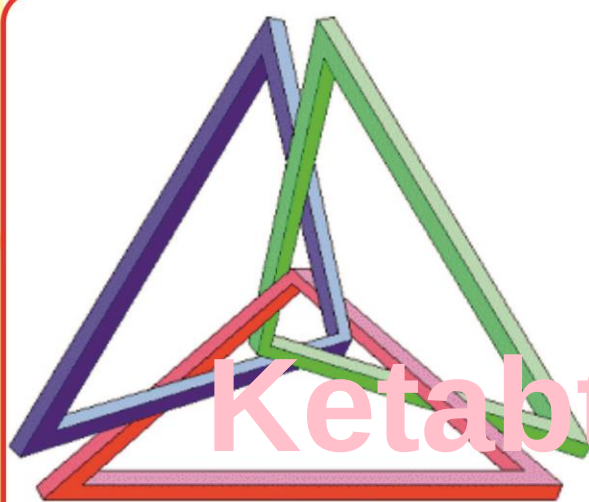


جیومیٹرک مفاهیم

او

فورمولونہ



Ketabton.com

لیکنہ او ترتیب : نعمت اللہ پٹانزی



ډالی

هرهغه چاته چې تل دناپوهی د تورتمونو له
ملا متیاخه دژغورلو هڅې کوي .

پټانزی

دمطالبولړلیک

مخکنه

سرلیک

۱۳.....سریزه

لومړی څپرکی : هندسیز (جیومتریکی) مفاهیم

۱۵.....تعریف (پېژندنه)

۱۶.....دلیل یا برهان (Logical Reason)

۱۶.....هندسی اصول

۱۶.....موضوعه اصول

۱۶.....متعارفه اصول

۱۷.....داقلیدس اصول

۱۸.....قضیه

۱۸.....دموضوعه اصل اوقضیې توپیر

۱۸.....فرضیه یا شرطیه

۱۸.....حکم یا مطلوب یا نتیجه

۱۸.....دقضیې ثبوت

۱۹.....مستقیم ثبوت

۱۹.....غیرمستقیم ثبوت

۱۹.....معکوسی (سرچپه) قضیې

۱۹.....نقطه (ټکی)

۲۰.....نقطه (ټکی) په مستوي کې

۲۰.....مستقیم خط

۲۰.....فضاء

۲۰.....دری اړخیزه فضاء

۲۰.....شکل

۲۰.....مستوي

۲۱.....	دمستوي ښودنه.....
۲۱.....	سطح.....
۲۱.....	مساحت.....
۲۱.....	محيط.....
۲۲.....	حجم.....
۲۲.....	ارتفاع(جگوالی).....
۲۲.....	قطر.....
۲۲.....	وتر.....
۲۲.....	قوس.....
۲۲.....	قطاع.....
۲۲.....	قطعه.....
۲۳.....	رأس.....
۲۳.....	ميانه.....
۲۳.....	قطعه(توټه) خط.....
۲۳.....	نیم خط (شعاع).....
۲۳.....	دخط ډولونه.....
۲۴.....	دمستقیم خط حالتونه.....
۲۵.....	شاول (شاقول).....
۲۵.....	اوبه لرونکې تله یا آب تراز.....
۲۶.....	ددوه یاخومستقیم خطونو حالتونه.....
۲۷.....	زاویه.....
۲۷.....	منفي زاویه.....
۲۸.....	مثبتہ زاویه.....
۲۸.....	دزاویې ښودنه.....
۲۸.....	دزاویې داندازه کولوواحدونه.....

- ۳۰..... مثلثاتي دایره (Circle Unite).
- ۳۰..... ددرجې ، گراد اوراډیان بدلول په یوبل باندې
- ۳۰..... د پای (π) حیرانوونکی عدد
- ۳۴..... دیوې زاوېې معیاري حالت (Standard Position of an angle).
- ۳۴..... کوترمینل زاوېې (Conterminal angles).
- ۳۵..... نقاله
- ۳۵..... دزاوېې ډولونه
- ۳۶..... مجاورې زاوېې
- ۳۶..... مکملې زاوېې
- ۳۶..... متممې زاوېې
- ۳۷..... مکملې مجاوره زاوېې
- ۳۷..... متممې مجاورې زاوېې
- ۳۷..... رأس ته مخامخ زاویه
- ۳۸..... مستقیمه زاویه
- ۳۸..... دارتفاع زاویه (Angle of Elevation).
- ۳۸..... دتنزیل زاویه (Angle of Depression).
- ۳۸..... ناصف الزاویه
- ۳۹..... عمودي ناصف
- ۳۹..... دوه مخیزه یافرحه زاویه
- ۴۰..... دیوې دوه مخیزې مسطحه زاویه
- ۴۰..... دری مخیزه
- ۴۰..... جامده زاویه یاکنج
- ۴۱..... ارتسام
- ۴۱..... خومخیزه (خووجهي).
- ۴۲..... محدبه خومخیزه

- ۴۳..... معقره څومخیزه
- ۴۳..... دڅومخیزې قطر
- ۴۳..... دڅومخیزې دننه اوبهر
- ۴۳..... منظمه څومخیزه
- ۴۴..... منظمه شپږمخیزه
- ۴۴..... منظمه دولس مخیزه
- ۴۵..... مشابهت (ورته والی)، ورته شکلونه
- ۴۵..... ورته مثلثونه
- ۴۵..... ورته مضلع
- ۴۶..... تناظر
- ۴۶..... تناظري محور
- ۴۷..... محوري تناظر
- ۴۷..... مرکزي تناظر
- ۴۸..... دقایم مختصات سیستم

دویم څپرکی: داوردوالي، سطحې اوحجم واحدونه

- ۴۹..... داوردوالي (طول) واحدونه
- ۵۰..... دسطحې واحدونه
- ۵۱..... دځمکې دپراخوالي داندازه کولو واحدونه
- ۵۲..... دحجم واحدونه
- ۵۳..... دحجم دواحدونودتبدیلولو جدول

دریم څپرکی: مسطح هندسه

مضلع یاخوضلي

- ۵۴..... دمضلع یاخوضلي دمساحت اوحجم فورمولونه
- ۵۵..... دمضلع یاخوضلي دقطرونودشمیرفورمول
- ۵۵..... دهغه منظم مضلع یاخوضلي داضلاعودشمیرفورمول چې یوه داخلي زاویه یې معلومه وي

- ۵۵..... د مضلع یا خوضلي د داخلي او خارجي زاویو مجموعه
- ۵۶..... خلورضلي
- ۵۶..... د خلورضلي ډولونه
- ۵۶..... مربع
- ۵۷..... د مربع قطرونه
- ۵۷..... د مربع د مساحت او حجم فورمولونه
- ۵۷..... مستطیل
- ۵۷..... د مستطیل قطرونه
- ۵۷..... د مستطیل د مساحت او حجم فورمولونه
- ۵۸..... معین یا لوزي
- ۵۸..... د معین یا لوزي قطرونه
- ۵۸..... د معین یا لوزي د مساحت او حجم فورمولونه
- ۵۸..... متوازی الاضلاع
- ۵۹..... د متوازی الاضلاع د مساحت او حجم فورمولونه
- ۵۹..... ذوزنقه یا منحرف
- ۶۰..... د ذوزنقي یا منحرف د مساحت او حجم فورمولونه
- ۶۰..... د منظم پنځه ضلي د مساحت فورمول
- ۶۰..... د منظم شپږ ضلي د مساحت فورمول
- ۶۱..... د منظم اته ضلي د مساحت فورمول

خلورم خپرکی : مثلث (Triangle)

- ۶۲..... د مثلث بنودنه
- ۶۳..... د مثلث ډولونه
- ۶۳..... د ضلعوله خوا د مثلث ډولونه
- ۶۴..... د زاویوله مخي د مثلث ډولونه
- ۶۴..... د مثلث د داخلي او خارجي زاویو مجموعه

- ۶۵..... دمثلت داضلاعو اوزاويو خاصيتونه
- ۶۵..... دمثلت داضلاعو اوزاويو ترمنځ اړيکې
- ۶۵..... دمثلت داضلاعو خاصيتونه
- ۶۵..... دمثلت دداخلي زاويو دپراخوالي مجموعه
- ۶۵..... دمثلت دخارجي زاويو خاصيتونه
- ۶۵..... دفيثاغورث قضيه
- ۶۶..... دقضیې عکس (سرچپه)
- ۶۶..... دقايم الزاويه مثلث قضیې
- ۶۷..... دمثلت دمساحت او حجم فورمولونه
- ۶۷..... دمثلت دمساحت عمومي فورمول
- ۶۷..... دقايم الزاويه مثلث مساحت
- ۶۷..... دمتساوي الاضلاع مثلث مساحت
- ۶۸..... دمثلت مساحت ددوه ضلعو اوددوه ضلعوترمنځ دزاويې له جنسه
- ۶۸..... دمثلت مساحت دمثلت دضلعو داوردوالي له جنسه
- ۶۸..... دمثلت دمساحت پيدا کول ددریوضلعوله جنسه (دهیرون فورمول)
- ۶۹..... دمثلت دمساحت پيدا کول چې درأسونو وضعیه کميات يې معلوم وي
- ۶۹..... دمثلت دمياني فورمول
- ۶۹..... دمثلت دناصف الزاويې فورمول
- ۷۰..... دیوه مثلث دمحيطي دایرې دشعاع پيدا کول
- ۷۰..... دیوه مثلث دمحايطي دایرې دشعاع پيدا کول

پنځم څپرکی: دایره

- ۷۲..... ددایرې عناصر (Elements of Circle)
- ۷۳..... ددایرې زاويې
- ۷۳..... ددایرې مرکزي زاويه

۷۴.....	ددایرې محیطي زاویه (Inscribed Angel)
۷۵.....	ددایرې مماسي زاویه
۷۵.....	ددایرې داخلي زاویې
۷۶.....	ددایرې خارجي زاویې
۷۶.....	دمضلع دایرې
۷۶.....	دمضلع محیطي دایره
۷۷.....	دمضلع محاطي دایره
۷۷.....	دمثلث خارجي محاطي دایره
۷۸.....	ددایرې د مساحت، محیط او حجم فورمولونه
۷۸.....	ددایرې د قطعي (segment) مساحت
۷۹.....	ددایرې د قطاع (sector) مساحت
۷۹.....	ددایرې د قوس (arc) اوږدوالی

شپږم څپرکی : دفضايي هندسي جسمونو مساحت او حجمونه

۸۰.....	مستطیل مکعب (Cuboid)
۸۰.....	د مستطیل مکعب د مساحت او حجم فورمولونه
۸۱.....	مربع مکعب (Cube)
۸۱.....	د مربع مکعب د مساحت او حجم فورمولونه
۸۱.....	منشور
۸۲.....	د منشور ډولونه
۸۲.....	قایم منشور
۸۲.....	مایل منشور
۸۲.....	منظم منشور
۸۲.....	ناقص (نیمګړی) منشور
۸۳.....	د منشور د مساحت او حجم فورمولونه
۸۳.....	متوازي السطوح

هرم.....	۸۴
دهرم دمساحت او حجم فورمولونه	۸۴
کره.....	۸۵
دکرې وتر.....	۸۵
دکرې قطر.....	۸۵
دکرې دمساحت او حجم فورمولونه	۸۵
دکرې دخولې (کلاهی) دمساحت او حجم فورمولونه.....	۸۶
دکرې دقطعي دمساحت او حجم فورمولونه.....	۸۶
دکرې دقطاع دمساحت او حجم فورمولونه.....	۸۶
الپس (بیضوي).....	۸۷
دالپس (بیضوي) قطرونه اورأسونه	۸۷
دالپس (بیضوي) دمساحت او حجم فورمولونه	۸۸
استوانه.....	۸۸
داستوانې دمساحت او حجم فورمولونه	۸۸
احاطه (چمبر).....	۸۸
داحاطې (چمبر) دمساحت او حجم فورمولونه	۸۹
مخروط.....	۸۹
مخروطي مقاطع.....	۸۹
دمخروط دمساحت او حجم فورمولونه	۹۰
نیمکړې (ناقص) مخروط.....	۹۱
د نیمکړې (ناقص) مخروط دمساحت او حجم فورمولونه	۹۱
دځینوهندسي مسطح اوفضایي جسمونو دمساحت ، حجم اومحیط دفورمولونو جدول.....	۹۲
دځینومنظموجسمونوترمنځ اړیکې.....	۹۶
منابع اوماخذ(References).....	۹۷

دلیکوال لنډه پیژندنه ۹۸

سريزه

الحمد لله، والصلاة والسلام على رسول الله، وعلى آله وصحبه وبعد:

نوموړی کتاب چې د خوضلي، منظمو مسطح اوفضايي هندسي جسمونو یا شکلونو د مساحت (پراخوالی)، محیط (چاپیریال)، حجم اوداسې نورو مسائلو د معلومولو لپاره ترې ګټه اخیستل کیږي د جیومتريک مفاهيم اوفورمولونه په نوم مې په ډیره ځیرکتیا سره درياضي او هندسي د مختلفو کتابونو څخه راټول کړ ترڅو له دې لارې زده کوونکي، محصلین او استاذان دنوموړو مسائلو د حل لپاره ترې ګټه واخلي.

باید په یاد ولرو چې نوموړي فورمولونه د منظمو هندسي جسمونو یا شکلونو لپاره وړاندې شوي دي که چېرته هندسي جسمونه یا شکلونه غیر منظم وي نولازمه ده چې لومړی غیر منظم هندسي شکلونه په منظمو شکلونو واړو او بیا وروسته له دې فورمولونو څخه ګټه واخلو. همدارنګه په دې کتاب کې د مسائلو د حل لپاره فورمولونه له ثبوتونو پرته وړاندې شوي دي، څرنګه چې د فورمولونو د هندسې په علم کې کره اودقیق ثابت شوي دي نو؛ دلته یې ثبوت ته اړتیا نه لیدل کیږي بلکه فورمولونه دکارونې او ګټې اخیستنې لپاره واضح بیان شوي دي.

د جیومتريک مفاهيم اوفورمولونه دکتاب په لومړي څپرکي کې د اړتیا وړ هندسيز مفاهيم او پیژندنې له لنډو تعریفونو او ځانګړو شکلونو سره بیان شوي دي ترڅو لوستونکي د هغو مفاهيمو سره بلدتیا ومومي کوم چې د مسطحې اوفضايي هندسې په مختلفو برخو کې د مسائلو په حل کولو کې ورسره مرسته کولای شي.

همدارنګه ددې کتاب په دویم څپرکي کې داوږدوالي، سطحې او حجم واحدونه په لنډه توګه بیان شوي دي، کوم چې د هندسي جسمونو یا شکلونو د مساحت، حجم، محیط اوداسې نورو مهمو مسائلو د لاس ته راوړلو لپاره ډیر اړین اولازمي بلل کیږي.

د جیومتريک مفاهيم اوفورمولونه دکتاب په دریم څپرکي کې مضلع یا خوضلي او په ځانګړې توګه څلورضلي اودهغه ډولونه لکه: (مربع، مستطیل، معین یا لوزي، متوازي الاضلاع، ذوزنقه یا منحرف) له تعریفونو، لنډې تشریح او معلوماتو سره بیان شوي دي اوله هغه وروسته یې دنوموړو خوضليو د مساحت، محیط او حجم لپاره په زړه پورې فورمولونه وړاندې شوي کوم چې په ورځنیو چارو کې ترې ګټه اخیستل

کیري لکه دسمو(آبادو) اونا سمو(شارو) ځمکو او داوسیدلودخونو ،هټیو اوداسې نورو مسطحو جسمونو دمساحت (پراخوالی) اومحیط(چاپیریال) داندازه کولو اودهغه دویشلولپاره چې په کلیوالي او سیمیزو سیمو کې به پخوانیو خلکو دځمکې ویش دپړي(رسی) اویادپټکي(لنگی) په زریعه ترسره کاوه چې په اوسنیو شرایطو کې زیاتره خلک دپخوانیو خلکو دځمکو ،خونو ،هټیو اونورو.. دویش څخه ناخوښ دي ، دې مسئلې دوه اړخه درلودل یودا چې پخوا داوردوالي(طول) داندازه کولولپاره دهغه اړین اومهم واحد چې متر دی په پراخه کچه په کلیوالي اوسیمیزو سیمو کې موجود نه ؤ ،بل دا چې خلکوزیاتې ځمکې درلودې اودوگړو اندازه (نفوس) کم ؤ برعکس اوس چې نفوس زیات شوی دی اودځمکواندازه کمه ده نو خلک دځمکې په ویشنه کې له دپیرام څخه کاراخلي .

ددې کتاب په څلورم څپرکي کې مثلث او دهغه دمختلفوډولونود مساحت اودهغې نور اړوند مسائل بیان شوي دي .

همدارنگه ددې کتاب (جیومتريک مفاهيم اوفورمولونه) په پنځم څپرکي کې ددایرې دهغه دعنصرو اوزاویوپه اړه گټور معلومات وړاندې شوي دي کوم چې ددایرې دمساحت اوحجم دلاس ته راوړلولپاره اړین بلل کیري اوله هغه وروسته ددایرې دمساحت اوحجم دمعلومولولپاره فورمولونه وړاندې شوي دي .

ددې کتاب(جیومتريک مفاهيم اوفورمولونه) په شپږم څپرکي کې دفضایي منظموهندسي شکلونویاجسمونولپاره لکه :« مستطیل مکعب ،مربع مکعب ،منشور ،متوازي السطوح ،هرم ،کره ،الپس یابیضوي ،استوانه ،احاطه(چمبر) ،مخروط اوناقص(نیمگړی) مخروط » لپاره تعریفونه اودهغه دمساحت اوحجم دمعلومولولپاره اساسي فورمولونه وړاندې شوي دي ترڅوداړتیاپه وخت کې ورڅخه گټه واخیستل شي . ددې لپاره چې په کلیوالي اوسیمیزو سیمو کې دپورته ذکرشویو ستونزولپاره دپای ټکی کینودل شي په همدې منظورمې دا کتاب جیومتريک مفاهيم اوفورمولونه په نوم تهیه اوترتیب کړ ترڅو لوستونکي یې له گټوبرخمن شي .

ربناتقبل منانک انت السميع العليم

ستاسو ددعاوو په هیله

نعمت الله پټانزی

لومړی څپرکی

هندسیز (جیومتريک) مفاهيم

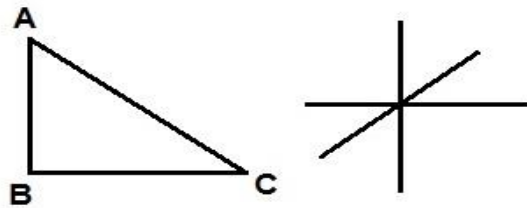
مخکې له دې چې هندسیز (جیومتريک) مفاهيم بیان کړو اړینه ده چې د هندسې د پوهې په اړه عمومي معلومات ولرو چې په لاندې کرښوکې یې په لنډه توګه یادونه کوو: هندسه چې په انګلیسي ژبه کې ورته (Geometry) او په یوناني ژبه کې ورته (γεωμετρία) وایي چې ژتویا جیوخمکې او متري یې اندازه کولو ته وایي. یعنې هندسه دریا ضیاتوهغه څانګه ده چې د شکلونو، اندازو، د شکلونو نسبي موقعیت او د فضاء د ځانګړنوسره سرو کار لري، د هندسې پوهه په خپلواکه توګه د لومړنیو تمدونونو د عملي پوهې اوزده کړو د ملاتیر حیثیت درلود چې داوردوالي، مساحت، محیط او حجم اوداسې نورو... په اړه څرګنده شوې ده اودهغې بنسټ دتالس په وخت کې (دمیلاد نه شپږ پېړۍ مخکې) په لویدیځ کې کینسودل شو. اودمیلادنه دری پېړۍ مخکې اقلیدیس د موضوعي اصل په توګه منځ ته راوړه اودهغې لپاره یې د اقلیدسي هندسې په نوم ځینې معیارونه وټاکل چې ترډیره یې دوام وکړ. ارشمیدس د مساحت او حجم د محاسبې لپاره په ډیر ژور څیړسره ځینې طریقې وړاندې کړې چې په ډیرو مواردو کې دنوي انټیګرال د حساب وړاندوینه بلل کیدای شي. خو دلته مونږ ځینې مهم هندسیز (جیومتريک) مفاهيم په لنډه بڼه په لاندې توګه تشریح کوو:

تعریف (پیژندنه)¹:

دهرشي دپیژندنې لپاره دهغه شي دځانګړنو اوصفاتو مناسب اولاړم بیان ته تعریف ویل کیږي. دصفتو اوځانګړتیاو بیان باید مناسب (نه لږاونه زیات) وي، دمثال په توګه که ووايو چې: «مثلت هغه شکل دي چې ددریو مستقیمو خطونوله تقاطع څخه منځ ته راځي.» دغه تعریف پوره نه ښکارېږي امکان لري چې دری خطونه متقاطع وي خومثلت جوړنه کړای شي. څوکه ووايو چې: «مثلت هغه شکل دی چې له دریومتقاطوخطونوڅخه چې دوه پردوه یوله بل سره په دریونقطو کې متمایزوي منځ ته راځي.»

¹ - اگرچې تعریف (پیژندنه) یوعمومي مفهوم په ګوته کوي خودلته یې د هندسېزو مفاهیمو په تړاو یادونه کوو.

چې نوموړی تعریف بشپړ (پوره) ښکارېږي . لکه په لاندې شکل کې :



(1-1) شکل

- ښه تعریف باید اضافي توضیحات ونه لري او هیڅ یوه برخه یې دله منځه وړلو وړ نه وي .
- تعریف باید پراخه او مانیزوي .

دلیل یا برهان (Logical Reason) :

هغه ذهني عمل ته چې له سم (صحیح) مخکیني راپورڅخه راتلونکي راپورته ورسېږي اودهغه سموالی دهغه څه په اساس چې مخکې منل شوي دي ومنو دلیل یا برهان بلل کېږي .

هندسي اصول:

د هندسې په علم کې یوشمیر لومړني ، ساده او بسیط مفاهیم شته چې دهغوی صحت او حقیقت پرته له کومو دلایلو څخه دمنلو وړ دي ، چې دامفاهیم د هندسي اصولو په نوم یادېږي . هندسي اصول د هندسې د علم اساس او بنسټ تشکیلوي .

موضوعه اصول:

هغه فرضيې دي چې درياضي په یوه ځانګړې برخه کې استعمالېږي ، د موضوعه اصولو (postulates) په نوم یادېږي .

