}{4}$$

$$\int \sqrt{4x-2}dx = \frac{1}{4}\int u^{\frac{1}{2}} du = \frac{1}{6}\sqrt{(4x-2)^3} + c$$

$$h)\ u = ax + b \quad , \quad dx = \frac{du}{a}$$

$$\int \sqrt{ax+b}dx = \frac{1}{a}\int u^{\frac{1}{2}} du = \frac{2}{3a}\sqrt{(ax+b)^3} + c$$

$$i)\ u = 2x + 5 \quad , \quad dx = \frac{du}{2}$$

$$\int \frac{7}{\sqrt{2x+5}}dx = \frac{7}{2}\int u^{-\frac{1}{2}} du = \sqrt{2x+5} + c \backslash$$

$$k)\ u = ax + b \quad , \quad dx = \frac{du}{a}$$

$$\int \sqrt{ax+b}dx = \frac{1}{a}\int u^{-\frac{1}{2}} du = \frac{2}{2a}\sqrt{(ax+b)^3} + c$$

$$l)\ u = 4x \quad , \quad dx = \frac{du}{4} \ ; \ \int \sin 4x dx = \frac{1}{4}\int \sin u du = -\frac{1}{4}\cos 4x + c$$

$$m)\ u = -2x \ , \quad dx = -\frac{du}{2} ; \int \frac{3}{e^{2x}} dx = -\frac{3}{2}\int e^u du = -\frac{3}{2} 2e^{2x} + c$$

$$n)\ u = 3x + \frac{\pi}{4} \quad , \quad dx = \frac{du}{3}$$

$$\int \cos(3x + \frac{\pi}{4})dx = \frac{1}{3}\int \cos u\, du = \frac{1}{3}\sin(3x + \frac{\pi}{4} + c$$

$$o)\ u = 3x + -5 \quad , \quad dx = \frac{du}{3} \ ; \ \int e^{3x-5}dx = \frac{1}{3}\int e^u du = \frac{1}{3}e^{3x-5} + c$$

يوديرشم: الف: بنه بدلون: $\int \frac{x}{3+x^2}dx = \frac{1}{2}\int \frac{2x}{3+x^2}dx$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ځای اېښوونه یا سبستیچیوشن: $u = 3 + x^2 \quad = 2x$

کیږدی او انتیګرال یې ونیسی: $\frac{1}{2}\int \frac{1}{u}du = \frac{1}{2}\ln(3 + x^2) + c$

$$b)\ \int \frac{x}{\sqrt{2 + x^2}}dx = \frac{1}{2}\int \frac{2x}{\sqrt{2 + x^2}}dx$$

$$u = 2 + x^2 \quad = 2x$$

$$\frac{1}{2}\int u^{-\frac{1}{2}}du = \sqrt{2 + x^2} + c$$

$$c)\ \int \frac{x^2}{1 + x^3}dx = \frac{1}{3}\int \frac{3x^2}{1 + x^3}$$

$$u = 1 + x^3 \quad u' = 3x^2$$

$$\frac{1}{3}\int \frac{1}{u}du = \frac{1}{3}\ln(1 + x^3) + c$$

$$d)\ \int x \cdot (x^2 - 5)^3 dx = \frac{1}{2}\int 2x \cdot (x^2 - 5)^3$$

$$u = x^2 - 5 \quad u' = 2x$$

$$\frac{1}{2}\int u^3 du = \frac{1}{8}\ln(x^2 - 4)^4 + c$$

$$e)\ \int x \cdot e^{x^2} dx = \frac{1}{2}\int 2x \cdot e^{x^2} dx$$

$$u = x^2 \qquad u' = 2x$$

$$\frac{1}{2}\int e^u du = \frac{1}{2}e^{x^2} + c$$

$$f)\ \int x \cdot \sin x^2 dx = \frac{1}{2}\int 2x \cdot \sin x^2 dx$$

$$u = x^2 \qquad u' = 2x$$

$$\frac{1}{2}\int \sin u\, du = c - \frac{1}{2}\cos x^2$$

$$g)\ u = 1 + e^x \qquad u' = e^x$$

$$\int \frac{1}{u}du = \ln(1 + e^x) + c$$

$$g)\ u = 1 + x \qquad u' = e^x$$

$$\int u^3 du = \frac{1}{4}(x^2 + x)^4 + c$$

$$i)\ \int \frac{x^2}{\sqrt{4 + x^3}}dx = \frac{1}{3}\int \frac{3x^2}{\sqrt{4 + x^3}}dx$$

$$u = 4 + x^3 \qquad u' = 3x^2$$

$$\frac{1}{3}\int u^{-\frac{1}{2}}du = \frac{2}{3}\sqrt{4 + x^3} + c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$k)\ \int x^3 , \ln^4 dx = \frac{1}{4}\int 4x^3 \cdot \ln x^4 dx$$

$$u = x^4 \qquad u' = 4x^3$$

$$\frac{1}{4}\int \ln u\, du = \frac{1}{4}x^4 \cdot (\ln x^4 - 1) + c$$

32. $a)\ f(x) = \ln x \ ; \ \int \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2}(\ln x)^2 + c$

$b)\ f(x) = x^2 = 3\ ;\ \int x(x^2+3)dx = \frac{1}{2}(x^2+3)^2 + c$

$c)\ f(x) = x^3 - 1\ ;\ \int 3x^2(x^3-1)dx = \frac{1}{2}(x^3-1)^2 + c$

$d)\ f(x) = x^2 - x\ ;\int (2x-1)(x^2-x)dx = \frac{1}{2}(x^2-x)^2 + c$

33. $f(x) = u \qquad \frac{du}{dx} = f'(x) \ \Rightarrow\ f'(x)dx = du$

$$\int f(x)\cdot f'(x)dx = \int u\, du = \frac{1}{2}u^2 + c = \frac{1}{2}(f(x))^2 + c$$

34. a) $\int \frac{x^2}{4+x^3}dx = \frac{1}{3}\int \frac{3x^2}{4+x^3}dx = \frac{1}{3}\ln\left|4+x^3\right| + c$

b) $\int \frac{x^2+2x}{x^3+3x^2-1}dx = \frac{1}{3}\int \frac{3x^2+6x}{x^3+3x^2-1}dx = \frac{1}{3}\ln\left|x^3+3x^2-1\right| + c$

c) $\int \frac{5}{x+2}dx = 5\int \frac{1}{x+2}dx = 5\ln|x+2| + c$

d) $\int \frac{3e^x}{e^x-5}dx = 3\int \frac{e^x}{e^x-5}dx = 3\ln\left|e^x-5\right| + c$

e) $\int \cot x\, dx = \int \frac{\cos x}{\sin x} = \ln|\sin x| + c$

f) $\int \frac{1}{x\cdot \ln x}dx = \int \frac{\frac{1}{x}}{\ln x}dx = \ln|\ln x| + c$

35. $a)\ g(x) = 3 + x^5 \qquad g'(x) = 5x^4$

$$\int \frac{5x^4}{3+x^5}dx = \int \frac{g'(x)}{g(x)}dx = \ln\left|3+x^5\right| + c$$

$b)\ u = 3 + x^5$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\int \frac{5x^4}{(3+x^5)^2}dx = \int \frac{g'(x)}{(g(x))^2}dx = \int u^{-2}du = -\frac{1}{3+x^5} + c$$

$c)\ u = 1 - x^2$

$$\int \frac{3x}{4-x^2}dx = -\frac{3}{2}\int \frac{-2x}{(1-x^2)^4}dx = -\frac{3}{2}\int u^{-4}du = -\frac{1}{2(1-x^2)^3} + c$$

$d)\ g(x) = 4 - x^2 \qquad g'(x) = -2x$

$$\int \frac{5x}{4-x^2}dx = -\frac{5}{2}\int \frac{-2x}{4-x^2}dx = -\frac{5}{2}\int \frac{g'(x)}{g(x)} = -\frac{5}{2}\ln\left|4-x^2\right| + c$$

$e)\ g(x) = 3 + \sin x \qquad g'(x) = \cos x$

$$\int \frac{\cos x}{3+\sin x}dx = \int \frac{g'(x)}{g(x)}dx = \ln\left|3+\sin x\right| + c$$

$f)\ u = 1 - \cos x$

$$\int \frac{\sin x}{3+(1-\cos x)^2}dx = \int \frac{g'(x)}{(g(x))^2}dx = \int u^{-2}du = -\frac{1}{1-\cos x} + c$$

36. a) $\int \frac{4}{x^2+9}dx = \frac{4}{9}\int \frac{1}{\left(\frac{x}{3}\right)^2+1}dx = \frac{4}{3}\arctan\frac{x}{3} + c$

b) $\int \frac{3}{2x^2+2}dx = \frac{3}{2}\int \frac{1}{x^2+1}dx = \frac{3}{2}\arctan x + c$

c) $\int \frac{1}{x^2+2}dx = \frac{1}{2}\int \frac{1}{\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2+1}dx = \frac{\sqrt{2}}{2}\arctan\frac{x\cdot\sqrt{2}}{2} + c$

d) $\int \frac{2}{3x^2+5}dx = \frac{2}{3}\int \frac{1}{x^2+\frac{5}{3}}dx = \frac{2}{3}\int \frac{1}{\frac{5}{3}\cdot\left(\left(\frac{x\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)^2+1\right)}dx$

$= \frac{2}{5}\int \frac{1}{\left(\frac{x\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)^2+1}dx = \frac{2}{\sqrt{15}}\cdot\arctan\frac{x\cdot\sqrt{15}}{5} + c$

e) $\int \frac{1}{x^2+a^2}dx = \frac{1}{a^2}\int \frac{1}{\left(\frac{x}{a}\right)^2+1}dx = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + c$

f) $\int \frac{1}{ax^2+b}dx = \frac{1}{a}\int \frac{1}{x^2+\frac{b}{a}}dx = \frac{1}{a}\int \frac{1}{\frac{b}{a}\cdot\left(\left(\frac{x\cdot\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2+1\right)}dx$

$= \frac{1}{b}\int \frac{1}{\left(\frac{x\cdot\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2+1}dx = \frac{1}{\sqrt{ab}}\arctan\frac{x\cdot\sqrt{ab}}{b} + c \text{ mit } ab > 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

وه دېرښم: الف: د $x_{1,2}=-2\pm\sqrt{-9}$ له امله ماتلاندې پولینوم صفرځایونه نه لري، نو له دې امله په کربښيزو ځلونو یا ضربیونو نه توټه کيږي یا توټه وړ نه ده.
اوبیونه یا حل د ارکوس تانجنت تابع په مرسته لاس ته راتلی شي.

$$\int\frac{1}{x^2+4x+13}dx=\int\frac{1}{(x+2)^2+9}dx=\frac{1}{9}\int\frac{1}{\left(\frac{x+2}{3}\right)^2+1}dx$$

$$=\frac{1}{3}\arctan\frac{x+2}{3}+c$$

ب : د $x_{1,2}=-3\pm\sqrt{-1}$ له امله

اوبیونه یا حل د ارکوس تانجنت تابع په مرسته لاس ته راتلی شي.

$$\int\frac{5}{x^2+2x+2}dx=5\int\frac{1}{(x+1)^2+1}dx=5\arctan(x+1)+c$$

پ : د $x_{1,2}=-3\pm\sqrt{-1}$ له امله

اوبیونه یا حل د ارکوس تانجنت تابع په مرسته لاس ته راتلی شي.

$$\int\frac{6}{3x^2+18x+30}dx=\frac{6}{3}\int\frac{1}{x^2+6x+10}dx=2\int\frac{1}{(x+3)^2+1}dx$$

$$=2\arctan(x+3)+c$$

ت : د $x_{1,2}=-2\pm\sqrt{-25}$ له امله

اوبیونه یا حل د ارکوس تانجنت تابع په مرسته لاس ته راتلی شي.

$$\int\frac{2}{2x^2+8x+58}dx=\int\frac{1}{x^2+4x+29}dx=\int\frac{1}{(x+2)^2+25}dx$$

$$=\frac{1}{25}\int\frac{1}{\left(\frac{x+2}{5}\right)^2+1}dx=\frac{1}{5}\arctan\frac{x+2}{5}+c$$

38. a) $\int\frac{2}{\sqrt{9-x^2}}dx=\frac{2}{3}\int\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{x}{3}\right)^2}}dx=2\arcsin\frac{x}{3}+c$

b) $\int\frac{1}{\sqrt{2-4x-x^2}}dx=\int\frac{1}{\sqrt{6-(2+x)^2}}dx=\frac{1}{\sqrt{6}}\int\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{x+2}{\sqrt{6}}\right)^2}}dx$

$=\arcsin\frac{x+2}{\sqrt{6}}+c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

c) $\int \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2}}\,dx = \frac{1}{\sqrt{2}}\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}\,dx = \frac{\sqrt{2}}{2}\ln\left|x + \sqrt{x^2 - 1}\right| + c$

d) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x - 5}}\,dx = \int \frac{1}{\sqrt{(x-1)^2 - 6}}\,dx = \frac{1}{\sqrt{6}}\int \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{x-1}{\sqrt{6}}\right)^2 - 1}}\,dx$

$= \int \frac{1}{\sqrt{u^2 - 1}}\,du = \ln\left|\frac{x-1}{\sqrt{6}} + \sqrt{\left(\frac{x-1}{\sqrt{6}}\right)^2 - 1}\right| + c_1$

$= \ln\left|\frac{x-1}{\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6}}\sqrt{x^2 - 2x - 5}\right| + c_1$

$= \ln\left|x - 1 + \sqrt{x^2 - 2x - 5}\right| - \ln\sqrt{6} + c_1 = \ln\left|x - 1 + \sqrt{x^2 - 2x - 5}\right| + c$

e) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}\,dx = \int \frac{1}{\sqrt{(x+1)^2 + 1}}\,dx = \ln\left|x + 1 + \sqrt{x^2 + 2x + 2}\right| + c$

f) $\int \frac{6}{\sqrt{9x^2 + 9}}\,dx = 6\int \frac{1}{3\sqrt{x^2 + 1}}\,dx = 2\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}\,dx = 2\ln\left|x + \sqrt{x^2 + 1}\right| + c$

39. a) $\int \frac{1 - x}{x^2 + x + 1}\,dx = -\int \frac{\frac{1}{2}(2x - 2)}{x^2 + x + 1}\,dx = -\int \frac{\frac{1}{2}(2x + 1 - 3)}{x^2 + x + 1}\,dx$

$= -\frac{1}{2}\int \frac{2x + 1}{x^2 + x + 1}\,dx + \frac{3}{2}\int \frac{1}{\frac{3}{4}\cdot\left(\left(\frac{2x+1}{\sqrt{3}}\right)^2 + 1\right)}\,dx$

$= -\frac{1}{2}\int \frac{2x + 1}{x^2 + x + 1}\,dx + 2\int \frac{1}{\left(\frac{2x+1}{\sqrt{3}}\right)^2 + 1}\,dx$

$= -\frac{1}{2}\ln\left|x^2 + x + 1\right| + \sqrt{3}\cdot\arctan\frac{2x + 1}{\sqrt{3}} + c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

b) $\int \frac{2x+1}{x^2+4x+6}dx = \int \frac{2x+4-3}{x^2+4x+6}dx$

$= \int \frac{2x+4}{x^2+4x+6}dx - 3\int \frac{1}{(x+2)^2+2}dx$

$= \int \frac{2x+4}{x^2+4x+6}dx - \frac{3}{2}\int \frac{1}{\left(\frac{x+2}{\sqrt{2}}\right)^2+1}dx$