متعارفه اصول:

هغه فرضيې چې درياضي په ټولو برخو کې د استعمال وړ وي د متعارفه اصولو (Axioms) په نوم یادېږي . د مثال په توګه : که ووايو چې «د دوو راکړل شویو نقطو څخه یوازې او یوازې یو مستقیم خط تیرېږي » . د د هندسې یو موضوعه اصل دی حال دا چې :

$$a=b \quad \text{که}$$

$$b=c \quad \text{او}$$

وي نو : $a=b$ کېږي . دا یو متعارفه اصل دی . ځکه دافرضیه نه یوازې په الجبر کې بلکه درياضي په نورو برخو کې هم صحت لري او استعمالیدلای شي .

داقلیدس اصول :

د هندسې د علم خواره واره مفاهیم اومفکورې دلومړي ځل لپاره یوناني عالم اقلیدس (Euclid) چې د میلاد څخه مخکې په دریمه پېړۍ کې یې په اسکندریه کې د هندسې د علم تدریس کاوه په دیارلسو 13 څپرکیو کې ترتیب کړل ، نوځکه د اقلیدس د عناصرو یا د اقلیدس د مقدماتو په نوم یادېږي .

تعریف : هغه اصول چې اقلیدس ورڅخه د هندسې د علم په معرفي او پېژندنه کې ورڅخه کار اخیستی د اقلیدس د اصولو په نوم یادېږي .

دا اصول د مسطحې هندسې په پېژندنه کې د استعمال وړ دي او په لاندې ډول بیانېږي :

- (1) له دوو نقطو (ټکو) څخه یوازې او یوازې یو مستقیم خط تیرېږي .
- (2) هر قطعه خط د یوه معین قطعه خط په اندازه د یوه خط پرمخ تولید او غزیدلای شي .
- (3) هره دایره دهغې د مرکز او شعاع په وسیله مشخص کیدای شي .
- (4) ټول قائمې زاوې یو د بل سره مساوي او انطباق منونکې دي .
- (5) که چیرې یو قاطع دوه مفروض مستقیمونه قطع کړي که دهغو داخلي زاویو د پراخوالي مجموعه چې د قاطع یوې خواته په لاس راځي له دوو قائمو څخه لږ وي ، نو هغه مفروض خطونه د قاطع هماغې خواته یو بل سره قطع کوي (یوځای کېږي) .
- (6) یو هندسي شکل بې دهغه د شکل او اندازې د تغیر څخه د یوه ځای نه بل ځای ته انتقالیدلای شي .
- (7) هر قطعه خط یوه منځنۍ نقطه لري .
- (8) هره زاویه یو ناصف لري .
- (9) یو مستقیم خط په هره اندازه چې وغواړو غزولای شو .
- (10) که چیرې دوه شیان (مقداره) د دریم شي سره مساوي وي نو په خپل منځ کې هم سره مساوي دي .
- (11) که د هریوه دوو مساوي شیانو څخه یو دریم شی اضافه شي نو د دوی مجموعه په خپل منځ کې سره مساوي دي .
- (12) که د هریوه دوو مساوي شیانو څخه یو دریم شي طرح (کم) شي نو د تفریق حاصلونه یې په خپل منځ کې سره مساوي دي .
- (13) که د هریوه دوو غیر مساوي شیانو څخه یو دریم شی اضافه شي نو د دوی مجموعه سره مساوي نه دي .
- (14) هرکله د خپل جز څخه لوی وي .



✓ پورتنی انځوردپایپروس اکسیرینکوس (دهندسي د تاريخ) دی چې داقليدس ځینې اصول راته ښايي .

قضیه :

قضیه یومفهوم یا مفکوره ده چې دهغې صحت او حقیقت د موضوعه اصولوپه بنسټ دیورازمنطقي دلایلواو استدلالونو په ذریعه حاصلیږي اویاهغه مفاهیم چې دهغوی دصحت او حقیقت لپاره یولرمنطقي دلایلونه اړتیاوي . هره قضیه دوه برخې لري :

لومړۍ برخه یې فرضیه یا شرطیه اودویمه برخه یې مطلوب یا حکم دي .

دموضوعه اصل اوقضیې توپیر:

● یوموضوعه اصل هغه ساده مفهوم دی چې دهغه دحقیقت دصحت لپاره دلایلونه اړتیا نه وي .

● قضیه هغه مفهوم دی چې دهغه دحقیقت دصحت لپاره منطقي دلایلونه اړتیا وي .

فرضیه یا شرطیه: دقضیې هغه برخه چې په عمومي توګه د«که چیرې» په کلمه پیل کیږي .

حکم یا مطلوب یا نتیجه: دقضیې هغه برخه ده چې د«نو» په کلمه پیل کیږي .

دقضیې ثبوت: دیوې قضیې دثبوت څخه مقصد دادی چې: دیولرمنطقي دلایلو اوستدلالونو په راوړلو اودهندسي اصولوڅخه په کاراخیستلوسره دقضیې حکم دهغې له فرضیې څخه په لاس راوړو. په دغه برخه کې داصطلاحاتو، تعریفونو، موضوعه اومتعارفه اصولو اودمخکینو ثبوتونو له نتیجې څخه کاراخلو. ددهندسي مسائلو ثبوت خوږځې لري چې هریوه یې په لنډه توګه بیانوو:

(1) شکل: دقضیې په مرسته باید شکل داسې رسم شي چې په هغه کې شرط اونتیجه دواړه په واضح

اوڅرګنده توګه ښودل شوي وي ، ټولې نقطې ، اضلاع ، زاویې اونور یې په ښکاره ډول دپوهیدو وړ

وي .

- (2) مفروض: په دې برخه کې باید قضیه په غورسره وڅیړل شي اود شکل په مرسته د قضیې ټول شرایط واضح او په ساده ډول بیان شي .
- (3) مطلوب: د قضیې هغه برخه چې غواړو ثبوت یې کړو باید د شکل په مرسته تحلیل اوساده بیان شي اوتول اهداف یې واضح شي .
- (4) عمل یا ترسیم : دلته باید هغه موضوعات وڅیړل شي او په شکل کې رسم شي دکومو په واسطه چې مونږ غواړو قضیه ثبوت کړو او کوم چې په ثبوت کې راسره مرسته کوي .
- (5) ثبوت: دیولر منطقي استدلالونو په راوړلو اود هندسي اصولو څخه په کار اخیستلو سره باید د قضیې حکم دهغې له فرضیې څخه په لاس راوړل شي .

مستقیم ثبوت :

په مستقیم ثبوت کې د قضیې حکم دهغې د فرضیې څخه په مستقیم ډول دیولر منطقي استدلالونو په وسیله لاس ته راځي .

غیر مستقیم ثبوت:

په غیر مستقیم ثبوت کې دیوې قضیې د حکم دنفي امکان نه لرل په منطقي استدلالونو په ثبوت رسیږي ، چې په دې صورت کې دیوې قضیې صحت اوحقیقت پخپله ثبوت ته رسیږي .

معکوسې (سرچپه) قضیې :

که چیرې دوې قضیې دداسې خواص ولرونکې وي چې دیوې قضیې فرضیه د بلې قضیې نتیجه اود بلې قضیې نتیجه د لومړۍ قضیې فرضیه وي ، نوداسې قضیو ته معکوسې (سرچپه) قضیې وایي . لکه لاندې دوه قضیې :

لومړۍ قضیه : که چیرې یو مثلث متساوي الساقین وي نودوه مساوي زاوې لري .

دویمه قضیه : که چیرې یو مثلث دوې مساوي زاوې ولري نوموړی مثلث متساوي الساقین دي .

نقطه (ټکی) :

نقطه (ټکی) دیوه ذهني مفهوم په توګه پیژنواو دیوې لومړنۍ اصطلاح «ناشوني تعریف» په توګه یې منو .

پا: دیوې مستوي پرمخ یوې نښې ته نقطه (ټکی) ویل کیږي . یا په بل عبارت: یوه نښه ده چې په کاغذ باندې د پنسل دنړۍ څوکې له ایښودلو څخه منځ ته راځي اودیوه توري په واسطه ښودل کیږي .

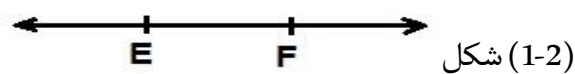
لکه: A د نقطه (A.) .

نقطه (ټکی) په مستوي کې :

دقائم وضعیه کمیاتوپه سیستم کې هغه نقطه چې د (x,y) دوه مختصوبه واسطه وټاکل شي ، چې x دنقطې دفاصلې او y دترتیب په نوم یادېږي .

مستقیم خط :

مستقیم خط هم دیوې لومړنۍ اصطلاح «ناشوني تعریف» په توګه منو.یا: خط دي چې دواړخواوو ته امتدادورکول کیدای شي او اوږدوالی یې اندازه کیدای نه شي مستقیم خط بلل کېږي . لکه په لاندې شکل کې د $\overline{EF}$ مستقیم خط :

**فضاء:**

فضاء دیوې لومړنۍ اصطلاح «ناشوني تعریف» په توګه منو.

لومړی اصل : فضاء دلايتناهي نقطو يوه مجموعه ده .

دویم اصل : په فضاء کې لږترلږه څلورنقطې موجودې وي چې په یوه مستوي کې واقع نه وي .

دری اړخیزه فضاء :

دری اړخیزه فضاء هم دلومړنیو مفاهیمو(ناشونیوتعریفونو) له ډلې څخه ده ، په هغه فضاء کې ژوند کوو دری اړخیزه ده ، خط اومستوي چې هم یواړخیزه اوهم دوه اړخیزه دي دفضاء یوه برخه بلل کېږي .

شکل :

دنقطو هرې مجموعې ته شکل ویل کېږي .

مستوي :

مستوي هم دلومړنۍ اصطلاح «ناشوني تعریف» په توګه منو.

لومړی اصل : په هرمستوي کې لږترلږه دری نقطې موجودې دي چې پریوه مستقیم واقع نه دي .

دویم اصل : له هرو دریونقطوڅخه چې پریوه مستقیم واقع نه وي یومستوي تیرېږي .

دریم اصل : که چیرې دیوه مستقیم خط دوه نقطې په یوه مستوي کې واقع وي نو ؛خط هم په مستوي کې واقع دی .

- که چیرې د یو خط ټولې نقطې په یوه مستوي کې واقع وي نودسطحې دې شکل ته مستوي ویل کیږي .

دمستوي ښودنه :

یومستوي په یوه مستطیل اویامتوازي الاضلاع کې چې په یوه څنډه کې یې یو ټکی لیکل شوی وي ښودل کیږي .



(1-3) شکل

سطح:

سطح د هندسې له اساسي مفاهیمو څخه گڼل کیږي چې د هره فزیکي اوفضایي جسم ترمنځ سرحد اویایوې برخې ته سطح ویل کیږي . لکه د میز سطح ، د دیوال سطح اوداسې نور..

مساحت (Area) :

مساحت د یوې دوه اړخیزې سطحې د پراخوالي ټاکل کیدلوته وایي ، د هره هندسي شکل ټوله سطح یاد هندسي شکل کف ته دهغه شکل مساحت ویل کیږي . کیدای شي دغه سطح په یوه دوه اړخیز یادری اخیز شکل پورې اړه ولري.

یاه بل عبارت : دیوه شکل یا جسم مساحت (پراخوالی) دهغه جسم یا شکل کوچنیو ثابتو مربعاتو ته په اړولوسره دهغه د سطحې د مربع دواحد په اساس لاس ته راځي . سطح د فضاء د اوږدوالي اوسور د حاصل ضرب څخه اطلاق کیږي ، سطح یوه دوه بعدي (دوه اړخیز) کمیت دي په داسې حال کې چې حجم درې بعدي (درې اړخیز) کمیت دی .

محیط (Perimeter) :

د قطعې خط یا قطعې خطونو اومسیر هغه مجموعې ته چې یو شکل یا یوه سطح یې احاطه کړې وي محیط ویل کیږي . دیوه رسی په واسطه کولای شو د هندسي شکلونو محیط دهغه د بهرنۍ څنډې د اندازه کولو څخه په لاس راوړو.

حجم (Volume) :

هغه درې اړخیزه فضاء چې د تړلیو حدودو پواسطه احاطه شوې وي ، یادفضاء هغه اندازه چې ماده اشغالوي حجم بلل کیږي. د سیالیاتوپه برخه کې ویلای شو چې د جسم حجم د هغه لوبني دنیول شوې برخې څخه عبارت دي ، په ریاضیاتوکې دیوه درې اړخیزجسم حجم د فورمولونوپه ذریعه په ډیره آسانی سره لاس ته راوړلای شو ، یواړخیز جسم لکه خط اودوه اړخیزجسم لکه مربع دخپل حجم په فضاء کې صفردی ، د ځینو شکلونو یا جسمونو حجمونه چې غیرمنظمه بڼه ولري دهغه حجم په یوه سیال کې په دننه (غوټه) کولوسره په لاس راوړو.

ارتفاع یا جگوالی (Height) :

دیوه جسم یا شکل د قاعدو یا قاعدو او رأسونو ترمنځ فاصلې ته ارتفاع وایي .

قطر² (Diameter) :

هغه وترچې دیوه جسم یا شکل له مرکزڅخه تیرشي اودهغه شکل دمحیط دوه رأسونه سره ونښلوي ، قطر بلل کیږي .

وتر:

هغه ټوټه خط یا کرښه چې دیوه جسم یا شکل دمحیط دوه نقطې (ټکي) سره ونښلوي ، وتر بلل کیږي .

قوس:

دیوه جسم یا شکل دمحیط یوه برخه د قوس په نوم یادېږي .

قطاع:

دیوه جسم یا شکل د سطحې یوه برخه چې د دوه شعاع ګانو او اړوند قوس په واسطه له سطحې بېله شوې وي ، قطاع بلل کیږي .

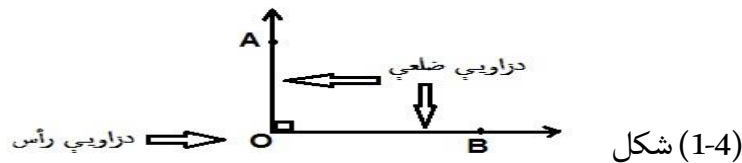
قطعه :

دیوه جسم یا شکل د سطحې یوه برخه چې دوترپه واسطه له سطحې څخه جلاشوی وي دقطعي په نوم یادېږي .

²- یادښت : ، قوس ، قطاع او قطعه د (2-5) شکل کې ښودل شوي دي .

رأس :

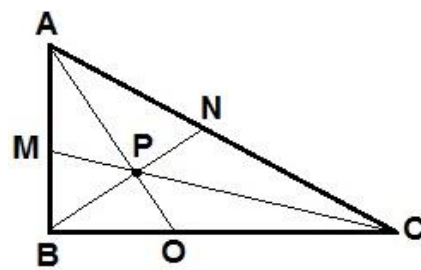
ددوو نیمو خطونومشترکې مبداء ته رأس ویل کیږي. لکه په لاندې شکل کې د $\hat{A}OB$ زاویې رأس :



شکل (1-4)

میانہ :

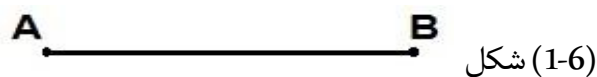
هغه ټوټه خط یا کرښه چې دیوه هندسي شکل رأس له مقابلې ضلعي سره ونښلوي دمیاني په نوم یادېږي. لکه په لاندې شکل کې: د $\overline{AO}$ ، $\overline{CM}$ او $\overline{BN}$ د $\triangle ABC$ مثلث میاني دي .



شکل (1-5)

قطعه (ټوټه) خط :

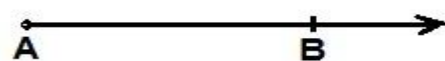
دیوې مستوي پرمخ ددوه نقطولنډې فاصلې ته قطعه (ټوټه) خط ویل کیږي. لکه په لاندې شکل کې: د $\overline{AB}$ قطعه خط چې A ته مبداء او B ته پای وایي .



شکل (1-6)

نیم خط (شعاع) :

هغه مستقیم خط ته وایي چې له یوې خوا محدود (تړلی) (اوله بلې خوا غیر محدود) (خلاص) وي ، خلاص لوري ته یې په خپله خوښه امتداد ورکولای شو. لکه په لاندې شکل کې: د $\overline{AB}$ نیم خط .



شکل (1-7)

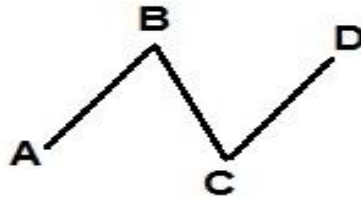
د خط ډولونه: خط په دری ډوله دي :

1. مستقیم خط:

مستقیم خط مومخکې ذکر کړ.

2. منکسرخط:

هغه ټوټه خطونه چې دیوه مستقیم خط په امتدادنه وي خوله یو بل سره مشترکه نقطه ولري منکسرخط بلل کیږي. لکه دارې غاښونه دونودپانوڅنډې اوداسې نور... یالکه په لاندې شکل کې:



شکل (1-8)

3. منحنی خط:

هغه خط چې نه مستقیم وي اونه منکسرمنحنی خط بلل کیږي. لکه نوې میاشت، وروځې اویاهم لکه په لاندې شکل کې:



شکل (1-9)

دمستقیم خط حالتونه:

مستقیم خط درې حالتونه لري: افقي خط، عمودخط، مایل خط.

(1) افقي خط:

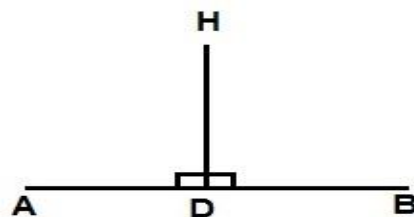
هغه خط چې داوبودسطحې په امتدادپروت وي افقي خط بلل کیږي. لکه دکوردچت څنډه، دغالی څنډه اویاهم لکه په لاندې شکل کې: د $\overline{AB}$ خط.



شکل (1-10)

(2) عمود یا قایم خط:

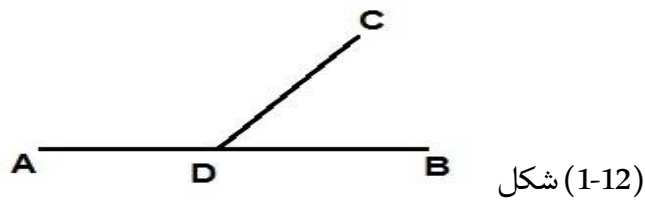
هغه خط چې په افقي خط باندې دوه قایمې زاوېې جوړې کړي عمودخط بلل کیږي. لکه په لاندې شکل کې: د $\overline{HD}$ خط.



شکل (1-11)

(3) مایل خط :

هغه خط چې نه عمودوي او نه افقي مایل خط بلل کیږي. لکه په لاندې شکل کې: د $\overline{CD}$ خط .



شکل (1-12)

شاوول (شاقول):

شاوول یا شاقول یو کلوله ای، دبرین اویافلزي جسم دی چې رسی یې په ځمکه عموده وي اودسطحي دعمودوالي دښودلوپاره ترې کاراخیستل کیږي. معماران یې معمولا ددیوالونو دکړوالي دمخنیوي لپاره استعمالوي. لکه په لاندې انځورونوکې:



اوبه لرونکې تله یا آب تراز :

اوبه لرونکې تله یا آب تراز هغه فلزي یادلرګي جسم دی چې په منځ کې یې اوبه موجودې وي اودځمکې دسطحي هواروالي (افقیت) دښودلوپاره ترې کاراخیستل کیږي. دلته یې ځینې انځورونه کتلاي شوي:



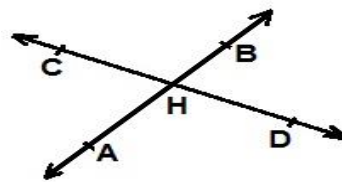


د دوه یاخو مستقیم خطونو حالتونه:

دوه یاخو مستقیم خطونه درې حالتونه لري: متقاطع خطونه، موازي خطونه، منطبق خطونه.

1. متقاطع خطونه:

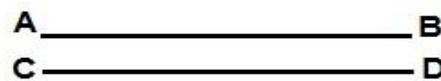
که چیرې دوه مستقیم خطونه یوه گډه (شریکه) نقطه ولري متقاطع خطونه بلل کیږي. لکه په لاندې شکل کې: د $\overline{AB}$ او $\overline{CD}$ متقاطع خطونه.



شکل (1-13)

2. موازي خطونه:

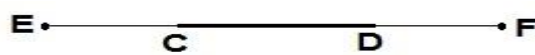
هغه خطونه چې مشترکه (شریکه) نقطه ونه لري موازي خطونه بلل کیږي. لکه په لاندې شکل کې: د $\overline{AB}$ او $\overline{CD}$ موازي خطونه.



شکل (1-14)

3. منطبق خطونه:

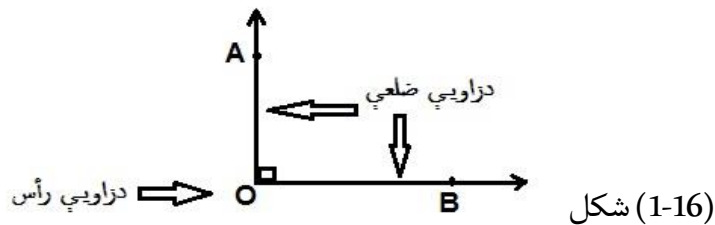
که چیرې دوه مستقیم خطونه دوه گډې (شریکې) نقطې ولري منطبق خطونه بلل کیږي. لکه په لاندې شکل کې: د $\overline{EF}$ او $\overline{CD}$ منطبق خطونه.



شکل (1-15)

زاویه:

زاویه هغه شکل دي چې ددوه نیم خطونو (شعاعو) په واسطه چې مشترکه نقطه ولري منځ ته راځي . ددواړو نیم خطونو مشترکې مبداء ته دزاویې رأس اوهرې شعاع ته یې دزاویې ضلع وايي . لکه په لاندې شکل کې :



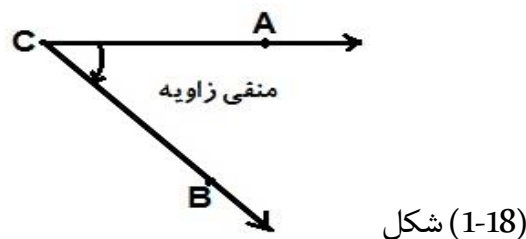
● په هندسه کې زاویه د 1° څخه تر 360° پورې وي ،خو په مثلثاتوکې په هره اندازه زاویه درلودلای شو. له بلې خوا په مثلثاتوکې مثبتې او منفي زاویې هم شته دي .