$= \ln\left|x^2+4x+6\right| - \frac{3\sqrt{2}}{2}\cdot \arctan\frac{x+2}{\sqrt{2}} + c$

c) $\int \frac{3x}{2x^2+2x+8}dx = \frac{3}{2}\int \frac{x}{x^2+x+4}dx = \frac{3}{2}\int \frac{\frac{1}{2}(2x+1)-\frac{1}{2}}{x^2+x+4}dx$

$= \frac{3}{4}\int \frac{2x+1}{x^2+x+4}dx - \frac{3}{4}\int \frac{1}{\frac{15}{4}\cdot\left(\left(\frac{2x+1}{\sqrt{15}}\right)^2+1\right)}dx$

$= \frac{3}{4}\int \frac{2x+1}{x^2+x+4}dx - \frac{1}{5}\int \frac{1}{\left(\frac{2x+1}{\sqrt{15}}\right)^2+1}dx$

$= \frac{3}{4}\ln\left|x^2+x+4\right| - \frac{\sqrt{15}}{10}\arctan\frac{2x+1}{\sqrt{15}} + c$

d) $\int \frac{x-3}{x^2+8x+17}dx = \int \frac{\frac{1}{2}(2x-6)}{x^2+8x+17}dx = \int \frac{\frac{1}{2}(2x+8-14)}{x^2+8x+17}dx$

$= \frac{1}{2}\int \frac{2x+8}{x^2+8x+17}dx - \int \frac{7}{x^2+8x+17}dx$

$= \frac{1}{2}\int \frac{2x+8}{x^2+8x+17}dx - 7\int \frac{1}{(x+4)^2+1}dx$

$= \frac{1}{2}\ln\left|x^2+8x+17\right| - 7\cdot\arctan(x+4) + c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

40. a) $u(x) = x$ mit $u'(x) = 1$ und $v'(x) = e^x$ mit $v(x) = e^x + c_1$

$$\int x \cdot e^x\,dx = x \cdot (e^x + c_1) - \int 1 \cdot (e^x + c_1)\,dx$$
$$= x \cdot e^x + c_1 x - \int e^x\,dx - \int c_1\,dx = (x-1) \cdot e^x + c$$

b) $u(x) = x$ mit $u'(x) = 1$ und $v'(x) = \sin x$ mit $v(x) = -\cos x + c_1$

$$\int x \cdot \sin x\,dx = x \cdot (-\cos x + c_1) - \int 1 \cdot (-\cos x + c_1)\,dx$$
$$= -x \cdot \cos x + c_1 x + \int \cos x\,dx - \int c_1\,dx = -x \cdot \cos x + \sin x + c$$

c) $u(x) = \ln x$ mit $u'(x) = \frac{1}{x}$ und $v'(x) = x^2$ mit $v(x) = \frac{x^3}{3} + c_1$

$$\int x^2 \cdot \ln x\,dx = \left(\frac{x^3}{3} + c_1\right) \cdot \ln x - \int \left(\frac{x^3}{3} + c_1\right) \cdot \frac{1}{x}\,dx$$
$$= \frac{x^3}{3} \cdot \ln x + c_1 \ln x - \frac{x^3}{9} - c_1 \ln x + c = \frac{x^3}{3} \cdot \left(\ln x - \frac{1}{3}\right) + c$$

d) $u(x) = \ln x$ mit $u'(x) = \frac{1}{x}$ und $v'(x) = x^{-2}$ mit $v(x) = -\frac{1}{x} + c_1$

$$\int \frac{\ln x}{x^2}\,dx = \left(-\frac{1}{x} + c_1\right) \cdot \ln x - \int \left(-\frac{1}{x} + c_1\right) \cdot \frac{1}{x}\,dx$$
$$-\frac{1}{x} \cdot \ln x + c_1 \ln x - \frac{1}{x} - c_1 \ln x + c = -\frac{1}{x} \cdot (\ln x + 1) + c$$

e) $u(x) = x$ mit $u'(x) = 1$ und $v'(x) = e^{2x}$ mit $v(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + c_1$

$$\int x \cdot e^{2x} = x \cdot \left(\frac{1}{2}e^{2x} + c_1\right) - \int \left(\frac{1}{2}e^{2x} + c_1\right)dx$$
$$= \frac{1}{2}x \cdot e^{2x} + c_1 x - \frac{1}{4}e^{2x} - c_1 x + c = \frac{1}{4}e^{2x}(2x-1) + c$$

f) $u(x) = x$ mit $u'(x) = 1$ und $v'(x) = \sin 2x$ mit $v(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x + c_1$

$$\int x \cdot \sin 2x\,dx = x \cdot \left(-\frac{1}{2}\cos 2x + c_1\right) - \int \left(-\frac{1}{2}\cos 2x + c_1\right)dx$$
$$= -\frac{1}{2}x\cos 2x + c_1 x + \frac{1}{4}\sin 2x - c_2 x + c = -\frac{1}{2}x\cos 2x + \frac{1}{4}\sin 2x + c$$

41. a) $\int x^2 \cdot \cos x\,dx = x^2 \cdot \sin x - 2\int x \cdot \sin x\,dx + c_1$

$$\int x^2 \cdot \cos x\,dx = x^2 \cdot \sin x + 2x \cdot \cos x - 2\sin x + c.$$

b) $\int x^2 \cdot e^x\,dx = x^2 \cdot e^x - 2\int x \cdot e^x\,dx + c_1$

$$\int x^2 \cdot e^x\,dx = x^2 \cdot e^x - 2x \cdot e^x - 2e^x + c = e^x \cdot (x^2 - 2x + 2) + c.$$

c) $\int x^2 \cdot e^{2x}\,dx = \frac{x^2 \cdot e^{2x}}{2} - \int 2x \cdot \frac{e^{2x}}{2}\,dx + c_1$

$$= \frac{x^2 \cdot e^{2x}}{2} - \int x \cdot e^{2x}\,dx + c_1$$
$$\int x^2 \cdot e^{2x}\,dx = \frac{x^2 \cdot e^{2x}}{2} - \frac{1}{4}e^{2x}(2x-1) + c = \frac{1}{4}e^{2x}(2x^2 - 2x + 1) + c.$$

d) $\int x^2 \cdot \cos 2x\,dx = \frac{1}{2}x^2 \cdot \sin 2x - \int 2x \cdot \frac{\sin 2x}{2}\,dx + c_1$

$$= \frac{1}{2}x^2 \cdot \sin 2x - \int x \cdot \sin 2x\,dx + c_1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\int x^2 \cdot \cos 2x\,dx = \frac{1}{2}x^2 \cdot \sin 2x + \frac{1}{2}x \cdot \cos 2x - \frac{1}{4}\sin 2x + c$$

42. a) $\int x^4 \cdot e^{2x}\,dx = \frac{e^{2x}}{2} \cdot \left(x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 3x + \frac{3}{2}\right) + c$

b) $\int \sin^4 x\,dx = -\frac{1}{4}\sin^3 x \cdot \cos x - \frac{3}{8}\sin x \cdot \cos x + \frac{3}{8}x + c$

c) $\int x^3 \cdot e^x\,dx = e^x \cdot (x^3 - 3x^2 + 6x - 6) + c$

d) $\int \cos^6 x\,dx$

$= \frac{1}{6}\cos^5 x \cdot \sin x + \frac{5}{24}\cos^3 x \cdot \sin x + \frac{5}{16}\cos x \cdot \sin x + \frac{5}{16}x + c$

43. a) $\int \cos^2 x\,dx = \sin x \cdot \cos x + \int \sin^2 x\,dx + c_1$

$= \sin x \cdot \cos x + \int (1 - \cos^2 x)\,dx + c_1$

$\int \cos^2 x\,dx = \sin x \cdot \cos x + x - \int \cos^2 x\,dx + c_2$

$2\int \cos^2 x\,dx = \frac{1}{2}\sin 2x + x + c_2$

$\int \cos^2 x\,dx = \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{x}{2} + c$

b) $\int \frac{\ln x}{x}dx = \ln x \cdot \ln x - \int \frac{\ln x}{x}dx + c_1$

$\int \frac{\ln x}{x}dx = \frac{1}{2}(\ln x)^2 + c$

c) $\int e^x \cdot \sin x\,dx = -e^x \cdot \cos x + \int e^x \cdot \cos x\,dx + c_1$

$\int e^x \cdot \sin x\,dx = -e^x \cdot \cos x + \int e^x \cdot \cos x\,dx + c_1$

$\int e^x \cdot \sin x\,dx = -e^x \cdot \cos x + e^x \cdot \sin x - \int e^x \cdot \sin x\,dx + c_2$

$\int e^x \cdot \sin x\,dx = \frac{1}{2}e^x \cdot (\sin x - \cos x) + c$

d) $\int \sin x \cdot \cos x\,dx = \sin x \cdot \sin x - \int \cos x \cdot \sin x\,dx + c_1$

$\int \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2}\sin^2 x + c$

44. a) $x^2 - 1 = (x-1)(x+1$

$$\frac{1}{x^2-1} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1} \qquad A = \frac{1}{2} \qquad B = -\frac{1}{2}$$

$$\int \frac{1}{x^2-1}dx = \frac{1}{2}\int \frac{1}{x-1}dx - \frac{1}{2}\int \frac{1}{x+1}dx = \frac{1}{2}\frac{|x-1|}{|x+1|} + c$$

ب : کیږدی

$$x^2 + 6x + 8 = (x+2)(x+4)$$

د توټه کسرونو اینبونه

$$\frac{1}{x^2+6x+8} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+4} \qquad A = \frac{1}{2} \qquad B = -\frac{1}{2}$$

کیږدی او انتیګرال یې ونیسی

$$\int \frac{1}{x^2+6x+8}dx = \frac{1}{2}\int \frac{1}{x+2}dx - \frac{1}{2}\int \frac{1}{x+4}dx = \frac{1}{2}\ln\frac{|x+2|}{|x+4|} + c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$=\sqrt{\frac{|x+2|}{|x+4|}}+c$$

پ : ماتلاندي ټوټه کړی

$$x^2-x-2=(x-2)(x+1)$$

د ټوټه مات له پاره اېښنو نه

$$\frac{3x+2}{x^2-x-2}=\frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}\qquad A=\frac{1}{2}\qquad B=-\frac{1}{2}$$

$$\int\frac{3x+2}{x^2-x-2}dx=\frac{8}{3}\int\frac{1}{x-2}dx-\frac{1}{3}\int\frac{1}{x+1}dx$$

$$=\frac{8}{3}\ln|x-2|+\frac{1}{3}\ln|x+1|+c$$

ت : مالتاندي ټوټه کونه

$$d)\ \ x^3-4x=(x(x-2)(x+2)$$

د ټوټه مات ټوټه کونو اېښنونه $\frac{x^2+12x+12}{x^3-4x}=\frac{A}{x}+\frac{B}{x-2}$

د $C=-1$, $B=5$, $A=-3$ سره

کېښنول او بنتيګرالنيول

$$\int\frac{x^2+12x+12}{x^3-4x}dx=-3\int\frac{1}{3}dx+5\int\frac{1}{x-2}dx-\int\frac{1}{x+2}dx$$

$$=-3\ln|x|+5\ln|x-2|-\ln|x+2|+c$$

45. $a)\ \ x^3+2x^2+x=x(x+1)^2$

$$\frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x}dx=\frac{A}{x}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{(x+1)^2}$$

$$\int\frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x}dx=6\int\frac{1}{x}dx-\int\frac{1}{x+1}dx+9\int\frac{1}{(x+1)^2}dx$$

$$=6\ln|x|-\ln|x+1|-\frac{9}{x+1}+c$$

$b)\ \ x^2-6x+9=(x-3)^2$

$$\frac{3x}{x^2-6x+9}dx=\frac{A}{x}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{(x+1)^2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\int \frac{3x}{x^2-6x+9}dx = 3\int \frac{1}{x-3}dx + 9\int \frac{1}{(x-3)^2}dx$$

$$= 3\ln|x-3| - \frac{9}{x-3} + c$$

$$c)\ \ x^2-6x+9=(x-3)^2$$

$$\frac{3x}{x^2-6x+9}dx = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x^3} + _- \frac{D}{x+1}$$

$$A=-1\ ,\quad B=1\ ,\quad C=-1\ ,\quad D=2$$

؛

$$\int \frac{3x}{x^2-6x+9}dx = -\int \frac{1}{x}dx + \int \frac{1}{x^2}dx - \int \frac{1}{x^3dx} + 2\int \frac{1}{x+1}dx$$

$$= 3\ln|x| - \frac{1}{x} + \frac{1}{2x^2} + 2\ln|x+1|$$

ت : ماتلاندې ټوټه کونه

د $(x-1)^4 = (x-1)\cdot(x-1)\cdot(x-1)\cdot(x-1)$ له امله یوه په کرښیز څلوونو یا ضریبونو ټوټه کونه مخ ته لرو

د ټوټه ماتونو ټوټه کونه ږدویا ځی په ځای کوو

$$\frac{5x^3-11x^2+5x+4}{(x-1)^4} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{(x-1)^3} + \frac{D}{(x-1)^4}$$

د $A=5\ ,\quad B=4\ ,\quad C=-2\ ,\quad D=3$ سره

کیږدی او لنتیګرال یې ونیسی

$$\int \frac{5x^3-11x^2+5x+4}{(x-1)^4}dx$$

$$= 5\int \frac{1}{x-1}dx + 4\int \frac{1}{(x-1)^2}dx - \int \frac{1}{(x-1)^3}dx + 3\int \frac{1}{(x-1)^4}$$

$$= 5\int \frac{1}{x-1}dx + 4\int \frac{1}{(x-1)^2}dx - \int \frac{1}{(x-1)^3}dx + 3\int \frac{1}{(x-1)^4}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږ.ځلوېښتم. الف:
ماتلاندې ټوټه کونه

$$(x^2 - x)(x^2 + 4) = x(x-1)(x^2+4)$$

د ټوټه ماتونو ټوټهوني له پاره ایښونه

$$\frac{2x^3-4x-8}{(x^2-x)(x^2+4)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{Cx}{x-1} + \frac{Cx+D}{x^2+4}$$

د $A=2\ ,\ \ B=-2\ ,\ \ C=2\ ,\ \ D=4$ سره.

کیږدی او انتیګرال یې ونیسی:

$$\int \frac{2x^3-4x-8}{(x^2-x)(x^2+4)}dx = 2\int \frac{1}{x}dx - 2\int \frac{1}{x-1}dx + \int \frac{2x+4}{x^2+4}.$$

$$= 2\ln|x| - 2\ln|x-1| + \int \frac{2x}{x^2+4}dx + 2\int \frac{1}{\left(\frac{x}{2}\right)+1}dx$$

$$= 2\ln|x| - 2\ln|x-1| + \ln(x^2+4) + \arctan\frac{x}{2} + c$$

$$b)\ \ x^3-2x-4 = (x-2)(x^2+2x+2)$$

$$\frac{3x+4}{x^3-2x-4} = \frac{A}{x-2} + \frac{Bx+c}{x^2+2x+2}$$

$$A=1\ ,\quad B=-1\ ,\quad C=-1$$

$$\int \frac{3x+4}{x^3-2x-4}dx = \int \frac{1}{x-2}dx - \frac{1}{2}\int \frac{2x+2}{x^2+2x+2}dx$$

$$= \ln|x-2| - \frac{1}{2}\ln|x^2+2x+2| + c$$

$$c)\ \ x^3-x^2-x-2 = (x-2)(x^2+x+1)$$

$$\frac{2x^2-2x+3}{x^3-x^2-x-2} = \frac{A}{x-2} + \frac{Bx+c}{x^2+x+1}dx$$

د $A=1\ ,\quad B=1\ ,\quad C=-1$ له پاره

$$\int \frac{2x^2-2x+3}{x^3-x^2-x-2}dx = \int \frac{1}{x-2}dx - \frac{1}{2}\int \frac{x-1}{x^2+2x+1}dx$$

$$= \ln|x-2| + \frac{1}{2}\int \frac{2x+1}{x^2+x+1}dx - \frac{1}{2}\int \frac{1}{(\ )}$$

$$d)\ \ x^3-3x^2+9x+13 = (x+1)(x^2-4x+13)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{7x^2-10x+37}{x^3-3x^2+9x+13}=\frac{A}{x+1}+\frac{Bx+c}{x^2+4x+13}$$

$$A=3\ ,\quad B=4\ ,\quad C=-2$$

$$\int\frac{7x^2-10x+37}{x^3-3x^2+9x+13}dx=3\int\frac{1}{x+1}dx-\frac{1}{2}\int\frac{4x-2}{x^2+4x+13}dx$$

$$=3\ln|x+1|+2\int\frac{2x-4}{x^2+4x+13}dx+\frac{2}{3}\int\frac{1}{\left(\frac{x-2}{3}\right)+1}$$

$$=3\ln|x+1|+2\ln|x^2-4x+13|+2\arctan\frac{x-2}{3}+c$$

47. $a)\ x^2:(x+1)=x-1+\frac{1}{x+1}$

$$\int\frac{x^2}{x+1}dx=\int xdx-\int 1dx+\int\frac{1}{x+1}=\frac{x^2}{2}-x+\ln|x+1|+c$$

$b)\ (x^3-2x^2+x+5):(x^2-1)=x-2+\frac{2x+3}{x^2-1}$

$$\frac{x^3-2x^2+x+5}{x^2-1}=x-2+\frac{5}{2(x-1)}+\frac{1}{2(x+1)}$$

$$\int\frac{x^3-2x^2+x+5}{x^2-1}dx=\int xdx-\int 2dx+\frac{5}{2}\int\frac{1}{x-1}dx-\frac{1}{2}\int\frac{1}{x+1}dx$$

$$=\frac{x^2}{2}-2x+\frac{5}{2}\ln|x-1|-\frac{1}{2}\ln|x+1|+c$$

$c)\ (3x^3+5x^2-29x-25):(x^2+x-12)=3x+2+\frac{5x-1}{x^2+x-12}$

$$\frac{3x^3+5x^2-29x-25}{x^2+x-12}=3x+2+\frac{2}{x-3}+\frac{3}{x+4}$$

$$\int\frac{3x^3+5x^2-29x-25}{x^2+x-12}dx$$

$$=3\int xdx+\int 2dx+2\int\frac{1}{x-3}dx+3\int\frac{1}{x+4}dx$$

$$=\frac{3x^2}{2}+2x+2\ln|x-3|+3\ln|x+4|+c$$

$d)\ (2x^3+x^2):(x^3-1)=2+\frac{x^2+2}{x^3-1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{2x^3+x^2}{x^3-1}=2+\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x^2+x+1}$$

$$\int \frac{2x^3+x^2}{x^3-1}dx=\int 2dx+\int \frac{1}{x-1}dx-\int \frac{1}{x^2+x+1}dx$$
$$=2x+\ln|x-1|+\frac{2\sqrt{3}}{3}\arctan\frac{2x+1}{\sqrt{3}}+c$$

$$d)\ \int \sqrt{2x^2+4x+6}dx=\sqrt{2}\int \sqrt{(x+1)^2+2}dx$$

په ځاي اينوونه يا سبستيچيشن

$$u=x+1$$

$$\int \sqrt{2x^2+4x+6}dx$$
$$=\frac{x+1}{2}\sqrt{2x^2+4x+6}+2\sqrt{2}\cdot\ln\left|x+1+\sqrt{2x^2+4x+6}\right|+c$$

$$49.\quad a)\ \int \sqrt{x^2+2x}dx=\int \sqrt{(x+1)^2-1}dx$$

$$u=x+1$$

$$\int x^2+2xdx=\frac{x+1}{2}\sqrt{x^2+2x}-\frac{1}{2}\left|x+1+\sqrt{x^2+2x}\right|+c$$

$$b)\ \int \sqrt{x^2-4x-5}dx=\int \sqrt{(x-2)^2-9}dx$$

$$u=x-2$$

$$\int \sqrt{x^2-4x-5}dx=\frac{x-2}{2}\sqrt{x^2-4x-5}-\frac{9}{2}\ln\geq\left|x-1+\sqrt{x^2-4x-5}\right|+c$$

$$c)\ \int x\sqrt{x^2+4x+3}dx=\int x\sqrt{(x+2)^2-1}dx$$

$$u=x+2\quad\Rightarrow\quad x=u-2$$

$$\int (u-2\sqrt{u^2-1}du-2\int u\sqrt{u^2-1}du$$

$$\int x\sqrt{x^2+4x+3}dx$$
$$=\frac{\sqrt{(x^2+4x+3)^3}}{3}-(x+2)\sqrt{x^2+4x+3}-\ln\left|x+2+\sqrt{x^2+4x+3}\right|+c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$d)\ \int (x+2)\sqrt{x^2+2+2}dx = \int (x+2)\sqrt{(x+1)^2+1}dx$$

په ځای اینوونه:

$$u = x+1 \quad \Rightarrow \quad x = u-1$$

$$\int (u+1)\sqrt{u^2+1}du = \int u\sqrt{u^2+1}du + \int u^2+1du$$

$$\int (x+2)\sqrt{x^2+2x+2}dx$$

$$= \frac{\sqrt{(x^2+2x+2)^3}}{3} + \frac{x+1}{2}\sqrt{x^2+2x+2} + \frac{3}{2}\ln\left| x+1+\sqrt{x^2+2x6++2} \right| + c$$

50. a) $\int \frac{x^2}{6}dx = \frac{x^3}{18} + c$

b) $\int \frac{1}{x^3}dx = -\frac{1}{2x^2} + c$

c) $\int (1-2x^2+x^3)\,dx = x - \frac{2x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + c$

d) $\int (x^2-3x-6)\,dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - 6x + c$

e) $\int x\cdot\sqrt{x}\,dx = \int x^{\frac{3}{2}}\,dx = \frac{2}{5}\cdot x^2\cdot\sqrt{x} + c$

f) $\int x^2\cdot\sqrt[3]{x}\,dx = \int x^{\frac{7}{3}}\,dx = \frac{3}{10}\cdot x^3\cdot\sqrt[3]{x} + c$

g) $\int \frac{x\cdot\sqrt{x}}{\sqrt[5]{x}}dx = \int x^{\frac{13}{10}}\,dx = \frac{10}{23}\cdot\sqrt[10]{x^{23}} + c = \frac{10}{23}\cdot x^2\cdot\sqrt[10]{x^3} + c$

h) $\int \frac{3x\cdot\sqrt{x^3}}{x^2}dx = 3\int x^{\frac{1}{2}}\,dx = 3\int \sqrt{x}\,dx = 2x\sqrt{x} + c$

i) $\int \frac{x^2+3x-2}{x}dx = \int \left(x+3-\frac{2}{x}\right)dx = \frac{x^2}{2} + 3x - 2\ln|x| + c$

k) $\int \frac{x-5}{\sqrt{x}}dx = \int \left(\sqrt{x}-\frac{5}{\sqrt{x}}\right)dx = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} - 10\sqrt{x} + c$

51. $a)\ u = 5-4x$

$$\int 2(5-4x)^3dx = -\frac{2}{4}\int u^3du = -\frac{1}{8}(5-4x)^4 + c$$

$b)\ u = 5x+2$

$$\int \sqrt{5x+2}dx = \frac{1}{5}\int \sqrt{udu} = \frac{2}{15}\sqrt{(5x+2)^3}$$

$c)\ u = g(x) = x^2 \quad , \qquad g'(x) = 2x$

$$\int x\cdot e^{x^2}dx = \frac{1}{2}\int 2x\cdot e^{x^2}dx = \frac{1}{2}\int e^u du = \frac{1}{2}e^{x^2} + c$$

$d)\ u = g(x) = 2x^3-4 \quad , \qquad g'(x) = 6x^2$

$$\int x^2\cdot\sqrt{2x^3-4}dx = \frac{1}{6}\int 6x^2\cdot\sqrt{2x^3-4}dx = \frac{1}{6}\int \sqrt{u}du = \frac{\sqrt{(2x^3-4)^3}}{9} + c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$e)\ u = g(x) = x^2 + 2x + 1 \quad , \quad g'(x) = 2x + 2$

$$\int \frac{3x+3}{x^2+2x+1}dx = \frac{3}{2}\int \frac{2x+2}{x^2+2x+1}dx = \frac{3}{2}\ln\left| x^2+2x+1 \right| + c$$

$f)\ u = g(x) = 2 + \sin x \quad , \quad g'(x) = \cos x$

$$\int \frac{\cos x}{(2+\sin x)^3}dx = \int \frac{1}{u^3}du = -\frac{1}{2(2+\sin x)^2} + c$$

$$g)\ \int \frac{1}{2x^2+9}dx = \frac{1}{9}\int \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{2}\cdot x}{3}\right)+1}dx = \frac{1}{3\sqrt{2}}\int \frac{1}{u^2+1}du$$

$$\int \frac{1}{2x^2+9}dx = \frac{1}{3\sqrt{2}}\arctan\frac{\sqrt{2}}{3}x + c = \frac{1}{6}\sqrt{2}\arctan\frac{\sqrt{2}}{3}x + c$$

$h)\ u = g(x) = x^2 - 4 \quad , \quad g'(x) = 2x$

$$\int \frac{x^2}{x^2-4}dx = \frac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2-4}dx = \frac{1}{2}\ln\left| x^2-4 \right| + c$$

$$i)\ \frac{x}{x^2+2x-3} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+3} \quad ; \quad A = \frac{1}{4} \quad , \quad B = \frac{3}{4}$$

$$\int \frac{x}{x^2+2x-3}dx = \frac{1}{4}\ln|x-1| + \frac{3}{4}\ln|x+3| + c$$

$$k)\ \int \sqrt{x^2+2x+3}\,dx = \int \sqrt{(x+1)^2+2}\,dx$$

$$l)\ \int \sqrt{x^2+2x+3}\,dx = \int \sqrt{(x+1)^2+2}\,dx$$

$$= \frac{x+1}{2}\sqrt{x^2+2x+3} + \ln|x+1+\sqrt{x^2+2x+3}| + c$$

$$m)\ \frac{1}{x^2+12x+40}dx = \int \frac{1}{(x+6)^2+4}dx = \frac{1}{4}\int \frac{1}{\left(\frac{x+6}{2}\right)^2+1}dx$$

$$= \frac{1}{2}\arctan\frac{x+6}{2} + c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

52. $a)\ u = 2x - 3$

$$\int \ln(2x-3)dx = \frac{1}{2(2x-3)} + c$$

$b)\ u = 3x$

$$\int \cos 3x dx = \frac{1}{3}\sin 3x + c$$

$c)\ u = 3x + 1$

$$\int 2^{x+1}dx = \frac{2^{x+1}}{3\ln 2} + c = \frac{2^{x+1}}{\ln 8} + c$$

$d)\ u = 4x$

$$\int \lg 4x dx = \int (\lg 4 + \lg x)dx = x\lg 4 + \frac{x \cdot \ln x - x}{\ln 10} + c$$

$$e)\ u = \ln x \quad \Rightarrow \quad u' = \frac{1}{x} \quad , \quad v' = x \quad \Rightarrow \quad v = \frac{x^2}{2} + c_1$$

$$\int x \cdot \ln x dx = \left(\frac{x^2}{2} + c_1\right) \cdot \ln x - \int \frac{1}{x} \cdot \left(\frac{x^2}{2} + c_1\right)dx$$

$$= \frac{x^2}{2} \cdot \ln x + c_1 - \frac{x^2}{4} = c_1 \ln x + c = \frac{x^2}{2} \cdot \ln x - \frac{x^2}{4} + c$$

$$f)\ u = \ln x \quad \Rightarrow \quad u'\frac{1}{x} \qquad v' = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad v = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + c_1$$

$$\int \sqrt{x} \cdot \ln x dx = \left(\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + c_1\right) \cdot \ln x - \int \frac{1}{x} \cdot \left(\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + c_1\right)dx$$

$$= \frac{2}{3}\sqrt{x^3} \cdot \ln x + c_1 \ln x - \frac{4}{9}\sqrt{x^3} - c_1 \ln x + c = \frac{2}{2}\sqrt{x^3} \cdot \ln x - \frac{4}{9}\sqrt{x^3} + c$$

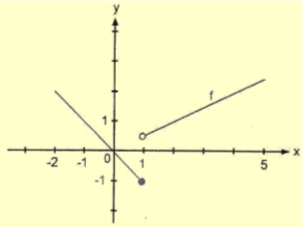
$$h)\ u = e^x \quad \Rightarrow \quad u'e^x \qquad v' = \cos x \quad \Rightarrow \quad v = \sin x + c_1$$

$$= \int x\cos x dx = x \cdot (\sin x + c_1) - \int (\sin x + c_1)dx$$

$$= x \cdot \sin x + c_1 x + \cos x - c_1 x + c = x \cdot \sin x + \cos x + c$$

درپينځوس: الف: يو بنسټيز تابع fدې لاندې ځيره ولري

$$53.\quad a)\ F(x) = \begin{cases} -\frac{x^2}{2} + c & x \le 1 \\ \frac{x^2}{4} + c & x > 1 \end{cases}$$



دا د $F'(1) = -1$ او

$$\lim_{x \to 1} F'(x) = \lim_{x \to 1} \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}$$

له امله د $x=1$ په ځای کې مشتقوړ نه ده او له دې امله fبنسټيز تابع نه ده.

د دوه نه پرېکيدونکو توابعو انتيګرېشن:

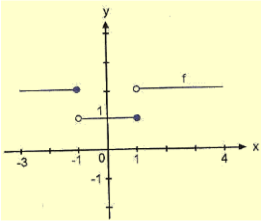
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\int_{-2}^{5} f(x)dx=\int_{-2}^{1}-xdx=\left[-\frac{x^2}{2}\right]_{-2}^{1}+\left[\frac{x^2}{4}\right]_{1}^{5}$$
$$=-\frac{1}{2}-(-2)+\frac{25}{4}-\frac{1}{4}=\frac{15}{2}$$

دا دf تابع په ورکړشوي اتروال کې انتيګرېشنوړ دهو سره له دې چې دا پرېکيدونکې ده او بنستيز تاع هم نه دي.