په مثلثاتوکې زاویه دیو خط له دوران څخه په دې ډول چې دخط یوانجام ثابت وي لاس ته راځي ، چې دلومړی خط دوران ددویمې ضلعې موقعیت اختیاروي (یوه ضلع درأس په نقطه کې دوران کوي) . چې لمرۍ ضلعې ته یې (Initial side) او ددوران پای ته یې دویمه ضلع (Terminal side) وايي . لکه په لاندې شکل کې :



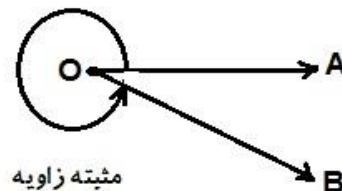
منفي زاویه :

دساعت د عقربې دحرکت مطابق دوران (Clock wise) ته منفي زاویه ویل کیږي . لکه په لاندې شکل کې :



مثبتہ زاویه :

د ساعت د عقربې د حرکت مخالف دوران (Counter clock wise) ته مثبتہ زاویه وایي. لکه په لاندې شکل کې :



شکل (1-19)

د زاویې ښودنه :

زاویه د توروپه واسطه ښودل کېږي. په دې ډول چې د زاویې درأس توری د لیکلواو لوستلوپه وخت کې دنورو توروپه منځ کې راشي او په سړيې دا (^) علامه ورسره لیکل کېږي .

د زاویې د اندازه کولو واحدونه :

زاویه د درجې ، گراد او رادیان په واسطه اندازه کېږي.

درجه :

درجه دیوې قایمې زاویې $\frac{1}{90}$ برخې ته وایي ، یاد یو رادیان $\frac{1}{360}$ برخې ته درجه ویل کېږي .

درجه ، دقیقه او ثانیه (Degree ,Minute ,Second) یا DMS:

یوه درجه شپيته دقیقې $1^\circ = 60'$ کېږي .

یا یوه دقیقه دیوې درجې $1' = \left(\frac{1}{60}\right)^\circ$ برخه ده .

یوه دقیقه شپيته ثانیې $1' = 60''$ کېږي .

یا یوه ثانیه دیوې دقیقې $1'' = \left(\frac{1}{60}\right)'$ برخه ده .

یوه درجه درې زره او شپږسوه ثانیې $1^\circ = 60.60 = 3600''$ کېږي .

یوه ثانیه دیوې درجې $1'' = \left(\frac{1}{3600}\right)^\circ$ برخه ده .

ددرجي علامه:

ددرجي علامه ($^{\circ}$) ده اوداسې ښودل كيږي لكه: 90° (نوي درجي)، 180° (يوسل اتيا درجي)، 360° (دری سوه او شپيته درجي) اوداسې نور..

گراد:

گراد هم دزاويې داندازه کولو واحد دي. ديو دوران $\frac{1}{400}$ برخې ته گرادوايي.

دقيقه گراد:

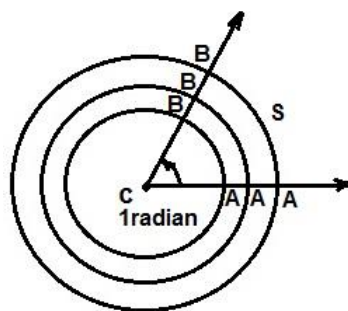
د يوه گراد $\frac{1}{100}$ برخې ته دقيقه گراد وايي.

ثانيه گراد:

د يوه دقيقه گراد $\frac{1}{100}$ برخې ته ثانيه گراد وايي.

راډيان:

ددرجي او گراد سربيره دزاويې داندازه کولوبل واحد راډيان دي. راډيان دهغه مرکزي زاويې اندازه ده، چې د مقابل قوس اوږدوالی يې د شعاع له اوږدوالي سره مساوي وي. راډيان په عالي رياضياتو کې ډير استعمالیږي. په لاندې شکل کې د $\widehat{ACB}$ مرکزي زاويه چې شعاع يې r او د AB قوس اوږدوالی له r سره مساوي دی نود $\widehat{ACB}$ زاويه يوراډيان ده.



(1-20) شکل

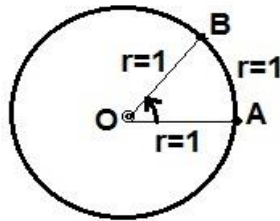
$$\widehat{ACB} = 1\text{radian} = 1R$$

که د AB قوس ددایرې له شعاع r سره مساوي وي، θ دراديان په حساب مساوي ده په: $\hat{\theta} = \frac{AB}{r} = \frac{s}{r}$ اویاهم $\hat{\theta} = \frac{s}{r}$ چې $s=r$ يې دمرکزي زاويې مقابل قوس او r يې ددایرې شعاع ده.

مثلثاتي دایره (Circle Unite) :

هغه دایره چې د شعاع اوږدوالی یې د اوږدوالي واحد وي د مثلثاتي دایرې په نوم یادېږي .

- په مثلثاتي دایره یا واحد دایره (Circle Unite) کې چې شعاع یې د اوږدوالي واحد او مرکزي د دوضعیه کمیاتوپه مبداء کې واقع وي نو درادیان په حساب سره د مرکزي زاویې اندازه له مقابل قوس سره مساوي ده . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (1-21)

د درجې ، گراد او رادیان بدلول په یو بل باندې :

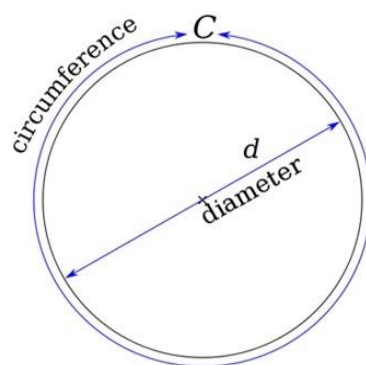
دلاندې فورمول په واسطه په ډیره آسانی سره کولای شو زاویه له یو واحد څخه بل واحد ته واړوو (درجه په گراد او رادیان ، گراډ په درجه او رادیان او په همدې ترتیب رادیان په درجه او گراد تبدیل کړو) :

$$\frac{d}{360^\circ} = \frac{g}{400} = \frac{R}{2\pi} \quad \text{یا} \quad \frac{d}{180^\circ} = \frac{g}{200} = \frac{R}{\pi}$$

د پای (π) حیرانوونکی عدد:

پای په نړۍ کې تر ټولو ډېر پېژندل شوی ثابت عدد دی چې د یوې دایرې د محیط کچې پر قطر له وېشلو څخه په لاس راځي. دا نسبت د هرې دایرې لپاره که څه هم د لاس په اندازه وړه او یا د کهکشان په کچه لویه وي ؛ ثابت او مساوي دی. د دې عدد تقریبي کچه (3,14159) ده خو حقیقي او وروستی عدد موندل یې ډېر ستونزمن دي. د دې عدد د تقریبي شمېرې لپاره بېلابېل فورمولونه او لارې په نښه شوې ؛ د بېلګې په ډول د (7/22) د وېش له حاصل څخه هم دا تقریبي ګټه په لاس راتلای شي. پای په (π) یا (Π) ښوول کېږي او (PI (paI تلفظ کېږي. دا عدد په هندسه ، فزیک او ریاضي کې ډېر کارول کېږي او د ارشمیدس د ثابت په نوم هم یادېږي.

د دې عدد نښه یونانیانو وښوده خو کارونه یې له دوی مخکې بابلیانو ، هندوانو او تر ټولو مخکې مصریانو کړي ده. د ځینو څېړنو له مخې په مصر کې د پای کارول شوی عدد له میلاد څخه 1650 کاله د مخه کښل شوی دی.



شکل (1-22)

$$\pi = \frac{C}{d}$$

پای د دایرې د مساحت او د استوانې له حجمه نیولې ، ان د انشتین د عام نسبیت په معادله او د کپلر د قوانینو په شان په مهمو فورمولونو کې کارول کیږي. بنایي تاسې ته په زړه پورې وي چې د پای د اعشاري رقم له شمېرې څخه حتی د سترو کمپیوټرونو د ځواک معلوماتو په ازموینه کې کار اخیستل کیږي.

تر اوسه د پای عدد وروستی قیمت نه دی موندل شوی خو د تقریبي قیمت موندلو لپاره زیاتې هڅې شوې دي ؛ تر دې چې ځینو کسانو د دې عدد د وروستي حد د موندلو لپاره خپل ټول ژوند وقف کړ خو د کمپیوټر تر پنځېدنې مخکې یې له زرمې اعشاري شمېرې هاخوا سم گڼل ونشوای کړای.

لومړنۍ کمپیوټري شمېرنه په 1949 زېږدیز کال شوه او دا عدد یې تر دوه زرمې اعشاریې وشمېره او بیا په 1999 زېږدیز کال د توکیو پوهنتون یوه ستر کمپیوټر تر (206,158,430,000) شمېرې گڼل وکړای شوای.

په دې وروستیو کې د پای لپاره تر دوه زره ، اووه سوه میلیاردمې اعشاري شمېرې پورې د فابریس بلارډ له لوري د یوه ستر کمپیوټر په مرسته گڼل شوی دی او په 2013 کال کې دا شمېره 13,3 تریلیونمې اعشاریې ته ورسېده.

دلته تر زرمې اعشاري شمېرې پورې د پای عدد لیدلی شئ:

3.1415926535	8979323846	2643383279	5028841971
6939937510	5820974944	5923078164	0628620899
8628034825	3421170679	8214808651	3282306647
0938446095	5058223172	5359408128	4811174502
8410270193	8521105559	6446229489	5493038196
4428810975	6659334461	2847564823	3786783165

2712019091	4564856692	3460348610	4543266482
1339360726	0249141273	7245870066	0631558817
4881520920	9628292540	9171536436	7892590360
0113305305	4882046652	1384146951	9415116094
3305727036	5759591953	0921861173	8193261179
3105118548	0744623799	6274956735	1885752724
8912279381	8301194912	9833673362	4406566430
8602139494	6395224737	1907021798	6094370277
0539217176	2931767523	8467481846	7669405132
0005681271	4526356082	7785771342	7577896091
7363717872	1468440901	2249534301	4654958537
1050792279	6892589235	4201995611	2129021960
8640344181	5981362977	4771309960	5187072113
4999999837	2978049951	0597317328	1609631859
5024459455	3469083026	4252230825	3344685035
2619311881	7101000313	7838752886	5875332083
8142061717	7669147303	5982534904	2875546873
1159562863	8823537875	9375195778	1857780532
1712268066	1300192787	6611195909	2164201989

له 1988 زېږدیز کال راهیسې په امریکا کې د مارچ 14 مه ورځ د پای عدد په نوم نومول شوې او د دې عدد د ارزښت او پیژندنې لپاره په ډېرو هېوادونو کې بېلابېل مراسم تر سره کېږي. ډېر کسان د پای عدد د اعشاري گڼو د یادولو هڅې کوي؛ تر اوسه د پای د اعشاري گڼې د یادولو ریکارډ تر 67,000مې اعشاريې پورې ثبت شوی دی.

دلته د پای په مرسته د ځینو شکلونو د حجمونو د پیدا کولو څو بېلګې کتلې شئ:

Volume

NASA Glenn Research Center

Sphere

$V = \frac{\pi d^3}{6}$

Cube

$V = a^3$

Volume is the three-dimensional space occupied by an object.

Cylinder

$V = \frac{\pi d^2 h}{4}$

Rectangular Prism

$V = a b h$

Nose Cone Volumes

NASA Glenn Research Center

Cone

$V = \frac{\pi d^2 h}{12}$

Frustum

$V = \frac{\pi h}{12} (d^2 + db + b^2)$

Volume is the three-dimensional space occupied by an object.

Parabolic Cone

$V = \frac{2 \pi d^2 h}{15}$

Elliptical Cone

$V = \frac{\pi d^2 h}{6}$

Basic shapes & their volumes

Sphere



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Cylinder



$$V = \pi r^2 h$$

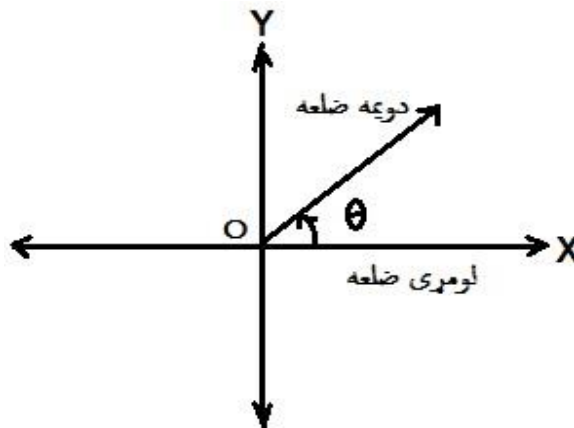
Cone



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

دیوې زاوې معیاري حالت (Standard Position of an angle):

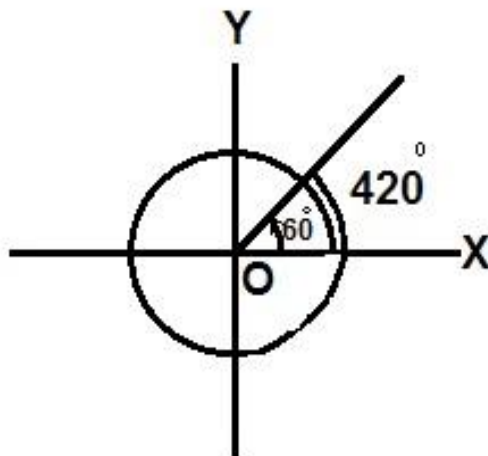
که دیوې زاوې رأس دوضعیه کمیاتوپه مبداء کې اولومړنۍ ضلعه یې د X دمحورپه مثبت جهت (لوري) منطبق وي، زاویه په معیاري حالت کې ده. لکه په لاندې شکل کې:



شکل (1-23)

کوټرمینل زاوې (Conterminal angles):

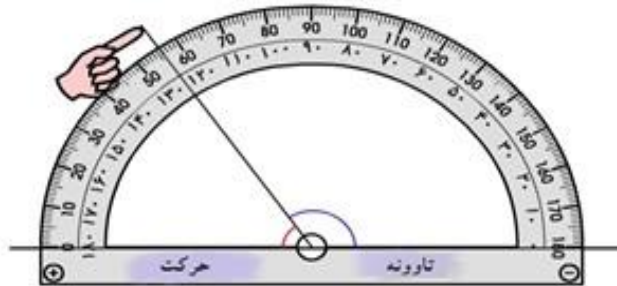
که په معیاري حالت کې ددوو یاخوزاوویدویمې ضلعي یوپر بل منطقي وي دا زاوې کوټرمینل زاوې بلل کیږي. لک په لاندې شکل کې لیدل کیږي چې 60° او 420° زاویدویمې ضلعي یوپر بل منطبق دي نو؛ دتعریف په اساس دا دواړه زاوې سره کوټرمینل دي:



شکل (1-24)

نقاله:

هغه آله چې زاوېې ورباندې اندازه کيږي نقاله بلل کيږي. نقاله نیمه دایروي شکل لري چې محیط یې په 180 برابرو (مساوي) برخوویشل شوی وي. دنقالي شکل په لاندې توګه ښودل شوی دی :

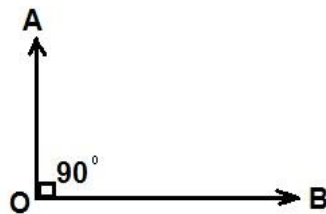


شکل (1-25)

دزاوېې ډولونه: زاویه په دری ډوله ده : قائمه زاویه ، حاده زاویه ، منفرجه زاویه .

1. **قائمة زاویه:**

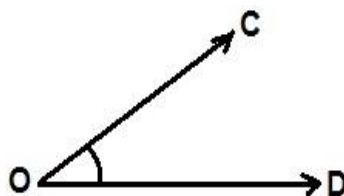
هغه زاویه ده چې پراخوالی یې 90° درجې وي . لکه په لاندې شکل کې: د $\hat{AOB}$ زاویه .



شکل (1-26)

2. **حاده زاویه :**

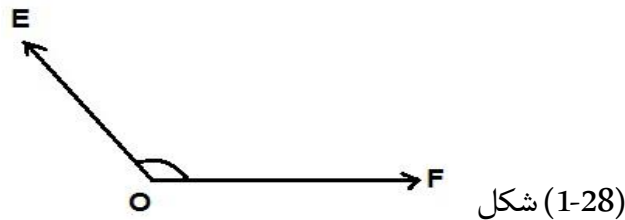
هغه زاویه چې له 90° درجې څخه کوچنۍ وي حاده زاویه بلل کيږي . لکه په لاندې شکل کې: د $\hat{COD}$ زاویه .



شکل (1-27)

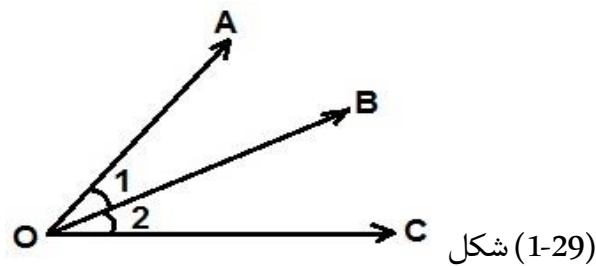
3. منفرجه زاویه:

هغه زاویه چې پراخوالی یې له 90° درجې څخه لوی وي یا له یوې قایمې زاوېې څخه لویه وي منفرجه زاویه بلل کیږي. لکه په لاندې شکل کې: د $\hat{E}OF$ زاویه .



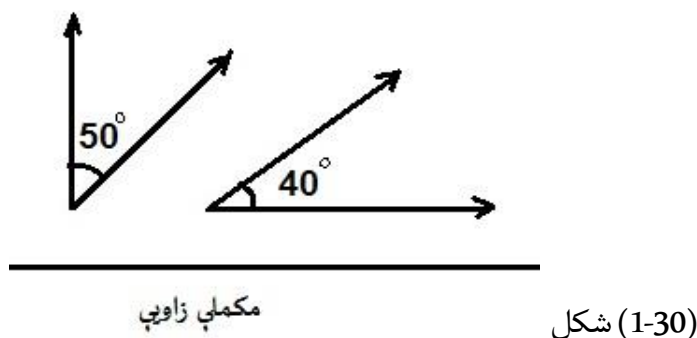
مجاورې زاوېې :

دوه زاوېې چې مشترک رأس، مشترکه ضلع ولري اود مشترکې ضلعې دواړه خواوو ته پرتې وي دمجاوړو زاویوپه نوم یادېږي. لکه په لاندې شکل کې: د $\hat{A}OB$ ، $\hat{BOC}$ زاوېې .



مکملې زاوېې :

دوه زاوېې چې د زاویوداندازې مجموعه یې 90° وي دمکملوزاویوپه نوم یادېږي. لکه په لاندې شکل کې :



متممې زاوېې:

هغه دوه زاوېې چې مجاورې نه وي خومجموعه یې 180° درجې وي دتمموزاویوپه نوم یادېږي .

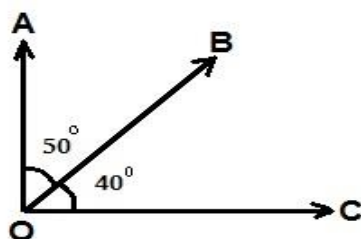
لکه په لاندې شکل کې: د $\hat{1}$ او $\hat{2}$ زاویې .



شکل (1-31)

مکملې مجاورې زاویې:

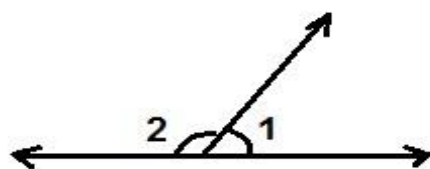
دوه مجاورې زاویې چې د زاویو د پراخوالي مجموعه یې 90° درجې وي د مکملو مجاورو زاویو په نوم یادېږي . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (1-32)

متممې مجاورې زاویې :

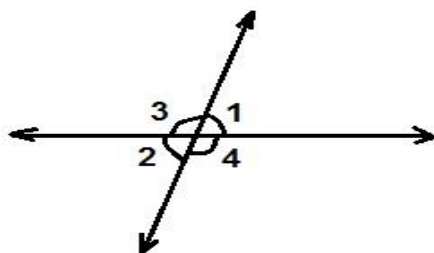
دوه مجاورې زاویې چې د زاویو مجموعه یې 180° درجې وي ، مشترک رأس او مشترکه ضلعه ولري د متممو مجاورو زاویو په نوم یادېږي . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (1-33)

رأس ته مخامخ زاویې :

دوه زاویې چې مشترک رأس ولري دیوبل په امتداد واقع وي درأس ته مخامخ زاویو (متقابل به رأس زاویو) په نوم یادېږي . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (1-34)

مستقیمه زاویه :

هغه زاویه چې دمستقیم خط یوې خوا ته پرته وي اوداندازه یې 180° درجې وي دمستقیمې زاویې په نوم یادېږي لکه په لاندې شکل کې :



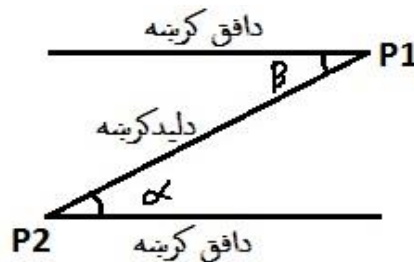
شکل (1-35)

دارتفاع زاویه (Angle of Elevation) :

که یوشی په یوه ارتفاع پروت وي نو؛ دلیدکرښه له افق سره یوه زاویه جوړوي چې دجکوالې زاویه بلل کیږي لکه د (1-36) شکل کې د $\hat{\alpha}$ زاویه .

دتنزیل زاویه (Angle of Depression) :

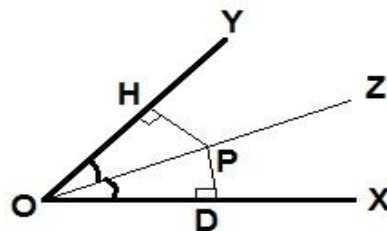
که یوشی په ټیټ ځای کې پروت وي دلیدکرښه له نوموړي شي سره یوه زاویه جوړوي چې دتنزیل زاویې په نوم یادېږي . لکه په لاندې شکل کې : د $\hat{\beta}$ زاویه .



شکل (1-36)

ناصف الزاویه :

هغه ټوټه خط چې یوه زاویه په دوه مساوي برخوویشي دناصف الزاویې په نوم یادېږي . اودناصف الزاویې هرټکی دزاویې له دوه ضلعوڅخه مساوي فاصله لري . لکه په لاندې شکل کې : د $\overline{OZ}$ د $\angle XOY$ زوايي ناصف الزاویه دي .