ب: تابع fدې لاندې څيره ولري:

$$b)\ \ f(x)=\begin{cases}2x+c & -3<x\le -1\\ x+c & -1<x\le 1\\ 2x+c & 1<x\le 4\end{cases}$$

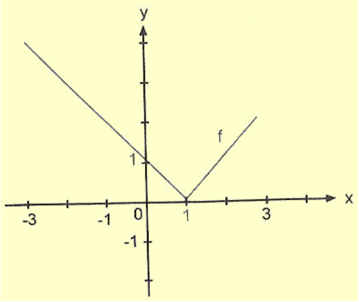


دا په ځايونو 1- =x=1; x کې انتيګرالوړ نه ده،
نوله دې سره دf بنستيز تابع نه ده.
د درې نهپرېکيدونکو توابعو انتيګرال:

$$\int_{-3}^{4} f(x)dx=\int_{-3}^{-1}2dx+\int_{-1}^{1}2dx[2x]_{-3}^{-1}+[x]_{-1}^{1}+[2x]_{1}^{4}$$
$$=-2+6+1+1+8-2=12$$

ځلورپنځوس: ارزښتازاده ليکنه راکوي:

$$54.\quad f(x)=|x-1|=\begin{cases}x-1 & x\ge 1\\ -x+1 & x<1\end{cases}$$



د تابعf يو بنستيزه تابع بايد لاندې څيره ولري

$$F(x)=\begin{cases}\frac{x^2}{2}-x+c & x\ge 1\\ -\frac{x^2}{2}+x+c & x<1\end{cases}$$

د

$$F'(1)=0 \qquad \lim_{x\to 1}F'(1)=\lim_{x\to 1}(-x+1)=0$$

له امله په ځای کې ښوونه ده (تابع ارزښت برابر پوله ارزښت):

$$F(1)=\lim_{x\to 1}-\frac{x^2}{2}+x+c$$
$$\frac{1}{2}-1+c_1=-\frac{1}{2}+1=c_2$$
$$c_1=1+c_2$$

له دې سره تابع f ناپرېکيدونکي، مشتقوړ بنستيز تابع F لري.

$$F(x)=\begin{cases}\frac{x^2}{2}-x+c & x\le 1\\ -\frac{x^2}{2}+x+c & x>1\end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځه پنځوس: الف: دf پارابول پورته لورته واز دی د ککری ټکي S(1;1) سره. دا يواځې د x- محور پورته لور ته ځغلي.

$$55.\quad a)\ \int_{-1}^{4}(x^2-2x+2)dx=\left[\frac{x^3}{3}-x^2+2x\right]_{-1}^{4}=\frac{40}{0}+\frac{10}{3}=\frac{50}{3}$$

منځ ارزښت

$$f(x_0)\cdot 4-(-1)=\frac{50}{3}\quad\Rightarrow\quad f(x_0)=\frac{10}{3}$$

د اړونده ارزښتونو اينوونه

$$\frac{10}{3}=x^2-2x+2$$

$$x^2-2x-\frac{4}{3}\quad\Rightarrow\quad x_1=1-\frac{\sqrt{21}}{3}\quad,\quad x_2=1+\frac{\sqrt{21}}{3}$$

ب: د f ګراف چګيدونکې کرښه ده د y– محور غوځې y=1سره. دا د ورõړشوې انتروال سره يواځې له دې سره د x- محور پورته لور ته ځغلي.

$$b)\ \int_{0}^{6}(x+1)dx=\left[\frac{x^2}{2}+x\right]_{0}^{6}=24-0=24$$

منځ ارزښت

$$f(x_0)\cdot(6-0)=24\quad\Rightarrow\quad f(x_0)=4$$

د اړونده x- ارزښتونو سره اينوونه.

$$x+1=4\quad\Rightarrow\quad x_0=3$$

پ: ساينکرړه د ورکړشوي انتروال کې د x - محور پورته لور ته پرته ده.

$$c)\ \int_{0}^{\pi}\sin x dx=\left[-\cos x\right]_0^{\pi}=1+1=2$$

منځ ارزښت

$$f(x_0)\cdot(\pi-0)=2\quad\Rightarrow\quad f(x_0)=\frac{2}{\pi}$$

د ورکړشوي اړونده x– محور لپاره ړدو:

$$\sin x=\frac{2}{\pi}$$

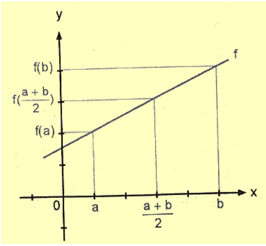
$$\Rightarrow x=\arcsin\frac{2}{\pi}\quad\Rightarrow\quad x_1\approx 0.690\quad,\quad x_2\approx 2.451$$

شپږپنځوس:

$$56.\quad a)\ \int_{a}^{b}(mx+n)dx=\left[\frac{mx^2}{2}+nx\right]_{a}^{b}=\frac{bm^2}{2}+bn-\frac{a^2m}{2}-an$$

$$=\frac{m}{2}(b^2-a^2)+n(b-a)=(b-a)\left(\frac{m}{2}(b+a)+n\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



منځ ارزښت:

$$f(x_0)\cdot(b-a)=(b-a)\left(\frac{m}{2}(b+a)+n\right) \Rightarrow x=\frac{a+b}{2}$$

دٍوښتونکو – ارزښتونو له پاره ایښوونه

$$=\frac{m}{2}(b+a)+n=mx \Rightarrow \frac{m}{2}(b+a)=mx \Rightarrow x\frac{a+b}{2}$$

$$\Rightarrow \int_a^b (mx+n)dx=f(\frac{a+b}{2})\cdot(b-a)$$

د دې خالت له پاره چې کرښه د x–محور پورته لور ته ځغلي، نتیجه (۱) باوري کیږي، چې د ټراپځ فرمول سره سر خوري، که موږ اوږدوالی (b-a) د جګوالي په څیر او د تابع ارزښت $f(\frac{a+b}{2})$ د منځارزښت په حیث نیسو

$$A=f(\frac{a+b}{2})\cdot(b-a)$$

اوه پنځوس: الف: د f ګراف د x- محور یواځې پورته لور ته پروت دی.

$$\int_{-2}^{1}(x^2+1)dx=\left[\frac{x^3}{3}+x\right]_{-2}^{1}=6$$

A = 6 د سطحې یونونو سره

ب - د f ګراف د x- محور یواځې پورته لور ته پروت دی.

$$b)\ \int_0^{\pi}(2+\sin x)dx=[2x-\cos x]_0^{\pi}=2\pi+2 \Rightarrow A=(2\pi+2)\approx 8.283$$

د سطحې یونونه $A=(2\pi+2)$ ≈ 8,283سطحې واحدونو یا یوونونو سره

پ: دا کښته لور ته واز پارابل ککر ټکی S(-2;-1) لري او له دې سره یواځې د x -محور کښته لور ته پروت دی،

$$c)\ \int_{-3}^{0}(-x^2-4x-5)dx=-\int_{-3}^{0}(x^2+4x+5)dx=-\left[\frac{x^3}{3}2x^2+5x\right]_{-3}^{0}=-6$$

$A=|-6|=6$ د هوارې یا سطحې یونونه یا واحدونه.

ت : یواځې صفرځای N(-1;0) دی، یواځني قطبځای په $x_1=0$ کې پروت دی. د f ګراف په ورکړ شوي انټروال کې ناپرېکیدونکی دی او یواځې د x-محور پورته لور ته پرته ده.

$$d)\ \int_1^e\left(1+\frac{1}{x}\right)=dx=[x+\ln x]_1^e=e$$

A=e د سطحې یوونونه ˜ 2,718د سطحې یوونونو سره:

اته پنځوسم: دا پورته لور ته واز پارابل ککر ټکی S(-1,1) لري او له دې سره یواځې د x - محور پورته لور ته پروت دی،

ایښونه:

$$\int_{-2}^{b}(x^2+2x+2)dx=6$$

انټګرالونه او ایښوونه: $\frac{b^3}{3}+b^2+2b+\frac{8}{3}=6$

بڼه بدلون: $b^3+3b^2+6b-10=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی حل:b1=1

د پولینوموېش. $(b^3+3b^2+6b-10):(b-1)=b^2+4b+10$

د $b_{2,3}=-2\pm\sqrt{4-10}$ له امله بل کوم اوبی یا حل شتون نه لري.

نهه پنځوس: د ګراف یواځې په لومړی څلوری کي او له دې امله د x -محور پورته لور ته پروت دی.

اینبوونه: $\int_a^4 3\sqrt{x}dx=14$

انتګرالونه او اینبوونه: $2\sqrt{4^3}-2\sqrt{a^3}=14$

بنه بدلون: $16-2\sqrt{a^3}14 \Rightarrow a=1$

غوښتوني د انتیګرال لاندې پوله a=1 ده.

شپیته: یو پورته لورته کښولشوی نورمال پارابول تابع مساوات $y=x^2+a$ لري د $a>0$ سره.

اینښوونه: $\int_{-1}^{2}(x^2+a)dx=9$

انتیګرال – او ځاي په ځای کړی: $3+3a=9 \Rightarrow a=2$

بنوغښتوني پارابول برابرون دی: $y=x^2+2$

یوشپیته: د f انتروال د $0<x<\pi$ له پاره صفرځای نه لري. دا یا د x- محور پورته لور ته او یاکښته لور ته پروت دی.

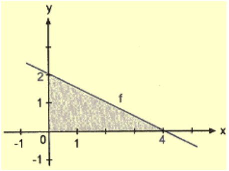
اینبوونه: $\left|\int_0^{\pi} a\cdot\sin x dx\right|=4$

انتیګرال کړی او ځا په ځای کړی: $|2a|=4 \Rightarrow a_1=2 \quad , \quad a_2=-2$

د $a_1=2$ یا د $a_2=-2$ په حالتونو کي په ورکړشوي انترول کي د سطحي کچه ۴ ده.

۶۲ : د سطحې شمیرنه د انتیګرال له لارې یا د انتیګرال سره

$$\int_0^4(-\frac{1}{2}x+2)dx=\left[\frac{x^2}{4}=2x\right]_0^4=4$$



د سطحې ساده شمیرنه

$$A=\frac{4\cdot 2}{2}=4$$

۶۳ : الف: صفرځایونه $N_1(-4;0); N_2(1;0)$

$$A=\left|\int_{-4}^{1}(\frac{1}{4}x^3-\frac{13}{4}x+3)\,dx\right|+\left|\int_{1}^{3}(\frac{1}{4}x^3-\frac{13}{4}x+3)\,dx\right|$$

$$A=\left|\int_{-4}^{1}\left[\frac{x^4}{16}-\frac{13x^2}{8}+3x\right]_{-4}^{1}\right|+\left|\int_{1}^{3}\left[\frac{x^4}{16}-\frac{13x^2}{8}+3x\right]\right|=\left|23\frac{7}{16}\right|+|-2|$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A = 25\frac{7}{16}$$

د غوښتوني سطحې منځهوارې کچه $25\frac{7}{16}$ ده

صفرځايونه: $N_1(-2;0); N_2(0;0); N_3(3,0)$

$$A = \left|\int_{-2}^{0}(-\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2} + 3x)\,dx\right| + \left|\int_{0}^{3}(-\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2} + 3x)\,dx\right|$$

$$A = \left|\left[-\frac{x^4}{8} + \frac{x^3}{6} + \frac{3x^2}{2}\right]_{-2}^{0}\right| + \left|\left[-\frac{x^4}{8} + \frac{x^3}{6} + \frac{3x^2}{2}\right]_{0}^{3}\right| = 10\frac{13}{24}$$

پ : صفرځايونه: $N_1(0;0); N_2(2;0); N_3(4,0)$

$$c)\ \ A = \left|\int_{0}^{2}(x^3 - 6x^2 + 8x)dx\right| + \left|\int_{2}^{4}(x^3 - 6x^2 + 8x)dx\right|$$

$$A = \left|\left[\frac{x^4}{4} - 2x^3 + 4x^2\right]_{0}^{2}\right| + \left|\left[\frac{x^4}{4} - 2x^3 + 4x^2\right]_{2}^{4}\right| = 8$$

غوښتوني منځهواره د هوارې ۸ واحدونه کچکوي

ت : صفرځايونه: $N_1(1;0); N_2(5;0)$

$$d)\ \ A = \left|\int_{1}^{5}(-x^2 + 6x - 5)\,dx\right| = \left|\left[-\frac{x^3}{3} + 3x^2 - 5x\right]_{1}^{5}\right| = 10\frac{2}{3}$$

د غوښتوني سطحې منځهوارې کچه $10\frac{2}{3}$ ده

ځلورشپيته:

الف : صفرځايونه: $N_1(2;0)$

$$A = \left|\int_{-2}^{2}(x-2)dx\right| + \left|\int_{2}^{3}(x-2)dx\right|$$

$$A = \left|\left[\frac{x^2}{2} - 2x\right]_{-2}^{2}\right| + \left|\left[\frac{x^2}{2} - 2x\right]_{2}^{3}\right| = 8\frac{1}{2}$$

غوښتوني هواردننه د هواريوونونو يا واحدونو کچه $8\frac{1}{2}$ ده.

ب : صفرځايونه: $N_1(-2;0); N_2(3;0)$

$$A = \left|\int_{1}^{3}(x^2 - x - 6)dx\right| + \left|\int_{3}^{5}(x^2 - x - 6)dx\right|$$

$$A = \left|\left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x\right]_{1}^{3}\right| + \left|\left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x\right]_{3}^{5}\right| = 20$$

غوښتوني هواردننه د هواريوونونو يا واحدونو کچه ۲۰ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ : صفرځایونه: $N_1(2;0); N_2(6;0)$

$$c)\quad A=\left|\int_0^2 (x^2-8x+12)dx\right|+\left|\int_2^6 (x^2-8x+12)dx\right|+\left|\int_6^8 (x^2-8x+12)dx\right|$$

$$A=\left|\left[\frac{x^3}{3}-4x^2+12x\right]_0^2\right|+\left|\left[\frac{x^3}{3}-4x^2+12x\right]_2^6\right|+\left|\left[\frac{x^3}{3}-4x^2+12x\right]_6^8\right|$$

$$A=32$$

غوښتوني هواردننه د هواریوونونو یا واحدونو کچه ۳۲ده.

پنځه شپیته: اکسپوننشل - یا جګګڼ $y=e^x$ کږه یواځې د x-مجور پورته لور ته پرته ده. دا کښته لور ته واز پارابول $y=-x^2-1$ د ککرۍ ټکي $S(0;-1)$ سره د x- محور کښته لور ته پروت دی. له دې امله دواړه ګرافونه یو بل نه غوڅوي.

$$65.\quad A=\left|\int_0^1 (e^x+x^2+1)\,dx\right|=\left|\left[e^x+\frac{x^3}{3}+x\right]_0^1\right|=e+\frac{1}{3}$$

غوښتونې سطحه $\frac{3e+1}{3}$ د سطحې یوونونه یا واحدونه ورکوي

شپږشپیته: جګیدونکي کربنه د –محور په کې غوڅوي. لهد ې سره دا په لومړۍ څلورۍ کې د ساینکږې پورته لور ته ځغلي. په ورکړشوې انتروال کې د دواړو کږو غوڅټکي نه شته.

$$66.\quad A=\left|\int_0^{2\pi} (2x+2-\sin x)\,dx\right|=\left|\left[x^2+2x+\cos x\right]_0^{2\pi}\right|=4\pi^2+4\pi$$

غوښتوني سطحه $4\pi(\pi+1)$ د سطحې یوونونه یا واحدونه ورکوي

اوه شپیته: د

$$67.\quad x^2-3=2x^2+1\ \Rightarrow\ x^2=-4$$

له امله دواړه کربنې یوبل نه غوڅوي

$$A=\left|\int_{-1}^{2} (2x^2+1-(x^2-3))dx\right|=\left|\int_{-1}^{2} (x^2+4)dx\right|=\left|\left[\frac{x^3}{3}+4x\right]_{-1}^{2}\right|=15$$

اته شپیته: پارابول $y=\sqrt{x}$ ټول په لومړۍ څلورمه کې ځغلي. هغه د لوېدونکو(نزولي) کربنو $y=-x-a$ څخه د y-محور برخه سره 1- نه غوڅوي.

$$68.\quad A=\left|\int_0^4 (\sqrt{x}-(-x-1))dx\right|=\left|\int_0^4 (\sqrt{x}+x+1))dx\right|=\left|\left[\frac{2\sqrt{x^3}}{3}+\frac{x^2}{2}+x\right]_0^4\right|$$

$$A=17\frac{1}{3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

غوښتوني منځهواره $17\frac{1}{3}$ د سطحې يوونونه کچکوي.