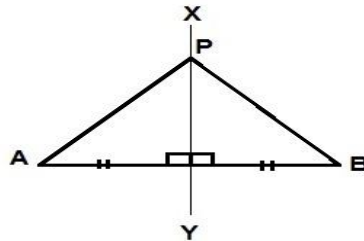


شکل (1-37)

عمودي ناصف :

هغه ټوټه خط چې یوه هندسي شکل په عموده توګه سره وويشي اودهمدې عمودي ناصف هرټکې هندسي شکل له دوه سروښځه مساوي فاصله ولري دعمودي ناصف په نوم ياديږي . لکه په لاندې شکل کې :

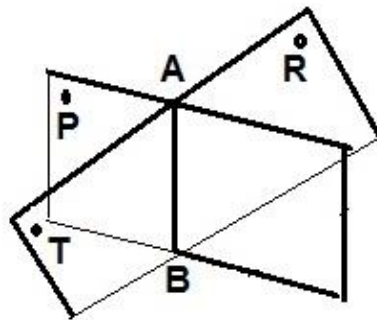
$\overline{XY}$ د $PAB\Delta$ مثلث عمودي ناصف جوړوي .



شکل (1-38)

دوه مخيزه يافرجه زاويه :

که دوه مستوي په فضاء کې يو بل قطع کړي يودوه مخيزه يافرجه زاويه جوړوي . ددوه وجهې دزاويې مشترک څپرکي ته خط الرأس وايي او دمستوي گانو ته ددوه مخيزه وجوه يا اضلاع وايي . لکه په لاندې شکل کې :

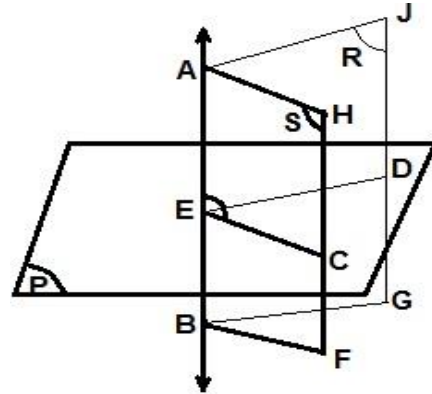


شکل (1-39)

- هره دوه مخيزه د 0° نه تر 180° پورې قيمتونه اخيستلای شي .
- ديوې دوه مخيزه يافرجې زاويې ټولې مسطحې زاويې مساوي دي .

دیوې دوه مخیزې مسطحه زاویه:

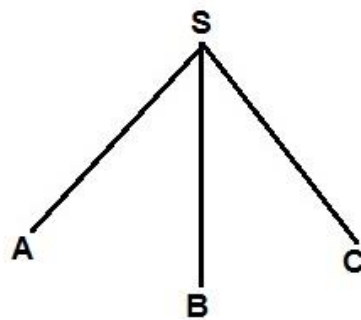
هغه زاویه چې دیوعمودي مستوي اودیو دوه مخیزه زاویې د مشترک خپرکی یا خط الرأس له تقاطع څخه منځ ته راځي ددوه مخیزه مسطحه زاویه بلل کیږي .



شکل (1-40)

دری مخیزه:

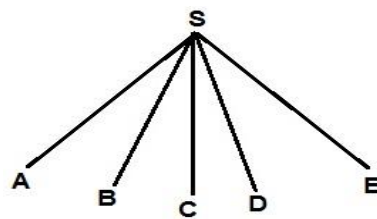
هغه شکل چې ددریومستقیم خطونو څخه چې دری په دری په یوه مستوي کې واقع نه وي جوړشوی وي دری مخیزه بلل کیږي . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (1-41)

جامده زاویه پاکنج:

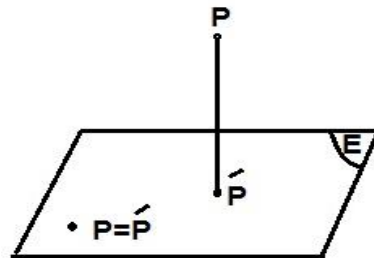
دخومستقیمو خطونوڅخه چې دری په دری په یوه مستوي کې واقع نه وي منځ ته راځي . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (1-42)

ارتسام:

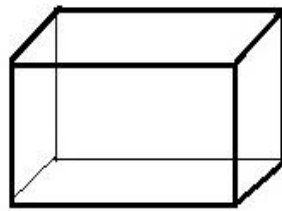
په یومستوي د یوې نقطې قایم ارتسام دهغې عمودي پایې وروستی برخې ته وایې چې له نقطې څخه پرمستوي واقع کیږي. یاه بل عبارت: پریومستوي دیو خط قایم ارتسام دنوموړي مستوي دمختلفو نقطو سیټ دی چې دخط دټولونقطو څخه پرمستوي عموداً رسم شي. لکه په لاندې شکل کې:



(1-43) شکل

خومخیزه (خووجهې):

هغه جسم چې له هراړخ څخه مسطح خوضلعي محدود کړی وي، خومخیزه بلل کیږي. لکه په لاندې شکل کې:



(1-44) شکل

- هریو ضلعي ته دخومخیزې مخ (وجه) وایي.
- دمخ (وجه) اضلاعوته دخومخیزې ضلع وایي.
- دمخونو (وجه) هر یو رأس ته دمخ (وجه) رأس وایي.
- ددوه مخونو (وجه) ترمنځ زاوېې ته دخومخیزې زاویه وایي.
- اوهرکونج چې دمخونو (وجه) څخه تیراو په رأس کې وموندل شي دخومخیزې یو کونج بلل کیږي.
- دخومخیزې له هرکونج څخه لږترلږه دری خط الرأسونه تیرېږي.
- دخومخیزې دوه مجاورې وجه مشترک خط الرأس لري اودهر خط الرأس دوه انجامونه دخومخیزې دوه رأسونه دي.

دڅومخیزې شمیر یوازې پنځه ډوله دی چې هغو ته اپلاتوني اجسام وایي. لاندې جدول دیو منظم څومخیزه مشخصات راښيي:

د جسم نوم	دهرې مخیزې (وجهې) دضلعو شمیر	د خط الرأسونو شمیر یو رأس ته منتهی	د رأسونو شمیر	د خط الرأسونو شمیر
څلورمخیزه	3	3	4	6
شپږمخیزه	4	3	8	12
اته مخیزه	3	4	6	12
دولس مخیزه	5	3	25	35
شل مخیزه	3	5	120	35

پوهیږو چې دهرمتساوي الاضلاع مثلث هر زاویه 60° درجې وي نو؛ ددریو، څلورو او پنځو مثلثونو تقاطع په یوه رأس کې امکان لري خوله دې څخه دپیروامکان ځکه نشته چې:

$$1. \text{ درې مثلثه: } 3 \times 60^\circ = 180^\circ$$

$$2. \text{ څلورمثلثه: } 4 \times 60^\circ = 240^\circ$$

$$3. \text{ پنځه مثلثه: } 5 \times 60^\circ = 300^\circ$$

$$4. \text{ شپږمثلثه: } 6 \times 60^\circ = 360^\circ$$

وروستی رابطه امکان نه لري ځکه که شپږ 60° درجې زاویې په یوه رأس کې تقاطع وکړي مستوي تشکیلېږي خو څومخیزه لاس ته نه راځي. همدې استدلال ته په کتوسره دمتوازي الاضلاع له مساوي مثلثونو څخه درې ډوله منظمې څومخیزې جوړې کړو:

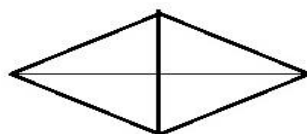
1. منظمه څلورمخیزه.

2. منظمه اته مخیزه.

3. منظمه شل مخیزه.

محدبه څومخیزه:

هغه څومخیزه چې دخیلوهریووجه گانو په یوې خوا کې واقع وي. لکه په لاندې شکل کې:



(1-45) شکل

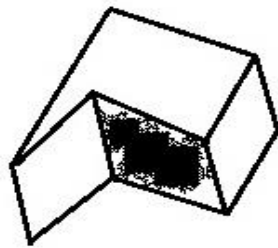
(داولرفورمول):

$$S=p+t-2$$

محدبه څومخیزه ، دمخونوشمیر $P=$ ، دراسونوشمیر $t=$

معقره څومخیزه:

هغه څو مخیزه چې د یوه یا څو وجوه گانوپه یوه خوا کې واقع وي معقره څومخیزه بلل کیږي . لکه په لاندې شکل کې :



(1-46) شکل

دڅومخیزې قطر:

هغه قطعه خط چې دوه رأسونه چې په یوه وجه کې واقع نه وي ونښلوي دڅومخیزې قطربلل کیږي .

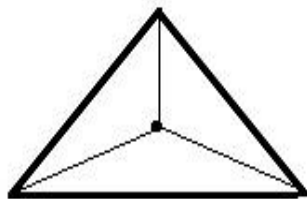
دڅومخیزې دننه اوږه:

هرڅومخیزې فضاء په دریو بیلابیلو برخو ویشي :

1. هغه نقطې چې دڅومخیزې پروجې واقع وي .
2. هغه نقطې چې دڅومخیزې دننه واقع وي .
3. هغه نقطې چې دڅومخیزې څخه دبهر واقع وي .

منظمه څومخیزه:

یو منظم څومخیزې ته محدبه څومخیزه وایي یا هغه څومخیزه چې ټولې سطحې یې له منظمو اومساوي مضلعاتو څخه جوړشوی وي او زاوې یې هم سره مساوي وي دمنظم څومخیزه په نوم یادېږي . لکه په لاندې شکل کې :

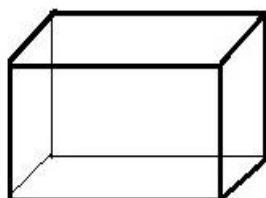


(1-47) شکل

منظمه شپږمخیزه:

دغه خومخیزه له شپږو مساوي مربعو څخه جوړېږي ، چې هغې ته مکعب هم وايي ، دمکعب په هرکونج کې درې مربع وجود لري داځکه چې : $360^\circ \angle 270^\circ = 3.90^\circ$

شکل يې دادی :

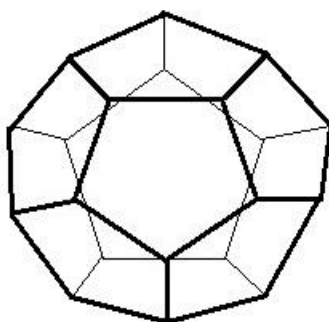


(1-48) شکل

منظمه دولس مخیزه :

دغه منظمه خومخیزه ددولسو منظمو مساوي پنځه ضلعو څخه لاس ته راځي ، اوپه هرکونج کې يې درې پنځه ضلعي موجود دي داځکه چې : $360^\circ \angle 324^\circ = 3.108^\circ$

شکل يې دادی :

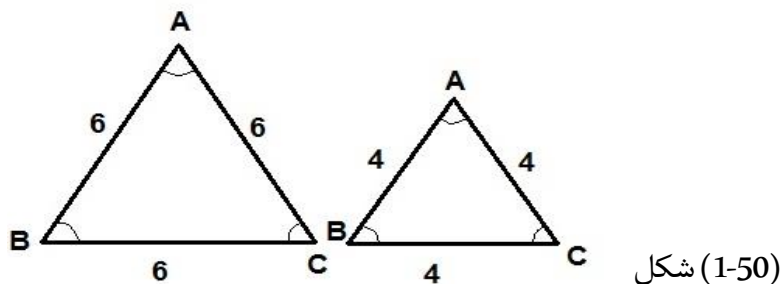


(1-49) شکل

مشابهت (ورته والی)

ورته شکلونه :

که چیرې په دوه شکلونو کې هم ډوله زاوېې یوله بل سره مساوي وي اودهم ډوله ضلعونسبت یې یو ثابت مقدارولري دورته شکلونوپه نوم یادېږي . ثابت مقدارته یې دورته والي نسبت وایي . دورته والي نښه داده (~) . لکه په لاندې شکل کې : د $ABC\Delta$ او $A'B'C'\Delta$ مثلثونه چې زاوېې یې یوله بل سره انطباق منونکې دي اودضلعوترمنځ یې هم تناسب موجود دي .



$$\hat{A} \cong \hat{A'}, \hat{B} \cong \hat{B'}, \hat{C} \cong \hat{C'}$$

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$ABC\Delta \cong A'B'C'\Delta$$

ورته مثلثونه :

مثلثونه په دریو حالاتو کې یوبل ته ورته دي :

لومړۍ حالت : که چیرې دیوه مثلث دوه زاوېې دبل مثلث له دوه زاویوسره مساوي وي نو ؛ دامثلثونه یوبل ته ورته (مشابه) دي .

دویم حالت : که چیرې دیوه مثلث دوه ضلعې دبل مثلث له دوه ضلعوسره متناسب اودضلعوپه منځ کې زاوېې یې مساوي وي نو ؛ دامثلثونه یوبل ته ورته (مشابه) دي .

درېم حالت : که چیرې دیوه مثلث دری ضلعې دبل مثلث له دریو ضلعوسره متناسبې وي نو ؛ دادوه مثلثونه یوبل ته ورته (مشابه) دي .

ورته مضلع:

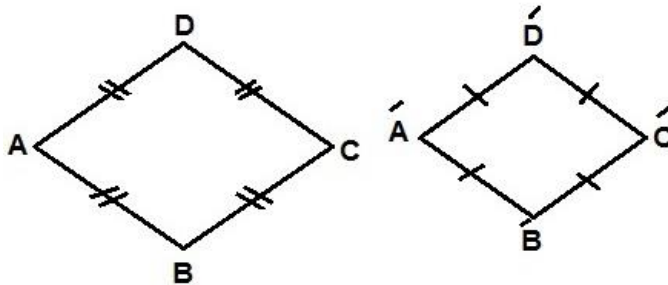
دوه مضلع گانې یاخوضلعې هغه وخت یوبل ته ورته دي چې :

1. درآسونوشمیرېې سره مساوي وي .

2. ټولې زاوېې يې یوله بل سره انطباق منونکې وي .

3. هم ډوله ضلعې يې یوله بل سره متناسبې وي .

لکه په لاندې شکل کې د ABCD او A'B'C'D' مضلع گانې چې زاوېې يې یوله بل سره برابرې اوضلعې يې سره متناسبې دي :



شکل (1-51)

$$\hat{A} \cong \hat{A}', \hat{B} \cong \hat{B}', \hat{C} \cong \hat{C}', \hat{D} \cong \hat{D}'$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{C'D'}} = \frac{\overline{DA}}{\overline{D'A'}}$$

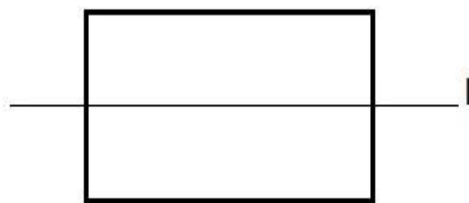
$$\frac{8}{4} = \frac{6}{3} = \frac{2}{2} = 2$$

دپورتنیومضلع گانو دورته والي نسبت 2 دي ، یعنې د ABCD مضلع د A'B'C'D' دمضلع د ضلعو دوه برابره ده نو:

$$A'B'C'D' \approx ABCD$$

تناظر:

که چیرې دیوخط په امتدادسره یوشکل داسې قات کړوچې د شکل دوه برخې یوپر بل باندې منطبقې شي ، دې شکل ته متناظر نسبت خط ته وایي . لکه په لاندې شکل کې :



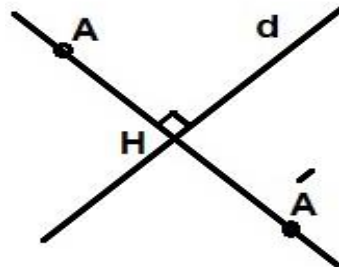
شکل (1-52)

تناظري محور:

هغه خط چې شکل يې پرمخ باندې قاتیږي د شکل تناظري محور بلل کیږي .

محوري تناظر:

د هر شکل محوري تناظر له هغه هندسي شکل څخه عبارت دي چې هره نقطه يې نسبت د لومړي شکل يوې نقطې ته متناظره وي. لکه په لاندې شکل کې:

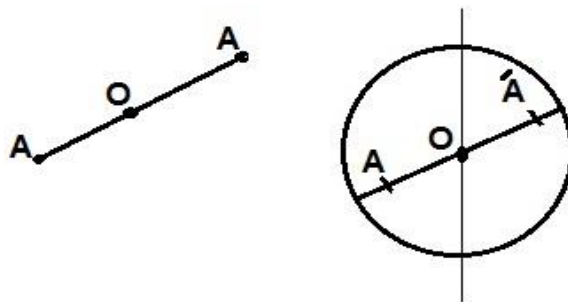


شکل (1-53)

د A' ټکی د A ټکي متناظر نسبت د d خط ته وايو که چیرې د d خط د A او A' ترمنځ د ټوټه خط عمودي ناصف وي.

• که چیرې د A ټکی د d خط پرمخ باندې وي، متناظريې نسبت د d خط ته په خپله همغه ټکی دی.

مركزي تناظر:



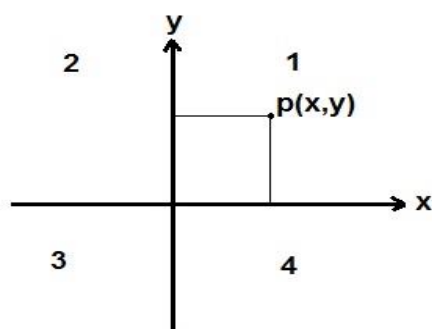
شکل (1-54)

د پورته شکل په اساس: د A' ټکی د A ټکي متناظر نسبت د O ټکي ته بولي.

که چیرې O د $\overline{AA'}$ د ټوټه خط منځنۍ ټکی وي، په دې حالت کې O ته مرکزي تناظر وايي او وايو چې A او A' نسبت د O ټکي ته متناظر دي.

دقايم مختصات سیستم :

دوه عمودمحورونه د xx' او yy' چې د O په ټکي کې قطع کوي دقايم مختصات سیستم په نامه ياديږي، دهغود (x,y) هرې مرتبې جوړې سره دمستوي يونټکي اړيکې لري. دټکي دفاصلې او دترتيب په نوم ياديږي. دهغوی قيمتونه دمحورونو له مخې چې په مساوي واحدونوسره ویشل شوي دي ټاکل کيږي. لکه په لاندې شکل کې :



(1-55) شکل

دویم څپرکی

داوردوالي، سطحې اوحجم واحدونه

الف - داوردوالي (طول) واحدونه: SI په سیستم کې داوردوالي واحد متر دی. دمتريه څنګ داوردوالي نورواحدونه هم شته. لکه :

«اینچ، فوت، یارد، میل، ذرع، چارک، ګره (غوټه)، بر (بهر)، فرسنگ (فرسخ)» چې هر یو یې په لنډه توګه تشریح کوو:

A. **متر (meter):**³ مترهغه درجه بندي شوې فېته ده چې له فلز، ټوکر یا کوم بل جنس څخه جوړوي اودشيانوداوردوالي اوسور دمعلومولولپاره استعمالیږي. یاپه بل عبارت متر داوردوالي هغه واحد دی چې دځمکې دنصف النهار ددایرې دخلوینیت میلیونې برخې سره مساوي وي .

دمتر اجزاء : دمتراړوند هغه واحدونه چې له متر څخه کوچني وي دمتراجزاء بلل کیږي . دمتراجزاء څلور دي چې په لاندې توګه بیانېږي :

- a. **میکرون:** دیوه ملي متر له زرمې 1000 برخې سره برابری.
- b. **ملي متر:** یو ملي متر د 1000 میکرون سره برابری .
- c. **سانتي متر:** 10 ملي متر له یوسانتي متر سره برابری .
- d. **دسي متر:** 10 سانتي متريودسي متري کیږي.

دمتراضعاف: دمتراړوند هغه واحدونه چې له متر څخه لوی وي دمتراضعاف بلل کیږي . دمتراضعاف دری دي چې په لاندې توګه بیانېږي :

- a. **دکامتر:** یو دکامتر له 10 مترو سره برابری .
- b. **هکتومتر:** یوهکتومتر له 100 مترو سره برابری .

- C. **کیلومتر:** یو کیلومتر له 1000 متروسره برابر دی .
- B. **اینچ (inches):** داوړدوالي دا واحد (یو اینچ) له 2.54 سانتي مترسره برابر دی .
(1 inches = 2.54 centimeter)
- C. **فوت (feet):** داوړدوالي دا واحد (یو فوت) له 30.5 سانتي مترسره برابر دي .
(1 foot = 30.5 centimeter)
- D. **یارد (Yard):** داوړدوالي دا واحد (یو یارد) له 91.44 سانتي مترسره برابر دي .
(Yard = 91.44 centimeter)
- E. **میل (mile):** داوړدوالي دا واحد (یو میل) له 1.6 کیلومترسره برابر دي .
(1 mile = 1.6 kilometer)
- F. **ذرع:** داوړدوالي یو پخوانی واحد دی چې د 104 سانتي مترسره برابر دي .
- G. **گز:** داوړدوالي هغه واحد دی چې تقریبا له 90 سانتي مترسره برابر دي .
- H. **زراع:** داوړدوالي یو پخوانی واحد دی چې دیوه منځني سړي د څنگلې څخه د گوتو ترڅوکې پورې ښودل شوی دی .
- I. **چارک:** چارک یا چاریک د وزن او اوړدوالي پخوانی واحد دی چې د چارک کلمه په دوه مفهومونو سره کارول کیږي : لومړي : دهرشي څلورمه برخه . دویم : د وزن په مقیاس کې دمن څلورمه برخه ده او داوړدوالي په مقیاس کې د ذرع څلورمه برخه یا څلورغوتي (گره) ښودل شوې دي .
- J. **گره (غوټه):** داوړدوالي پخوانی واحد دی چې یوه غوټه د 6.5 سانتي مترسره برابره ده .
- K. **بر (بهر):**⁴ داوړدوالي پخوانی واحد دی چې دیو چارک له څلورمې او یا دیوې ذرع له 16 برخې سره برابر دي .
- L. **فرسنگ (فرسخ):** داوړدوالي هغه پخوانی واحد دی چې نږدې د 6 کیلومترو ، 3 میله او یا 12000 ذراع سره برابر دي ، او په پخواوختونو کې به دا واحد د مسافت د واحد په توگه استعمالیده .

ب- د سطحې واحدونه :

- A. **مترمربع (m²):** دهغه مربع مساحت چې دهرې ضلعې اوړدوالی یې یو متروي ، مترمربع بلل کیږي .
- B. **اینچ مربع (in²):** یو اینچ مربع له 2.54 سانتي متر مربع سره برابر دی .
- C. **فوت مربع (ft²):** یو فوت مربع له 30.5 سانتي متر مربع سره برابر دی .
- D. **یارد مربع (yd²):** یو یارد مربع له 91.44 سانتي متر مربع سره برابر دی .
- E. **میل مربع (ml²):** یو میل مربع له 1.6 کیلومتر مربع سره برابر دی .