نهه شپيته: د غوځټکي شميرنه

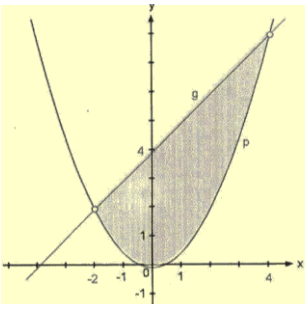
$69.\quad 2x+1=x+3 \quad \Rightarrow \quad x=2$

دواړه

$$A=\left|\int_{-2}^{1}(x+3-(2x+1))dx\right|=\left|\int_{-2}^{1}(-x+2)dx\right|=\left|\left[-\frac{x^2}{2}+2x\right]_{-2}^{1}\right|=7\frac{1}{2}$$

غوښتوني منځهواره 7,5 د سطحې يوونونه کچکوي.

اويا:



$$0.5x^2=x+4$$

$$x^2-2x-8=0$$

$$\Rightarrow x_1=-2 \quad , \quad x_2=4$$

هواره يا سطحه وشميرئ

$$A=\left|\int_{-2}^{4}(x+4-\frac{x^2}{2})dx\right|$$

$$=\left|\left[\frac{x^2}{2}+4x-\frac{x^3}{6}\right]_{-2}^{4}\right|$$

$$A=18$$

غِوښتونېد سطحې دننه د سطحې ۱۸ يوونونه کچکوي.

يواويا: د غوځټکو پروتمحور

$$x^2-6x+5=-x+1$$

$$x^2-5x+4=0$$

$$\Rightarrow x_1 \quad , \quad x_2=4$$

هوارې يا سطحې وسميرئ

$$A=\left|\int_{1}^{4}(-x+1-(x^2-6x+5))dx\right|=\left|\int_{1}^{4}(x^2+5x-4)dx\right|$$

$$A=\left|\left[-\frac{x^3}{3}+\frac{5x^2}{2}-4x\right]_{1}^{4}\right|=\frac{9}{2}$$

د غوښتوني هورې يا سطحې کچيوونونه $\frac{9}{2}$ دي،

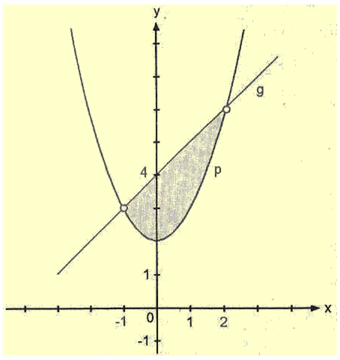
دوه اويا: د کرښيز برابرونونو ليکل

$$f(-1)=3 \quad , \quad f(2)=6$$

د کرښبرابرونونو دوه ټکي بنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$y=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$$
$$y=\frac{6-3}{2-(-1)}(x-(-1))+3$$
$$y=x+4$$



هوارې یا سطحې شمیرنه:

$$A=\left|\int_{-1}^{2}(x+4)-(x^2+2))dx\right|$$
$$=\left|\int_{-1}^{2}(-x^2+x+2)dx\right|$$
$$A=\left|\left[-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+2x\right]_{-1}^{2}\right|=\frac{9}{2}$$

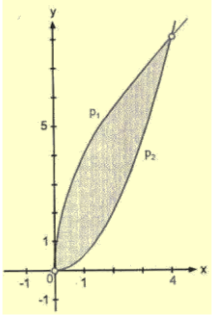
غوښتونې منځهواره 4,5 د سطحې یوونونه کچکوي.

هوارې شمیرنه:

$$A=\left|\int_{1}^{3}(-2x^2+8x-3-(x^2-4x+6))dx\right|=\left|\int_{1}^{3}(-3x^2+12x-9)dx\right|$$
$$A=\left|\left[-x^3+6x^2-9x\right]_1^3\right|=4$$

پنځه اویا:د غوڅتکو پراته ارزښتونه:

$$4\sqrt{x}=\frac{x^2}{2}$$
$$16x=\frac{x^4}{4}$$
$$64x=x^4$$
$$x^4-64x=0$$
$$x(x^3-64)=0$$
$$\Rightarrow\ x_1=0\quad,\quad x_2=4$$



هوارشمیرنه:

$$A=\left|\int_{0}^{4}(4\sqrt{x}-\frac{x^2}{2})dx\right|$$
$$A=\left|\left[\frac{8\sqrt{x^3}}{3}-\frac{x^3}{6}\right]_0^4\right|=\frac{32}{3}$$

غوښتونې منځهواره $\frac{32}{3}$ د سطحې یوونونه کچکوي.

شپږاویا: د غوڅتکو پراته ارزښتونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$2\sqrt{x}=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$$

$$6\sqrt{x}=2x+4$$

$$x^2-5x+4=0$$

$$\Rightarrow x_1=1 \quad , \quad x_2=4$$

د سطحې یا هوارې شمیرنه:

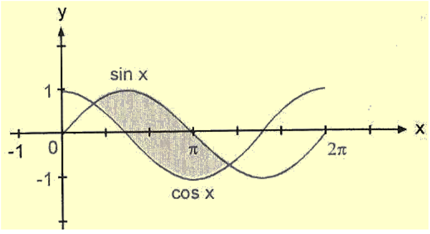
$$A=\left|\int_1^4 (4\sqrt{x}-(\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}))dx\right|=\left|\int_1^4 (2\sqrt{x}-\frac{2}{3}x-\frac{4}{3}))dx\right|$$

$$A=\left|\left[\frac{4\sqrt{3}}{3}-\frac{x^2}{3}-\frac{4x}{3}\right]_1^4\right|=\frac{1}{3}$$

غوښتونې منځهواره $\frac{1}{3}$ د سطحې یوونونه کچکوي.

اوه اویا: د غوځتیکو پراته ارزښتونه:

77. $\sin x=\cos x$



$$\frac{\sin x}{\cos x}=1$$

$$\tan x$$

$$\Rightarrow x_1=\frac{\pi}{4} \quad , \quad x_2=\frac{5\pi}{4}$$

د هوارې شمیرنه:

$$A=\left|\int_{\frac{\pi}{4}}^{5\pi}(\sin x-\cos x)dx\right|$$

$$A=\left|[(-\cos x-\sin x)dx]_{\frac{\pi}{4}}^{5\pi}\right|=\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}+\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)-\left(-\frac{1}{2}\sqrt{2}-\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}$$

غوښتونې منځهواره $2\sqrt{2}$ د سطحې یوونونه کچکوي.

اته ویا: د تانجنتبرابرون لیکل:

لومړي رابیلیدنه یا مشتق: $f'(x)=3x^2-4x+1$

تابع ارزښتونه $f(2)=1$ $\quad f(2):$

جګیدنه په $f'(2)=5$ $\quad x_0=2:$ کې

د $x_0=2$ او $f(x_0)=y_0=1$ اینونه په

$y=5(x-2)+1$ $\quad y=m(x-x_0)+y_0:$ کې

د تانجنت برابرون دی: y=5x-9

اینونه :

$$x^3-2x^2+x-1=5x-9$$

$$x^3-2x^2-4x+8=0$$

پولینوموېش:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$(x^3-2x^2)-4x+8):(x-2)=x^2-4$$
$$\Rightarrow\ x_1=-2\quad,\quad x_2=2$$

د دويم ګډ غوڅټکي د پروتمحور ارزښت: $x_1=-2$

د هوارې شميرنه:

$$A=\left|\int_{-2}^{2}(x^3-2x^2+x-1)(5x-9))dx\right|=\left|\int_{-2}^{2}(x^3-2x^2-4x+8)dx\right|$$

$$A=\left|\left[\frac{x^4}{4}-\frac{2x^3}{3}-2x^2+8x\right]_{-2}^{2}\right|=\frac{64}{3}$$

غوښتوني منځهواره $\frac{64}{3}$ د سطحې يوونونه کچکوي.

نهه اويا: نورمالبرابرون

لومړی رابيليدنه يا لومړي مشتق:

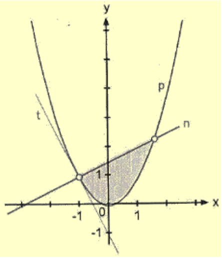
$$f'(x)=2x$$

تابع ارزښت $f(-1)$:

$$f(-1)=1$$

تانجنتجګيدنه په $x_0=-1$: کې.

$$f'(-1)=-2$$



په $x_0=-1$: کې د نورمال جګيدنه:

$$m_n=-\frac{1}{m_t}=-\frac{1}{-2}=\frac{1}{2}$$

نورمالبرابرونه:

$$y=\frac{1}{2}(x-(-1))+1$$

$$y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$$

د دويم غوڅټکي د پروتمحور ارزښت

$$x^2=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}\ \Leftrightarrow\ 2x^2-x-3=0\ \Rightarrow\ x_1=-1\quad,\quad x_2=\frac{3}{2}$$

نورمال د $x_2=\frac{3}{2}$ په ځای کې د پارابول سره يو بل ګډ غوڅټکی لري.

د هوارې شميرنه:

$$A=\left|\int_{-1}^{1.5}(\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}-x^2)dx\right|=\left|\left[\frac{x^2}{4}+\frac{3x}{2}-\frac{x^3}{3}\right]_{-1}^{1.5}\right|=\frac{125}{48}$$

ِوښتوني سطحه $\frac{125}{48}$ د سطحې يوونونه ده.

يواتيا: په x=0 کې پيژند- يا تعريفتشيا ده.

له دې سره په ورکړشوي انتروال کې د f تابع ناپرېکيونکي ده،

يو اتيا: د غوڅتکو د پروت محور ارزښتونه:

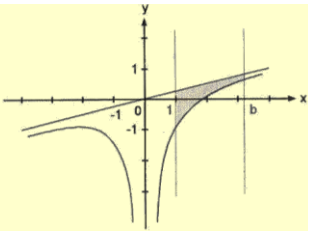
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{1}{4}x=\frac{x^3-8}{4x^2} \quad \Leftrightarrow \quad x^3=x^3-8$$

کرښه د تابع له ګراف سره ګډ ټکي نه لري.(دا د ګراف ګاونډ يا اسيمپتوټي ده)
اینوونه:

$$A=\left|\int_1^b\left(\frac{1}{4}x-\frac{x^3-8}{4x^2}\right)dx\right|=\left|\int_1^b\left(\frac{x}{4}-\frac{x}{4}+\frac{2}{x^2}\right)dx\right|=\left|\int_1^b\frac{2}{x^2}dx\right|$$

$$A=\left|\left[-\frac{2}{x}\right]_1^b\right|=\left|-2\cdot\frac{1}{b}+2\right|$$

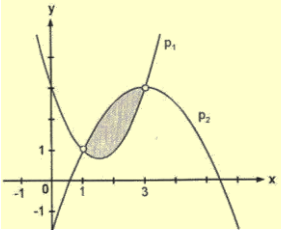


د $b>1$ له امله دی

$-2\cdot\frac{1}{b}+2>0$ ، له دې سره دی

$$-2\cdot\frac{1}{b}+2=\frac{3}{2} \quad \Rightarrow b=4$$

د b=4 له پاره هواره ورکړشوي ارزښت غوره کوي يا اخلي.
دوه اتيا: د غوڅتکو د پروت محور ارزښتونه:



$$x^2-3x+3=-\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{3}{2}$$

$$x^2-4x+3=0$$

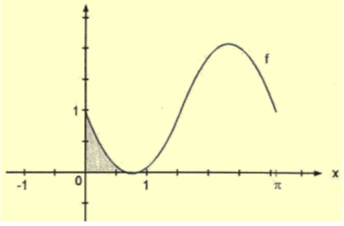
$$\Rightarrow x_1=1 \quad , \quad x_2=3$$

د هوارې شميرنه په انټروال [1,3] کې سرته رسيږي.
د هوارې شميرنه:

$$A=\left|\int_1^3\left(-\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{3}{2}-(x^2-3x+3)\right)dx\right|$$

$$A=\left|\int_1^3\left(-\frac{3}{2}x^2+6x-\frac{9}{2}\right)dx\right|=\left|\left[-\frac{x^3}{2}+3x-\frac{9x}{2}\right]_1^3\right|=2$$

غوښتونې هواره د هوارې دوه يوونونه ده.
دري اتيا: د $a-\sin 2x \geq 0$ او $a>0$ له امله د f ګراف د x- محور يواځې پورته لور ته پروت دی.(د a=1 له پاره په څنګ کې څيره وګورى)
صفرځايونه:
صفرځايونه له a خپلواک دي.



$$1-\sin 2x\geq 0$$

$$1-\sin 2x=0$$

$$\sin 2x=0$$

$$\Rightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi(k\in z)$$

د هوارې شميرنه له پيل تر لومړي صفرځای پورې شميرل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A=\left|\int_0^{\frac{\pi}{4}} a(1-\sin 2x)dx\right| = a\cdot\left|\left[x+\frac{1}{2}\cos 2x\right]_0^{\frac{\pi}{4}}\right|$$

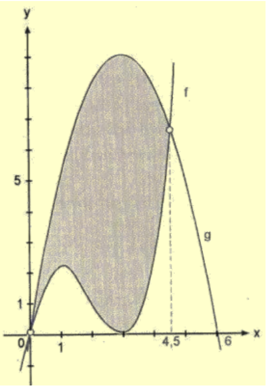
$$A=a\cdot\left(\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\cdot 0\right)-a\cdot\left(0+\frac{1}{2}\cdot 1\right)=\frac{a}{4}\cdot(\pi-2)$$

برابراینوونه:

$$\pi-2=\frac{a}{4}\cdot(\pi-2) \quad\Rightarrow\quad a=4$$

د $a=4$ له پاره هوارع ورکړشوي ارزښت هوره کوي.

ځلوراتیا: د غوڅیکو پروت محور



$$\frac{2}{3}x^3-4x^2+6x=-x^2+6$$

$$\frac{2}{3}x^3-3x^2=0$$

$$\Rightarrow x_1 \quad , \quad x_2=\frac{9}{2}$$

د هوارې شمیرنه:

$$A=\left|\int_0^{4.5}\left(-x^2+6x-\frac{2}{3}x^3+4x^2-6x\right)dx\right|$$

$$=\left|\int_0^{4.5}\left(-\frac{2}{3}x^3+3x^2\right)dx\right|$$

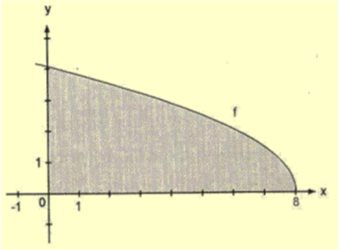
$$A=\left|\left[-\frac{1}{6}x^4+x^3\right]_0^{4.5}\right|=\left(\frac{9}{2}\right)^3\cdot\frac{1}{4}$$

غوښتوني هواره $\left(\frac{9}{2}\right)^3\cdot\frac{1}{4}$ هواریوونونه کچوي.

پنځه اتیا: صفرځایونه

$$0=\sqrt{16-2x} \quad\Rightarrow\quad x=8$$

هوارشمیرنه



$$A=\left|\int_0^{8}\sqrt{16-2x}dx\right|$$

$$=\left|\left[-\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\sqrt{(16-2x)}\right]_0^{8}\right|$$

$$A=\frac{64}{3}$$

غوښتوني هواره $A=\frac{64}{3}$ هواریوونونه کچوي.

شپږاتیا: الف: تابع په x=-2 کې پیژندتشځای لري.

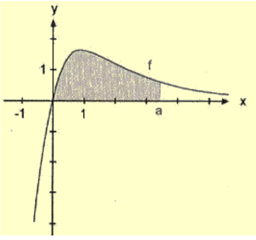
(c) ketabton.com: The Digital Library

يواځنی صفر ځای د

$$86.\quad a)\ \frac{48x}{(x+2)^3}=0 \quad\Rightarrow\quad 48x=0$$

له امله په $x_2=0$ کې دی.

له دې امله گراف د a>0 له پاره ناپرېکيدونکی دی په لومړي انتروال [0,a]کې د سطحې شميرنه ده:



$$\frac{48x}{(x+2)^3}=\frac{A}{x+2}+\frac{B}{(x+2)^2}+\frac{C}{(x+2)^3}$$

$$\frac{48x}{(x+2)^3}=\frac{Ax^2+(4A+B)x+4A+2B+C}{(x+2)^3}$$

د ضريبونو يا ځلوونو پرتله کونه

$$A=0$$

$$4A+B=48$$

$$4A+2B+c=0 \quad\Rightarrow\quad A=0 \quad , \quad B=0 \quad , \quad C=-96$$

انتيگرال يي کړی

$$\int_0^a \frac{48x}{(x+2)^3}dx=\int_0^a\left(\frac{48}{(x+2)^2}-\frac{96}{(x+2)^3}\right)dx=\left[-\frac{48}{x+2}+\frac{48}{(x+2)^2}\right]_0^a$$

$$=\left[-48\frac{x+1}{(x+2)^2}\right]_0^a=-48\cdot\left(\frac{a+1}{(a+2)^2}-\frac{1}{4}\right)$$

د A=8 له پاره د هوارې يوونونه

$$8=-48\cdot\left(\frac{a+1}{(a+2)^2}-\frac{1}{4}\right)\ \Leftrightarrow\ \frac{1}{12}=\frac{a+1}{(a+2)^2}\ \Leftrightarrow\ 0=a^2-8a-8$$

د $a>0$ له امله $a=4+\sqrt{24}\approx 8.900$ يواځنی حل دی.

د $a=8.900$ له پاره د هوار يينونه غوښتونی ارزښت نيسي

ب: پارامترt په صفرځای کوم اغيز نه لري.

موږ په بلډول ليکو:

$$y=\frac{tx}{(x+2)^3}=t\cdot\frac{x}{(x+2)^3}$$

اوس د t=48 له پاره د برخې الف سره پرته کول شوني دي.

$$y=\frac{48x}{(x+2)^3}=48\cdot\frac{x}{(x+3)^3}$$

د ناټاکلي انتيگرال لاس ته راوني کيدی شي له برخې الف هم ونيول شي.

$$\int_0^4 t\frac{x}{(x+2)^3}dx=-\left[-t\cdot\frac{x+1}{(x+2)^3}\right]_0^4=\frac{1}{9}t$$

د A=10هوارې يوونونون له پاره اينونه.

$$\frac{1}{9}t=10 \quad\Rightarrow\quad t=90$$

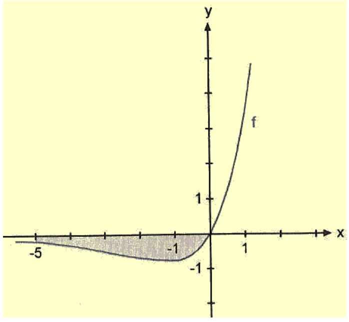
د $t=90$ له لپاره د هورې يوونونه غوښتلی ارزښت نيسي.

اوه اتيا:صفرځايونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$0 = x \cdot e^{0.5x} > 0$

ګراف د $e^{0.5x} > 0$ له امله یواځنی صفرځای په $x = 0$ کې لري.



له دې سره د هوارې شمیرنه

په انتروال [-5,0] کې کیږي.

توټه – یا پارسل انتیګرالونه.

$u(x) = x$

د $u'(x) = 1$ سره

$v'(x) = e^{0.5x}$

د $v(x) = 2e^{0.5x}$ سره

$$\int_{-5}^{0} x \cdot e^{0.5x} dx = \left[2x \cdot e^{0.5x}\right]_{-5}^{0} - \int_{-5}^{0} 2 \cdot e^{0.5x} dx$$

$$= \left[2x \cdot e^{0.5x}\right]_{-5}^{0} - \left[4 \cdot e^{0.5x}\right]_{-5}^{0}$$

$$= \left[2x \cdot e^{0.5x}(x-2)\right]_{-5}^{0}$$

$$= -4 + 14 \cdot \sqrt{e^{-5}}$$

دا چې هواره د - محور کښته لور ته پرته ده، ناټاکلی انتیګرال کمیز یا منفي ګڼ ارزښت لري.

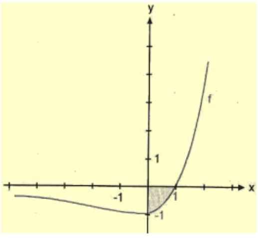
غوښتوني منځهواره د هوارې نږدې ۲،۸۵۱ یوونونه کچوي.

اته اتیا: صفرځایونه

$0 = e^{x}(x-1)$

د $e^{x} > 0$ له امله ګراف د $x - 1 = 0$

له پاره یواځنی صفرځای په $x = 1$ کې لري.



له دې سره د سطحې شمیرنه په انتروال [0,1] کې کیږي.

توټه انتیګرالونه

$u'(x) = 1$

$v'(x) = e^{x}$

$v'(x) = e^{x}$

$v(x) = e^{x}$

$$\int_{0}^{1} e^{x}(x-1)dx = \left[e^{x}(x-1)\right]_{0}^{1} - \int_{0}^{1} e^{x} dx = \left[e^{x}(x-1)\right]_{0}^{1} - \left[e^{x}\right]_{0}^{1}$$

$$= \left[e^{x}(x-2)\right]_{0}^{1} = 2 - e \approx -0.718$$

دا چې هواره د -محور کښته لور ته پرته ده، نوټاکلی انتیګرال کمیز ؛ڼ ارزښت لري.

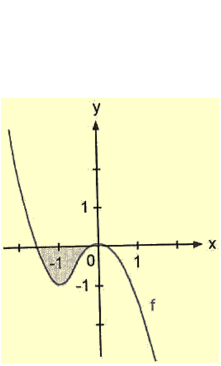
غوښتوني منځهواره 0.718 د هوارې یوونونه کچه وي.

نهه اتیا: صفرځایونه:

$-2x^{2} - 3x^{2} = 0$

$-x^{2}(2x+3) = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{1} = -1.5 \quad , \quad x_{2,3} = 0$

د دواړو صفرځایونو په منځ کې د هوارې شمیرنه:



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A=\left|\int_{-1.5}^{0}(-2x^3-3x^2)dx\right|$$

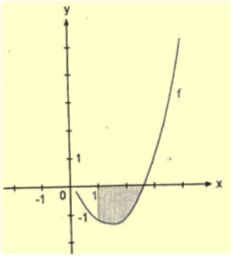
$$A=\left|\left[-\frac{x^4}{2}-x^3\right]_{-1.5}^{0}\right|=\left|-\frac{27}{32}\right|$$

غوښتوني منځهواره 0,844 د هوارۍ یوونونه کچه وي.

نوي: صفرځایونه:

تابع (یا ځیرونه)f یواځې د $x>0$ له پاره پیژند لري یا تعریف ده.

نو له دي امله یواځنی صفرځای د $\ln x=1 \Leftrightarrow \ln x-1=0$ لپاره په $x=e$ کې شتون لري.



توټه انتیګرالونه

$u(x)=\ln x-1$

$u'(x)=\frac{1}{x}$

$v'(x)=x^2$

$v(x)=\frac{x^3}{3}$

$$\int_0^1 x^2\cdot(\ln x-1)d$$

$$=\left[\frac{x^3}{3}\cdot(\ln x-1)\right]_1^e-\int_1^e\frac{1}{x}\cdot\frac{x^3}{3}dx$$

$$=\left[\frac{x^3}{3}\cdot(\ln x-1)\right]_1^e-\left[\frac{x^3}{9}\right]_1^e$$

$$=\left[\frac{x^3}{3}\cdot\ln x-\frac{4x^3}{9}\right]_1^e=\frac{1}{9}(4-e^3)\approx-1.787$$

دا چې هواره د x-محور لاندې پرته ده، نو دا تاکلي انتیګرال یو کمیز ؛ن ارزښت لري.

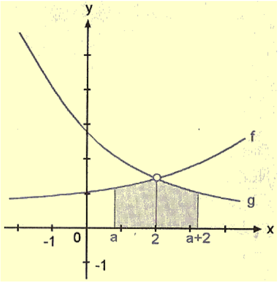
غوښتوني هواره -1.787 هوار یوونونه کچ کوي.

یونوي: د ځګګنونو د پرته له مخې د غوښتکو شمیرل

$$e^{\frac{1}{4}x}=e^{-\frac{1}{4}x+1}$$

$$\frac{1}{4}x=-\frac{1}{4}x+1$$

$$x=2$$



دواړه ګرافونه په $x=2$ کې غوځوي.

د هوارشمیرنې ایښوونه:

دواړهبرخهوارې د x-محور پورته لور ته پرتې دي، نو له دې امله د تاکلي انتیګرال ارزښتونه زاتیز یا مثبت دي، له دې امله د ارزښت لیکندول ښخه تیریږو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A=\int_a^2 a^{\frac{1}{4}x}dx+\int_2^{a+2} e^{-\frac{1}{4}x+1}dx=\left[4e^{\frac{1}{4}x}\right]_a^2+\left[-4e^{-\frac{1}{4}x+1}\right]_2^{a+2}$$

$$=4e^{\frac{1}{2}}-4e^{\frac{1}{4}a}-4e^{-\frac{1}{4}a-\frac{1}{2}+1}+4e^{-\frac{1}{2}+1}$$

$$A=4\cdot\left(2e^{\frac{1}{2}}-e^{\frac{1}{4}a}-e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}\right)$$

د ځای اړوند اکستریموم له پار اړیین شرط دی: $A'(a)=0$

$$A'(a)=4\cdot\left(-\frac{1}{4}e^{\frac{1}{4}a}+\frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$0=-e^{\frac{1}{4}a}-e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}$$

$$e^{\frac{1}{4}a}-e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{4}a=-\frac{1}{4}a+\frac{1}{2}\quad\Rightarrow\quad a=1$$

پوره کیدونکي شرطونه.

$$A''(a)=\frac{1}{4}e^{\frac{1}{4}a}-\frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}$$

$$A''(1)=-\frac{1}{4}\sqrt[4]{e}-\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{\sqrt{e}}=-\frac{1}{4}(\sqrt[4]{e}+\sqrt{e})<0$$

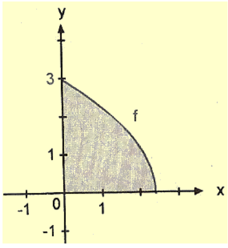
د a=2 له پاره هواره ممکن ستره خوندیونه غوره کوي. له دې امله هواره په انتروال [1,3] کې پرته ده.

دوه نوي:ٌفرځایونه:

$$0=\sqrt{9-4x}\quad\Rightarrow\quad x=\frac{9}{4}$$

ګراف د پارابل د خرانګي یا یوې برخه ښایي، چې کیڼ لور ته از دی، کوم چې د x-محور پورته لور ته پروت دی.غښتونې هواره له دې سره په انتروال [0;2, 25] کې پرته ده.

د هوارې شمیرنه:



$$A=\left|\int_0^{\frac{9}{4}}\sqrt{9-4x}dx\right|$$

$$A=\left|\left[-\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}\sqrt{(9-4x)^3}dx\right]_0^{\frac{9}{4}}\right|=\left|\frac{1}{6}\sqrt{9^3}\right|=\frac{9}{2}$$

غوښتونې هواره $\frac{9}{2}$ د هوارې یوونونه کچوي.

$$0=-e^{\frac{1}{4}a}-e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}$$

$$e^{\frac{1}{4}a}-e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{4}a=-\frac{1}{4}a+\frac{1}{2}\quad\Rightarrow\quad a=1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

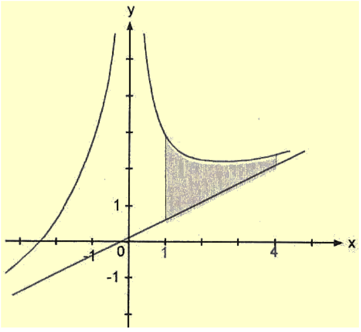
پوره کیدوني شرطونه

$$A''(a)=\frac{1}{4}e^{\frac{1}{4}a}-\frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}$$

$$A''(1)=-\frac{1}{4}\sqrt[4]{e}-\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{\sqrt{e}}=-\frac{1}{4}(\sqrt[4]{e}+\sqrt{e})<0$$

د له پاره هواره ممکن ستره خوندیونه غوره کوي. له دې سره هواره په انټروال [1,3] کې پرته ده.

درې نوي: تابع یا ځیرونه په x=0 کې پیژندتشځای لري. په انټروال [1;4] کې ناپرېکیدونکی دی.



$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+12}{2x^2}=\frac{1}{2}x$$

د ګاوند – یا اسیمپتوت برابرون

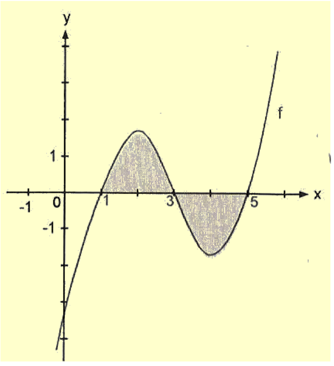
$$y=\frac{1}{2}x$$

هوارشمیرنه:

$$A=\left|\int_1^4\left(\frac{x^2+12}{2x^2}-\frac{1}{2}x\right)dx\right|$$

$$A=\left|\int_1^4\left(\frac{1}{2}x-\frac{6}{x^2}-\frac{1}{2}x\right)dx\right|=\left|\int_1^4\left(\frac{6}{x^2}dx\right|=-\left|\left[-\frac{6}{x}\right]_1^4\right|=\frac{9}{2}$$

ِوښتونې منځهواره $\frac{9}{2}$ د هوارې یوونونه کچوي.



څلورنوي: صفرځایونه

ازمښښت یو لومړي صفرځای راکوي، د $x_1=1$ سره

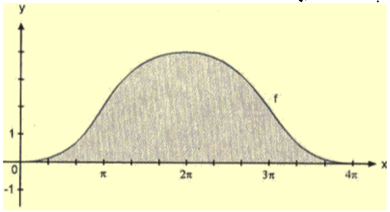
پولینوموېش

$$(x^3-9x^2+23x-15):(x-1)$$
$$=x^2-8x+15$$

نور صفرځایونه دي:

$$x_2=3 \quad , \quad x_3=5$$

له دې سره هوارشمیرنه په
برخه انټروالونو [1;3] او [3;5] کې کیږي.



هوارشمیرنه:

$$A=\left|\int_0^{4\pi}2\left(1-\cos\frac{x}{2}\right)dx\right|=2\cdot\left|\left[x-2\sin\frac{x}{2}\right]_0^{2\pi}\right|$$

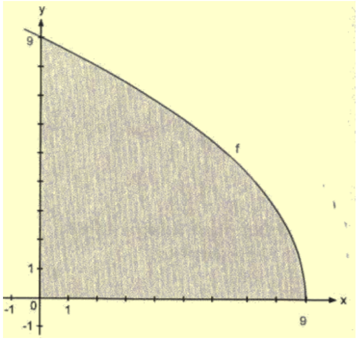
(c) ketabton.com: The Digital Library

غوښتوني هواره ۲۵،۱۳ د هواريوونونه لري.

اوه نوي: صفرځايونه:

$$3\cdot\sqrt{9-x}=0$$

$$\Rightarrow\ x=9$$



له دي سره غوښتوني هواره په انتروال[0;9] کي پرته ده

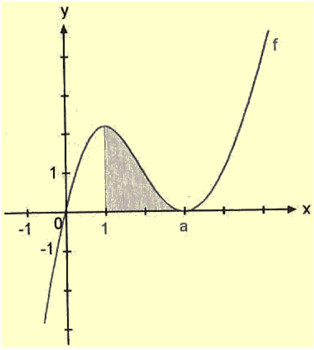
$$A=\left|3\int_0^9\sqrt{9-x}dx\right|$$

$$=3\left|\left[-\frac{2}{3}\sqrt{(9-x)^3}dx\right]_0^9\right|$$

$$A=54$$

غوښتوني منځهواره ۵۴ د هوارې يوونونه کچه کوي.