⁴ - گره (غوټه) او بر (بهر) په حقیقت کې یوشان دي مګر نمونه یې په ځینو سیمو کې توپیر لري .

دسطحې دانگلېسي واحدونو دتبدیلولو دضرایبو جدول دلته کتلاى شی:

دسطح دواحدونو دتبدیلولو ضرایب

Unit	m ²	in ²	ft ²	yd ²	mile ²
m ²	1	1550	10.764	1.196	3.861×10^{-7}
in ²	6.452×10^{-4}	1	6.944×10^{-3}	7.716×10^{-4}	2.491×10^{-10}
ft ²	9.290×10^{-2}	144	1	0.111	3.587×10^{-8}
yd ²	8.361×10^{-1}	1296	9	1	3.228×10^{-7}
mile ²	2.58999×10^6	4.01448×10^9	27.8784×10^6	3.097×10^6	1

ج- دځمکې دپراخوالي داندازه کولو واحدونه :

A. مترمربع :

دهغه مربع دمساحت څخه عبارت دی چې دهرې ضلعې اوږدوالی یې 1 متروي .دسطحې دواحد تر نورو واحدونو زیات داستعمال وردی .

B. جریب:

دسطحې دمساحت داندازه کولو هغه واحد دی چې د2000 مترمربع سره مساوي کیږي .

C. هکتار:

دسطحې داندازه کولو هغه واحد دي چې 10000 مترمربع سره مساوي کیږي .یا په بل عبارت :هکتاردهغه مربع مساحت دي چې دیوې ضلعې اوږدوالی یې 100متره وي .

D. بسوه(آر) :

دسطحې داندازه کولو هغه واحد دی چې د100 مترمربع سره مساوي کیږي .اومعمولا دودانیو دسطحې داندازه کولو لپاره ترې کاراخیستل کیږي .

E. بسواسه:

دسطحې داندازه کولو هغه واحد دي چې له 5 مترمربع سره مساوي کیږي . اوداهم دبسوې په څیردودانیو دسطحې داندازه کولو لپاره زیات استعمالیږي .

F. من :

من هم دځمکې دپراخوالي داندازه کولو یو واحد دي چې تقریبا له 166.66 مترمربع سره برابردی .

G. چارک:

چارک یا چاریک چې مخکې یې هم یادونه وشوه دیوه من څلورمه برخه تشکیلوي .

H. قفیز:

دځمکې دسطحې داندازه کولو یو پخوانی واحد دی چې د 360 زراع مربع سره برابر دی.⁵

عشیر(لسیز):

I. عشرهم دځمکې دپراخوالي داندازه کولو یو پخوانی واحد دی چې تقریباً د 11.62 متر مربع سره مساوی دی.

د- دحجم واحدونه

SI په سیستم کې معمولاً حجم په متر مکعب (M3) اندازه کیږي. خوځینې نور واحدونه هم شته چې هریو یې په لنډه توګه تشریح کوو:

A. متر مکعب:

دهغه مکعب حجم چې دهربعد(اړخ) اوږدوالی یې یو متروي، متر مکعب بلل کیږي.

B. ملی متر مکعب:

دهغه مکعب حجم چې دهربعد(اړخ) اوږدوالی یې یو ملی متروي، ملی متر مکعب بلل کیږي.

C. سانتي متر مکعب:

دهغه مکعب حجم چې دهربعد(اړخ) اوږدوالی یې یو سانتي متروي، سانتي متر مکعب بلل کیږي.

D. دسي متر مکعب:

دهغه مکعب حجم چې دهربعد(اړخ) اوږدوالی یې 10 سانتي متره وي، دسي متر مکعب بلل کیږي.

E. اینچ مکعب:

دهغه مکعب حجم چې دهربعد(اړخ) اوږدوالی یې یو اینچ وي، اینچ مکعب بلل کیږي.

F. فوت مکعب:

دهغه مکعب حجم چې دهربعد(اړخ) اوږدوالی یې یو فوت وي، فوت مکعب بلل کیږي.

G. یارد مکعب:

دهغه مکعب حجم چې دهربعد(اړخ) اوږدوالی یې یو یارد وي، یارد مکعب بلل کیږي.

H. لیتر:

دهغه مکعبي خالي جسم ظرفیت چې دهربعد(اړخ) اوږدوالی یې 10 سانتي متره وی. یا یو لیتر د 1000 سی سی سره برابر دی.

⁵-(خوارزمی، ۱۸۹۵، مخ ۲۰۰)

I. سی سی :

یوسی سی دیوسانتی مترمکعب سره برابري .

د حجم دواحدونو د تبدیلولو جدول :

د حجم دواحدونو د تبدیلولو جدول	
1000 mm^3	1 cm^3
1000 cm^3	1 dm^3
1000 dm^3	1 m^3
0.001 m^3	1 liter
10 dlit	1 liter
10 clit	1 dlit
10 mlit	1 clit
1000 cc	1 liter
1728 in^3	1 ft^3
27 ft^3	1 yd^3

دریم څپرکی

مسطح هندسه

مضلع ياخوضلي (Regular Polygon of Sides):

تعريف: هغه هندسي شكلونه چې لږترلږه د دريو يا زياتو ټوټه خطونوپه واسطه احاطه شوی وي دمضلع ياخوضلي په نوم ياديږي ، په دې شرط چې :

- دوه ضلعي يې يوازې په خپلوانجامونوکې سره قطع کړي .
- دوه گاونډي ضلعي يې د يوې مستقيمې کرنيې په امتداد واقع نه وي .

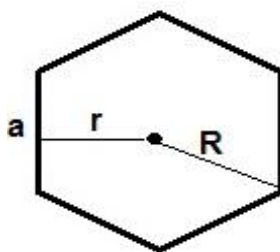
منظمه مضلع: هغه مضلع چې ضلعي اوزاويې يې سره مساوي وي ، منظمه مضلع بلل کيږي .

دمضلع رأس: هر ټوټه خط ته دمضلع ضلعه اوددوه ټوټوخطونوديوځای کيدو نقطې ته دمضلع رأس وايي .

دمضلع قطر: هغه ټوټه خط چې ديوه مضلع دوه غيرمجاوررأسونه (کونجونه) سره نښلوي دمضلع قطر بلل کيږي . څلورضلي يې مهمه برخه تشکيلوي چې دلته يې ترڅپرني لاندې نيسو :

دمضلع ياخوضلي دمساحت اوحجم فورمولونه :

که چيرې دمضلع ياخوضلي مساحت په A ، حجم يې په V ، دضلعوشمير يې په n او يوه ضلعه يې په a سره وښوونو؛ لروچې :



شکل (3-1)

$$A = \frac{R^2 \cdot n \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)}{2}$$

$$P = a \cdot n$$

$$r = \frac{a}{2} \cot \frac{180^\circ}{n}$$

$$R = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}}$$

دمضلع يا خوضلي دقطرونو دشمير فورمول :

$$sn = \frac{n(n-3)}{2}$$

دهغه منظم مضلع خوضلي داضلاعو دشمير فورمول چې يوه داخلي زاويه يې معلومه وي :

$$n = \frac{360}{180^\circ - D}$$

دمضلع يا خو ضلي دداخلي او خارجي زاويو مجموعه :

A. ديوې مضلع دداخلي زاويو مجموعه د مضلع دضلعوپه شمير پورې اړه لري ، دمضلع دداخلي زاويو مجموعه دپیدا کولو لپاره له لاندې فورمول څخه گټه اخیستل کيږي :

$$Sn = (n-2) \cdot 180^\circ$$

دمضلع دداخلي زاويو مجموعه $Sn =$

دمضلع دضلعوشمير $n =$

B. ديوه منظم خوضلي يوه داخلي زاويه دلاندې فورمول په کمک لاس ته راځي :

$$D = \frac{(n-2)180^\circ}{n}$$

C. ديوې مضلع دخارجي زاويو مجموعه 360° درجې ده اود مضلع دضلعوپه شمير پورې اړه نه لري .

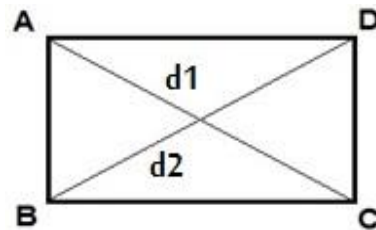
D. ديو منظم n ضلي مضلع دهرې ضلي مخامخ دمرکزي زاويې پراخوالی مساوي دی په :

$$\hat{\theta} = \frac{360^\circ}{n}$$

څلورضلي (Quadrilaterals)

دڅلورضلي تعريف : هغه شکل چې دڅلوروقطعه خطونوپه واسطه محدود شوی وي دڅلورضلي په نوم یادېږي .

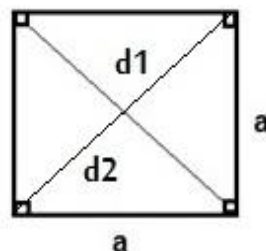
- **دڅلورضلي اضلاع :** څلورقطعه خطونه چې څلورضلي يې منځ ته راوړې دی ، دڅلورضلي اضلاع بلل کېږي .
- **دڅلورضلي رأس :** ددوه ضلعوترمنځ مشترکه نقطه دڅلورضلي رأس بلل کېږي .
- **دڅلورضلي زاويه :** ددوه ضلعوترمنځ زاويه دڅلورضلي زاويه بلل کېږي .
- **دڅلورضلي قطرونه :** دڅلورضلي دمخامخ رأسونو ترمنځ دقطعه خطونواوږدوالی دڅلورضلي قطرونه بلل کېږي .
- **دڅلورضلي ښودنه :** څلورضلي معمولاً دهغه درأسونو په توروښودل کېږي . لکه په لاندې شکل کې : د ABCD څلورضلي .



(3-2) شکل

دڅلورضلي ډولونه :**1. مربع (Square):**

تعريف : مربع هغه څلورضلي ده چې دڅلور واړه ضلعو اوږدوالی يې سره مساوي وي اوڅلوروواړه زاويې يې قايمې وي . لکه په لاندې شکل کې :



(3-3) شکل

دمربع قطرونه :

دمربع قطرونه سره مساوي دي ،يوپرعموداويوبل سره نيمايي کوي .دمربع قطرونه درأس زاويې نيمايي کوي اودقطرونوله تقاطع څخه يې څلورانطباق منونکې مثلثونه جوړيږي .

دمربع دمحيط ،مساحت اوقطر فورمولونه :

که چيرې دمرېع دمحيط په P ،مساحت په A اوقطر په d سره وښيو ؛نولروچې :

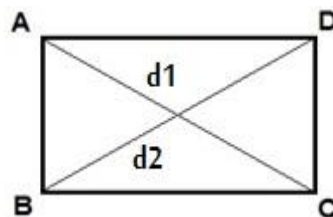
$$P = 4a \text{ (چاپيريال) دمحيط}$$

$$A = a^2 \text{ (پراخوالی) مساحت}$$

$$d = \sqrt{2} \cdot a \text{ قطر}$$

2. مستطيل (Rectangle):

تعريف: مستطيل هغه څلورضلعي ده چې مخامخ ضلعي يې دوه په دوه سره موازي اومساوي دي اوڅلورواړه زاويې يې قايمې دي . لکه په لاندې شکل کې :



(3-4) شکل

دمستطيل قطرونه :

دهرمستطيل قطرونه سره مساوي اويوبل سره نيمايي کوي اودمستطيل دقطرونو له تقاطع څخه دوې جوړې انطباق منونکې مثلثونه جوړيږي اودمستطيل څلورواړه زاويې قايمې دي .

دمستطيل دمحيط ،مساحت اوقطر فورمولونه :

که چيرې دمستطيل دمحيط په P ،مساحت په A اوقطر په d سره وښيو ؛نولروچې :

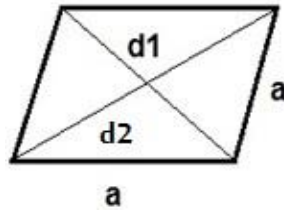
$$P = 2(a+b) \text{ (چاپيريال) دمحيط}$$

$$A = a \cdot b \text{ (پراخوالی) مساحت}$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2} \text{ قطر}$$

3. معین یا لوزی (Rhombus):

تعریف : معین یا لوزی هغه څلورضلي ده چې مخامخ ضلعي يې دوه په دوه موازي ، څلورواره ضلعي يې مساوي اومخامخ زاويې يې يوله بل سره مساوي وي . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (3-5)

دمعین یا لوزی قطرونه :

دمعین یا لوزی قطرونه یو پرعمود او یو بل سره نیمایي کوي . همدارنګه د قطرونوله تقاطع څخه يې څلورانطباق منوونکي مثلثونه جوړیږي او هم يې قطرونه درآسونو زاويې نیمایي کوي .

دمعین یا لوزی دمحیط اومساحت فورمولونه :

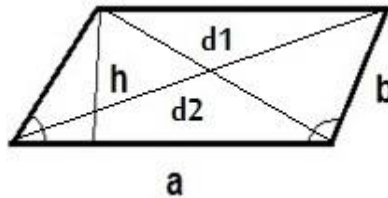
که چیرې دمعین یا لوزی محیط په P او مساحت يې په A سره وښیو ؛ نولروچې :

$$P = 4a \text{ (چاپیریال) محیط}$$

$$A = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2 \text{ (پراخوالی) مساحت}$$

4. متوازی الاضلاع (Parallelogram):

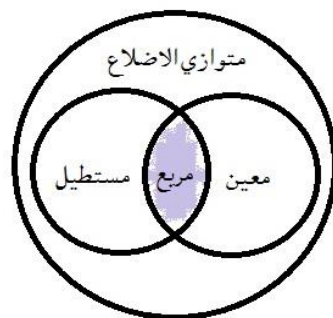
تعریف : متوازی الاضلاع هغه څلورضلي ده چې مخامخ ضلعي يې دوه په دوه سره موازي اومساوي دي . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (3-6)

- دمتوازي الاضلاع قطرونه : دمتوازي الاضلاع قطرونه یو بل سره نیمایي کوي اومقابلې زاويې يې دوه په دوه سره مساوي دي .

- دمتوازي الاضلاع ، مستطيل ، معين يالوزي اومربع دخاصيتونو شريكوالی ددستونو دتقاطع په ډول په وين دياگرام كې بنودل شوی دی:



شکل (3-7)

دمتوازي الاضلاع دمحيط اومساحت فورمولونه :

كه چيرې دمتوازي الاضلاع محيط په P ، مساحت په A اوارتفاع يې په h سره وښيو؛ نولروچې :

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

$$h = a \cdot \sin \alpha$$

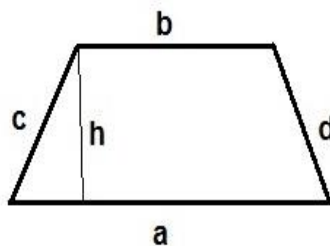
$$h = a \cdot \sin \beta$$

$$P = 2(a+b) \text{ (محيط (چاپيريال))}$$

$$A = b \cdot h = ab \cdot \sin \alpha = a \cdot b \cdot \sin \beta \text{ (مساحت (پراخوالی))}$$

5. ذوزنقه يا منحرف (Trapezoid) :

تعريف : ذوزنقه يامنحرف هغه څلورضلعي ده چې يوازې دوې مخامخ ضلعي يې سره موازي دي . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (3-8)

دذوښقي دمحيط اومساحت فورمولونه :

که چیرې دذوښقي محیط په P ، مساحت په A سره وښیو؛ نولروچې :

$$P = a+b+c+d \text{ (چاپیریال)}$$

$$A = \frac{1}{2}(a+b)h \text{ (پراخوالی)}$$

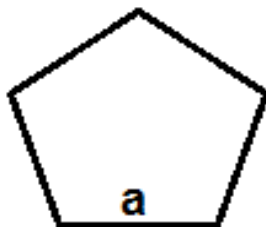
$$d = \sqrt{a \cdot b + c^2}$$

یادونه : په پورتنیو ټولو څلورضلي گانو کې له ذوښقي پرته دنورو ټولو مخامخ ضلعي دوه په دوه سره موازي دي ، البته په ذوښقه کې یوازې دوه مخامخ ضلعي سره موازي دي .

دمنظم پنځه ضلي دمساحت فورمول :

دمنظم پنځه ضلي دمساحت فورمول په لاندې ډول دی:

$$A = (a2.5)(4. \tan(\Pi) / 5)$$

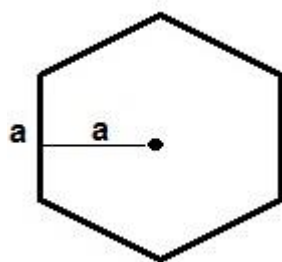


(3-9) شکل

دمنظم شپږضلي (Hexagon) دمساحت فورمول :

دمنظم شپږضلي دمساحت فورمول په لاندې ډول دی :

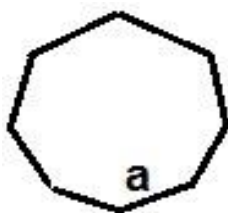
$$A = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$$



شکل (3-10)

دمنظم اته ضلعي دمساحت فورمول :

$$A = 2(1 + \sqrt{2})a^2$$



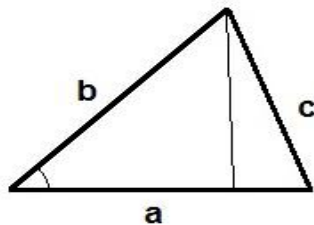
شکل (3-11)

څلورم څپرکی

مثلث (Triangle)

تعریف : مثلث هغه سطحه ده چې د دریو ټوټه خطونو په واسطه احاطه شوې وي .

- **دمثلث ضلعه :** دمثلث هر خط ته دمثلث ضلعه وایي .
- **دمثلث رأس :** دمثلث ددوه ضلعو دښلیدونقطې ته دمثلث رأس وایي .
- **دمثلث میانه :** هغه ټوټه خط چې دمثلث مرکز له مقابلو ضلعوسره ونښلوي دمثلث دمیاني په نوم یادېږي . دهرمثلث میاني په یوه ټکي کې قطع کوي ، دمیانوند تقاطع ټکی دثقل دمرکز په نوم یادېږي .
- **دمثلث ناصف الزاویه :** هغه ټوټه خط چې دمثلث یوه زاویه په دوه مساوي برخوویشي دناصف الزاویې په نوم یادېږي . اودناصف الزاویې هر ټکی دزاویې له دوه ضلعو څخه مساوي فاصله لري .
- **هرمثلث دری ارتفاعې ، دری رأسه ، دری میاني اودری ناصف الزاویې لري چې داتول په یوه نقطه کې قطع کوي . لکه په لاندې شکل کې :**



(4-1) شکل

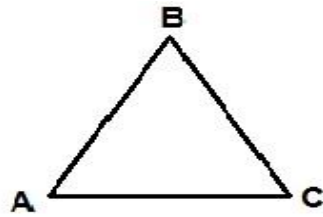
دمثلث ښودنه : مثلث د رأسونو د دریو تورو په واسطه ښودل کېږي لکه د $ABC\Delta$ مثلث . (دمثلث دعلامي شکل Δ دی) .

دمثلث ډولونه :

الف - دضلعوله خوا دمثلث ډولونه : مثلثونه دضلعوله خوا په دری ډوله دي :

(1) متساوي الاضلاع مثلث :

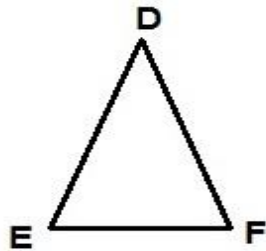
هغه مثلث چې دری واره ضلعي يې سره مساوي وي متساوي الاضلاع مثلث نومېږي . په هرمتساوي الاضلاع مثلث کې دری واره زاويې هم سره مساوي وي ؛ لکه په لاندې شکل کې :



(4-2) شکل

(2) متساوي الساقين مثلث :

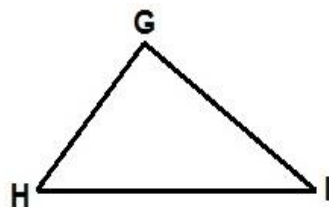
هغه مثلث چې دوې ضلعي يې سره مساوي وي متساوي الساقين مثلث نومېږي ، په متساوي الساقين مثلث کې ددواړو مساوي ضلعو څخه هرې يوې ته دمثلث ساق اودریمې ضلعي ته يې قاعده وايي ، په متساوي الساقين مثلث کې دساقونو مجاورې زاويې سره مساوي وي . لکه په لاندې شکل کې :



(4-3) شکل

(3) مختلف الاضلاع مثلث :

هغه مثلث چې درې واره ضلعو اوږدوالی يې توپيرونه لري مختلف الاضلاع مثلث نومېږي . لکه په لاندې شکل کې :

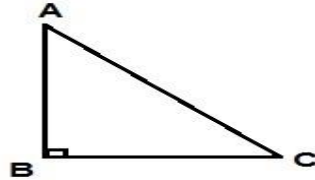


(4-4) شکل

ب — دزوايو له خوا دمثلت ډولونه : مثلثونه دزوايو له خوا هم په درې ډوله دي :

(1) قاييم الزاويه مثلث :

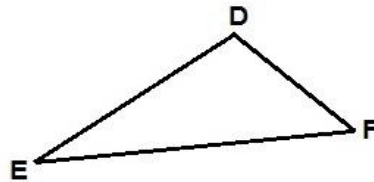
هغه مثلث چې يوه زاويه يې قاييمه وي ، قاييم الزاويه مثلث نومېږي . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (4-5)

(2) منفرج الزاويه مثلث :

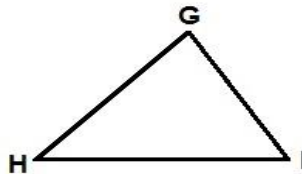
هغه مثلث چې يوه زاويه يې له قاييمې زاويې څخه لويه وي ، منفرج الزاويه مثلث نومېږي . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (4-6)

(3) حاده الزاويه مثلث :

هغه مثلث چې درې واړه زاويې يې له 90° څخه کوچنۍ وي ، حاده الزاويه مثلث نومېږي . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (4-7)

دمثلث دداخلي اوخارجي زاويومجموعه :

- دهرمثلث دداخلي زاويومجموعه 180° درجې ده .
- دمثلث هريوې داخلي زاويې ته په لنډډول دمثلث زاويه وايي .
- دهرمثلث دخارجي زاويومجموعه 360° درجې ده .
- په هرمثلث کې هغې زاويې ته چې دمثلث ديوې ضلعي له امتدادڅخه دمثلث له بلې ضلعي سره جوړېږي ، دمثلث خارجي زاويه وايي .
- ديوه مثلث دخارجي زاويې اندازه دمثلث ددوه نورو داخلي غيرمجاورو زاويوله مجموعې سره مساوي ده .

دمثلث داضلاعو اوزاویوخاصیتونه :

الف. دمثلث داضلاعو اوزاویوترمنځ اړیکې :

- که دیوه مثلث دوی ضلعې سره مساوي وي ؛نودهغه ضلعومخامخ زاویې هم سره مساوي دی .
- که دیوه مثلث دوه زاویې سره مساوي دهغه دمساي زاویوضلعې هم سره مساوي دي .
- په هرمثلث کې هغه زاویه چې دلویې ضلعې مخ ته واقع وي له هغې زاویې څخه چې دکوچنۍ ضلعې مخ ته واقع وي لویه ده .
- په هرمثلث کې هغه ضلعه چې دلویې زاویې مخ ته واقع وي دهغې ضلعې څخه چې دکوچنۍ زاویې مخ ته واقع وي لویه ده .

ب - دمثلث داضلاعوخاصیتونه :

- په هرمثلث کې ددوه ضلعوداوږدوالي مجموعه ددریمې ضلعې له اوږدوالي څخه لویه وي .

ج- دمثلث دداخلي زاویودپراخوالي مجموعه :

- دیوه مثلث دداخلي زاویودپراخوالي مجموعه دوه قایمې یا 180° درجې ده .

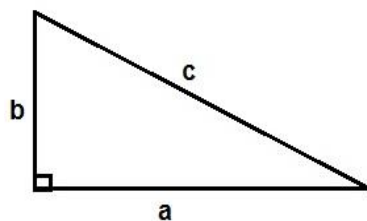
د- دمثلث دخارجي زاویوخاصیتونه :

- دیوه مثلث دهرې خارجي زاویې پراخوالی دهغه دمثلث دداخلي غیرمجاورو زاویو دپراخوالي له مجموعې سره مساوي دی .
- که دیوه مثلث دخارجي زاویومجموعه څلورقایمې یا 360° درجې ده .

دفیثاغورث قضیه :

په هرقایم الزاویه مثلث کې دوترمربع دهغه دقایموضلعو دمربع له مجموعې سره مساوي ده :

$$a^2 + b^2 = c^2$$



(4-8) شکل

د قضیې عکس (سرچپه) :

که چیرې په یوه مثلث کې د دوو ضلعو د مربعاتو مجموعه دهغه د دریمې ضلعې له مربع سره مساوي وي ، نو هغه مثلث قایم الزاویه دی .

د قایم الزاویه مثلث قضیې :

- په هر قایم الزاویه مثلث کې د قایمو ضلعو د ضرب حاصل دوتر او دهغې ارتفاع د ضرب له حاصل سره مساوي دی چې پر نوموړي وتر باندې پرته ده .
- په هر قایم الزاویه مثلث کې دهغې میانې اوږدوالی چې له قایم رأس څخه رسم کیږي ، د قایمو ضلعو د هندسي وسط څخه عبارت دي کوم چې د نوموړي مثلث په وتر پروت دي .
- په هر قایم الزاویه مثلث کې دهغې ارتفاع اوږدوالی چې له قایم رأس څخه دهغه پروترباندې رسمېږي دوتر د اوږدوالي د نیمايي سره مساوي دی .
- که چیرې په یوه قایم الزاویه مثلث کې چې یوه حاده زاویه یې 30° درجې وي دمخامخ ضلعې اوږدوالی یې دوتر د اوږدوالی نیمايي دی .

دمثلث دمحيط اومساحت فورمولونه

i. دمثلث دمساحت عمومي فورمول :

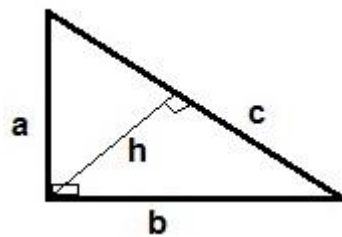
که چیرې دمثلث محیط په P ، مساحت یې په A سره وښیو؛ نولروچې :

$$P = a + b + c \text{ (چاپیریال)}$$

$$A = \frac{1}{2} a \cdot h \text{ (پراخوالی)}$$

ii. دقایم الزاویه مثلث مساحت :

دقایم الزاویه مثلث مساحت دلاندې فورمول په واسطه لاس ته راوړلای شو:



(4-9) شکل

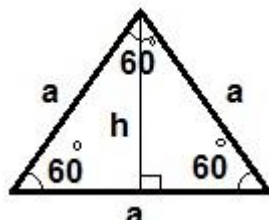
$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$A = \frac{1}{2} a \cdot b = \frac{1}{2} a \cdot h$$

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$$

iii. دمتساوي الاضلاع مثلث مساحت :

دمتساوي الاضلاع مثلث مساحت اوحجم دلاندې فورمولونوپه واسطه په لاس راځي :



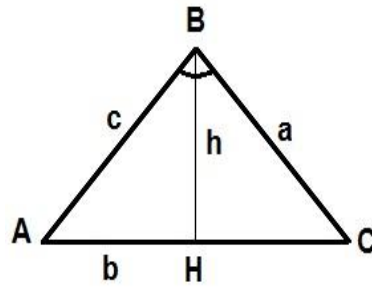
(4-10) شکل

$$A = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$P = 3 \cdot a$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

iv. دمثلث مساحت ددوه ضلعو اوددوه ضلعوترمنځ دزاويې له جنسه :



شکل (4-11)

پوهیروچې دیومثلث مساحت :
($S = \frac{\text{ارتفاع} \cdot \text{قاعده}}{2}$) دی ، $S, ABC = \frac{b \cdot h}{2}$ او
($h = c \sin A$) نو لروچې :

$$S = \frac{1}{2} ac \sin B, S = \frac{1}{2} bc \sin A, S = \frac{1}{2} ab \sin C$$

v. دمثلث مساحت دمثلث دضلعو داوردوالي له جنسه :

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

په داسې حال کې چې p دمحیط (چاپیریال) نمایي دی .

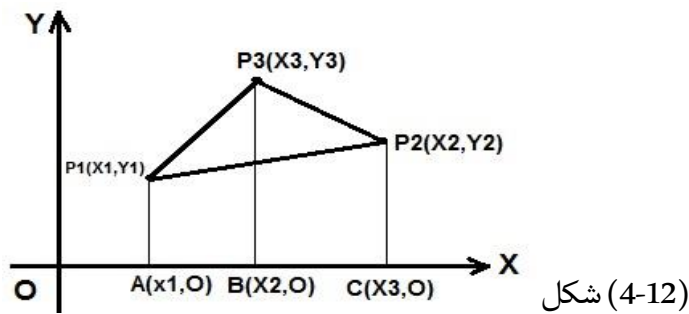
$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \text{ مساحت (پراخوالی)}$$

vi. دمثلث دمساحت پیدا کول ددریوضلعوله جنسه (دهیرون فورمول) :

ددې لپاره دیوې زاويې دنیمايي sin دمثلث دضلعوداوردوالي له جنسه په لاس راوړو دABC په هر مثلث کې لاندې اړیکې صدق کوي :

$$\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}}, \sin \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{ac}}, \sin \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{ab}}$$

vii. دمثلت دمساحت پیدا کول چې درآسونو وضعیه کمیات یې معلوم وي :



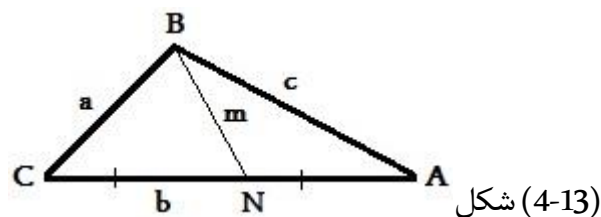
شکل (4-12)

که دیوه مثلث $P1(x1, y1)$ ، $P2(x2, y2)$ او $P3(x3, y3)$ رأسونه وي ،نود $\Delta P1P2P3$ مثلث مساحت دلاندې فورمول څخه په لاس راځي :

$$A = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

viii. دمثلت دمیاني فورمول:

لاندني شکل ته په کتوسره دمثلت میاني دلاندې فورمول په واسطه په لاس راځي :



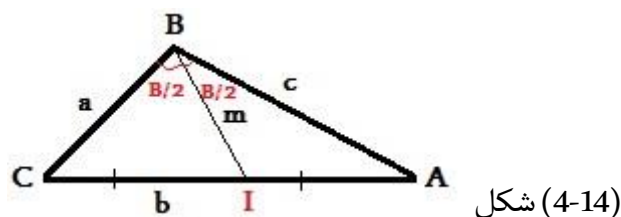
شکل (4-13)

$$m = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$$

$$CN = AN$$

ix. دمثلت دناصف الزاويې فورمول:

لاندې شکل ته په کتوسره دمثلت ناصف الزاويه دلاندې فورمول په اساس په لاس راوړلای شو:

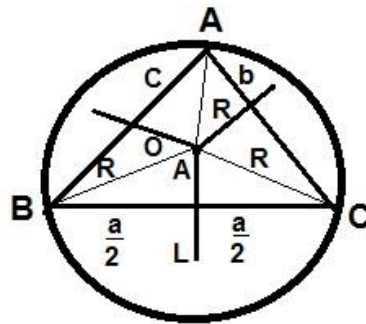


شکل (4-14)

$$g = \frac{2}{a+c} \sqrt{acp(p-b)}$$

$$\frac{CI}{CB} = \frac{AI}{AB}$$

x. دیوه مثلث دمحيطي⁶ دایرې دشعاع پیداکول:



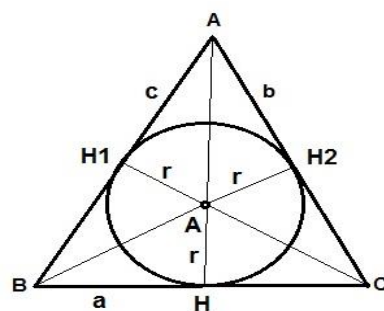
شکل (4-15)

دیوه مثلث دمحيطي دایرې شعاع (R) مساوي ده په :

$$R = \frac{a}{2 \sin A} = \frac{b}{2 \sin B} = \frac{c}{2 \sin C}, 2R = \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$R = \frac{abc}{4S}$$

xi. دیوه مثلث دمحايطي دایرې دشعاع پیداکول :



شکل (4-16)

دیوه مثلث دمحايطي دایرې شعاع د لاندې فورمول په مرسته لاس ته راځي :

$$r = \sqrt{\frac{p(p-a)(p-b)(p-c)}{p}} \text{ یا } r = \frac{S}{p}$$

⁶ - یادونه : دمحيطي اومحايطي دایرو تعريفونه ددایرې په مبحث کې ذکرشوی دي .

پنځم څپرکی

دایره (Circle):

تعریف: دایره دهغه نقطوسټ یا هندسي محل چې دیوه ټاکلې نقطې څخه مساوي فاصله ولري دایره بلل کیږي. یاه بل عبارت: دایره دیوې تړلې منحنی څخه عبارت ده چې له یوې ټاکلې نقطې څخه مساوي فاصله ولري.

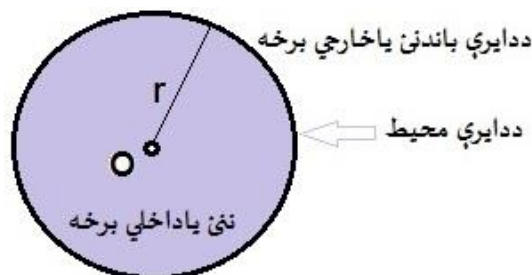
ددایرې داخلي برخه: ددایرې مرکز اودهغه نقطوسټ چې فاصلې یې له مرکز څخه ددایرې تر شعاع کوچنۍ وي ددایرې داخلي برخه بلل کیږي.

ددایرې خارجي برخه: دهغه نقطوسټ چې فاصلې یې له مرکز څخه ددایرې تر شعاع لویې وي ددایرې خارجي برخه بلل کیږي.

ددایرې محیط: دهغه نقطوسټ چې فاصلې یې ددایرې له مرکز څخه ددایرې له شعاع سره مساوي وي ددایرې محیط بلل کیږي.

ددایرې سطحه: دمستوي هغه برخه چې ددایرې دمحیط اودهغې دداخلي سطحې په واسطه جلا شوې وي ددایرې سطحه بلل کیږي.

ددایرې مرکز د O او شعاع یې د r په تورو ښودل کیږي، لکه په لاندې شکل کې: د $C(O, r)$ دایره.



(5-1) شکل

ددايرې عناصر (Elements of Circle) :**1. ددايرې شعاع (Radius) :**

هغه کرښه چې ددايرې مرکزدمحيط له يوې نقطې سره ونښلوي ددايرې شعاع بلل کيږي .

2. ددايرې وتر (Chord) :

هغه ټوټه کرښه چې ددايرې دمحيط دوه نقطې سره ونښلوي ددايرې وتر بلل کيږي .

3. ددايرې قطر (Diameter) :

هغه وتر چې ددايرې دمرکزڅخه تير شي ددايرې قطربلل کيږي اواوردوالی يې دشعاع دوه برابره وي .

4. ددايرې قوس (Arc) :

ددايرې دمحيط يوه برخه ده ددايرې قوس بلل کيږي .

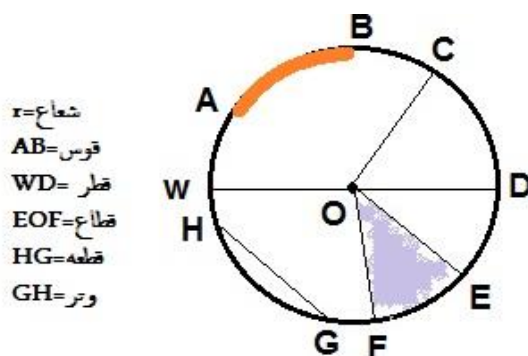
5. ددايرې قطعه (Segment) :

ددايرې دسطحې يوه برخه چې دوترپه واسطه ددايرې له سطحې څخه جلاشوې وي ددايرې قطعه بلل کيږي .

6. ددايرې قطاع (Sector) :

ددايرې دسطحې يوه برخه چې ددوه شعاع گانو اواروندقوس په واسطه له سطحې څخه بيل شوی وي ددايرې قطاع بلل کيږي .

ددايرې عناصرپه لاندې شکل کې ښودل شوي دي :



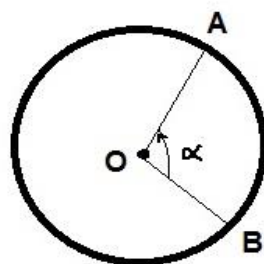
(5-2) شکل

بایدپه یاد ولروچې :

- په هره دایره کې ترټولو لوی وتر، ددایرې قطر دی چې د شعاع دوه برابره دی .
- د یوې دایرې هر قطر وتر دی ؛ اما هر وتر قطر نه دی .
- هغه قوس چې د یوې دایرې د محیط له نیمایي څخه کوچنی وي د کوچني قوس (Minor Arc) په نوم یادېږي .
- هغه قوس چې د یوې دایرې د محیط له نیمایي څخه لوی وي د لوی قوس (Major Arc) په نوم یادېږي .

ددایرې زاوېې (Angle of Circle):**لومړۍ: ددایرې مرکزي زاویه :**

تعریف : هغه زاویه چې رأس یې ددایرې په مرکز پروت اوضلعې یې ددایرې شعاعگانې وي ددایرې مرکزي زاویه بلل کېږي . لکه په لاندې شکل کې: د $\hat{\alpha}$ زاویه .

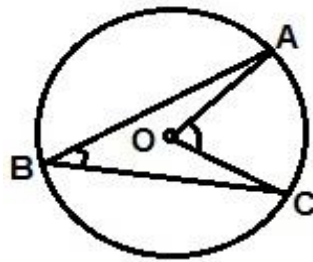


شکل (5-3)

- دهرې مرکزي زاوېې اندازه دهغې دمخامخ قوس سره مساوي ده .
- دمرکزي زاوېې دمخامخ قوس اوږدوالی د لاندې رابطې څخه لاس ته راځي :

$\frac{\text{د قوس طول}}{\text{ددایرې محیط}} = \frac{\overset{\frown}{AOB}}{360^\circ}$

- هغه مرکزي اومحيطي زاويې چې ضلعي يې دمحيط له يوې نقطې څخه تيرې وي:

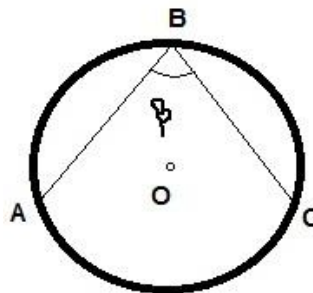


شکل (5-4)

$$\hat{ABC} = \frac{1}{2} \hat{AOC}$$

دويم : ددايرې محيطي زاويه (Inscribed Angel):

تعريف : هغه زاويه ده چې رأس يې ددايرې پرمحيط اوضلعي يې ددايرې وترونه وي محيطي زاويه بلل کيږي . لکه په لاندې شکل کې :



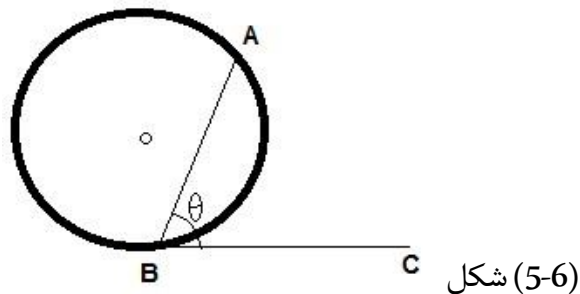
شکل (5-5)

- دهرې محيطي زاويې پراخوالی دهغې دمخامخ قوس له نيمايي سره مساوي دی .
- هره محيطي زاويه دهغې دمرکزي زاويې نيمايي ده چې دعين قوس په مخامخ واقع وي .

$$\hat{ABC} = \frac{1}{2} \hat{AC}$$

دریم: ددایرې مماسي زاویه :

تعریف: هغه زاویه ده چې یوه ضلعه یې په دایرې مماس او بله ضلعه یې ددایرې وتر او رأس دتماس په نقطه کې ددایرې پرمحیط پروت وي مماسي زاویه بلل کیږي. لکه په لاندې شکل کې: د $\hat{\theta}$ زاویه .



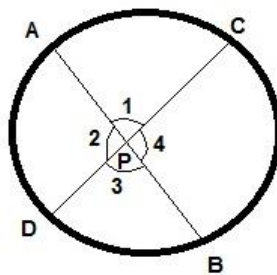
شکل (5-6)

- هره مماسي زاویه دهغې دمرکزي زاویې نیمایي ده چې دعين قوس به مخامخ پرته وي .
- محیطي اومماسي زاویې چې دعين قوس په مقابل کې پرتې وي ،سره مساوي دي .

$$\hat{ABC} = \frac{1}{2} \widehat{AB}$$

خلورم: ددایرې داخلي زاویې :

تعریف: هغه زاویې چې دقاطع کرښوپه مرسته ددایرې په دننه کې منځ ته راځي ددایرې داخلي زاویې په نوم یادېږي . لکه په لاندې شکل کې: د $\hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}$ زاویې .



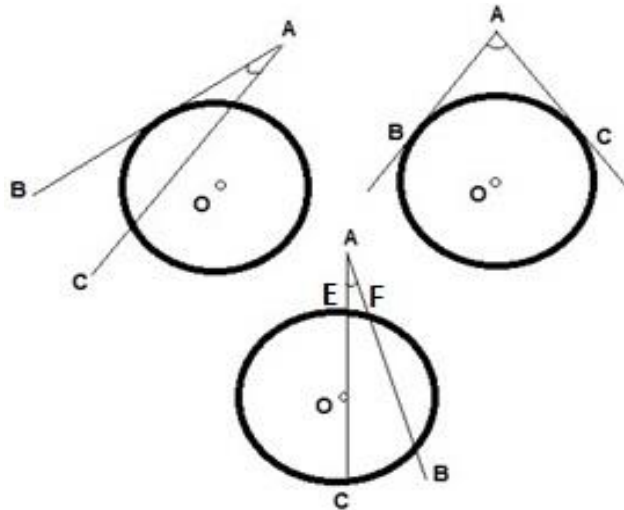
شکل (5-7)

- دیوې دایرې دهرې داخلي زاویې پراخوالی دهغې دمخامخ قوسونودمجموعې له نیمایي سره مساوي دی .
- فورمول یې دادی :

$$\hat{APC} = \frac{1}{2} (\widehat{AC} + \widehat{DB})$$

پنځم : ددایرې خارجي زاويې :

تعريف : هغه زاويې چې ددوه قاطع کړسو، دوه مماسونو، یا یو قاطع او یو مماس د تقاطع څخه ددایرې په بهر کې منځ ته راځي ددایرې خارجي زاويې بلل کيږي . لکه په لاندې شکلونو کې د: $\angle ABC$ زاويې .



شکل (5-8)

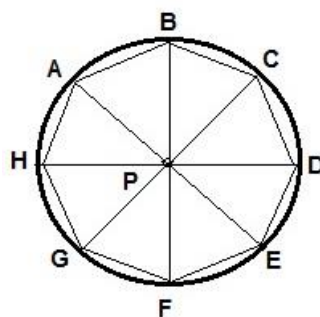
• د یوې دایرې دهرې خارجي زاويې پراخوالی دهغې دمخامخ قوسونو دتفاضل له نیمايي سره مساوي دی .

فورمول یې دادی :

$$\widehat{BAC} = \frac{1}{2}(\widehat{BC} - \widehat{EF})$$

دمضلع دایرې**دمضلع محیطي دایره :**

تعريف : هغه دایره چې دمضلع درأسونو څخه تیره شي دمضلع محیطي دایره بلل کيږي اومضلع مرسوم په دایره بلل کيږي . لکه په لاندې شکل کې :

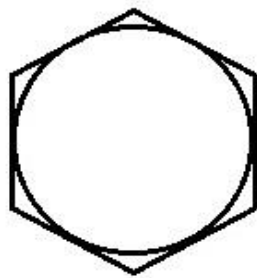


شکل (5-9)

- دیوه مثلث داضلاعودمنځني (وسطی) عمودونو دتقاطع ټکی دمثلث دمحيطي دایرې مرکز دی .
- هرمنظم مضلع محيطي اومحاطي دایره لري .
- که چیرې یوه څلورضلعي مرسوم په دایره وي ، دهغې دمخامخ زاویومجموعه 180° درجې ده .