اته نوي: صفرځايونه:



$$0=x^3-2ax^2+a^2x$$

$$0=x(x^2-2ax+a^2)$$

$$\Rightarrow\ x_1=0$$

$$0=x^2-2ax+a^2$$

$$\Rightarrow\ x_{2/3}=a$$

د a>1 له امله پارابول د $0<x<1$ له پاره صفرځاى نه لري

د هوارشميرني اېښوونه:

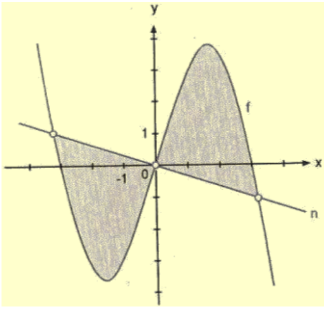
$$A=\left|\int_0^1(x^3-2ax^2+a^2x)dx\right|$$

$$A=\left|\left[\frac{x^4}{4}-\frac{2ax^3}{3}+\frac{a^2x}{2}\right]_0^1\right|=\frac{11}{4}$$

$$\frac{1}{4}-\frac{2a}{3}+\frac{a^2}{2}=\frac{11}{4}\Leftrightarrow 6a^2-8a-30=0\ \Rightarrow\ a_1=-\frac{5}{3}\ ,\ \ a_2=3$$

د a>1 له امله a=3 يواځني اوبي يا حل دى.

نهه نوي:



(c) ketabton.com: The Digital Library

99. $f'(x) = -x^2 + 3$

$$f'(0) = 3$$

$$\Rightarrow \; m_n = -\frac{1}{m_t} = -\frac{1}{3}$$

$$y = -\frac{1}{3}$$

دا چې کرښه سرچینه یزه – یا پیلکرښه ده ، نو برابرن یې دي :

د غوڅټکو د پروتمحور ارزښتونه:

$$\frac{1}{3}x = -\frac{1}{3}x^3 + 3x$$

$$\frac{1}{3}x(x^2 - 10) = 0 \;\; \Rightarrow \;\; x_1 = -\sqrt{10} \;\; , \;\; x_2 = 0 \; , \;\; x_3 = \sqrt{10}$$

هوارشمیرنه:

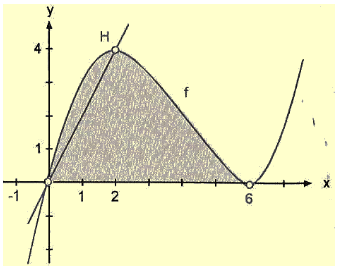
دا چې د f په برابرونونو کې یواځې ناجوړه ګګڼونه منځ تهراخي، له دې امله د ګراف سرچینې ته ټکی سیموتریک دی.نو له دې سره بسیا کوي چې هواره په یوه برخ انتروال کې وشمیرو.

$$A = 2 \cdot \left| \int_0^{\sqrt{10}} \left(-\frac{1}{3}x - (-\frac{1}{3}x^3 + 3x) \right) dx \right| = 2 \cdot \left| \int_0^{\sqrt{10}} \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{10}{3} \right) dx \right|$$

$$A = 2 \cdot \left| \left[\frac{x^4}{12} - \frac{5x^2}{3} \right]_0^{\sqrt{10}} \right| = 2 \cdot \frac{25}{3} = \frac{50}{3}$$

خورا لویه منځهواره $\frac{50}{3}$ د هوارې یوونونه ګچوي.

سل :



$$\frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{2}x = 0$$

$$\frac{1}{8}x(x^2 - 12x + 36) = 0$$

$$\frac{1}{8}x(x-6)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \; x_1 = 0 \;\; , \;\; x_{2/3} = 6$$

جګټکی

$$f'(x) = \frac{3}{8}x^2 - 3x + \frac{9}{2}$$

$$0 = \frac{3}{8}x^2 - 3x + \frac{9}{2}$$

$$0 = \frac{3}{8}(x^2 - 8x + 12)$$

$$\Rightarrow \; x_1 = 2 \;\; , \;\; x_2 = 6$$

د

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f''(x)=\frac{3}{4}x-3 \quad \Rightarrow \quad f''(2)=-\frac{3}{2}<0 \qquad x=2$$

له امله د x=2 له پاره دا یومکسموم په ګوتهکوي.
د کرښیز برابرون لیکنه

$$f(2)=4$$

$$y=\frac{4-0}{2-0}(x-0)+0 \quad \Rightarrow \quad y=2x$$

د منځهوارې شمیرنه:
ټوله هواره:

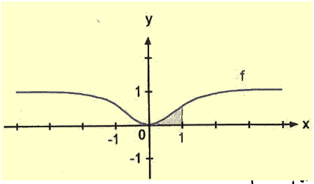
$$A=\left|\int_0^6 \left(\frac{1}{8}x^3-\frac{3}{2}x^2+\frac{9}{2}x\right)dx\right|=\left|\left[\frac{x^4}{32}-\frac{x^3}{2}+\frac{9x^2}{4}\right]_0^6\right|$$

د برخهوارې له پاره اېښونه

$$A=\left|\int_0^6 \left(\frac{1}{8}x^3-\frac{3}{2}x^2+\frac{9}{2}x-2x\right)dx\right|=\left|\int_0^2 \left(\frac{1}{8}x^3-\frac{3}{2}x^2+\frac{9}{2}x-2x\right)dx\right|$$

$$A=\left|\left[\frac{x^4}{32}-\frac{x^3}{2}+\frac{5x^2}{4}\right]_0^2\right|=\frac{3}{2}$$

یوسل او یو: صفرځایونه:



$$0=\frac{x^2}{1+x^2} \quad \Leftrightarrow \quad x^2=0$$

$$\Rightarrow \quad x=0$$

د هوارښمیرنه:
موخه ور بنه بدلون مو یوه ساده انتیګرال ته بیایي.

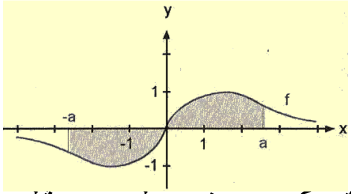
$$A=\left|\int_0^1 \frac{x^2}{1+x}dx\right|=\left|\int_0^1 \frac{1+x^2-1}{1+x^2}dx\right|$$

$$A=\left|\int_0^1 \left(\frac{1+x^2}{1+x^2}-\frac{1}{1+x^2}\right)dx\right|=\left|\int_0^1 \left(\frac{1}{1+x^2}\right)dx\right|=\left|[x-\arctan x]_0^1\right|$$

$$A=1-\arctan 1-0+\arctan 0=1-\frac{\pi}{4}$$

غوښتوني منځهواره 0,215 هواریوونونه کچه وي.

یوسل ودوه:



$$0=\frac{x}{1+x^2} \quad \Rightarrow \quad x=0$$

د هوارې شمیرنې له پاره اېښوونه:
دا چې ګراف پیل یا سرچینې ټکی ته سیومتریک دی، نو په لومړی ځلورمه کې د انتیګرال شمیرنه بسیا کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $u(x)=1+x^2$ او $u'(x)=2x$ سره د انتیګرالوني تابع بڼه

$f(x)=\dfrac{u'(x)}{u(x)}$ لري. له دې سره دي: $f'(x)=\ln u$

$$A=2\cdot\left|\frac{1}{2}\int_0^a\frac{2x}{1+x^2}dx\right|=\left|\left[\ln(1+x^2)\right]_0^a\right|=\ln(1+a^2)-\ln 1$$

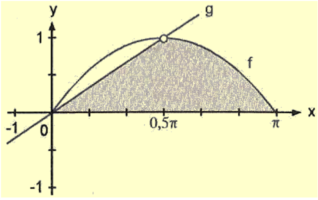
$$A=\ln(1+a^2)$$

برابراینونه:

$$\ln(1+a^2)=1\ \Rightarrow\ 1+a^2=e\ \Rightarrow a=\sqrt{e-1}$$

د a=1,311 له پاره منځهواره ورکړشوی ارزښت اخلي.

یوسلودرې:



$$103.\ \frac{2}{\pi}=\sin x\ \Rightarrow\ x_1=0\ ,\ \ x_2=\frac{\pi}{2}$$

هوارشمیرنه:

$$A=\left|\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{2}{\pi}xdx\right|+\left|\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sin xdx\right|$$

$$A=\left|\left[\frac{x^2}{\pi}\right]_0^{\frac{\pi}{2}}\right|+\left|\left[-\cos x\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\right|=\frac{\pi}{4}+1\frac{\pi+4}{4}$$

غوښتوني سطحه نږدې 1,785 د هوارې یوونونه کچوي.

یوسلوڅلور: د غوښتکو پراته ارزښتونه:

$$x\cdot\sin x=2\cdot\sin x$$

$$\Rightarrow\ x_1=2\ ,\ \ x_2=k\pi\ ,\ \ k\in z$$

هوارشمیرنه:

$$A=\left|\int_0^2(2\cdot\sin x-x\cdot\sin x)dx\right|+\left|\int_0^{\pi}(2\cdot\sin x-x\cdot\sin x)dx\right|$$

$$=\left|\left[-2\cdot\cos x\right]_0^2-\int_0^2x\cdot\sin xdx\right|+\left|\left[-2\cdot\cos x\right]_2^{\pi}-\int_2^{\pi}x\cdot\sin xdx\right|$$

له

$$u(x)=x\ ,\ \ u'(x)=1\qquad v'(x)=\sin x\ ,\ \ v(x)=-\cos x$$

سره ټوټه انتیګرالونه راکوي:

$$A=\left|\left[-2\cdot\cos x\right]_0^2-\left[-x\cdot\cos x\right]_2^{\pi}-\int_0^2\cos xdx\right|+\left|\left[-2\cdot\cos x\right]_2^{\pi}-\left[-x\cdot\cos x\right]_0^2-\int_2^{\pi}\cos xdx\right|+$$

$$=\left|\left[-2\cdot\cos x+x\cdot\cos x-\sin x\right]_0^2\right|+\left|\left[-2\cdot\cos x+x\cdot\cos x-\sin x\right]_2^{\pi}\right|$$

$$A=2-\sin 2+\left|2-\pi+\sin 2\right|=2-\sin 2-2+\pi-\sin 2=\pi=2\sin 2$$

$$A=2-\sin 2+\left|2-\pi+\sin 2\right|=2-\sin 2-2+\pi-\sin 2=\pi=2\sin 2$$

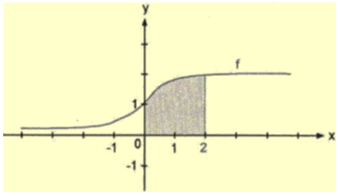
یادونه:

$$|2-\pi+\sin 2<0\Rightarrow|-2+\pi-\sin 2|=-2+\pi-\sin 2$$

غوښتونکي سطحه ۱،۳۲۳ د سطحې یوونونه کچوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو سل اوپنځه: د f ګراف صفرځای نه لري او ناپرېکيدونکی دی.



هوارشميرنه: د $u(x) - e^x + 1$

او $u'(x) = e^x$ سره دی:

$$f(x) = \frac{u'(x)}{u(x)} \quad \text{او} \quad f'(x) = \ln u$$

$$A = \left| 2\int_0^2 \frac{e^x}{e^x + 1} dx \right| = \left| \left[2 \cdot \ln(e^x + 1) \right]_0^2 \right| = 2\ln(e^2 + 1) - 2 \cdot \ln 2$$

غوښتوني سطحه د سطحې يوونونو نږدې ۲،۸۶۸ کچوي

يوسلوشپږ: الف: د ډکي- يا حجم فرمول کې ايښوونه:

$$V = \pi \cdot \int_0^4 (2 + \sqrt{x})^2 dx = \pi \cdot \int_0^4 (4 + 4\sqrt{x} + x)^2 dx$$

$$V = \pi \cdot \left[4x + \frac{8\sqrt{x^3}}{3} + \frac{x^2}{2} \right]_0^4 = \frac{136}{3}\pi$$

غوښتوني ډکی (حجم) نږدې 142,4 د فضا يوونونه کچه وي.

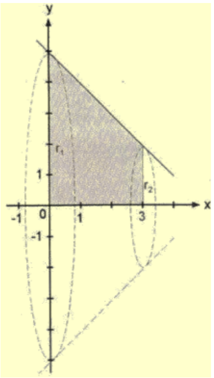
ب: د ډکي فرمول کې ايښوونه:

$$V = \pi \cdot \int_0^4 (\frac{1}{2}(x-2)^2 + 1)^2 dx = \pi \cdot \int_0^4 (\frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + 7x^2 - 12x + 9) dx$$

$$V = \pi \cdot \left[\frac{x^5}{20} - \frac{x^4}{2} + \frac{7x^3}{3} - 6x^2 + 9x \right]_2^4 = \frac{94}{15}\pi$$

غوښتوني ډکی (حجم) نږدې 19,69د فضا يوونونه کچه وي.

يوسل او اوه: الف: دانتيګرالشميرنې له لارې د ډکي يا حجم شميرنه:



$$V = \pi \cdot \int_0^3 (-x + 5)^2 dx$$

$$= \pi \cdot \int_0^3 (x^2 - 10x + 25) dx$$

$$V = \pi \cdot \left[\frac{x^3}{3} - 5x^2 + 25x \right]_0^3 = 39\pi$$

ساده ډکي شميرنه. څرخونبدن يو پڅ مخروط يا ګازره راکوي د

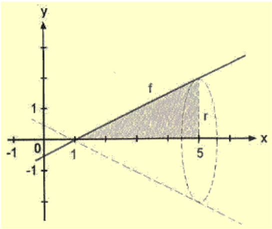
$r_1 = f(0) = 5 \;,\;\; r_2 = f(3) = 2$ او $h = 3 - 0 = 3$ سره

$$v = \pi \cdot \frac{3}{3}(5^2 + 5 \cdot 2 + 2^2) = 39\pi$$

هر ځل ۱۲۲،۵ د يوه فضايوونونه کچه وي.

ب: د انتيګرالشميرنې له لارې د ډکي يا حجم شميرنه

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$V=\pi\cdot\int_1^5\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}\right)^2dx$$

$$V=\pi\cdot\int_1^5\left(\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\right)dx$$

$$V=\pi\cdot\left[\frac{x^3}{12}-\frac{x^2}{4}+\frac{x}{4}\right]=\frac{16}{3}\pi$$

ساده ډکیشمیرنه:

څرخونبدن یو کیګل انځوروي، د $r=2$

$h=4$ سره

یوسل او یوولس: کرښه د y- محور په $y=4$ او د x– محور په $x=a$ کې غوڅوي.

له دې سره د یوه څرخون له لارې د x– محور باندې یو کیګل منځ ته راځي د $r=4$ او $a=8$ سره.

د پوښهوارې شمیرنه په انتروال [0;8] د انتیګرالولو له لارې.

$$M=2\pi\cdot\int_0^8\left(-\frac{1}{2}x+4\right)\cdot\sqrt{1+\frac{1}{4}}dx=2\pi\cdot\int_0^8\left(-\frac{1}{2}x+4\right)\cdot\frac{\sqrt{5}}{2}dx$$

$$M=2\pi\cdot\left[\frac{\sqrt{5}}{2}\left(-\frac{x^2}{4}+4x\right)\right]_0^8=16\pi\cdot\sqrt{5}$$

ساده شمیرنه

د پوښکرښه:

$$M=\pi\cdot r\cdot s=\pi\cdot 4\cdot 4\cdot\sqrt{5}=16\pi\cdot\sqrt{5}$$

د پوښهوارې فرمول:

دواړه شمیرنې د نږدې د ۸۵،۲۹ کچیوونونو سره پوښشهواره ورکوي.