دمضلع محاطي دایره :

تعريف : هغه دایره چې دمضلع پر ضلعو مماس وي دمضلع محاطي دایره بلل کیږي . لکه په لاندې شکل کې :



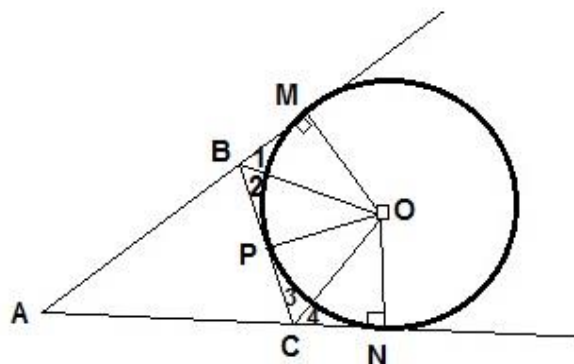
شکل (5-10)

دمثلث خارجي محاطي دایره :

لومړی باید دمثلث محاطي دایره تعريف کړو: هغه دایره چې دیومثلث په دریوضلعو مماس وي دمثلث محاطي دایره بلل کیږي .

- دهرمثلث دننی ناصف الزاویوترمنځ دپریکړې نقطه دمثلث دمحاطي دایرې له مرکزڅخه عبارت دی

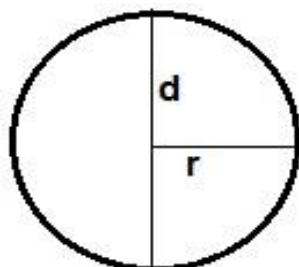
دمثلث دخارجي محاطي دایرې تعريف : هغه دایره چې دمثلث پریوه ضلعه اود دوه نوروضلعو په امتدادمماس وي دمثلث خارجي یا بهرني محاطي دایره بلل کیږي ؛ لکه په لاندې شکل کې :



شکل (5-11)

ددایرې د مساحت ، محیط اوحجم فورمولونه :

که چیرې ددایرې محیط په P ، مساحت په A اوقطر په d سره وښیو ؛ نولروچې :



شکل (5-12)

$$p = 2\pi r = \pi d \quad (\text{چاپیریال محیط})$$

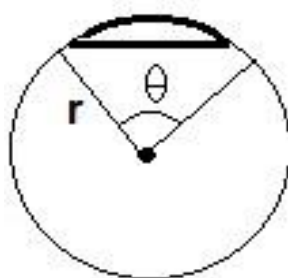
$$A = \pi r^2 = \pi \frac{d^2}{4} \quad (\text{مساحت پراخوالی})$$

$$d = \overline{AB} = 2R \quad \text{قطر}$$

$$\pi = 3.14\dots$$

ددایرې دقطعي (segment) مساحت :

که چیرې ددایرې دقطعي مساحت په A ، شعاع یې په r اوددایرې مرکزي زاویه په θ سره وښیونو ؛ لاندې شکل ته په کتوسره ددایرې دقطعي مساحت دلاندې فورمول په اساس لاس ته راځي:

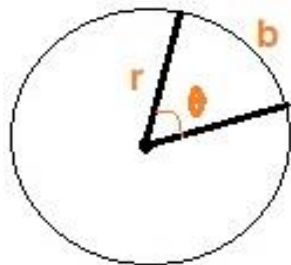


شکل (5-13)

$$A, \text{ segment} = \frac{1}{2} r^2 (\theta - \sin \theta)$$

ددایرې دقطاع (sector) مساحت :

که چیرې ددایرې دقطاع مساحت په A ، شعاع یې په r او د مقابل قوس اوږدوالی یې په b سره وښیونو؛ لاندې شکل ته په کتوسره ددایرې دقطاع مساحت د لاندې فورمول په اساس لاس ته راځي :



(5-14) شکل

$$A, \text{ sector} = \frac{1}{2} r^2 \theta, \quad b = 2\pi r \frac{\theta}{360}$$

ددایرې دقوس (arc) اوږدوالی:

✓ د r په شعاع ددایرې دمرکزي زاويې ($\hat{\theta}^\circ$) د مقابل قوس اوږدوالی مساوي دي په :

$$l = \pi r \frac{\hat{\theta}}{180^\circ}$$

✓ د r په شعاع ددایرې دمرکزي زاويې ($\hat{\theta}$) راډيان د مقابل قوس اوږدوالی مساوي دی په :

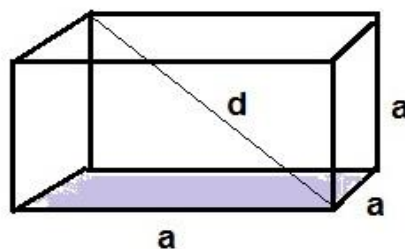
$$l = r\theta$$

شپږم څپرکی

د فضايي هندسي جسمونو مساحت او حجمونه

I. مستطیل مکعب (Cuboid):

تعریف: مستطیل مکعب یو منظم شپږمخیزه (سطحي) جسم دی چې ټولې سطحې یې د مستطیل شکل ولري او د سطحو مخامخ زاويې یې قایمې وي. لکه په لاندې شکل کې:



شکل (6-1)

● کتاب، خښته، د ګوګر وفتی اوداسې نور... د مستطیل مکعب مثالونه دي.

د مستطیل مکعب د مساحت او حجم فورمولونه:

که چیرې د مستطیل مکعب محیط په P ، جاني مساحت په S ، کلي مساحت په A او قطر په d سره وښو: نولوچې:

$$S = 2(ab + bc) \text{ (جاني مساحت (پراخوالی))}$$

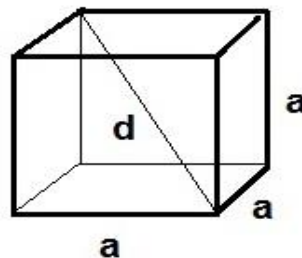
$$A = 2(ab + bc + ac) \text{ (کلي مساحت (پراخوالی))}$$

$$V = a \cdot b \cdot c \text{ (حجم)}$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \text{ قطر، } R = \frac{a\sqrt{3}}{2}, r = \frac{a}{2}$$

II. مربع مکعب (Cube):

تعریف: هغه شپږ مخیزه (سطحي) چې دهغه ټولې سطحې یوله بل سره مساوي وي مربع مکعب بلل کیږي. لکه په لاندې شکل کې:



شکل (6-2)

دمربع مکعب دمساحت اوحجم فورمولونه:

که چیرې د مربع مکعب جانبي مساحت په S اوکلي مساحت په A ، حجم یې په V او قطري په d سره وښو: نولروچي:

$$S = 4a^2 \text{ (پراخوالی)}$$

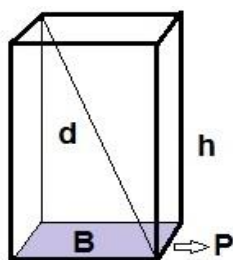
$$A = 6a^2 \text{ (کلي مساحت)}$$

$$V = a^3 \text{ حجم}$$

$$d = \sqrt{3} \cdot a \text{ قطر}$$

III. منشور:

تعریف: منشوريو منظم هندسي جسم دی چې مخامخ جانبي سطحې یې یوله بل سره مساوي اوموازي دي اودمخامخ جانبي سطحوزاويې یې یوپر بل باندې انطباق منونکې دي. څرنګه چې جانبي مخونه یې مستطیلونه دي نومجموعه یې دمنشورجانبي مساحت بلل کیږي په یوه منشورکې دجانبي سطحو دمساحت له جمع کولو څخه ټول جانبي مساحت په لاس راځي اودټول جانبي مساحت اودوه قاعدو دمساحت له جمع کولو څخه دمنشورکلي مساحت لاس ته راځي. که چیرې دمنشورسطحي پرقاعده باندې عمود وي هغه ته قایم منشور ویل کیږي. لکه په لاندې شکل کې:



شکل (6-3)

- منشورونو ته دقاعدودخوضلي شکل له مخې نوم ورکول کېږي لکه: 3ضلي منشور، 4ضلي منشور، 5ضلي منشور، 6ضلي منشور اوداسې نور..

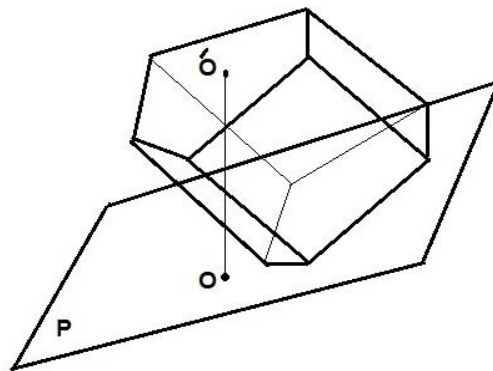
دمنشوردولونه:

قایم منشور:

که دمنشورخط الرأسونه پرقاعدوي مستوي عمود وي نو؛ دغه ډول منشورته قایم منشوروايي. په دې ډول منشورکې دمنشورجانبي وجوه ته مستطیل وايي اودمنشور ارتفاع دمنشوردهریوخط الرأس له اوږدوالي سره مساوي وي .

مایل منشور:

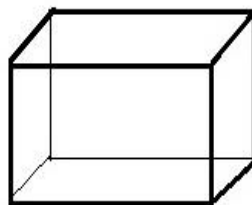
که منشور قایم نه وي نو؛ مایل منشوربلل کېږي . لکه په لاندې شکل کې: $OO' \perp P$ دمایل منشور ارتفاع جوړوي .



شکل (6-4)

منظم منشور:

هغه قایم منشورچې قاعده یې یوه منظمه خوضلي وي ،منظم منشوربلل کېږي .دمنظم منشورجانبي وجوه مساوي مستطیلونه جوړوي .لکه په لاندې شکل کې:



شکل (6-5)

ناقص (نیمګړی) منشور: که دوه غیرموازي مستویګان دیوې منشوري سطحې ټول خط الرأسونه قطع کړي نویوڅو مخیزه ګانې لاس ته راځي ،چې هغې ته ناقص منشور ویل کېږي .

دمنشور دمساحت او حجم فورمولونه :

که چیرې دمنشور جاني مساحت په S اوکلي مساحت په A او حجم په V سره او دقاعدي مساحت په B وښيو؛ نولروچې :

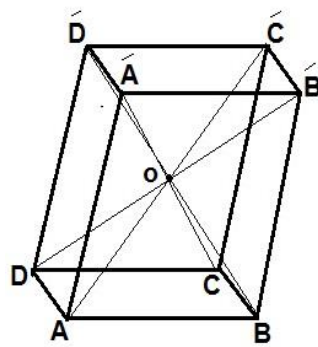
$$S = p \cdot h \text{ (ضلع ضرب ضلع = د مستطیل مساحت) جاني مساحت (پراخوالی)}$$

$$A = S + 2B \text{ (پراخوالی) ټول مساحت}$$

$$V = B \cdot h \text{ حجم}$$

IV. متوازي السطوح :

تعريف : هغه منشور چې قاعدې يې متوازي الاضلاع وي دمتوازي السطوح په نوم ياديږي . لکه په لاندې شکل کې :



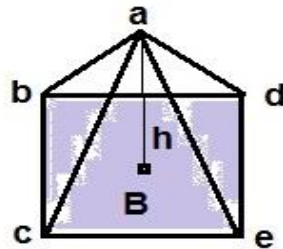
(6-6) شکل

بايد په يادولروچې :

- هرمتوازي السطوح شپږ وجهې، اته رأسونه، دولس خط الرأسونه او څلور و قطرونه لري.
- په هرمتوازي السطوح کې هرې دوې سطحې چې مشترکه نقطه ونه لري دمتوازي السطوح متقابلې سطحې جوړوي .
- په هرمتوازي السطوح کې دوې متقابلې سطحې قاعده فرض کولی شو.
- په هرمتوازي السطوح کې خط الرأسونه څلور په څلور مساوي او موازي دي.
- دمتوازي السطوح څلور و قطرونه د يوې نقطې څخه تيريږي او يوبل قطع کوي .
- د څلورو قطرونو د تقاطع نقطې ته دمتوازي السطوح مرکزي نکتې .

V. هرم (Pyramid):

تعريف: هرم یو منظم هندسي خومخیزه شکل دی چې قاعده یې یوه منظمه مضلع اوجانبي سطحې یې مثلثونه دي اویو گدرأس ولري. لکه په لاندې شکل کې:



شکل (6-7)

دهرم دمساحت اوحجم فورمولونه:

که چیرې دهرم جاني مساحت په S (دضلعو شمیر په n دمثلث قاعده په b اوارتفاع یې په h' سره) اوکلي مساحت په A حجم په V اوارتفاع یې په h اودقاعدې مساحت یې په B سره وښیو؛ ولروچې:

$$S = n \cdot \frac{1}{2} b \cdot h' \quad (\text{پراخوالی})$$

- جاني سطحې یې مثلثونه دي.

$$A = B + S$$

دجاني سطحو مساحت + دقاعدې مساحت = دهرم کلي مساحت

- که چیرې B دمرېع شکل درلود دمرېع دمساحت په فورمول یې مساحت معلومولی شو اوکه B دمستطیل شکل درلودنوبیا یې دمستطیل دفورمول له مخې مساحت په لاس راځي...

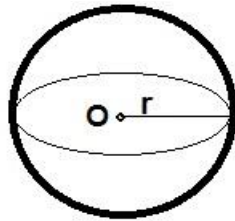
$$V = \frac{1}{3} B \cdot h \quad \text{حجم}$$

- دمکعب مستطیل حجم دهرم دحجم 3 برابره دی؛ نو دهرم حجم دمکعب مستطیل دحجم یو په

$$\frac{1}{3} \text{ دریمه دی.}$$

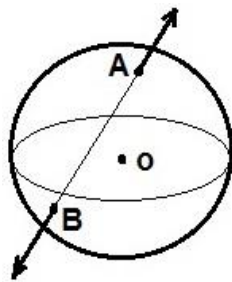
VI. کره (Sphere):

تعریف: کره هغه جسم دی چې دهغې ټولې نقطې له یوې ثابتې نقطې څخه مساوي فاصلې ولري، ثابتې نقطې ته دکرې مرکز (O) وایي، له مرکز څخه تردهغې ترسطحې پورې ثابتې فاصلې ته دکرې شعاع (r) وایي. لکه په لاندې شکل کې:



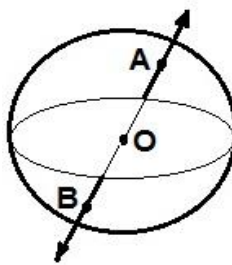
شکل (6-8)

دکرې وتر: هغه مستقیم قطعه خط چې دکرې دسطحې دوه نقطې یوله بل سره ونښلوي دکرې وتربلل کیږي. لکه په لاندې شکل کې:



شکل (6-9)

دکرې قطر: هغه وتر چې دکرې له مرکز څخه تیر شي دکرې قطر بلل کیږي. لکه په لاندې شکل کې:



شکل (6-10)

دکرې دمساحت او حجم فورمولونه:

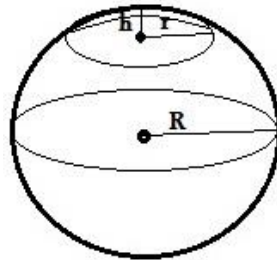
که چیرې دکرې مساحت په A او حجم یې په V سره ونښو؛ نو لیکلی شو چې:

$$A = 4\pi r^2 \text{ (مساحت (پراخوالی))}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ حجم}$$

دکړې دخولۍ (کلا هک) دمساحت اوحجم فورمولونه:

که چیرې دکړې دخولۍ یا کلا هک مساحت په A ، حجم یې په V ، شعاع یې په r ، ارتفاع یې په h اودکړې شعاع په R سره وښیونو؛ لاندې شکل ته په کتو سره لروچې :

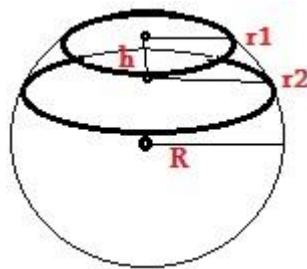


شکل (6-11)

$$\begin{aligned} A &= 2\pi Rh \\ &= \pi(r^2 + h^2) \\ V &= \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3}\right) \\ &= \frac{1}{6} \pi h(h^2 + 3r^2) \end{aligned}$$

دکړې دقطعي دمساحت اوحجم فورمولونه:

که چیرې دکړې دقطعي مساحت په A ، حجم یې په V ، شعاع یې په r ، ارتفاع یې په h اودکړې شعاع په R سره وښیونو؛ لاندې شکل ته په کتو سره لروچې :

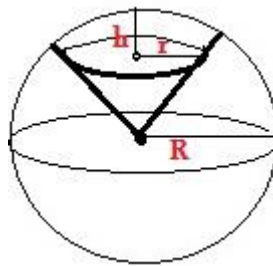


شکل (6-12)

$$\begin{aligned} A &= 2\pi Rh \\ v &= \frac{1}{6} \pi h^3 + \frac{1}{2} \pi(r_1^2 + r_2^2)h \end{aligned}$$

دکړې دقطاع دمساحت اوحجم فورمولونه:

که چیرې دکړې دقطاع مساحت په A ، حجم یې په V ، شعاع یې په r ، ارتفاع یې په h اودکړې شعاع په R سره وښیونو؛ (6-13) شکل ته په کتو سره لروچې :



شکل (6-13)

$$A = \pi R(r + 2h)$$

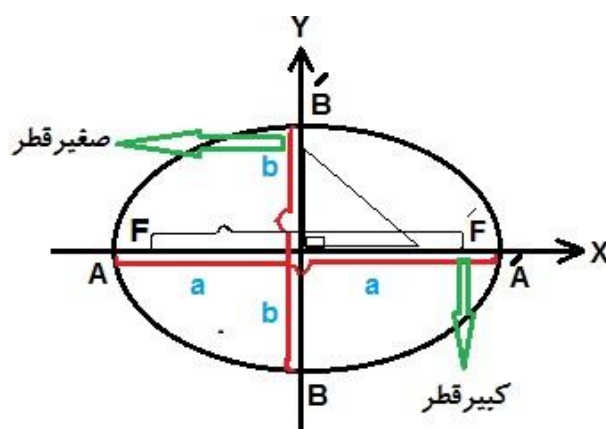
$$V = \frac{2}{3} \pi R^2 h$$

VII. الپس (بیضوي):

تعریف: په یوه مستوي کې د ټولو هغو نقطو هندسي محل چې د دوه ځای پرځای نقطو څخه یې د فاصلو د جمعې حاصل یې تل مساوي یا ثابت اوږدوالی ولري، د الپس یا بیضوي په نوم یادېږي. په (6-12) شکل کې مستقر ټکی چې په F او F' تورېنودل شوی دي د الپس محراقونه او A, A' د الپس راسونه دي چې $AA' = 2a$ ثابت اوږدوالی لري.

د الپس (بیضوي) قطرونه او راسونه:

الپس بې شمېره قطرونه لري، لوی یې کبیر قطر یا اوږد قطر چې له محراقونو څخه تیرېږي او بیضوي په دوو ټکو A, A' کې قطع کوي، د کبیر قطر یا Major axis په نامه او کوچنۍ قطريې د FF' نیمایي په ټکي عمود دی چې د صغیر قطر یا Minor axis په نامه یادېږي. د A, A' او B, B' ټکي د الپس راسونه دي کبیر قطر په A, A' چې اوږدوالی یې $AA' = 2a$ یعنې او صغیر قطر په B, B' چې اوږدوالی یې $BB' = 2b$ دی، ښودل شوي دي لکه په لاندې شکل کې:



شکل (6-14)

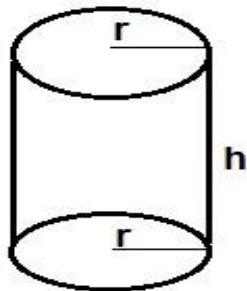
دالپس (بيضوي) دمساحت اومحيط فورمولونه :

$$P = \sqrt{2(a^2 + b^2)} \text{ محيط (چاپيريال)}$$

$$A = \pi \cdot a \cdot b \text{ مساحت (پراخوالی)}$$

VIII. استوانه (Cylinder):

تعريف: قايمة استوانه له دوه انطباق منونكو دايروي قاعدو اويوې جانبي سطحې څخه چې پرقاعدوباندې عموده وي جوړه شوې ده . لكه په لاندې شكل كې :



شکل (6-15)

● استوانه يې شكلونه لكه : داوبوگيلاس ، داوبونل اوداسې نور...

داستواني دمساحت اوحجم فورمولونه :

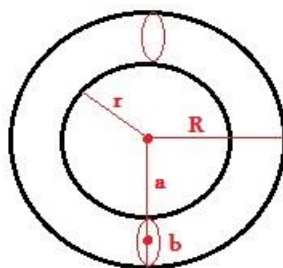
كه چيرې داستواني ارتفاع په h شعاع يې په r ، حجم يې په V ، مساحت يې په A اوجانبي مساحت په S سره وښيو ؛ نولروچې :

$$S = 2 \pi r \cdot h \text{ جانبي مساحت (پراخوالی)}$$

$$A = 2 \pi \cdot r (h + r) \text{ مساحت (پراخوالی)}$$

$$V = \pi r^2 \cdot h \text{ حجم}$$

IX. **احاطه (چمبر):** هغه استوانه اي جسم چې يوه استوانه يې په منظمې اومساوي فاصلې سره احاطه كړې وي احاطه (چمبر) بلل كيږي . لكه په لاندې شكل كې :



شکل (6-16)

داحاطي (چمبر) دمساحت او حجم فورمولونه :

که چیرې مساحت په A ، حجم په V ، داستواني شعاع په r اوداحاطي شعاع په R سره وښوونو؛ لروچې :

$$A = \pi 2(R^2 - r^2)$$

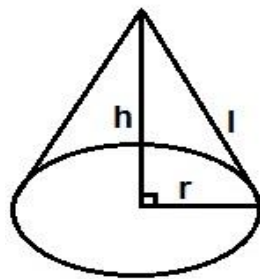
$$= 4\pi 2.b.a$$

$$V = \frac{1}{4} \pi 2(R+r)(R-r)$$

$$= 2\pi 2.b.2.a$$

X. مخروط (Cone):

تعريف : قايم مخروط هغه جسم دی چې په يوه قايمه ضلعه يې ديوه قايم الزاويه مثلث له دوران څخه لاس ته راځي ، هغه ټوټه چې دمخروط رأس دهغه دقاعدې له مرکز سره نښلوي دمخروط محور بلل کيږي که چيرې محوريه قاعده باندې عمودوي ، قايم مخروط اوله هغه پرته مایل مخروط بلل کيږي . لکه په لاندې شکل کې :



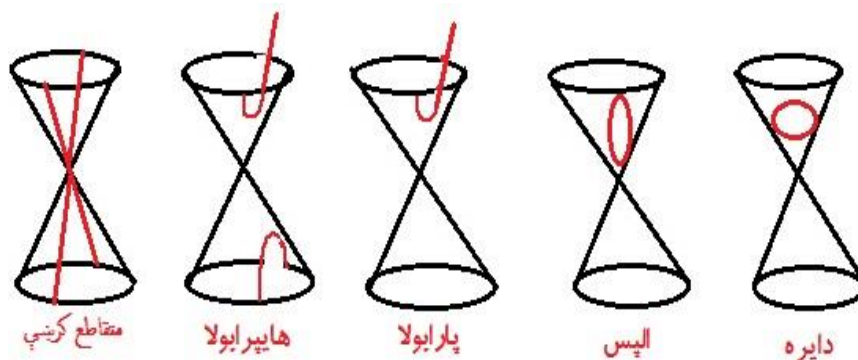
(6-17) شکل

مخروطي مقاطع (Sections of Conic):

تعريف : ديوې مستوي په واسطه ديوه مخروط قطع کول مختلفې منحنې گانې منځ ته راوړي چې دمخروطي مقاطو په نامه ياديږي .