یوسل او دولس: د رابیلیدنې – یا مشتق تابع:

$$f(x)=2\sqrt{x}\quad\Rightarrow\quad f'(x)=2\frac{1}{2\sqrt{x}}=\frac{1}{\sqrt{x}}$$

انتیګرال یې کړی.

$$M=2\pi\cdot\int_0^4 2\sqrt{x}\cdot\sqrt{1+\frac{1}{x}}dx=2\pi\cdot\int_0^4\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}dx$$

$$=2\pi\cdot\int_0^4 2\sqrt{x}\cdot\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}dx=2\pi\cdot\int_0^4\sqrt{x+1}dx$$

$$=4\pi\cdot\left[\frac{2\cdot\sqrt{(x+1)^3}}{3}\right]_0^4=\frac{8}{3}\pi(5\sqrt{5}-1)$$

غوښتونې هواره د نږدې د ۱۱۲،۴ کچیوونونو سره پوښشهواره ورکوي.

یوسل او دیارلس: د رابیلیدنې – یا مشتق تابع:

$$f(x)=\frac{1}{6}x^3\quad\Rightarrow\quad f'(x)=\frac{1}{2}x^3$$

انتیګرال یې کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$M = 2\pi \cdot \int_1^2 \frac{1}{6} x^3 \cdot \sqrt{1+\frac{1}{4}x^4}\, dx = \frac{1}{3}\pi \cdot \int_1^2 x^3 \cdot \sqrt{1+\frac{1}{4}x^4}\, dx$$

انتیګرال د مخه ویل شوې قانون له لارې ورکوي:

$$u(x) = 1+\frac{1}{4}x^4 \quad \Rightarrow \quad u'(x) = x^3$$

$$M = \frac{1}{3}\pi \cdot \int_1^2 x^3 \cdot \sqrt{1+\frac{1}{4}x^4}\, dx = \frac{2}{9}\pi \cdot \left[\sqrt{\left(1+\frac{1}{4}x^4\right)^3}\, dx \right]_1^2$$

$$M = \frac{1}{3}\pi \cdot (5\sqrt{5} - \frac{5}{8}) = \frac{35}{36}\pi \cdot \sqrt{5}$$

غوښتونې پوښهواره نږدې ۶،۸۳۰ هواریوونونه په کچه کوي

یوسل او څوارلس: د کربښې څرخول د x– محور باندې یو پڅ مخروط د $h = f(5) - f(1) = 6 - 2 = 4$ او $r_1 = 5\ ,\ \ r_2 = 1$ سره راکوي.

د رابیلیدنې – یا مشتقتابع

$$f(x) = x+1 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 1$$

د انتیګرال له لارې د پوښهوارې شمیره:

$$M = 2\pi \cdot \int_1^5 x \cdot \sqrt{2}dx = \pi \cdot \left[\frac{x^2}{2}\sqrt{2} \right]_1^5 = 25\pi \cdot \sqrt{2} - \pi \cdot \sqrt{2} = 24\pi \cdot \sqrt{2}$$

ساده شمیرنه:

پوښکرښه:

$$s = \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4 \cdot \sqrt{2}$$

$$M = \pi \cdot s \cdot (r_1 + r_2) = \pi \cdot 4 \cdot \sqrt{2}(1+5) = 24\pi \cdot \sqrt{2}$$

د دواړو شمیرنو پوښهوارې نږدې ۱۰۶،۶ پوښیوونونه راکوي.

یوسل او پنځلس: کښته لور ته واز پاربول د y– محور بادې ککریتکې S(0/4) لري او زیاتیزه x– محور په x=4 کې غوڅوي.

د رابیلیدنې – یا مشتق تابع یا څیرونه.

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 4 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = -\frac{1}{2}x$$

انتیګرال یې کړی

$$M = 2\pi \cdot \int_0^4 x \cdot \sqrt{1+\frac{1}{4}x^2} = \pi \cdot \int_0^4 x \cdot \sqrt{4+x^2}dx$$

بڼهبدلون او په ځای اینوونه یا بدلون یا سبستیچیوشن

$$u(x) = 4 + x^2 \quad \Rightarrow \quad u'(x) = 2x$$

$$M = \frac{1}{2}\pi \cdot \int_0^4 2x \cdot \sqrt{4+x^2}dx = \frac{1}{2}\pi \cdot \left[\frac{x \cdot \sqrt{(4+x^2)^3}dx}{3} \right]_0^4$$

$$M = \frac{40}{3}\pi\sqrt{5} - \frac{8\pi}{3}$$

پوښهواره نږدې ۸۵،۲۹ د هوارې یوونونه کچه وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوسل او شپاړس: د کرښیز برابرون لیکل

$$y = \frac{(8-4)}{(5-2)}(x-2)+4$$

$$y = \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}$$

انتیګرالول

$$s = \int_2^5 \sqrt{1+\left(\frac{4}{3}\right)^2}\,dx = \int_2^5 \frac{5}{3}\,dx = \left[\frac{5x}{3}\right]_2^5 = \frac{25}{3} - \frac{10}{3} = 5$$

ساده شمیرنه

$$s = \sqrt{(5-2)^2 + (8-4)^2} = \sqrt{9+16} = 5$$

دواړه شمیرنې ۵ اوږدوالي یوونه راکوي.

یوسل او اولس: رابیلید څیره ونه یا مشتقتابع:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^{\frac{3}{2}} \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{3}{4}x^{\frac{3}{4}}\sqrt{x}$$

انتیګرال یې کړی

$$s = \int_0^1 \sqrt{1+\left(\frac{3}{4}\sqrt{x}\right)^2}\,dx = \int_0^1 \sqrt{1+\frac{9}{16}x dx}$$

سبستیچیوشن یا بدلون یا په ځای اینوونه :

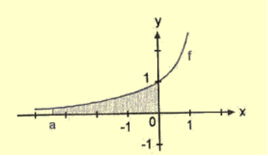
$$u(x) = 1+\frac{9}{16}x \quad \Rightarrow \quad \frac{du}{dx} = \frac{9}{16} \quad \Rightarrow \quad dx = \frac{16}{9}du$$

$$s = \frac{16}{9}\int_0^1 \sqrt{u}\,du = \frac{16}{9}\left[\frac{2}{3}\left(1+\frac{9}{16}x\right)^3\right]_0^1$$

$$s = \frac{32}{27}\cdot\left(\sqrt{\left(\frac{25}{16}\right)^3} - \sqrt{^3}\right) = \frac{32}{27}\cdot\left(\frac{125}{64} - 1\right) = \frac{61}{54}$$

غوښتوني لینده اوږدوالی۱،۱۲۹ اوږدوالي یوونونه کچه وي.

یوسل او اتلس: الف: انتیګرال یې کړی



$$\int_a^0 e^x dx = \left[e^x\right]_a^0 = 1 - e^a$$

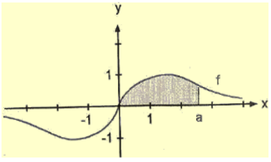
پولي ټاکنه:

$$\lim_{a\to-\infty}(1-e^a) = 1$$

ناټاکلی انتیګرال پوله ارزښت ۱ لري.

ب : انتیګرال یې ونیسی

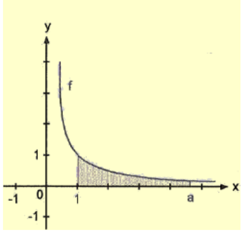
(c) ketabton.com: The Digital Library



$$\int_a^0 e^x dx = \left[e^x\right]_a^0 = 1 - e^a$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\left[\ln(x^2+1)\right]_0^a = \frac{1}{2}\ln(a^2+1)$$

پ: انتيګرال کړی



$$\int_1^a \frac{1}{\sqrt{x}}dx = \int_1^a x^{-\frac{1}{2}}dx$$

$$= \left[2x^{\frac{1}{2}}\right]_1^a = \left[2\sqrt{x}\right]_1^a = 2(\sqrt{a}-1)$$

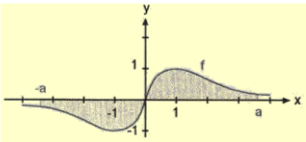
پوله ارزښت شميرنه:

د $a \to \infty$ له پاره هڅيږي: $2(\sqrt{a}-1) \to \infty$

له دې سره يا له دې امله ناټاکلی انيګرال پوله ارزښت نه لري او په پای کې يا بالاخره دوه برابروال.

ت : د f ګراف پيل يا سرچينې سره ټکيسومتريک دی. له دې سره ټاکلي انتيګرالونه په انټروالونو (-a/0] [او[0/a] کې د ارزښت له مخې برابر مګر د مختلفو مخنخښو سره. په انټروال [-a/a]کې له دې امله ټاکلی انتيګرال ارزښت صفر نيسي.

$$d)\ \int_0^a \frac{4x}{(x^2+2)^3}dx = \int_0^a \frac{2x}{(x^2+2)^3}dx$$



بدلون يا په ځای اېښوونه.

$$u(x) = x^2 + 2 \ \Rightarrow u'(x) = 2x$$

$$2\int_0^a \frac{2x}{(x^2+2)^3}dx = 2\int_0^a \frac{1}{(u(x))^3}du = 2\cdot\left[-\frac{1}{2\cdot(u(x))^2}\right]_0^a$$

$$A = 2\cdot\left[\frac{-1}{2(x^2+2)^2}\right]_0^a = -\frac{1}{(a^2+2)^2} - (-\frac{1}{4})$$

پوله ارزښت ټاکنه

$$\lim_{a\to\infty}\left(\frac{-1}{(a^2+2)^2} + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$$

يو سل او نولس: انتيګرالونه. الف:

$$\int_1^a \frac{1}{x^p}dx = \int_1^a x^{-p}dx = \left[\frac{x^{-p+1}}{1-p}\right]_1^a = \left[\frac{1}{(1-p)\cdot x^{p-1}}\right]_1^a$$

$$= \frac{1}{(1-p)\cdot a^{p-1}} - \frac{1}{1-p}$$

له دې امله ترم $\frac{1}{(1-p)\cdot a^{p-1}} - \frac{1}{1-p}$ د $a \to \infty$ له پاره يو پوله ارزښت بايد ولري او

ماتلاندې $= \frac{1}{(1-p)\cdot a^{p-1}}$ بايد د ځيډونکې a له پاره لوي يا جګ شي, له دې امله

بايد a يو زياتيز جګګې يا اکسپوننت ولري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $p>1$ له پاره ناټاکلی انتیګرال پوله ارزښت $\frac{1}{1-p}$ لري.

یوسل او شل: الف: تابع یا خیره ونه f په x=0 کې زیاتیز دی.

$$\int_u^1 \frac{x^3+1}{x}dx = \int_u^1 (x^2+\frac{1}{x})dx = \left[\frac{x^3}{3}+\ln x\right]_u^1 = \frac{1}{3}-\frac{u^3}{3}-\ln u$$

د $u \to 0$ له پاره $\frac{1}{3}-\frac{u^3}{3}-\ln u \to \infty$ هڅیرږي.

ناټاکلی انتیګرال شتون نه لري.

ب: تابع یا خیرونه یا فنکشن f په x=0 کې قطبځای لري.

$$\int_u^1 \ln x dx dx = [x\cdot\ln x - x]_u^1 = u - u\cdot\ln u - 1$$

د لو پیتال له مخې دی

$$u\cdot\ln u = \frac{\ln u}{\frac{1}{u}} \Rightarrow \frac{\frac{d}{du}}{\frac{d}{du}} = \frac{\frac{1}{u}}{-\frac{1}{u^2}} = -u \Rightarrow u\cdot\ln u \xrightarrow{u\to 0} 0$$

د $u \to 0$ له پاره له دې سره هڅیرږي: $u-u\cdot\ln u-1 \to -1$

پ: خیرونه یا تابع f په x=1 کې قطبځای لري.

$$\int_u^2 \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}dx = \int_u^2 \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-1}dx = \int_u^2 (\sqrt{x}+1)dx = \left[\frac{2\sqrt{x^3}}{3}+x\right]_u^2$$

$$= \frac{4\sqrt{2}}{3}+2-\frac{2\sqrt{u^3}}{3}-u$$

$$\lim_{u\to 1}\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}+2-\frac{2\sqrt{u^3}}{3}-u\right) = \frac{4}{3}\sqrt{2}+\frac{1}{3} = \int_1^2 \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}dx$$

$$\Rightarrow \int_1^2 \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}dx = \frac{4}{3}\sqrt{2}+\frac{1}{3}$$

ت : خیرونه یا تابع f په x=1 کې قطبځای لري.

په ورکوشوې ورشو کې صفرځایونه مخ نه دې پراته.

د چې د f ګراف y- محور ته سی,متریک پروت دی؛ نو یوه برخ انټروال کې هوارشمیرنه بسیا کوي.

$$\int_0^u \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = [\arcsin x]_0^u = \arcsin u - 0 = \arcsin u$$

$$\lim_{u\to 1}\arcsin u = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = 2\cdot\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = 2\cdot\frac{\pi}{2} = \pi$$

ټ : تابع f په کې x=2 قطبځای لري

$$\int_0^u \frac{x^2}{x^3-8}dx = \frac{1}{3}\int \frac{3x^2}{x^3-8}dx = \frac{1}{3}\cdot\left[\ln\left|x^3-8\right|\right]_0^u = \frac{1}{3}(\ln(u^3-8)-\ln 8)$$

د u->2 له پاره لرو: $\ln(u^3-8) \to -\infty$

ث: خیرونه یا تابع f په x=1 کې قطبځای لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f)\ \int_u^1 \frac{e^x}{1-e^x}dx = -\int_u^1 \frac{-e^x}{1-e^x}dx = -\left[\ln\left|1-e^x\right|\right]_u^1 = -\ln(e-1) + \ln\left|1-e^u\right|$$

د $u \to 0$ له پاره هڅيږي: $\ln\left|1-e^u\right| \to -\infty$

ناټاکلی انتيګرال شتون نه لري.

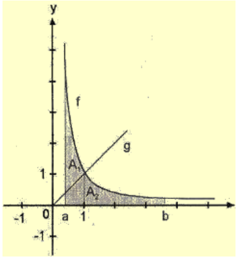
يو سل او يوويښت: دواړه ګرافونه په p(1/1) کې غوڅوي.

برخهواري په انتروالونو [0/1[او ∞[/1] پرتې دي.

هوارشميرنه د A_2 له پاره د ګرافونو په منځ کې هوارې په څير.

$$121.\ \int_a^1 \left(\frac{1}{x^2} - x\right)dx = \left[-\frac{1}{x} - \frac{x^2}{2}\right]_a^1$$

$$= -1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{a} + \frac{a^2}{2} = \frac{a^2}{2} + \frac{1}{a} - \frac{3}{2}$$



د $a \to 0$ له پاره هڅيږي:

$$\frac{a^2}{2} + \frac{1}{a} - \frac{3}{2} \to \infty$$

برخهواره A_1 کومه پوله ارزښت نه لري.

د برخهوارې A_2 شميرنه د دوه برخهوارو په څير:

$$\int_0^1 x\,dx + \int_1^b \frac{1}{x^2}dx = \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1 + \left[-\frac{1}{x}\right]_1^b = \frac{1}{2} - \frac{1}{b} + 1 = \frac{3}{2} - \frac{1}{b}$$

$$\lim_{b\to\infty}\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{b}\right) = \frac{3}{2}$$

برخهواره A_2 پوله ارزښت $\frac{3}{2}$ لري.

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library