- که چيرې يومستوي يومخروط داسې قطع کړي چې مستوي دمخروط په اصلي محور عموداوياموازي له قاعدوسره وي نو؛ گذخپرکی يې يوه دايره (Circle) ده .
- که چيرې مستوي مخروط داسې قطع کړي چې د مستوي اومخروط له اصلي محور سره زاويه قايمه نه وي (مايل) لاس ته راغلی شکل الپس (Ellipse) يا بيضوي ده .
- که چيرې يوه مستوي يومخروط داسې قطع کړي وي چې اصلي محورته موازي او هغه په برکې ونه لري نو؛ په دې حالت کې دهغوی له گذخپرکی څخه پارابولا (Parabola) په لاس راځي .
- که چيرې يوې مستوي دوه سرپه سر يا څوکه په څوکه مخروطونه چې اصلي محورته موازي وي قطع کړي وي نو؛ له گذخپرکی څخه يې هايپربول (Hyperbola) په لاس راځي .

- که چیرې یوه مستوي اصلي محور په برکې ولري نو؛ گدخپرکی یې له دوو متقاطع کرښو څخه عبارت دي چې هریو یې په لاندې شکلونو کې ښودل شوي دي :



(18-6) شکل

دمخروط دمساحت او حجم فورمولونه :

که چیرې دمخروط جاني مساحت په S او کلی مساحت په A سره او حجم یې په V سره وښیو ؛ نولروچې :

$$S = \pi r.l \text{ (جاني مساحت (پراخوالی))}$$

$$B = \pi r^2 \text{ (دقاعدې مساحت)}$$

$$A = B + S$$

$$A = \pi r^2 + \pi r.l$$

$$A = \pi r(r+l) \text{ (مساحت (پراخوالی))}$$

څرنګه چې داستواني حجم دمخروط 3 برابره دی ، نودمخروط حجم داستواني دحجم یو په $\frac{1}{3}$ دی .

$$V = \pi r^2.h \text{ (دستواني حجم)}$$

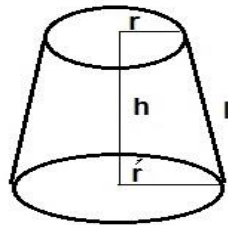
$$V = \frac{1}{3} \pi r^2.h \text{ (نودمخروط حجم)}$$

$$\pi = 3.14..$$

XI. نیمګړی (ناقص) مخروط :

تعریف : که چیرې دمخروط دراس یوه برخه قطع شي یونیمګړی (ناقص) مخروط لاس ته راځي ، چې دوی دایروي قاعدې یې موازي شکل اختیاري .

لکه په لاندې شکل کې :



شکل (6-19)

د نیمګړي (ناقص) مخروط دمساحت اوحجم فورمولونه :

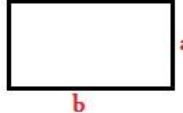
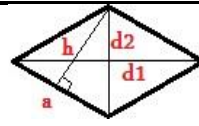
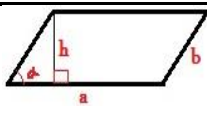
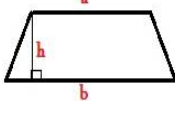
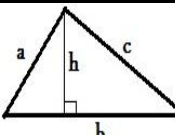
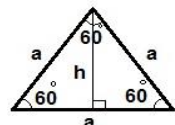
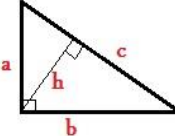
$$S = \pi l(r + r') \quad \text{د نیمګړي مخروط جاني مساحت}$$

$$A = \pi [l(r + r') + (r^2 + r'^2)] \quad \text{د نیمګړي مخروط کلي مساحت}$$

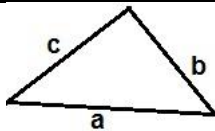
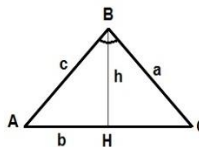
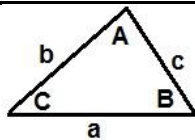
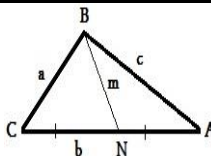
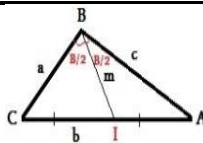
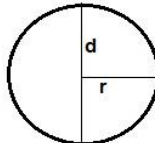
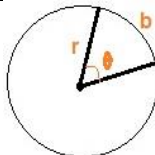
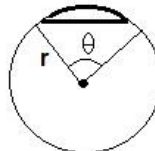
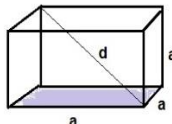
$$V = \frac{1}{3} \pi h (r^2 + r'^2 + r \cdot r') \quad \text{د نیمګړي مخروط حجم}$$

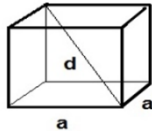
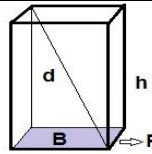
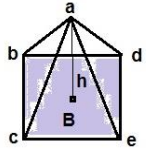
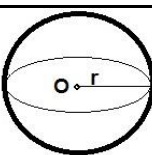
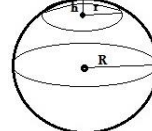
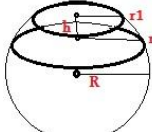
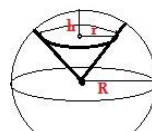
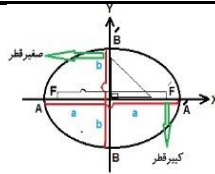
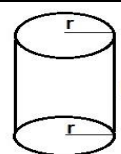
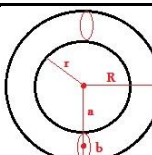
$$\pi = 3.14..$$

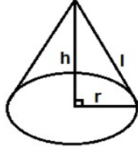
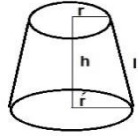
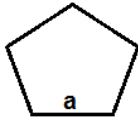
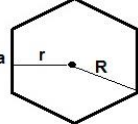
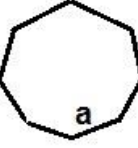
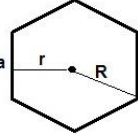
دځینوهندسي مسطح اوفضایي جسمونو دمساحت ، حجم اومحیط دفورمولونو جدول⁽⁷⁾:

گڼه	نوم	دهندسي جسم شکل	مساحت	حجم	محیط	قطر	متغیرات
1	مربع		$A=a^2$		$P=a+b+c+d=4.a$	$d=\sqrt{2}.a$	a د مربع د یوې ضلعي اوږدوالی دی.
2	مستطیل		$A= a.b$		$P=a+b+a+b=2a+2b=2(a+b)$	$d=\sqrt{a^2+b^2}$	a او b په ترتیب سره د مستطیل دسور او اوږدوالی اندازه ده .
3	معین یا لوزي		$A = \frac{1}{2} d1.d2=a.h$ $a = \frac{\sqrt{(d1)^2 + (d2)^2}}{2}$		$P = 4. \text{ د یوې ضلعي اندازه } = 4.a$		1 او 2 د معین یا لوزي د قطر وړاندیز اوږدوالی دی ، h یې ارتفاع ده.
4	متوازي الاضلاع		$A = a.h=ab.\sin \alpha$ $h = a.\sin \alpha = a.b.\sin \beta$		$P=2. \text{ د متوالي ضلعو مجموعه } = 2(a+b)$		A د قاعدې b یې دسور اوږدوالی د عمودي ارتفاع اوږدوالی دی.
5	ذوذنقه یا منحنف		$A = \frac{1}{2} (a+b) h$		$P= \text{ د دځلو ضلعو مجموعه } = (a+b+c+d)$	$d = \sqrt{a.b+c^2}$	A او B په ترتیب سره د دوه موازي ضلعو اوږدوالی او h یې د دوی ترمنځ فاصله (ارتفاع) ده.
6	مختلف الاضلاع مثلث		$A= \frac{1}{2} b.h$		$P= a+b+c$		a او b په ترتیب سره قاعده او ارتفاع راته بڼایي .
7	متساوي الاضلاع مثلث		$A = \frac{a.h}{2} = \frac{a^2.\sqrt{3}}{4}$		$P=3.a$ یا $2\sqrt{3}.a$		a د یوې ضلعي اوږدوالی او h یې ارتفاع ده .
8	قائم الزاویه مثلث		$A = \frac{1}{2} a.b = \frac{1}{2} c.h$		$P= a+b+c$		a ، b ، c د مثلث د ضلعو اوږدوالی او h یې ارتفاع ده.

⁽⁷⁾ – یادونه: د هندسي جسمونو دمساحت ، حجم اومحیط دفورمولونو په جدول کې مساحت (کلي مساحت) په A=Area ، جاني مساحت په S=Side ، دقاعدې مساحت په B=Base ، حجم په V=Volume ، محیط په P=Perimeter ، قطر په d=diameter او ارتفاع په h=height سره نښو.

9	مثلث دضلعو له جنسه		$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ $S = \frac{a+b+c}{2} = \frac{P}{2}$		$P = a+b+c$	S د مثلث د محیط نمایی، a، b او c د مثلث د ضلعو اوږدوالی دی.
10	مثلث (د دوه ضلعو او د دوه ضلعو ترمنځ د زاویې له جنسه)		$5\sqrt{3}.12$		$P = a+b+c$	a, b, c د مثلث اضلاع اوږدوالی او A, B, C د مثلث زاویې راپه گوته کوي.
11	مثلث (د دریو ضلعو له جنسه) (دهیرون فورمول)		$\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}},$ $\sin \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{ac}},$ $\sin \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{ab}}$		$P = a+b+c$	a, b, c د مثلث اضلاع اوږدوالی او P د مثلث محیط راپه گوته کوي.
12	د مثلث میانه		$m = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$ $CN = AN$			a, b, c د مثلث د ضلعو اوږدوالی دي.
13	د مثلث ناصف الزاویه		$g = \frac{2}{a+c} \sqrt{acp(p-b)}$ $\frac{CI}{CB} = \frac{AI}{AB}$			a, b, c د مثلث د ضلعو اوږدوالی او p یې محیط دی.
14	دایره		$A = \pi r^2 = \pi \frac{d^2}{4}$		$p = 2\pi r = \pi d$	r او d په ترتیب سره د دایرې شعاع او قطر دي.
15	د دایرې قطاع		$A, \text{sector} = \frac{1}{2} r^2 \theta$ $b = 2\pi r \frac{\theta}{360}$			r او theta په ترتیب سره شعاع او درادیان په حساب زاویه ده.
16	د دایرې قطعه		$A, \text{segment} = \frac{1}{2} r^2 (\theta - \sin \theta)$			r او theta په ترتیب سره شعاع او درادیان په حساب زاویه ده.
17	مستطیل مکعب		$S = 2(ab+bc)$ $A = 2(ab+bc+ac)$	$V = a.b.c$	$d = \sqrt{a^2+b^2+c^2}$	a, b, c د مستطیل مکعب سطحی یا ږخونه دي.

18	مربع مکعب		$S=4a^2$ $A=6a^2$	$V=a^3$		$d = a\sqrt{3}$	a د مربع مکعب یوه سطحه یا اړخ تشکیلوي.
19	منشور		$S=p.h$ $A=S+2B$	$V=B.h$			B د منشور د قاعدې مساحت، P، یې د قاعدې سورا اندازه او h یې ارتفاع ده.
20	هرم		$B + \frac{ph}{2}$ $A = B + S$	$V = \frac{1}{3} B.h$			B د قاعدې مساحت p، د قاعدې محیط او h په قاعده باندې عموده ارتفاع ده.
21	کره		$A = 4\pi r^2 = \pi d^2$	$V = \frac{4}{3} \pi r^3$			r او d په ترتیب سره د کرې شعاع او قطر تشکیلوي.
22	د کرې خولی، (کلاهک)		$A = 2\pi R h$ $= \pi(r^2 + h^2)$	V $= \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ $= \frac{1}{6} \pi h(h^2 + 3r^2)$			R د کرې شعاع r، د کرې دخولی (کلاهک) شعاع او h په هغه باندې عموده ارتفاع ده.
23	د کرې قطعه		$A = 2\pi R.h$	$v =$ $\frac{1}{6} \pi h^3 + \frac{1}{2} \pi (r_1^2 + r_2^2) h$			R د کرې شعاع r، د کرې قطعي شعاع او h په هغه باندې عموده ارتفاع ده.
24	د کرې قطاع		$A = \pi R(r + 2h)$	$V = \frac{2}{3} \pi R^2.h$			R د کرې شعاع r، د کرې د قطاع شعاع او h په هغه باندې عموده ارتفاع ده.
25	الېس (بیضوي)		$A = \pi .a.b$			$P =$ $\sqrt{2(a^2 + b^2)}$	a او b د بیضوي دوه قطرونه دي .
26	استوانه		$S = 2 \pi r.h$ $A = 2 \pi .r (h+r)$	$V = \pi r^2.h$			r او h په ترتیب سره د استوانې شعاع او ارتفاع ده.
27	احاطه (چمبر)		$A = \pi^2(R^2 - r^2)$ $= 4\pi^2 .b .a$	$V =$ $\frac{1}{4} \pi^2 (R+r)(R-r)$ $= 2\pi^2 .b .a$			r او R په ترتیب سره د استوانې او احاطې شعاع کانې دي.

28	مخروط		$S = \pi r.l$ $A = \pi r^2 + \pi r.l = \pi r(r+l)$	$V = \frac{1}{3} \pi r^2.h$	ر او ا په ترتيب سره دمخروط شعاع اومولد دي .
29	ناقص (نیمګړی) مخروط		$S = \pi l(r+r')$ $A = \pi [l(r+r') + (r^2 + r'^2)]$	$V = \frac{1}{3} \pi h (r^2 + r'^2 + r.r')$	ر او ر' په ترتيب سره دناقص (نیمګړی) مخروط دقاعدې اودمقطع شعاع کانې او ا یې مولد دی .
30	منظم پنځه ضلعي		$A = (a^2.5)(4.\tan(\Pi)/5)$		a دمنظم پنځه ضلعي ديوې ضلعي اوږدوالی دی
31	منظم شپږضلعي		$A = \frac{3\sqrt{3}}{2}.a^2$	$2\sqrt{3}.a$	a دمنظم شپږضلعي ديوې ضلعي اوږدوالی دی
32	منظم اته ضلعي		$2(1+\sqrt{2})a^2$		a ديوې ضلعي اوږدوالی دی
33	منظم خوځضلعي		$A = \frac{R^2.n.\sin(\frac{2\pi}{n})}{2}$ يا $\frac{n.a^2}{4.\tan(\pi/n)}$	$Sn = \frac{n(n-3)}{2}$	a او n په ترتيب سره دمنظم خوځضلعي ديوې ضلعي اوږدوالی اوداضلاعوشمير په گوته کوي .

دځینو منظمو جسمونو ترمنځ اړیکې :

په لاندې جدول کې دځینو درې اړخیزو منظمو هندسي جسمونو ترمنځ اړیکې کتلاي شو.

کټه	نوم	شکل	مخ (وجه)	راسونه	خط الرأسونه	دمحاطي دایرې شعاع	دمحيطي دایرې شعاع	مساحت	حجم
1	منظمه څلورمخیزه		4	4	6	$r = \frac{a\sqrt{6}}{12}$	$R = \frac{a\sqrt{6}}{4}$	$A = \sqrt{3}.a^2$	$V = \frac{\sqrt{2}}{12}.a^3$
2	منظمه شپږمخیزه (مربع مکعب)		6	8	12	$r = \frac{a}{2}$	$R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$	$A = 6.a^2$	$V = a^3$
3	منظمه اته مخیزه		8	6	12	$r = \frac{a\sqrt{6}}{7}$	$R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$	$A = 2.\sqrt{3}.a^2$	$V = \frac{\sqrt{2}}{3}.a^3$
4	منظم دولس مخیزه		12	20	30	$r = \frac{a\sqrt{10(25+11\sqrt{5})}}{2}$	$R = \frac{a\sqrt{3}}{4}(1+\sqrt{5})$	$A = 3\sqrt{25+10\sqrt{5}}.a^2$	$V = \frac{15+7\sqrt{5}}{4}.a^3$
5	منظم شل مخیزه		20	12	30	$r = \frac{a\sqrt{2}}{12}(3+\sqrt{5})$	$R = \frac{a}{4}\sqrt{2(5+\sqrt{5})}$	$A = 5\sqrt{3}.a^2$	$V = \frac{5(3+\sqrt{5})}{12}.a^3$

منابع اوماخذ(References):

1. ضیایی، پوهاند داکتر عبدالعظیم، دیولسم تولگی فضایی هندسه، کابل ۱۳۵۷ ه.ش.
 2. هندسه سال سوم آموزش متوسطه عمومی، تبریز پوهنتون، ایران ۱۳۶۱ ه.ش.
 3. هندسه داتم تولگی لپاره، چاپ ۱۳۸۳ ه.ش، دیوهنی وزارت.
 4. خاموش، استاذ محمدعظیم، ریاضیات امیدپیروزی در امتحان کانکور پوهنتون، پېښور ۱۳۸۱ ه.ش.
 5. باورزی، ژباړن: شماس خان، مؤلفان: J.Reimand, K.Velsker در ریاضیات فورمولونه، پېښور ۱۳۸۵ ه.ش.
 6. ریاضی ۱۱ تولگی، چاپ ۱۳۹۰ ه.ش، دیوهنی وزارت.
 7. ریاضی ۱۰ تولگی، چاپ ۱۳۹۰ ه.ش، دیوهنی وزارت.
 8. ریاضی ۹ تولگی، چاپ ۱۳۸۹ ه.ش، دیوهنی وزارت.
 9. ریاضی ۸ تولگی، چاپ ۱۳۸۹ ه.ش، دیوهنی وزارت.
 10. ریاضی ۷ تولگی، چاپ ۱۳۸۹ ه.ش، دیوهنی وزارت.
 11. ریاضی ۵ تولگی، چاپ ۱۳۹۰ ه.ش، دیوهنی وزارت.
 12. Molise, E .Edwin and Floyd L .downs Jr. geometry .Menlo park, Addison-Wesley publishing company, 1982.
 13. Goodwin, A. Wilson, Glen D Annatto and F .Joe Gross white geometry Columbus: Charles E Merrill publishing co, 1970.
- دانترنت وب بانی:
14. www.math.com
 15. www.math.about.com
 16. www.kipedia.org/wiki
 17. www.easycalculation.com
 18. www.ganjinedanesh.ir/seventh/seventh-math
 19. www.riazisara.ir
 20. www.lomritob.com
 21. www.bestiwall.com

دلیکوال لنډه پېژندنه :

نوم اوتخلص : نعمت الله پټانزی دپلارنوم : شهید اسدالله صدیقی دنیکه نوم : عبدالغیاث

زوکړه :

نعمت الله پټانزی په (۱۳۶۷ هـ ش / ۱۹۸۸ م) کال کې دوردگو ولایت دسیدآباد ولسوالۍ دشینز د درې دپټانخیلو په کلي کې په یوه درنه اودینداره کورنۍ کې زیږدلی دی .

زده کړې :

- لومړنۍ زدکړې یې ترشپږم ټولګي پورې دوردگو ولایت دسیدآباد ولسوالۍ دسعدیې په لومړنۍ ښوونځۍ کې ترسره کړې دي .
- منځنۍ او ثانوي زده کړې یې هم دوردگو ولایت سیدآباد ولسوالۍ دحضرت خالدبن ولید (رض) ټکې په عالي لیسې کې ترسره کړې اوله نوموړې لیسې څخه په (۱۳۸۶ هـ ش) کال کې په اعلی درجه (اول نومره) فارغ شو .
- دکانکورله آزمویښي وروسته دهرات پوهنتون داقتصادومدیریتي علوموپوهنځۍ ته بریالی شو ،اگرچې یو کال یې په دې تحصیلي دوره کې دځینو ستونزو له امله ځنډراغی خوله نوموړې پوهنځۍ څخه په (۱۳۹۱ هـ ش) کال کې په پوره بریالیتوب سره فارغ التحصیل شو .
- نعمت الله پټانزی په (۱۳۹۰ هـ ش) کال کې دمدیریت او تجارت (Business Administration) په څانګه کې دجرمني ددوست هیواد دهانس بنیاد (Hones Foundation) لخوا دافغانستان دسوداګرۍ اوصنایعوله خوني څخه ترشپږمیاشتنيو عملي اونظري زده کړو وروسته تصدیق نامه لاس ته راوړې ده .
- نعمت الله پټانزی په (۱۳۸۸ هـ ش) کال کې دجمعیت اصلاح افغانستان داسلامي معارف له کورس څخه هم تصدیق نامه ترلاسه کړې ده .

آثار اولیکني :

1. جیومتریک مفاهیم اوفورمولونه (همدا اثر) .
2. په اسلام کې دبرې حکم (ژباړه ،ناچاپ اثر) .
3. دلمانځه په قعدوکې دشهادت په گوته اشاره (ژباړه ،ناچاپ اثر) .
4. دپټان ننگ (شعري ټولګه ،ناچاپ اثر) .
5. ترمې اوبنکې (دحمدونو او نعتونو شعري ټولګه ،ناچاپ اثر) .
6. دغیرت خیره (دغازي شیرخان وردګ په ژوند او خاطرو هر اړخیزه څیړنه ، ناچاپ اثر) .
7. رنگینې کرښې (دپوهنتون خاطرې ،ناچاپ اثر) .
8. ګڼ شمیر نورې مقالې چې د هیواد په بیلابیلو مجلو ،ورځپاڼو او ویب پاڼو کې خپرې شوې دي .

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library